

Григорій Бевз, Валентина Бевз,
Дарина Васильєва, Наталія Владімірова

Уроки геометрії в 7 класі

Посібник для вчителів

Київ
Видавничий дім «Освіта»
2024

Уроки геометрії в 7 класі: Посібник для вчителів. — К.: Видавничий дім «Освіта»,
2024. — 92 с.
ISBN 978-966-983-567-3. (ел.)

ISBN 978-966-983-567-3 (ел.)

© Бевз Г. П., Бевз В. Г., Васильєва Д. В.,
Владімірова Н. Г., 2024
© Видавничий дім «Освіта», 2024

Зміст

Передмова	5
Частина 1. ЗАГАЛЬНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ	6
Про особливості модельної навчальної програми авторського колективу Бурда М. І., Тарасенкова Н. А., Васильєва Д. В.	7
Особливості підручника «Геометрія. 7 клас» авторського колективу Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Д. В. Васильєва, Н. Г. Владімірова	8
Частина 2. МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО УРОКІВ ЗА ПІДРУЧНИКОМ	13
Розділ І. Найпростіші геометричні фігури та їх властивості	13
Уроки 1–2. Актуалізація опорних знань за курси 5–6 класів	13
Урок 3. Точка і прямі	13
Уроки 4–5. Відрізки і їх довжини	15
Уроки 6–7. Кути і їх міри.	17
Урок 8. Розв’язування задач і вправ. Самостійна робота.	20
Урок 9. Тематична робота № 1 (розв’язування математичних задач)	21
Урок 10. Аналіз тематичної роботи. Короткотривала робота № 1 (Опрацювання ситуації та створення математичних моделей, інтерпретація і критичний аналіз результатів)	23
Розділ ІІ. Взаємне розташування прямих на площині	24
Уроки 11–12. Суміжні кути.	24
Уроки 13–14. Вертикальні кути	25
Уроки 15–16. Перпендикулярні і паралельні прямі	29
Уроки 17–19. Кути, утворені при перетині двох прямих січною. Ознаки паралельності прямих	30
Уроки 20–22. Властивості паралельних прямих	31
Урок 23. Теореми і аксіоми	33
Урок 24. Розв’язування задач і вправ. Самостійна робота	37
Урок 25. Тематичне оцінювання (розв’язування математичних задач)	37
Урок 26. Аналіз контрольної роботи. Тематичний контроль (опрацювання ситуації і створення математичних моделей, інтерпретація і критичний аналіз результатів)	39
Розділ ІІІ. Трикутники. Ознаки рівності трикутників.	40
Урок 27. Трикутник і його елементи	40
Уроки 28–29. Сума кутів трикутника	41
Урок 30. Рівність геометричних фігур	44
Проекти	45
Уроки 33–36. Перша і друга ознаки рівності трикутників	46

Урок 37. Систематизація і корекція знань з теми «Трикутники». Самостійна робота.....	50
Урок 38. Тематичне оцінювання № 3.....	51
Урок 39. Аналіз контрольної роботи.....	52
Уроки 40–42. Рівнобедрений трикутник.....	53
Уроки 43–44. Третя ознака рівності трикутників.....	55
Урок 45–46. Нерівності трикутника.....	58
Уроки 47–48. Прямокутний трикутник.....	59
Урок 49. Систематизація і корекція знань з теми «Трикутники». Самостійна робота.....	63
Урок 50. Тематичне оцінювання № 4.....	64
Урок 51. Аналіз контрольної роботи.....	66
Розділ IV. Коло і круг. Геометричні побудови	67
Урок 52–53. Коло і круг.....	67
Уроки 54–55. Геометричне місце точок	68
Уроки 56–58. Коло і трикутник.....	72
Урок 59. Геометричні побудови.....	73
Уроки 60–61. Задачі на побудову	74
Урок 62. Узагальнення і систематизація знань з теми «Коло і круг. Геометричні побудови». Самостійна робота	80
Урок 63. Тематична робота № 6.....	81
Урок 64. Аналіз тематичної роботи.....	83
Урок 65–68. Повторення	83
Розв’язування задач підвищеної складності	86
Урок 69–70. Проєкти	90

Передмова

Пропонований методичний посібник насамперед призначено для вчителів, які працюватимуть у цьому класі за модельною програмою авторського колективу Бурда М. І., Тарасенкова Н. А., Васильєва Д. В. (<https://vse.ee/cltx>) і новим підручником «Геометрія. 7 клас» авторського колективу Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Д. В. Васильєва, Н. Г. Владімірова. Цей посібник може знадобитися також учителям, які працюють за підручниками інших авторів, оскільки в ньому не лише даються поради щодо використання авторського підручника та проведення конкретних уроків, а й висвітлюється багато методологічних і методичних питань, що стосуються геометрії та її вивчення.

З 2024 року навчання в 7 класі здійснюватиметься за модельними програмами, створеними для НУШ. Щоб спростити підготовку вчителів до нового навчального року, до методичного посібника вміщено:

- орієнтовне календарне планування з геометрії для 7 класу;
- загальні зауваження авторів щодо шкільної геометрії;
- характеристику нового підручника геометрії;

- плани-конспекти уроків;
- тестування.

Планування, побудова і проведення уроків — процес творчий та індивідуальний для кожного вчителя. Зважаючи на це, у посібнику подаються окремі методичні підходи й рекомендації, а не вичерпні рецепти. Водночас для кожного уроку (чи групи уроків) висвітлюються такі питання:

- тема уроку;
- мета уроку;
- вимоги до загальноосвітньої підготовки учнів;
- методичні вказівки, зауваження і поради;
- завдання для роботи в класі та вдома;
- вказівки до розв’язування найбільш складних задач і вправ;
- відповіді до наведених у підручнику самостійних робіт, тестових і контрольних завдань.

Окремим блоком подано розв’язання задач підвищеної складності.

Автори сподіваються, що цей посібник допоможе вчителям краще зрозуміти науково-методичні засади підручника «Геометрія. 7 клас» і реалізувати їх під час навчально-виховного процесу в школі.

Частина 1. Загальні рекомендації

Загальні зауваження щодо шкільної геометрії

Геометрія потрібна всім. Деякі фахівці вважають, що для науковців, інженерів, архітекторів, будівельників та інших виробничників вона потрібна як добрий інструментарій. Інші наголошують, що вона допомагає правильному світорозумінню, є складовою частиною загальнолюдської культури. Насправді шкільна геометрія, сприяючи всьому перерахованому, водночас є:

- засобом для розвитку логічного мислення;
- інструментарієм для науковців і виробничників;
- матеріалом для правильного розуміння навколишнього світу;
- великим згустком загальнолюдської культури.

Тому здавна геометрію вважали одним із найважливіших навчальних предметів у школі.

Результатом вивчення шкільного курсу геометрії в сучасних умовах має бути досягнення кожним учнем практичної компетенції в межах шкільної програми. На уроках школярі мають навчитися створювати й досліджувати найпростіші математичні моделі щодо форм, розмірів і взаємних розташувань реальних об'єктів, опанувати мову геометрії, навчитися пізнавати, описувати й будувати прості геометричні фігури, визначати їх найважливіші числові характеристики.

Пропонований підручник за змістом мало відрізняється від традиційних, що були в попередні роки. Але в ньому закладено інші ідеї. Раніше основна увага зверталася на доведення теорем, тому вчителі на вивчення теорем відводили найбільше часу, розробляли спеціальні методики опрацювання доведень геометричних теорем, а іншим видам навчальної діяльності приділяли недостатньо уваги. Наш підручник також містить доведення всіх передбачених програмою теорем і чимало задач на доведення. Але у ньому також не менше уваги звертається на формування понять, геометричні фігури, їх побудову, обчислення й вимірювання геометричних величин, а також застосування цього всього на практиці тощо.

Далі висловимо кілька загальних зауважень про шкільну геометрію. Як відомо, сучасна математика займається насамперед конструюванням, дослідженням і застосуванням математичних моделей. Коротко можна сказати, що математика — наука про математичні моделі та їх застосування. Основне в геометрії — математичні моделі, які

стосуються просторових форм і їх кількісних характеристик. Учні бажано знайомити не тільки з абстрактними геометричними моделями, а й із їх застосуванням.

Слід спонукати учнів самих будувати хоча б найпростіші математичні моделі реальних об'єктів, процесів і явищ, а не маніпулювати тільки абстракціями, придатними для створення таких моделей. Зокрема, учнівство слід навчати вимірювати аналізовані геометричні величини, а не лише оперувати вже виміряними відстанями, кутами, площами чи об'ємами.

Основним недоліком нашої шкільної геометрії є її відірваність від практичних проблем. Більшість українських школярів порівняно добре справляються з абстрактними задачами і незадовільно — з прикладними. Це потрібно виправити. Навчаймо застосовувати геометрію! Там, де є можливість, бажано встановлювати природні міжпредметні зв'язки геометрії із життям та іншими навчальними предметами.

Немало методистів, указуючи на міжпредметні зв'язки у вивченні геометрії, мають на увазі насамперед зв'язки з природничими науками. Цього мало. У шкільній геометрії є і такі теми, які тісно пов'язані з мовою, історією, українознавством, соціологією, філософією та іншими гуманітарними науками. Розумне і природне пов'язування математичних абстракцій з гуманітарними навчальними дисциплінами також може істотно збагатити уроки. Якщо такі зв'язки здійснювати часто, то уроки геометрії стануть змістовнішими, цікавішими й кориснішими, особливо для тих учнів, які більше люблять гуманітарні науки.

Шкільна геометрія повинна навчати дітей сприймати навколишній світ. Звичайно, було б неправильно вважати, що існує тільки матеріальна царина й вивчати тільки її об'єкти. Кожна людина має свій внутрішній світ — духовний, наповнений різними ідеальними образами, уявленнями, зокрема й геометричними поняттями та відношеннями. Філософам цікаво зіставляти такі два світи — матеріальний та ідеальний, створений людською свідомістю. Але тих, хто цікавиться подібними питаннями, серед учнів звичайних класів небагато. Для більшості важливіше досліджувати реальний простір. Ф. Клейн писав: *«Суть логічні концепції повинні становити, так*

би мовити, твердий кістяк організму математики, який забезпечує їй стійкість і достовірність. Та саме життя математики, найважливіші наведення і продуктивність стосуються переважно її прикладання, тобто взаємних відносин її абстрактних об'єктів з усіма іншими галузями. Вилучити з математики прикладання — це те саме, що шукати живу істоту з однією тільки кістковою основою, без м'язів, нервів і судин». Особливо це стосується геометрії.

Слід більше уваги приділити означенням геометричних понять. Добре організоване вивчення означень для розвитку логічного мислення дає учням не менше ніж доведення теорем. Логіка починається з понять, а не доведень. У шкільній геометрії багато понять мають спільні гнізда. І якщо ми хочемо, щоб учні краще (міцніше та глибше) засвоїли їх, корисно показувати ці великі гнізда понять і розкривати зв'язки між ними. Найкраще це робити, класифікуючи поняття, подаючи відповідні класифікації у вигляді діаграм Ейлера або дерев. І не тільки про геометричні поняття слід вести мову. Бажано наводити класифікаційні схеми й діаграми для геометричних відношень, величин тощо.

Структурно підручник подібний до підручника математики для 6 класу. Кожний його параграф містить обов'язковий для всіх теоретичний матеріал і додатковий — для зацікавлених. Є зразки розв'язання найважливіших видів вправ, добірки запитань, вправ для повторення. Завдання для вироблення навичок пропонуються двох рівнів: А і Б. У кожному параграфі підручника є практичні завдання. Усі вони неважкі й не потребують багато часу чи матеріалів. Вони дають можливість учням самостійно за допомогою експерименту встановити чи наочно зобразити багато геометричних фактів, а тому їх не слід уникати.

Авторський колектив у складі Г. П. Бевза, В. Г. Бевз, Д. В. Васильєвої, Н. Г. Владімірової, крім підручника і цього посібника для вчителів, підготував також «Зошит моїх досягнень» для оцінки трьох груп результатів (<https://vse.ee/clty>).

Про особливості модельної навчальної програми авторського колективу Бурда М. І., Тарасенкова Н. А., Васильєва Д. В.

Модельна програма «Геометрія. 7–9 класи» авторського колективу Бурда М. І., Тарасенкова Н. А., Васильєва Д. В. рекомендована Міністерством

освіти і науки України й розміщена на сайті ІМЗО за лінком <https://vse.ee/cltx>.

Вона складається з пояснювальної записки, основної та прикінцевої частин.

У пояснювальній записці до модельної програми уточнено компетентнісний потенціал математичної освітньої галузі в 7–9 класах, описано особливості змісту, структури й організації освітнього процесу.

Основна частина програми представлена в табличній формі, що містить три частини: очікувані результати навчання, пропонований зміст і види навчальної діяльності.

У частині «Очікувані результати навчання» конкретизовано знання змісту й процедурні знання залежно від змісту, що вивчається, а також деталізовано рівень опанування кожного з об'єктів засвоєння в межах теми.

У частині «Пропонований зміст» зазначено змістові питання, що вивчаються.

У частині «Види навчальної діяльності» вказано орієнтовний перелік видів навчальної діяльності, які дадуть змогу учням опанувати зазначений зміст навчання й досягти очікуваних результатів.

На початку кожного класу пропонується повторення матеріалу за попередній рік. Наприкінці програми кожного класу відведено час на узагальнення й систематизацію вивченого за поточний навчальний рік, а також наведено перелік задач практичного змісту, що можуть пропонуватися під час навчання, та зазначено, що бажано залучати учнів до дослідницької та проєктної діяльності. Перелік задач не обов'язковий для виконання, а є орієнтовним (учитель може обирати ті, які краще відповідають освітньому середовищу, пропонувати будь-які інші практичні задачі на власний розсуд). Також учитель може довільно добирати тематику й види дослідницьких і проєктних робіт, якими доповнюватиме освітній процес. Він самостійно визначає кількість таких робіт, час і умови їх проведення.

Зміст модельної навчальної програми з геометрії для 7–9 класів урахує компетентності учнів, здобуті в 5–6 класах, забезпечує наступність у навчанні геометрії, а також є достатнім для опанування інших навчальних дисциплін.

У модельній навчальній програмі розподіл змісту є орієнтовним. Учителям надається право коригувати послідовність вивчення навчального матеріалу, визначати теми й розподіляти години на їх вивчення залежно від прийнятої методичної концепції та конкретних навчальних ситуацій.

У змісті програми посилено практичну спрямованість навчання, перенесено акценти зі збільшення обсягу відомостей, призначених для засвоєння, на вироблення вмінь використовувати їх для досягнення певних цілей. Весь курс пронизує розв'язування задач практичного змісту, основними функціями яких є ілюстрація застосування геометричних знань, розвиток логічного мислення учнів.

Програмою передбачено *доступність учням навчального матеріалу*, яка досягається поєднанням логічної строгості та геометричної наочності. У зв'язку із цим пропонується зміст достатньо візуалізований і спирається на геометричну інтуїцію школяра, його життєвий досвід, що робить матеріал доступним.

Посилено зв'язки між планіметричними і стереометричними фігурами — на площині вони ілюструються як елементи просторових фігур, а в кінці курсу систематизуються початкові відомості стереометрії. Тобто просторові форми виступають як об'єкти, що ілюструють застосування й деяке узагальнення планіметричних фактів.

Передбачено послаблення аксіоматичної лінії та перенесення акцентів на наочну геометрію (аксіоми вводяться з опорою на життєвий досвід учнів). У програмі обрано конструктивний підхід до означення геометричних понять, що робить їх доступними. Означення поняття спирається або на малюнок, або побудову відповідної геометричної фігури, або на розгляд життєвої ситуації.

Більшу увагу звернено на *діяльнісний підхід до навчання геометрії*, який передбачає: постійне залучення учнів до різних видів навчально-пізнавальної діяльності, засвоєння не лише готових знань, а й способів цього засвоєння, способів міркувань, які застосовуються в геометрії, створення ситуацій, які стимулюють самостійні відкриття учнями геометричних фактів.

Спираючись на модельну навчальну програму, заклад освіти може розробляти власні навчальні програми, що мають містити опис результатів навчання в обсязі не меншому ніж визначено Державним стандартом і модельною навчальною програмою. Навчальні програми, розроблені на основі модельних навчальних програм, затверджує педагогічна рада закладу освіти. Приклади таких навчальних програм можна знайти на сайті «Якість освіти» в розділі «Навчально-методичне забезпечення» <https://vse.ee/cltz>

Особливості підручника «Геометрія. 7 клас» авторського колективу Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Д. В. Васильєва, Н. Г. Владімірова

Підручник геометрії для 7 класу авторського колективу Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Д. В. Васильєва, Н. Г. Владімірова створений за модельною програмою авторського колективу М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова, Д. В. Васильєва. Він створювався з урахуванням концепції Нової української школи, Концепції математичної освіти в Україні, Державних стандартів початкової і середньої освіти та інших державних документів з дотриманням найважливіших дидактичних принципів: науковості, доступності, наступності, систематичності навчання.

Підручник водночас є невід'ємним компонентом системи підручників 5–9 класів і незалежною самодостатньою дидактичною одиницею. Учні та вчителі, які в попередньому класі працювали за іншими підручниками, не відчуватимуть незручності чи незручності.

Підручник геометрії для 7 класу містить 4 розділи:

- Найпростіші геометричні фігури та їх властивості.
- Взаємне розташування прямих на площині.
- Трикутники.
- Коло і круг. Геометричні побудови.

У кінці підручника також містяться рубрики «Задачі і вправи на повторення», «Задачі підвищеної складності», «Проекти», «Історичні відомості», «Відповіді», «Предметний покажчик».

Навчальний матеріал розбито на розділи, підрозділи (параграфи) та блоки. Після кожного блоку учням пропонуються завдання з рубрик «Задачі за готовими малюнками», «Самостійні роботи», «Тестові завдання», «Типові завдання для контрольної роботи», «Запитання і завдання для самоконтролю», що допомагають провести самооцінювання чи взаємооцінювання. Учні також можуть використати ці рубрики для підготовки до написання робіт, що сприяє зниженню стресу та формуванню навичок планування, аналізу завдань (на складність чи впізнаваність), пошуку власних помилок тощо. Наявність цих рубрик у підручнику робить навчання відкритим, допоможе батькам і учням краще визначити перспективи навчання й оцінити досягнення з кожної теми. Ці задачі можуть також слугувати вчителю орієнтиром для складання власних письмових робіт.

За допомогою фотографій у рубриці «Геометрія навколо нас» учні можуть побачити широке використання геометричних фігур у довкіллі.

Кожен із параграфів підручника містить теоретичний матеріал у двох частинах: обов'язковий і додатковий під заголовком «Дізнайся більше». Найважливіше в обов'язковій частині виділено жирним і кольором чи розміщено на плашках, щоб учні зрозуміли, що найсуттєвіше і слід особливо добре запам'ятати.

Яскраве оформлення, невеликий обсяг теоретичного матеріалу, доступні приклади, унаочнені малюнками, також мають створити умови для формування в семикласників умінь самостійно працювати з теоретичним матеріалом. Стимулом до читання тексту параграфа слугують запитання в кінці теоретичної частини, що подаються в рубриці «Запитання і завдання для самоконтролю».

Щоб привчити учнів до систематичного опрацювання теоретичного геометричного матеріалу, учитель під час повідомлення домашнього завдання може наголошувати: «Прочитайте текст на с. 7–9. Спробуйте відповісти на запитання рубрики «Запитання і завдання для самоконтролю» (с. 10). Якщо є необхідність, прочитайте текст ще один раз. Складіть кожен свої запитання до прочитаного тексту. Наступний урок почнемо з відповідей на ці та інші запитання».

У кінці кожного розділу відводиться окрема сторінка для компактного подання основного теоретичного матеріалу рубрики «Головне в розділі». Ці сторінки допоможуть на уроках узагальнення й систематизації знань, а також слугуватимуть для учнів орієнтиром того, що вони мають знати.

Задачний матеріал підручника — великий за обсягом і зручний у використанні. Задачі і вправи мають суцільну нумерацію, а в кінці підручника до деяких подаються відповіді.

Задачі підручника різноманітні за вимогами умови (на обчислення, перетворення, дослідження, конструювання), за фабулами (абстрактні, прикладні, історичні), за видами діяльності (усні, письмові, практичні), за рівнями складності тощо. Деякі задачі рекомендовані для роботи в парах чи групах (але їх може розв'язувати й кожен учень окремо). Серед завдань є і завдання в тестовій формі, і завдання на відповідність. Деякі задачі подано у вигляді малюнків, що вимагає від учнів «зчитування інформації з малюнка».

Усі задачі і вправи до кожного параграфа структуровано у п'ять груп.

У рубриці «Виконаємо разом!» міститься кілька задач із розв'язаннями. Вони допоможуть

учням правильно виконувати домашнє завдання, мати орієнтир для оформлення задач, а батькам, за необхідності, — організувати необхідні консультації.

Рубрика «Виконай усно» містить задачі, розв'язування яких не вимагає ніяких записів. Але серед них є завдання різних рівнів — від найпростіших до творчих. Вони стануть у пригоді вчителю, зокрема, і для організації фронтального опитування кожного уроку. За їх допомогою можна суттєво збільшувати кількість розв'язаних на уроці задач, а також формувати в учнів математичну мову.

Задачі для письмового розв'язування, спрямовані на формування нових знань і вмінь, а також на загальний розвиток, поділяються на дві групи — Рівень А і Рівень Б. Задачі групи А відповідають початковому й середньому рівням навчальних досягнень, а тому їх повинні вміти розв'язувати всі учні. Задачі групи Б відповідають достатньому й високому рівням навчальних досягнень. У кожному з рівнів підкреслено завдання, рекомендовані для домашньої роботи, зазвичай до них є аналогічне завдання для розв'язування в класі.

У підручнику запропоновано значну кількість вправ, яких буде достатньо і для максимального тижневого навантаження. У вчителів не має бути на меті розв'язати всі або якомога більше завдань параграфа. Основна мета такої кількості завдань у підручнику — надати вчителю вибір. Саме за такого підходу є можливість створювати власну траєкторію руху класу чи окремих учнів.

Елементи розвивального підходу відображаються в підручнику завдяки залученню задач із логічним навантаженням (наприкінці параграфа з іконкою лабіринту) та підвищеної складності (у кінці підручника), створенню проблемних ситуацій тощо.

До кожного параграфа пропонуються також практичні завдання та задачі на повторення. Практичні завдання сприяють підвищенню мотивації учнів та кращому засвоєнню понять, а завдання на повторення спрямовані на повторення раніше вивченого матеріалу та актуалізацію опорних знань для наступного уроку.

Система задач забезпечує умови для формування визначених програмою компетентностей (учні можуть постійно закріплювати отримані знання й використовувати їх на практиці). Значна кількість завдань сформульована так, щоб сприяти розвитку комунікативної компетентності, уваги і пам'яті, практичних умінь тощо.

У підручнику є також і низка завдань, що посилюють міжпредметні зв'язки геометрії з іншими

дисциплінами. Наприклад, у кожному параграфі подано пару аналогічних завдань — одне українською мовою, а інше — англійською. Наприклад.

239. Побудуй перпендикулярні прямі a , c і точку M , яка лежить на відстані 3 см від прямої a і на відстані 1 см від прямої c .
240. Draw the perpendicular lines a , b and the point K , which lies at a distance of 2 cm from line a and 2 cm from line b .

Математичні терміни англійською, що трапляються в умовах завдань, зазвичай подано на початку кожного параграфа в рубриці «Ключові слова» й на початку розділу на шмуці.

У підручнику містяться й завдання, що сприяють міцнішим зв'язкам геометрії з інформатикою — це завдання на створення алгоритмів, написання чи прочитання блок-схем і частин кодів. Наприклад.

523. Поясни, яка градусна міра кута має стояти в частині коду, щоб кіт намалював рівносторонній трикутник в середовищі Scratch (мал. 14.10)?



Мал. 14.10

The image shows a Scratch code editor with a cat character and a triangle. The code blocks are: 'обрати олівць' (select pencil), 'краще 3' (better 3), 'перемістити на 150 кроків' (move 150 steps), 'позиток ? градусів' (turn ? degrees). The triangle is a blue outline with a cat character at one vertex.

Для проведення перших двох уроків на повторення геометричного матеріалу за 5–6 класи створено окремий набір завдань, поданий у QR-коді до підручника <https://vse.ee/clua>

Навчання геометрії має ґрунтуватися на засадах компетентнісного, діяльнісного, особистісно зорієнтованого, інтегративного та аксіологічного підходів. Відповідно підручник має максимально допомогти організувати навчання саме на цих засадах.

Засобом реалізації діяльнісного підходу в підручнику є система доцільних задач і вправ, у процесі розв'язування яких учні виконують певні дії, що поступово ускладнюються й урізноманітнюються. Для активізації навчально-пізнавальної діяльності в підручнику є завдання, пов'язані з конструюванням і дослідженням, зображенням і порівнянням, самостійним складанням задач тощо.

Підручник містить задачі для формування всіх заявлених у Державному стандарті навичок: дослідження ситуацій і виокремлення проблем; моделювання процесів і ситуацій, розроблення стратегій, планів дій; розвиток математичного

мислення та володіння математичною мовою; критичне оцінювання процесу та результату розв'язання.

Для ефективної реалізації основних функцій підручника в організації навчального процесу пропонується навчально-методичний комплект:

- 1) підручник;
- 2) методичний посібник для вчителя, який містить орієнтовне тематичне планування, розкриває методологічні та методичні особливості висвітлення окремих навчальних тем і подає рекомендації щодо проведення кожного уроку;
- 3) «Зошит моїх досягнень» для оцінювання учнів;
- 4) посібники для вчителя «Групові і парні форми роботи» та «Формувальне оцінювання»;
- 5) набір електронних презентацій до уроків.

У «Зошиті моїх досягнень» (автори: Бевз Г. П., Бевз В. Г., Васильєва Д. В., Владімірова Н. Г.) до кожної з навчальних тем подано самостійні й тематичні роботи, короткотривалі роботи для оцінки трьох груп результатів: «Опрацювання ситуацій та створення математичних моделей», «Розв'язування математичних задач», «Інтерпретація та критичний аналіз результатів», а також у QR-кодах містяться корекційні бланки й корекційні роботи. Детальніше про зошит у відео <https://vse.ee/clty>

Особливо стануть у пригоді вчителям презентації до уроків, розроблені Подгорною Тетяною Миколаївною — методистом, вчителем математики вищої категорії Полтавського ліцею № 10 імені В. Г. Кополєнка Полтавської міської ради. У цих презентаціях, окрім додаткового унаочнення теоретичного матеріалу і завдань із підручника, містяться додаткові завдання, що сприяють розвитку креативності учнів, а також завдання для розминки на початку уроку, для фізкультхвилинки всередині уроку та для рефлексії наприкінці уроку.

Посібники «Групові і парні форми роботи» та «Формувальне оцінювання» разом з іншими складовими навчально-методичного комплексу детально розкриває логіку подання навчального матеріалу і пропонує шляхи організації та методи здійснення навчально-виховного процесу, а тому стануть для вчителів помічником і опорою в роботі.

**Орієнтовне календарне планування за підручником «Геометрія. 7 клас»
авторського колективу Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Д. В. Васильєва, Н. Г. Владімірова**

На вивчення геометрії в 7 класі може відводитися від 1,5 до 2,5 год. Орієнтовне календарне планування розроблено відповідно до 2 год на тиждень. Учитель легко може внести корективи залежно від наявної в нього кількості годин. Також *учитель може змінити порядок вивчення тем і кількість годин, що відводяться на кожну тему.*

ПЕРШИЙ СЕМЕСТР

№ з/п уроку	К-ть год	Дата	Тема уроку
І ЧВЕРТЬ			
Повторення і систематизація матеріалу, вивченого в 5–6 класах (2 год) (навчальні матеріали подано в QR-коді)			
1	1		Планіметричні фігури. Периметр і площа прямокутника і квадрата
2	1		Стереометричні фігури. Їх назви, елементи та кількість. Об'єм прямокутного паралелепіпеда, куба і кулі
Найпростіші геометричні фігури та їх властивості (8 год) (навчальні матеріали подано в підручнику)			
3	1		Точки і прямі
4–5	2		Відрізки і їх довжини
6–7	2		Кути і їх міри. Види кутів. Бісектриса кута
8	1		Розв'язування задач. Самостійна робота
9	1		Тематичне робота
10	1		Аналіз тематичної роботи
Взаємне розташування прямих на площині (16 год)			
11–12	2		Суміжні кути. Їх властивості
13–14	2		Вертикальні кути. Їх властивості
15–16	2		Перпендикулярні і паралельні прямі. Перпендикуляр. Відстань від точки до прямої
ІІ ЧВЕРТЬ			
17	1		Кут між двома прямими, що перетинаються. Кути, утворені при перетині двох прямих січною.
18–19	2		Ознаки паралельності прямих
20–22	3		Властивості паралельних прямих
23	1		Аксіоми і теореми
24	1		Розв'язування задач. Самостійна робота
25	1		Тематична робота
26	1		Аналіз тематичної роботи
Трикутники. Ознаки рівності трикутників (23 год)			
27	1		Трикутник і його елементи
28–29	2		Сума кутів трикутника
30	1		Про рівність геометричних фігур
31–32	2		Проекти

ДРУГИЙ СЕМЕСТР

№ з/п уроку	К-ть год	Дата	Тема уроку
ІІІ ЧВЕРТЬ			
33–34	2		Перші дві ознаки рівності трикутників
35–36	2		Перші дві ознаки рівності трикутників
37	1		Розв’язування задач. Самостійна робота
38	1		Тематична робота
39	1		Аналіз тематичної роботи
40–42	3		Рівнобедрений трикутник
43–44	2		Третя ознака рівності трикутників
45–46	2		Нерівності трикутника
47–48	2		Прямокутний трикутник
49	1		Розв’язування задач. Самостійна робота
50	1		Тематична робота
51	1		Аналіз тематичної роботи
Коло і круг. Геометричні побудови (13 год)			
52	1		Коло і круг
ІV ЧВЕРТЬ			
53	1		Коло і круг
54–55	2		Геометричне місце точок
56	1		Коло і трикутник
57–58	2		Коло і трикутник. Дотична до кола та її властивість
59	1		Геометричні побудови
60–61	2		Задачі на побудову
62	1		Розв’язування задач. Самостійна робота
63	1		Тематична робота
64	1		Аналіз тематичної роботи
65–68	4		Повторення
69–70	2		Проекти

Частина 2.

Методичні рекомендації до уроків за підручником

Розділ І. Найпростіші геометричні фігури та їх властивості

У цьому розділі повторюються й уточнюються найважливіші геометричні поняття: *точка, пряма, площа, відрізок, промінь, кут, довжина відрізка, міра кута* та деякі інші. Корисно наголосити, що геометричною фігурою є будь-яка множина точок, зокрема довільна ляпка, кожне плетиво ліній, уся площа чи навіть увесь простір. Тільки деякі з них мають загальноприйняті назви (точка, відрізок, трикутник і т. д.).

У першому розділі напівжирним шрифтом виділено 5 тверджень, які згодом у § 9 будуть названі аксіомами. Формулювати вже тут усі аксіоми планіметрії немає потреби. Опрацьовуючи перший розділ, більше половини часу слід відводити для розв'язування задач і вправ. Учні бажано пропонувати якомога більше креслити прості геометричні фігури різними креслярськими інструментами, малювати від руки. Бажано розглянути вимірювальні, креслярські та допоміжні інструменти, що використовуються в геометрії. На перших уроках досить проаналізувати тільки найпростіші креслярські й вимірювальні інструменти, названі в підручнику, а з деякими іншими ознайомити учнів згодом, паралельно з вивченням відповідного матеріалу.

Уроки 1–2. Актуалізація опорних знань за курси 5–6 класів

Мета. Повторити й систематизувати знання учнів про планіметричні та стереометричні фігури з курсів 5–6 класів.

Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення теми учні мають пригадати відомості про планіметричні та стереометричні фігури, відомі їм на цей момент.

Методичні вказівки

Перший урок у 7 класі має бути насамперед організаційним і настановним. Якщо учитель

вперше зустрічається з новим класом, він має познайомитися з учнями, з'ясувати, чи всі вони мають потрібні підручники, посібники, креслярські інструменти тощо, а далі слід коротко розповісти про походження самого терміна *геометрія* і т. ін. Але докладно зупинятися на історії розвитку геометрії на першому уроці не варто.

Коротко описати зміст геометрії можна реченням, виділеним на с. 7 підручника. Однак не слід подавати його як строго математичне означення, пам'ятаючи, що геометрія як шкільний навчальний предмет істотно відрізняється від геометрії як частини сучасної математичної науки.

Перші уроки відведено на актуалізацію опорних знань із геометрії за 5–6 класи. І провести їх можна на основі матеріалів для повторення, що подані в QR-коді до підручника (під умовними позначеннями). Розроблено готові матеріали для проведення двох уроків, один із яких присвячений планіметричним фігурам (1–2 с.), а інший — стереометричним (3–4 с.). Матеріали містяться на сайті «Якість освіти» за лінком <https://vse.ee/clua>

Такий підхід до повторення на початку року допоможе зрозуміти наявність певних навчальних втрат, рівень досягнень окремих учнів і класу загалом.

Тобто для проведення перших 2 уроків підручник може й не використовуватися.

Для домашньої роботи після першого уроку можна дати завдання із запропонованих у QR-кодах, які не були розглянуті на уроці.

Урок 3. Точка і прямі

Мета. Повторити й систематизувати знання учнів про точки і прямі, сформулювати властивості розміщення точок на прямій.

Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення теми учні мають уміти наводити приклади геометричних фігур, описувати поняття *точка, пряма, промінь*; зображати їх, користуючись лінійкою чи косинцем; формулювати властивості розміщення точок на прямій.

Методичні вказівки

На цьому уроці доцільно ознайомити учнів зі структурою підручника.

Увесь матеріал першого розділу можна подавати у вигляді продовження повторення відомостей із попередніх класів, тобто здійснювати плавний перехід від 6 до 7 класу. Утім не слід забувати, що в 7 класі починається вивчення **систематичного курсу геометрії**. Тут треба ставити вищі вимоги до вивчення означень геометричних понять, їх класифікацій тощо. На кожному уроці бажано перевіряти, як діти засвоїли поняття і знають їх означення. Форми такої роботи можуть бути різними: математичний диктант, приклади з навколишнього середовища, абстрактні зображення, формулювання означень. Щоб учні відповідальніше ставилися до вивчення означення, можна залучати їх до такого виду роботи на уроці, як постановка запитання однокласнику. Якщо відповідне означення школяр не може сформулювати або допустить помилку, то його відповідь доповнює чи виправляє той, хто ставив запитання.

Виділені в підручнику три речення (властивості розташування точок на прямій) — це аксіоми. Бажано у процесі пояснення наголосити на них, повідомити, що пізніше ці речення називатимемо аксіомами. Але робити це не обов'язково.

З перших уроків бажано дбати про графічну культуру й культуру записів в учнівських зошитах, привчати учнівство до акуратного виконання малюнків і використання математичних символів. Із цією метою кілька вправ слід виконувати на дошці вчителю разом з учнями, а деякі вправи пропонувати для самостійного розв'язування в зошитах. У цей час у вчителя з'являється можливість надавати індивідуальну допомогу окремим учням і стежити за тим, чи правильно вони користуються креслярськими інструментами, чи акуратно виконують побудову, чи вміють використовувати символи.

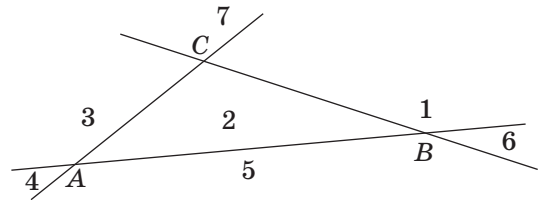
Розв'язувати задачі групи Б можна починати на чернетці, оскільки не завжди перший малюнок задовольнятиме умову задачі.

Пояснимо, як семикласники можуть розв'язати, наприклад, таку задачу.

Накресліть три прямі AB , BC і AC . На скільки частин розбивають ці прямі площину?

Учні насамперед мають зрозуміти, що дві перші прямі мають спільну точку B , перша і третя — точку A , а друга і третя — точку C . Накресливши прямі AB , BC і AC (мал. 1), вони можуть безпосередньо порахувати, на скільки частин площина розділяється цими прямими, і дати відповідь: 7.

Таке розв'язання на цьому етапі навчання слід вважати правильним.

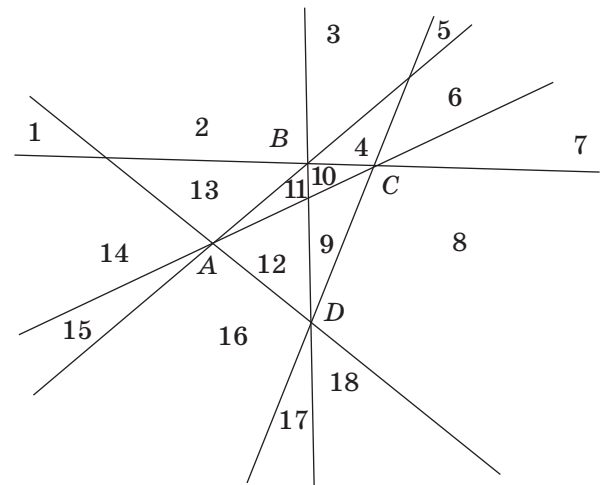


Мал. 1

Таким способом можна розв'язувати й наступну задачу.

Позначте чотири точки так, щоб ніякі три з них не лежали на одній прямій. Скільки існує прямих, що проходять через будь-які дві із цих точок? На скільки частин розбивають ці прямі площину?

Ця задача набагато важча, бо потребує обмірковування трьох можливих випадків. Якщо серед шести накреслених прямих дві пари виявляться паралельними, то матимемо 16 частин, якщо одна пара, то 17 частин, якщо жодної пари — 18 частин (мал. 2).



Мал. 2

Вимагати від семикласників громіздких записів, повних пояснень до розв'язуваних задач не слід, бо для багатьох це непосильно і значно гальмувало б їх просування в опануванні геометрії. Тому в окремих випадках можна дозволити тільки малювати відповідний малюнок і виконувати найнеобхідніші записи. Звичайно, учнів бажано заохочувати супроводжувати розв'язання задач короткими словесними чи символічними записами, обґрунтуваннями, але привчати до цього слід поступово.

Чи до кожної геометричної задачі слід зображати відповідний малюнок і писати коротку умову? Не обов'язково. Багато планіметричних і навіть стереометричних задач можна розв'язати, не звертаючись до малюнка. Наприклад, щоб знайти площу квадрата, периметр, якого дорівнює 40 см, квадрат креслити не обов'язково. Учитель має обирати «золоту середину» — доцільно й раціонально поєднувати розв'язування різних видів задач: усні, задачі за готовими малюнками або ті, що можна розв'язувати без малюнка, і такі, до яких обов'язково слід виконати один чи кілька малюнків.

Радимо на перших уроках не уникати усних задач і задач на зображення. Вони сприяють розвитку математичної мови і графічної культури учнів, допомагають краще засвоювати нові геометричні символи й терміни.

Робота з матеріалом підручника

- Для роботи вдома: § 1; № 10, 12, 15, 21.

Вказівки до розв'язування задач

- | | | | |
|-------|--------|--------|----------|
| 3. Н. | точка | пряма | площина |
| Р. | точки | прямої | площини |
| Д. | точці | прямій | площині |
| З. | точку | пряму | площину |
| О. | точкою | прямою | площиною |
| М. | точці | прямій | площині |
| К. | точко | пряма | площино |

7. Ні, бо взаємно доповняльні промені мають тільки одну спільну точку, а не цілий відрізок KP .

11. Ця задача є стереометричною. Учні відповідають інтуїтивно.

а) Точки A , H , K і B лежать на стіні, тобто належать площині стіни кабінету. Пряма AB (AH чи HV) також належить площині стіни.

А ось точка C , яка лежить на поверхні столу, не належить площині стіни. Також їй не належить пряма b , що проходить по підлозі.

16. Запропонуйте завдання для виконання в парі за технологією «Подумай-пари-поділись». Учні спершу самостійно обдумують відповідь, обговорюють її в парі, а потім кілька пар презентують результати класу. У цьому випадку школярі мають помітити, що точка P належить і одній, і іншій прямій. Тобто прямі перетинаються в точці P .

18. Не належить. Бо коли б точка C належала прямій AB , то всі три згадувані прямі суміщалися б в одну. Коли ж сказано, що прямі AB і AC перетинаються, то вони не суміщаються, а мають тільки одну спільну точку.

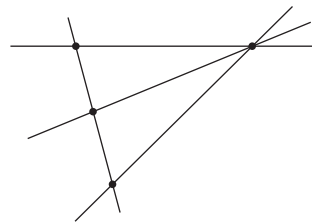
19. Побудовану пряму можна назвати: KP , PT , KT , PK , TP чи TK .

27. Пряма ділить площину на дві частини (півплощини). Тут не треба надто доскіпливо вникати в тонкощі філософії математики. Насправді точки площини, якій належить пряма, становлять три різні множини: 1) точки прямої; 2) точки однієї відкритої півплощини без її граничних точок; 3) точки другої відкритої півплощини. Кожна з півплощин мислиться разом із точками прямої. Але семикласникам про це говорити рано. Інтуїтивно вони можуть пряму уявляти як лінію розрізу: перерізавши аркуш паперу ножом по прямій, отримують дві частини аркуша разом з їх межами й нічого більше.

Дві прямі на площині можуть розбивати площину на 3 частини (смугу і 2 півплощини) або на 4 частини (кути).

26. Завдання можна запропонувати для пари учнів. Доцільно результати кількох пар зобразити на дошці. Зверніть увагу дітей на словосполучення «через кожні дві точки».

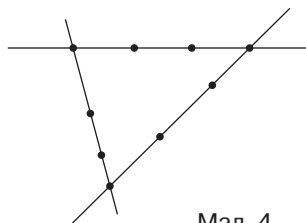
Один із прикладів подано на малюнку 3.



Мал. 3.

29. 6 см — це довжина трьох сторін квадрата. Довжина однієї сторони 2 см, тому периметр квадрата дорівнює 8 см.

32. Якби прямі не перетинались у зазначених точках, то загалом на 3 прямих було б позначено 12 точок. Оскільки їх позначено 9, то 3 точки мають належати кільком прямим. Наприклад (мал. 4).



Мал. 4.

Уроки 4–5. Відрізки і їх довжини

Мета. Повторити й систематизувати відомості про відрізки та їх довжини, сформулювати властивості вимірювання відрізків.

Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення теми учні вміють наводити приклади відрізків, будувати їх, знаходити довжини відрізків і відстані, порівнювати їх.

Методичні вказівки

Кінці відрізка належать даному відрізку. Чому пропонується таке трактування? Тому що всі матеріальні відрізки (відрізки дроту, палиці, труби тощо) мають свої кінці, бо відрізок без кінців дитині навіть уявити важко. І у вищій математиці відрізків, на відміну від інтервалу, мислиться з кінцями.

Бажано уточнити, що означає вислів «відрізки перетинаються». Два відрізки або промені перетинаються, якщо кожний із них має спільну внутрішню точку. А, наприклад, сторони кута мають спільну точку, але не перетинаються. І якщо кути AOB і BOC суміжні, то точка O спільна для прямої AC і променя OB , але цей промінь не перетинається з прямою OC . Таке трактування прийняте в сучасній геометрії, бо воно найзручніше.

Тим, хто хоче знати більше про метрологію, можна повідомити про одиниці довжин, якими користувалися українці ще сто років тому (п'ядь, лікоть, аршин, сажень, берета), які використовують тепер в англійських країнах (дюйм, фут та ін.). 1 дюйм = 2,5 см. Але багато часу на уроці на таку додаткову інформацію відводити не слід. Краще запропонувати творче завдання: разом із батьками з'ясувати, що означає одна із цих мір довжини, де вона використовується чи використовувалася, навести конкретний приклад з історії чи художньої літератури.

Робота з матеріалом підручника

На першому уроці

- Для роботи вдома: § 2; № 49, 55, 57, 59.

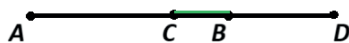
На другому уроці

- Для роботи вдома: § 2; № 64, 65, 68, 70.

Вказівки до розв'язування задач

42. Відрізок KP пряму c не перетинає. Пряма KP пряму c може перетинати або не перетинати (якщо $KP \parallel c$).

48. Спільною частиною відрізків AB і CD є відрізок CB (мал. 5).



Мал. 5

51. Для підвищення мотивації учнів запропонуйте цю прикладну задачу для групи з трьох учнів. Вони мають прочитати умову, обговорити її, розподілити підзавдання між собою, розв'язати їх, а потім за годинниковою стрілкою обмінятися розв'язаннями й перевірити одне одного. Потім кілька груп можуть представити свої результати.

54. Моделлю до цієї задачі є пряма з трьома точками на ній, позначимо на малюнку ці точки латинськими літерами (мал. 6).



Мал. 6

Відстань між цими точками учні мають визначити внаслідок вимірювання й застосування знань про масштаб. Зверніть увагу, що довжини вимірених відрізків будуть у сантиметрах (чи міліметрах). Відповідно після того, як діти помножать добути значення на 450 000, вони отримають відповідь про реальну відстань між пунктами в сантиметрах. Її доцільно потім перевести в кілометри.

62. Важливо, щоб учні зробили модель до цієї задачі, тобто побудували малюнок (мал. 7).



Мал. 7

1 – В, 2 – А, 3 – Г

Учні можуть дії не записувати, але в такому випадку має бути намальовано 3 малюнки і на кожному позначено довжини відрізків.

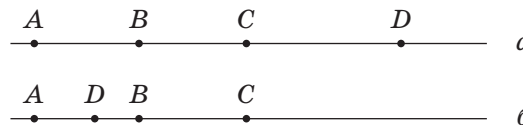
63. а) $XC = 3,2$ дм, $CY = 1,6$ дм. Треба знайти два числа за їх сумою і різницею.

66. Задачу зручно запропонувати для роботи в групах. Учні можуть спершу обговорити шляхи розв'язування задачі, а кілька груп презентують їх класу. Потім учні розподілять між собою підзавдання й виконають їх самостійно. У межах груп відбудеться перевірка.

Під час презентації різних шляхів розв'язання кожної з груп доцільно звернути увагу, що в умові не сказано, що точки лежать на одній прямій. Тобто учні можуть перевіряти не лише умову про те, чи буде довжина одного з відрізків дорівнювати сумі довжин двох, а й чи буде довжина кожного з відрізків меншою за суму довжин двох інших. Школярі, які навчалися за іншою модельною програмою і не знайомі з нерівністю трикутника, можуть дійти цього інтуїтивно, будуючи відрізки заданої довжини.

72. 13 дм або 7 дм.

73. 24 м або 4 м (мал. 8).



Мал. 8

76. Спочатку можна виконати побудови наближено, користуючись масштабною лінійкою. Потім бажано запропонувати учням подумати, як виконувати побудови циркулем і лінійкою. Якщо

ніхто не здогадається, як це зробити, учитель може пояснити. Це — пропедевтика до теми, яка вивчатиметься пізніше.

77. Відкласти від однієї точки відрізок 3 см і 4 см (відрізок між позначками 7 см і 3 см). Довжина відрізка між кінцями цих відрізків становитиме 1 см.

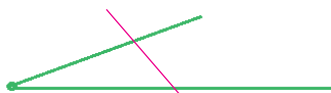
Уроки 6–7. Кути і їх міри

Мета. Повторити й систематизувати знання учнів про кути та їх вимірювання, сформулювати властивості вимірювання кутів.

Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення теми учні мають уміти наводити приклади кутів, зображати гострі, прямі, тупі й розгорнуті кути, знаходити міру кута, формулювати властивості вимірювання кутів та застосовувати їх до розв’язування задач.

Методичні вказівки

Під кутом часто розуміють фігуру, яка складається з двох променів, що виходять з однієї точки. Отже, це — деяка лінія. Ще частіше під кутом розуміють частину площини, обмежену двома променями, що виходять з однієї точки. Іноді запитують: яке із цих двох означень правильне? З погляду науки правильні обидва, бо в геометрії і першу фігуру, і другу називають кутом. Слово *кут* має багато різних значень. Подібно до того, як висотою трикутника ми називаємо і певний відрізок (геометричну фігуру), і довжину цього відрізка (величину), квадратом називаємо і певну замкнену ламану, і частину площини, обмежену такою ламаною, так само і кутом називаємо дві істотно різні геометричні фігури. Інша справа, як тлумачити це поняття на перших уроках геометрії. Тракувати кут як лінію? Тоді не можна коректно пояснити, що означає «поділити кут на частини». Адже якщо під кутом розуміти лінію, складену з двох променів, то, поділивши такий кут на дві рівні частини, отримаємо не два кути, а два промені. А поділити такий кут, наприклад, на 4 рівні частини взагалі не можна. Кут як лінію можна поділити на 2 відрізки і 2 промені (мал. 9). Поділяючи кут на рівні кути, ділять частину площини, обмежену двома променями.



Мал. 9

Кут як лінія розбиває площину на дві частини: опуклу і неопуклу (якщо цей кут не розгорнутий). Об’єднання кута як лінії та однієї із цих частин площини — це істотно інша фігура, але її також

називають кутом. Іноді таку фігуру називають плоским кутом, але такий термін невдалий, бо і кут як лінія — фігура плоска, оскільки лежить в одній площині.

Слово *кут* входить до багатьох складених термінів: *двогранний кут*, *тригранний кут*, *многогранний кут*, *тілесний кут* тощо. Семикласникам про це краще не говорити, але вчитель має розуміти, що, наприклад, двогранний кут — не кут, бо не задовольняє означення кута.

Кутом називають і деяку величину — кількісну характеристику взаємного розташування двох прямих, променів, площин, векторів, поворотів тощо. Семикласники мають ознайомитися з поняттям *кут між прямими*. Уже в 7 класі, говорячи, наприклад, про суму кутів трикутника, під кутом розуміють не фігуру (множину точок), а відповідну величину, міру кута. Деякі автори цю величину називають *градусною мірою кута*. Але кути можна вимірювати не тільки градусами, а й мінутами, секундами, радіанами, румбами тощо, тому обмежуватися тільки градусною мірою кута не бажано. Чи коректно було б, якби у фізиці користувалися лише, наприклад, кілограмовою мірою маси?

Раніше семикласники розглядали тільки кути, не більші від розгорнутих. Це доречно, якщо основним завданням геометрії вважати побудову найпростішого аксіоматичного курсу. Коли ж ми хочемо дати учням таку геометрію, яка відповідала б навколишньому світу, то маємо розглядати різні кути. Хоча на перших уроках основну увагу слід звертати на кути, не більші від розгорнутих, усе-таки не слід наголошувати, що градусна міра кута не може бути більшою за 180° . Міра *кута* може бути в межах від 0° до 360° . Міра *обертання* може бути й більшою за 360° і навіть виражатися від’ємним числом (якщо обертання здійснюється в напрямку, протилежному до додатного). Але семикласникам про це не треба говорити, досить повідомити той мінімум, що є в підручнику.

Звичайно на практиці кути в горизонтальній площині вимірюють *астролябією*, у вертикальній — *екліметром* (мал. 10). Існує багато різних приладів: кутоміри, астролябії, теодоліти тощо. Прямі кути на місцевості можуть провішувати за допомогою *екера*.



Мал. 10

Для реалізації діяльнісного підходу доцільно запропонувати учням практичні завдання, подані в підручнику.

Як домашнє завдання до першого уроку теми можна запропонувати тести на перевірку розуміння учнями запропонованих тем (с. 35 у підручнику). Тоді на початку другого уроку доцільно перевірити правильність виконання цих завдань.

Відповіді до тестових завдань № 1

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Відповідь	в	в	а	а	б	г	а	в	в	б

Робота з матеріалом підручника

На першому уроці

- Для роботи вдома: § 3; № 90, 92, 97, с. 35.
На другому уроці
- Для роботи вдома: § 3; № 102, 104, 105, с. 34.

Вказівки до розв'язування задач

91. Розгорнутим такий кут не може бути, бо дані точки не лежать на одній прямій.

94. $135' = 60' \cdot 2 + 15' = 2^\circ 15'$.

96. Завдання спрямоване на перевірку прочитання малюнків і складання рівнянь. Рівняння до першого малюнка: $x + 50^\circ = 90^\circ$ або $x + 50^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.

105. За 30 хв хвилинка стрілка повертається на 180° , за 10 хв — на 60° , за 20 хв — на 120° .

106. За годину годинна стрілка годинника повертається на 30° , тому за 0,5 год — на 15° , за 5 хв — на $2,5^\circ$.

107. Повідомлення 1: OK — внутрішній промінь.

Повідомлення 2: OA — внутрішній промінь.

Повідомлення 3: OB — внутрішній промінь.

108. Запропонуйте групі з трьох учнів обговорити завдання, зробити малюнок до нього, а потім перерозподілити підзавдання й самостійно їх розв'язати. Перевірка може здійснюватися всередині групи. Доцільно запропонувати презентувати кільком групам свої результати.

110. $\angle KOM = 90^\circ - 40^\circ - 30^\circ = 20^\circ$.

116. У 4 рази.

118. Кут KOP складається з половин кутів AOM і MOB , тому становить половину прямого кута, тобто 45° .

119. $\angle MOK = \angle KOV = 40^\circ$, $\angle AOM = 150^\circ - 2 \cdot 40^\circ = 70^\circ$.

121. Можливі два випадки. Якщо OA — внутрішній промінь кута MOB , то $\angle AOB = 30^\circ$. Якщо OA — не внутрішній промінь кута MOB , то $\angle AOB = 90^\circ$.

128. б) На одній прямій, бо $10 \text{ см} + 35 \text{ см} = 45 \text{ см}$.

в) На одній прямій, бо $AC + BC = AB$.

Наприкінці другого уроку учням можна запропонувати тестування за варіантами, аналогічне до того, яке вони виконували вдома на попередньому уроці.

Найпростіші геометричні фігури

Тестові завдання № 1

Варіант I

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8
Відповідь								

1. Прямі a і b перетинаються в точці A , точка M лежить на прямій b . Яке з тверджень хибне?

А $A \in a$

В $M \notin a$

Б $A \notin b$

Г $M \in b$

2. На скільки частин ділять площину два промені, що виходять з однієї точки?

А 2

В 4

Б 3

Г 6

3. Яка з трьох точок лежить між двома іншими, якщо $AB = 3 \text{ см}$, $AC = 10 \text{ см}$, $BC = 7 \text{ см}$?

А A

В C

Б B

Г жодна

4. A — середина відрізка MN , B — середина відрізка AN . Знайдіть AB , якщо $MN = 12 \text{ см}$.

А 6 см

В 24 см

Б 4 см

Г 3 см

5. M — внутрішня точка відрізка AB , $BM = 9 \text{ см}$, $AB = 13 \text{ см}$. Знайдіть AM .

А 21 см

В 11 см

Б 4 см

Г 5 см

6. OC — бісектриса $\angle AOB$. Знайдіть $\angle AOB$, якщо $\angle AOC = 20^\circ$.

А 40°

В 10°

Б 20°

Г 60°

7. Який із променів внутрішній, якщо $\angle AOB = 70^\circ$, $\angle BOC = 30^\circ$, $\angle AOC = 100^\circ$?

А OA

В OC

Б OB

Г жодний

8. Промінь OC лежить поза кутом AOB . $\angle AOC = 80^\circ$, $\angle BOC$ у 4 рази менший. Знайдіть $\angle AOB$.

А 20°

В 100°

Б 160°

Г 60°

Найпростіші геометричні фігури

Тестові завдання № 1

Варіант II

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8
Відповідь								

1. Прямі a і b перетинаються в точці A , точка K лежить на прямій a . Яке з тверджень хибне?

А $K \in a$

В $A \in a$

Б $K \in b$

Г $K \notin b$

2. На скільки частин ділять площину три прямі, що перетинаються в одній точці?

А 2

В 4

Б 3

Г 6

3. Яка з трьох точок лежить між двома іншими, якщо $MN = 6$ см, $NK = 9$ см, $MK = 3$ см?

А M

В K

Б N

Г жодна

4. M — середина відрізка AB , N — середина відрізка AM . Знайдіть AB , якщо $MN = 4$ см.

А 8 см

В 12 см

Б 16 см

Г 2 см

5. O — внутрішня точка відрізка AB , $AO = 5$ см, $AB = 13$ см. Знайдіть OB .

А 18 см

В 8 см

Б 9 см

Г 7 см

6. OC — бісектриса $\angle AOB$. Знайдіть $\angle AOC$, якщо $\angle AOB = 80^\circ$.

А 20°

В 160°

Б 40°

Г 50°

7. Який із променів внутрішній, якщо $\angle AOM = 30^\circ$, $\angle BOM = 40^\circ$, $\angle AOB = 70^\circ$?

А OA

В OM

Б OB

Г жодний

8. OC внутрішній промінь $\angle AOB$. $\angle AOC = 30^\circ$, $\angle BOC$ на 20° більший. Знайдіть $\angle AOB$.

А 50°

В 80°

Б 10°

Г 20°

Найпростіші геометричні фігури

Тестові завдання № 1

Варіант III

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8
Відповідь								

1. Прямі a і b перетинаються в точці M , точка N лежить на прямій b . Яке з тверджень хибне?

А $M \in a$

В $N \in b$

Б $N \in a$

Г $N \notin a$

2. На скільки частин ділять площину три промені, що виходять з однієї точки?

А 2

В 4

Б 3

Г 6

3. Яка з трьох точок лежить між двома іншими, якщо $AB = 5$ см, $AC = 12$ см, $BC = 7$ см?

А A

В C

Б B

Г жодна

4. A — середина відрізка MN , B — середина відрізка AN . Знайдіть BN , якщо $MN = 16$ см.

А 6 см

В 32 см

Б 4 см

Г 2 см

5. M — внутрішня точка відрізка AB , $AM = 5$ см, $AB = 7$ см. Знайдіть BM .

А 6 см

В 2 см

Б 3 см

Г 2 см

6. OC — бісектриса $\angle AOB$. Знайдіть $\angle AOB$, якщо $\angle COB = 50^\circ$.

А 25°

В 75°

Б 100°

Г 150°

7. Який із променів внутрішній, якщо $\angle AOB = 60^\circ$, $\angle BOC = 20^\circ$, $\angle AOC = 40^\circ$?

А OA

В OC

Б OB

Г жодний

8. Промінь OC лежить поза кутом AOB . $\angle BOC = 20^\circ$, $\angle AOC$ у 3 рази більший. Знайдіть $\angle AOB$.

А 60°

В 40°

Б 15°

Г 150°

Найпростіші геометричні фігури

Тестові завдання № 1

Варіант IV

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8
Відповідь								

1. Прямі a і b перетинаються в точці O , точка P лежить на прямій a . Яке з тверджень хибне?

А $P \in a$

В $O \notin a$

Б $O \in a$

Г $P \notin b$

2. На скільки частин ділять площину дві прямі, що не перетинаються?

А 2

В 4

Б 3

Г 6

3. Яка з трьох точок лежить між двома іншими, якщо $MN = 7$ см, $MK = 4$ см, $NK = 11$ см?

А M

В K

Б N

Г жодна

4. M — середина відрізка AB , N — середина відрізка AM . Знайдіть AB , якщо $AN = 2$ см.

А 4 см

В 8 см

Б 6 см

Г 11 см

5. O — внутрішня точка відрізка AB , $AB = 17$ см, $BO = 5$ см. Знайдіть AO .

А 12 см

В 10 см

Б 21 см

Г 11 см

6. OC — бісектриса $\angle AOB$. Знайдіть $\angle COB$, якщо $\angle AOB = 70^\circ$.

А 70°

В 30°

Б 140°

Г 35°

7. Який із променів внутрішній, якщо $\angle AOM = 70^\circ$, $\angle BOM = 30^\circ$, $\angle AOB = 30^\circ$?

А OA

В OM

Б OB

Г жодний

8. OC — внутрішній промінь $\angle AOB$. $\angle AOC = 50^\circ$, $\angle BOC$ на 20° більший. Знайдіть $\angle AOB$.

А 70°

В 120°

Б 30°

Г 20°

Урок 8. Розв'язування задач і вправ. Самостійна робота

Мета. Систематизувати основні знання учнів про найпростіші геометричні фігури. Перевірити, як вони засвоїли теоретичний матеріал і як уміють застосовувати його на практиці.

Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення тем учні мають навчитися: наводити приклади геометричних фігур; описувати точку, пряму, відрізок, промінь, кут; формулювати: означення рівних відрізків, рівних кутів, бісектриси кута, властивості розміщення точок на прямій, вимірювання відрізків і кутів; знаходити довжину відрізка, градусну міру кута; зображати за допомогою креслярських інструментів геометричні фігури; застосовувати вивчені означення і властивості до розв'язування задач.

Методичні зауваження та поради

Урок бажано розпочати з усних завдань, скориставшись вправами з підручника чи іншими, дібраними для конкретного класу. Потім доцільно розглянути розв'язування вправ, які викликали в учнів труднощі під час виконання домашнього завдання.

І також можна провести аналіз помилок, які були допущені під час написання тестових завдань (якщо вони були запропоновані).

У підручнику на с. 34 наведено орієнтовні завданнями для самостійної роботи, розміщені в рубриці «Спробуй свої сили!». Якщо не було запропоновано такого роду завдання додому, можна провести самостійну роботу на уроці за допомогою цих завдань. Запропонуйте учням написати цю самостійну роботу у класі. Одразу повідомте, що вони її пишуть для себе, щоб розуміти, з якими завданнями впораються, а яким темам ще бажано приділити увагу.

Ми пропонуємо після того, як учні написали саме цю самостійну, провести взаємооцінювання. Діти обмінюються зошитами, виділяють помилки одне одного, обговорюють їх, потім повертають зошити. Учитель озвучує правильні відповіді, щоб учні мали змогу себе перевірити. Запитайте, чи потрібно розглянути якісь із цих завдань у класі.

Відповіді до самостійної роботи № 1

Варіант	Завдання			
	1	2	3	4
I	10 см	65°	13 см або 5 см	20° і 60°
II	12 см	100°	16 см або 4 см	25° і 45°
III	11 см	30°	10 см або 4 см	40° і 60°
IV	12 см	80°	17 см або 7 см	45° і 75°

Якщо самостійна робота на с. 34 була запропонована на домашнє опрацювання, то після розгляду результатів її написання запропонуйте учням аналогічну роботу, що розміщена в «Зошиті моїх досягнень», с. 2—3.

Крім того, після цих самостійних робіт учитель може запропонувати учням:

- роботу над помилками, яку зручно здійснити за допомогою відповідного бланка із «Зошита моїх досягнень» (Корекційний бланк 1 — для роботи над помилками, що були в самостійних роботах);
- корекційну роботу, що за структурою і змістом є аналогічною до тієї, яку вже виконували діти.

Наприклад, учитель може запропонувати учням у відповідному бланку заповнити рядки для тих завдань, у яких було допущено помилки, а потім ще й виконати аналогічні завдання з корекційної роботи (або й усю корекційну роботу).

На основі якісної роботи над помилками й виконання завдань корекційної роботи вчитель може скоригувати оцінку за самостійну роботу.

Такий підхід дає змогу учням усвідомлено аналізувати та критично оцінювати виконані ними письмові роботи й навчатися на власних помилках.

Для підготовки до тематичного оцінювання запропонуйте дітям удома виконати завдання з рубрики «Типові задачі до тематичного контролю» на с. 36.

Урок 9. Тематична робота № 1 (розв'язування математичних задач)

Мета. Перевірити, як учні засвоїли теми «Точки і прямі», «Відрізки і їх довжини», «Кути і їх міри» та визначити рівень навчальних досягнень. Результати довести до відома учнів і їхніх батьків.

Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення тем учні мають навчитися: наводити приклади геометричних фігур; описувати точку, пряму, відрізок, промінь, кут; формулювати: *означення* рівних відрізків, рівних кутів, бісектриси кута, *властивості* розміщення точок на прямій, вимірювання відрізків і кутів; знаходити довжину відрізка, градусну міру кута; зображати

за допомогою креслярських інструментів геометричні фігури; застосовувати вивчені означення і властивості до розв'язування задач.

Методичні вказівки

Бал, отриманий кожним учнем за тематичну роботу має відображати реальні досягнення в опануванні конкретної теми і супроводжуватися коментарями вчителя щодо можливостей покращення успіхів учнів.

Учням можуть пропонуватися різні види тематичних робіт: усне опитування, комп'ютерне тестування, письмові роботи. Також треба обов'язково враховувати індивідуальні особливості учнів та їх навчальну діяльність під час вивчення тем. Тестування можна проводити за допомогою індивідуальних тестів. Якщо є можливість, бажано створити банк відповідних завдань і проводити тестування за допомогою комп'ютера. Усне опитування й тестування можна проводити як на уроках, так і в позаурочний час, зручний для учнів і вчителя. Окремі учні можуть бути звільненими від таких робіт.

Учитель наприкінці семестру має оцінити три групи результатів кожного учня. Пропонуємо оцінювати всі ці групи в кожній із чвертей за допомогою двох письмових робіт. На цьому уроці пропонуємо провести першу роботу орієнтовану на оцінку групи «Розв'язування математичних задач» (друга група результатів). Завдання, аналогічні до поданих у підручнику, містяться в посібнику «Зошит моїх досягнень» і також дають змогу оцінити другу групу результатів. Додаткові завдання в цій роботі є необов'язковими й дають змогу учням заробити окремо ще одну оцінку.

Пропонуємо вчителю під час перевірки роботи не лише залишати коментарі чи бали в роботі, а й роздрукувати для кожного учня бланк, де зробити відповідні відмітки в таблиці. Таке додаткове формувальне оцінювання письмової роботи допоможе детальніше інформувати батьків і самого учня щодо успіхів у математиці.

Тобто після перевірки роботи вчитель заповнює таблицю (див. нижче) для кожного учня. Вибирає один із чотирьох стовпчиків до кожного завдання і ставить у ньому галочку (чи інший символ).

Тематичне оцінювання № 1. Найпростіші геометричні фігури
Оцінювання групи результатів «Розв'язування математичних задач»
Прізвище, ім'я учня _____

	Форма	Виконує правильно	Допускає незначні помилки	Допускає помилки	Не виконав / не виконала
№ 1. Знаходження довжин відрізків, якщо відоме розташування трьох точок на прямій	Тест				
№ 2. Створення малюнка за умовою і порівняння мір утворених кутів					
№ 3. Визначення, яка з трьох точок лежить між двома іншими					
№ 4. Побудова малюнка кута і його внутрішнього променя та знаходження мір утворених кутів	Відповідність				
№ 5. Побудова точок і прямої, що задовольняють певні умови					
№ 6. Знаходження міри одного з кутів, що утворюється заданим кутом та двома його внутрішніми променями					
№ 7. Знаходження довжини відрізка, якщо відомі довжини окремих частин					
№ 8. Знаходження міри кута, що залежить від конфігурації					
Додаткове завдання					
Дослідження належності точки відрізка за певних умов					

Ми пропонуємо не давати учням домашнє завдання після написання тематичної роботи.

У вчителів часто виникає запитання: як оформлювати перші письмові роботи з геометрії? Бажано дотримуватися здорового глузду, вимог програми і критеріїв оцінювання навчальних досягнень учнів. Оформлення розв'язання задач самостійної роботи в зошитах може мати, наприклад, такий вигляд (тексти завдань, що є в підручнику, можна не переписувати).

Варіант I

1. Оскільки C — внутрішня точка відрізка AB , то $AB = AC + CB$.

$AC = 6$ см, $CB = 6 - 2 = 4$ (см). Отже, $AB = 6 + 4 = 10$ (см).

Відповідь. $AB = 10$ см.

2. Оскільки OC — бісектриса $\angle AOB$, то $\angle BOC = \angle COA$.

Отже, $\angle BOC = 0,5\angle AOB = 130^\circ : 2 = 65^\circ$.

Відповідь. $\angle BOC = 65^\circ$.

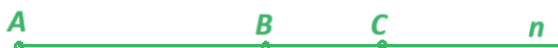
3. Дано: $A \in n$, $B \in n$, $C \in n$.

$AB = 9$ см, $BC = 4$ см.

Знайти: AC .

Розв'язання

Перший випадок.



$$AC = AB + BC = 9 + 4 = 13 \text{ (см)}.$$

Другий випадок.



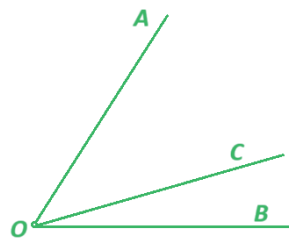
$$AC = AB - BC = 9 - 4 = 5 \text{ (см)}.$$

Відповідь. $AC = 13$ см або $AC = 5$ см.

4. Дано: $\angle AOB = 80^\circ$;

$$\angle AOC = 3\angle COB.$$

Знайти: $\angle AOC$ і $\angle COB$.



Розв'язання

Перший спосіб. $\angle AOC = (80^\circ : 4) \cdot 3 = 60^\circ$;

$$\angle COB = (80^\circ : 4) \cdot 1 = 20^\circ.$$

Другий спосіб. Якщо $\angle COB = x$, то $\angle AOC = 3x$;

$$3x + x = 80^\circ, \quad 4x = 80^\circ, \quad x = 20^\circ;$$

$$\angle COB = x = 20^\circ, \quad \angle AOC = 3x = 60^\circ.$$

Відповідь. $\angle COB = 20^\circ$; $\angle AOC = 60^\circ$.

Урок 10. Аналіз тематичної роботи. Короткотривала робота № 1 (Опрацювання ситуації та створення математичних моделей, інтерпретація і критичний аналіз результатів)

Мета. Проаналізувати виконання попередньої письмової роботи. Здійснити корекцію знань і вмінь учнів із вивчених тем.

Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення тем школярі мають уміти: наводити приклади геометричних фігур; описувати точку, пряму, відрізок, промінь, кут; формулювати: означення рівних відрізків, рівних кутів, бісектриси кута, властивості розміщення точок на прямій, вимірювання відрізків і кутів; знаходити довжину відрізка, градусну міру кута; зображати за допомогою креслярських інструментів геометричні фігури; застосовувати вивчені означення і властивості до розв'язування задач.

Методичні вказівки

Можна повторити теоретичні питання, недовсконале знання яких призвело до помилок під час виконання попередньої роботи, перевірити вміння школярів досліджувати ситуації, створювати математичні моделі, інтерпретувати та критично оцінювати результат.

Організувати роботу учнів над помилками, визначивши із сильних учнів консультантів для тих, хто отримав низькі бали за першу письмову роботу.

1. Роздайте учням зошити з перевіреною роботою.

2. Запишіть на дошці максимальні бали за кожне правильно виконане завдання.

3. Поясніть, що ви виділили допущені помилки, а також записали кількість балів, які заробив кожен учень.

4. Розгляньте завдання, у яких найбільша кількість учнів припустилася помилок або запропонуйте учням заповнити корекційний бланк (Корекційний бланк № 2) чи частину корекційних робіт із «Зошита моїх досягнень». Їх можуть виконати учні, що не впоралися із завданням. Учитель може запропонувати у відповідному бланку заповнити рядки для тих завдань, у яких були помилки, а потім ще й виконати аналогічні завдання з корекційної роботи (або й усю корекційну роботу). На цьому етапі важливо дізнатися, учень не брався до завдання, бо не встиг чи не знав, як його

виконати, а також, чи усвідомив він свої помилки, чи може тепер виконати завдання правильно. На основі якісної роботи над помилками та виконання завдань корекційної роботи вчитель може скорегувати оцінку за тематичну роботу. Такий підхід дає змогу учням усвідомлено аналізувати та критично оцінювати виконані письмові роботи й навчатися на власних помилках.

5. Запропонуйте написати другу письмову роботу для оцінки першої (Опрацювання ситуації і створення математичних моделей) і третьої (Інтерпретація і критичний аналіз результатів) груп результатів.

Завдання для цієї роботи в 2 варіантах містяться в «Зошиті моїх досягнень». У кожній із таких робіт є 8 завдань. Деякі призначено для оцінки першої групи результатів, а деякі для оцінки третьої групи. Учитель може визначати рівень досягнень загалом чи ставити 2 оцінки (за кожною з груп окремо).

Також учитель може самостійно розробити систему оцінювання трьох різних груп результатів і відповідні види робіт.

На наступних уроках можна провести:

- корекційні роботи для оцінки першої і третьої груп результатів, подані в «Зошиті моїх досягнень»;
- фронтальне опитування учнів за рубрикою «Запитання і завдання для самоконтролю» підручника;
- колективне розв'язування задач за готовими малюнками.

Відповіді до задач за готовими малюнками (с. 33)

	1	2	3	4
А	а) B, C, N ; б) A, D, K, M	$AB = 10$; $AC = 15$	а) $\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle COD$, $\angle DOE$, $\angle COE$; б) $\angle AOC$, $\angle BOD$; в) $\angle AOD$, $\angle AOE$, $\angle BOE$	$\angle 1 = 30^\circ$; $\angle 2 = 20^\circ$
Б	$AB = 4$; $BC = 6$	$AB = 4$; $BC = CD = 8$; $BD = 16$	$\angle 1 = 30^\circ$; $\angle 2 = 60^\circ$	$\angle AOB = 40^\circ$; $\angle MOB = 30^\circ$

Робота з матеріалом підручника

• Для роботи вдома: №25, 72, 109, 111.

Розділ II. Взаємне розташування прямих на площині

У другому розділі об'єднано відомості про кути й паралельні прямі. Ці теми за змістом досить близькі, а вивчення паралельних прямих перед трикутниками дає можливість набагато компактніше викласти курс геометрії в 7 класі. Така послідовність зручна й економна, хоча потребує доведення ознаки паралельності прямих без використання ознак рівності трикутників.

З багатьох пар кутів, утворених перетином січної з двома прямими, досить виділити *внутрішні різносторонні, внутрішні односторонні й відповідні кути*. Якщо вчитель має бажання повідомити назви інших пар кутів (зовнішніх односторонніх та ін.), він це може зробити, але знання цих термінів для розвитку учнів і для кращого розуміння геометрії багато не додає.

Головне в цьому розділі — *паралельні прямі*. Це — одна з найважливіших тем шкільного курсу геометрії. У науковому відношенні вона визначальна: залежно від того, яку прийнято аксіому паралельності, маємо принципово різні геометрії — евклідову чи неевклідову. Тема про паралельність прямих перебуває на межі абсолютної та евклідової геометрій: ознака паралельності прямих (достатня умова) — остання теорема абсолютної геометрії, її можна довести й без посилання на аксіому Евкліда. Обернена їй (необхідна умова) — перша теорема евклідової геометрії.

Ознаку паралельності прямих у підручнику доведено з використанням повороту — не строго означеного геометричного перетворення, а інтуїтивно зрозумілого семикласникам поняття. Якщо вчитель наполягає на якомусь іншому способі доведення, він може скористатися ним.

З властивостей паралельних прямих впливають майже всі твердження шкільної геометрії: теореми про суму кутів трикутника і довільного многокутника, теореми Фалеса, Піфагора, тригонометричні формули, властивості паралелограмів, паралельних перенесень, векторів тощо. Отже, розглядувана тема досить важлива. Не засвоївши її, учні не зможуть успішно вивчати наступні теми програми.

Уроки 11–12. Суміжні кути

Мета. Ввести поняття суміжних кутів, сформулювати й довести властивості цих кутів.

Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення теми учні мають уміти наводити приклади суміжних кутів, формулювати їх означення, доводити властивості й застосовувати їх до розв'язування задач.

Методичні вказівки

У цьому параграфі учні вперше ознайомлюються з поняттями *теорема, доведення теореми*. Не потрібно намагатися вже на цьому етапі докладно з'ясувати суть цих загальнонаукових категорій. Достатньо ввести тільки їхні назви й розглянути доведення теорем про властивості суміжних кутів, щоб у наступних темах наприкінці розділу вивчити ці поняття глибше і детальніше. Доведення теореми 1 доволі просте, утім це — теорема. У зошиті можна записати її формулювання (у словесній і символічній формі) й зобразити відповідний малюнок.

Для того щоб надалі попередити помилки і в учнів правильно сформулювалось уявлення про суміжні кути, доцільно запропонувати ознайомитися з матеріалом, поданим у рубриці «Для допитливих» і «Виконаємо разом».

Перед письмовими варто запропонувати учням усні завдання з підручника.

Робота з матеріалом підручника

На першому уроці

- Для роботи вдома: § 4; № 140, 142, 148, 149.

На другому уроці

- Для роботи вдома: § 4; № 154, 162, 166, 167.

Вказівки до розв'язування задач

135. Завдання для обговорення в парі.

Оскільки назви кутів мають різні вершини, вони не є суміжними.

Наприклад, малюнок 11.



Мал. 11.

136. На фотографії багато суміжних кутів. Учні по черзі можуть називати пари суміжних кутів, наче передаючи мікрофон одне одному.

143. Запропонуйте завдання для групи із чотирьох учнів. Нехай спершу діти обговорять можливе розв'язування завдань, а потім об'єднуються в пари. Одна з пар розв'язуватиме завдання а) і в), а інша — б) і г). Потім пари обмінюються результатами й перевіряють одне одного. Кілька груп презентують свої результати класу.

145. Сума двох суміжних кутів дорівнює 180° . Якщо вони рівні, то міра кожного — 90° .

148. а) $(180^\circ - 30^\circ) : 2 = 75^\circ$ — менший кут;
 $75^\circ + 30^\circ = 105^\circ$ — більший кут.

б) Якщо менший кут має x градусів, то більший $2x$.

Тоді $x + 2x = 180^\circ$, $x = 60^\circ$, $2x = 120^\circ$.

149. а) $(180^\circ : 9) \cdot 4 = 80^\circ$, $180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$.

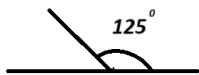
153. Учні працюють над завданням у парах: будують малюнок, обговорюють відповідь.

Відповідь. 6 пар.

156. Задача прикладна. На стереометричному предметі, стільці, учні мають побачити планіметричні фігури, суміжні кути. Завдання показує зв'язок геометрії із життям і закладає певні уявлення для подальшого вивчення стереометрії.

Важливо, щоб учні поступово вчилися виокремлювати планіметричні фігури на стереометричних.

а) 
 $180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$;

б) 
 $180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$.

157. Ні, бо вказані кути не лежать в одній площині. Міра кута, суміжного з кутом ABB_1 , дорівнює 90° , але такого кута на малюнку не подано.

158. Це дослідницьке завдання, яке можна запропонувати для груп. Учні можуть намагатися здійснити доведення, побудову й вимірювання або ж виконати практичну роботу та перегинання листка.

160. $100^\circ : 2 = 50^\circ$, $180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$.

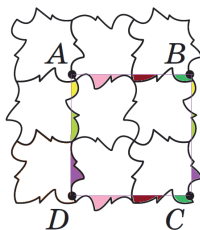
163. При кожній точці перетину є 2 пари вертикальних кутів і 4 пари суміжних. Оскільки таких точок 9, то при них є всього 18 пар вертикальних і 30 пар суміжних кутів.

165. Об'єми цих кубів відносяться як 1 : 8, а площі поверхонь — як 1 : 4.

166. $ABCD$ — квадрат, $AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$.

167. Кожний листок можна перетворити на квадрат такої самої площі (мал. 12).

Фрагменти однакового кольору рівні.



Мал. 12

Відповідь. 0,25S.

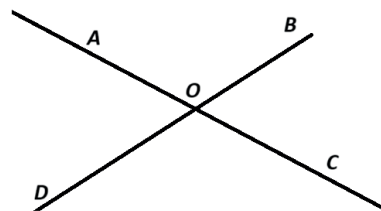
Уроки 13–14. Вертикальні кути

Мета. Увести поняття вертикальних кутів, сформулювати й довести властивості цих кутів.

Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення теми учні мають уміти наводити приклади вертикальних кутів, формулювати їх означення, доводити властивості й застосовувати їх до розв'язування задач.

Методичні вказівки

Поступово доцільно долучати учнів до доведення теорем і їх відтворень. Доведення теореми 2 можна оформити так (мал. 13).



Мал. 13

Дано: $\angle AOB$ і $\angle COD$ — вертикальні.

Довести: $\angle AOB = \angle COD$.

Доведення

$\angle AOD + \angle AOB = 180^\circ$ як суміжні, звідси:

$\angle BOC + \angle AOB = 180^\circ$

$\angle AOD = 180^\circ - \angle AOB$;

$\angle BOC = 180^\circ - \angle AOB$.

Отже, $\angle AOD = \angle BOC$.

Параграф 5 підручника містить значний аксіологічний потенціал для формування національної ідентичності та патріотизму. Усне завдання № 168 й завдання з логічним підтекстом № 209 містять інформацію про трипільську культуру. А рубрика «Геометрія навколо нас» у цьому параграфі пов'язана із цими завданнями. Бажано, щоб учитель на першому уроці запропонував № 168, як домашнє завдання (за бажанням) також підготувати коротку доповідь про геометричні орнаменти трипільської культури, на другому уроці розглянув з учнями № 209 і після цього проаналізував із ними орнаменти в завданні № 168 й орнаменти на фасадах у Новій Каховці, створені Григорієм Довженком. Нехай учні проаналізують орнаменти, місцезрештування Нової Каховки, і зроблять висновки. Наприклад: «Орнаменти на фасадах складаються з елементів візерунків, знайдених на глиняних горщиках трипільців», «Українці є нащадками трипільців, і це можна прослідкувати за допомогою мистецтва» тощо.

Також доцільно більше розказати про Григорія Довженка, що створив ці «кам'яні вишиванки». Детальніше про нього можна прочитати на сайті Національного музею історії України <https://vse.ee/club>

Корисно звернути увагу учнів на те, що поняття *суміжні кути*, *вертикальні кути* — це відношення (бінарні). Докладно говорити, що таке відношення, не треба, лише вказати найпростіші приклади бінарних відношень. У сучасній математиці відношення відіграють важливу роль. Існує навіть окрема галузь науки: теорія відношень. Якщо учні знатимуть конкретні приклади найважливіших геометричних відношень (рівності фігур, перпендикулярності прямих, паралельності прямих, а згодом подібності фігур, паралельності площин тощо), то зможуть краще зводити весь матеріал у систему, легше й міцніше його усвідомити, надовше засвоїти. Особливо бажано звертати увагу учнів на симетричні (якщо $A \text{ р } B$, то $i \text{ } B \text{ р } A$) і транзитивні (якщо $A \text{ р } B$ і $B \text{ р } C$, то $A \text{ р } C$) відношення.

На одному з уроків можна запропонувати учням розв'язати усно задачі за готовими малюнками.

Відповіді до задач за готовими малюнками (с. 53)

	1	2	3	4
А	$\angle AOB$ і $\angle BOE$ $\angle AOC$ і $\angle COE$ $\angle AOD$ і $\angle DOE$	$\angle AOC = 135^\circ$; $\angle BOC = 105^\circ$	$\angle 1 = 70^\circ$; $\angle 2 = 110^\circ$	$\angle 2 = \angle 5 = 80^\circ$; $\angle 4 = 60^\circ$; $\angle 6 = 40^\circ$
Б	$\angle 2 = 30^\circ$; $\angle AOM = 150^\circ$	$\angle 1 = 120^\circ$; $\angle 2 = 60^\circ$	$\angle 1 = 40^\circ$; $\angle 2 = 140^\circ$	

Робота з матеріалом підручника

На першому уроці

- Для роботи вдома: § 5; № 179, 183, 185, 187.
- На другому уроці
- Для роботи вдома: § 5; № 189, 191, 193, 196.

Вказівки до розв'язування задач

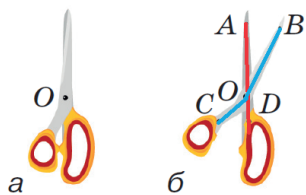
168. Б, В, Г.

172. Ні, бо не мають спільної вершини.

173. Ні, бо вертикальні кути рівні.

175. Ні, бо вони розміщені в різних площинах.

176. Запропонуйте завдання для обговорення в парах. Зверніть увагу учнів на положення ручок у закритому стані (мал. 14).



Мал. 14

Точки B , O і C не лежать на одній прямій. Тож кути AOB та COD не є вертикальними.

180. Якщо $\angle A = \angle B$, то $180^\circ - \angle A = 180^\circ - \angle B$.

184. Запропонуйте учням об'єднатися в пари, обговорити умову задачі й розподілити між собою завдання а) і б). Після — перевірити результати одне одного. Наприкінці разом виконати завдання в).

194. Запропонуйте групі із 4 учнів розподілити підзавдання між собою, а потім, передаючи за годинниковою стрілкою свої зошити, виконати взаємоперевірку. Зверніть увагу учнів, що вони мають лише записати рівняння (одне або кілька) до задачі й розв'язати їх.

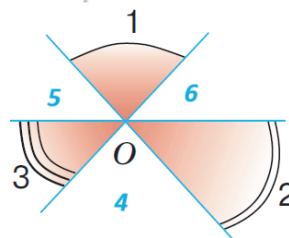
196. а—в) Не можуть. Із таких чотирьох кутів дві пари мають бути рівні. Отже, міри таких кутів пропорційні числам a , c , a , c .

197. а) $(180^\circ - 50^\circ) : 2 = 65^\circ$, $180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$.

в) Такі кути не можуть бути суміжними, тому вони вертикальні. Один із суміжних кутів дорівнює 40° , а другий — 140° .

Відповідь. 65° , 115° , 40° і 140° .

202. Шість пар. Три пари було, якщо розглядати тільки найменші кути: 1 і 4, 2 і 5, 3 і 6 (мал. 15). Але вертикальними є також об'єднання вказаних кутів по два: 1 + 6 і 4 + 3, 6 + 2 і 3 + 5, 2 + 4 і 5 + 1.



Мал. 15

203. Кожному позначеному куту відповідає один вертикальний йому кут. Сума всіх 6 кутів дорівнює 360° , а сума трьох позначених на малюнку вдвічі менша: 180° .

209. Є 4 точки перетину двох прямих. Загалом утворюється 8 пар.

Суміжні й вертикальні кути — важливі поняття, що будуть використовуватися на наступних уроках.

На другому уроці теми «Вертикальні кути» можна запропонувати учням тестові завдання, що допоможуть зрозуміти рівень засвоєності матеріалу і з'ясувати наявні на цей момент хибні уявлення.

Суміжні і вертикальні кути

Тестові завдання № 2

Варіант I

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8
Відповідь								

1. Чи суміжні кути AOB і BOC , якщо $\angle AOB = 70^\circ$, $\angle BOC = 90^\circ$?

- А так
Б ні
В не завжди
Г не можна встановити

2. Укажіть пару суміжних кутів, якщо $\angle AOB = 85^\circ$, $\angle DOC = 95^\circ$, $\angle AOD = 60^\circ$.

- А $\angle AOB$, $\angle BOC$
Б $\angle AOB$, $\angle AOD$
В $\angle BOC$, $\angle AOD$
Г немає

3. Скільки пар суміжних кутів утворюється при перетині двох прямих?

- А одна
Б дві
В три
Г чотири

4. Прямі MN і PK перетинаються в точці O . Який знак слід поставити замість *: $\angle MOK * \angle NOP$?

- А >
Б <
В =
Г $\neq$

5. Сума трьох кутів, утворених при перетині двох прямих, дорівнює 240° . Знайдіть міру четвертого кута.

- А 60°
Б 120°
В 90°
Г 180°

6. $\angle AOB$ і $\angle BOC$ — суміжні кути, $\angle AOB = 70^\circ$. Яким є $\angle BOC$?

- А гострий
Б тупий
В прямий
Г розгорнутий

7. Один з кутів, утворених при перетині двох прямих, дорівнює 120° . Визначте міру суміжного з ним кута.

- А 50°
Б 120°
В 60°
Г 240°

8. Сума двох кутів, утворених при перетині двох прямих, дорівнює 140° . Знайдіть міру більшого з утворених кутів.

- А 40°
Б 120°
В 70°
Г 110°

Суміжні і вертикальні кути

Тестові завдання № 2

Варіант II

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8
Відповідь								

1. Чи суміжні кути AOB і AOD , якщо $\angle AOB = 60^\circ$, $\angle AOD = 130^\circ$?

- А так
Б ні
В не завжди
Г не можна встановити

2. Укажіть пару суміжних кутів, якщо $\angle AOB = 43^\circ$, $\angle BOC = 97^\circ$, $\angle AOD = 137^\circ$.

- А $\angle AOB$, $\angle BOC$;
Б $\angle AOB$, $\angle AOD$
В $\angle BOC$, $\angle AOD$
Г немає

3. Скільки пар вертикальних кутів утворюється при перетині двох прямих?

- А одна
Б дві
В три
Г чотири

4. Прямі AB і CD перетинаються в точці O . Який знак слід поставити замість *: $\angle AOC * \angle BOD$?

- А >
Б <
В =
Г $\neq$

5. Сума трьох кутів, утворених при перетині двох прямих, дорівнює 300° . Знайдіть міру четвертого кута.

- А 100°
Б 120°
В 60°
Г 75°

6. $\angle AOB$ і $\angle DOC$ — суміжні кути, $\angle BOC = 90^\circ$. Яким є $\angle AOB$?

- А гострий
Б тупий
В прямий
Г розгорнутий

7. Один із кутів, утворених при перетині двох прямих, дорівнює 40° . Визначте міру суміжного з ним кута.

- А 50°
Б 140°
В 40°
Г 320°

8. Сума двох кутів, утворених при перетині двох прямих, дорівнює 260° . Знайдіть міру більшого з утворених кутів.

- А 130°
Б 50°
В 100°
Г 80°

Суміжні і вертикальні кути

Тестові завдання № 2

Варіант III

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8
Відповідь								

1. Чи суміжні кути $\angle AOB$ і $\angle BOC$, якщо $\angle AOB = 115^\circ$, $\angle BOC = 65^\circ$?

- А так
Б ні
- В не завжди
Г не можна встановити

2. Укажіть пару суміжних кутів, якщо $\angle AOB = 56^\circ$, $\angle AOD = 60^\circ$, $\angle COB = 124^\circ$.

- А $\angle AOB$, $\angle BOC$
Б $\angle AOB$, $\angle AOD$
- В $\angle BOC$, $\angle AOD$
Г немає

3. Скільки пар суміжних кутів утворюють три промені, які виходять з однієї точки?

- А одну
Б одну або жодної
- В три
Г жодної

4. Прямі MN і PK перетинаються в точці O . Який знак слід поставити замість *: $\angle MOP$ * $\angle NOK$?

- А >
Б <
- В =
Г $\neq$

5. Сума трьох кутів, утворених при перетині двох прямих, дорівнює 210° . Знайдіть міру четвертого кута.

- А 70°
Б 30°
- В 90°
Г 150°

6. $\angle AOB$ і $\angle BOC$ — суміжні кути, $\angle AOB = 135^\circ$. Яким є $\angle BOC$?

- А гострим
Б тупим
- В прямим
Г розгорнутим

7. Один із кутів, утворених при перетині двох прямих, дорівнює 140° . Визначте міру суміжного з ним кута.

- А 70°
Б 40°
- В 50°
Г 140°

8. Сума двох кутів, утворених при перетині двох прямих, дорівнює 80° . Знайдіть міру більшого з утворених кутів.

- А 100°
Б 40°
- В 80°
Г 140°

Суміжні і вертикальні кути

Тестові завдання № 2

Варіант IV

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8
Відповідь								

1. Чи суміжні кути $\angle AOB$ і $\angle COD$, якщо $\angle AOB = \angle COD = 90^\circ$?

- А так
Б ні
- В не завжди
Г не можна встановити

2. Укажіть пару суміжних кутів, якщо $\angle AOB = 115^\circ$, $\angle BOC = 95^\circ$, $\angle AOD = 65^\circ$.

- А $\angle AOB$, $\angle BOC$
Б $\angle AOB$, $\angle AOD$
- В $\angle BOC$, $\angle AOD$
Г немає

3. Скільки пар вертикальних кутів утворюють чотири промені, що виходять з однієї точки?

- А одну
Б дві
- В дві або жодної
Г жодної

4. Прямі AB і CD перетинаються в точці O . Який знак слід поставити замість *: $\angle AOD$ * $\angle COB$?

- А >
Б <
- В =
Г $\neq$

5. Сума трьох кутів, утворених при перетині двох прямих, дорівнює 330° . Знайдіть міру четвертого кута.

- А 30°
Б 110°
- В 150°
Г 60°

6. $\angle AOB$ і $\angle BOC$ — суміжні кути, $\angle BOC = 87^\circ$. Яким є $\angle AOB$?

- А гострим
Б тупим
- В прямим
Г розгорнутим

7. Один з кутів, утворених при перетині двох прямих, дорівнює 80° . Визначте міру суміжного з ним кута.

- А 80°
Б 100°
- В 90°
Г 10°

8. Сума двох кутів, утворених при перетині двох прямих, дорівнює 280° . Знайдіть міру меншого з утворених кутів.

- А 80°
Б 140°
- В 40°
Г 30°

Уроки 15–16. Перпендикулярні і паралельні прямі

Мета. Повторити відношення перпендикулярності й паралельності прямих на площині, розглянути властивості перпендикулярних прямих, поняття перпендикуляра, відстані від точки до прямої.

Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення теми учні мають уміти наводити приклади перпендикулярних і паралельних прямих, формулювати означення перпендикулярних і паралельних прямих, перпендикуляра до прямої, відстані від точки до прямої, зображати їх за допомогою лінійки і транспортира.

Методичні вказівки

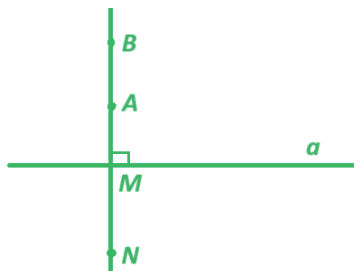
Тему «Перпендикулярні і паралельні прямі» учні вивчали в 5–6 класах, тому бажано спочатку повторити вже відомий матеріал, але на порівняно вищому рівні, значно доповнивши його новими відомостями.

Активізувати попередні знання можна за допомогою каркасних моделей: квадрата, прямокутника, паралелограма, куба, паралелепіпеда, а також таблиць із відповідними малюнками. Корисно наводити приклади паралельних (перпендикулярних) прямих і відрізків, що є в довкіллі. Бажано також віднайти в навколишньому середовищі та на моделях приклади іншого розташування прямих і відрізків.

Запропонуйте учням змодельовати паралельні й перпендикулярні прямі за допомогою перегинання аркуша паперу.

Зверніть увагу на поняття *кут між прямими*. Він — не більший від прямого. Наприклад, якщо кут між променями OA і OB дорівнює 120° , то кут між прямими OA і OB дорівнює 60° .

Бажано чітко розрізняти поняття *перпендикуляр до даної прямої* і *пряма, перпендикулярна до прямої*. У сучасній літературі ці два поняття часто не розрізняють. Перпендикуляр — це відрізок. З даної точки на дану пряму можна опустити тільки один перпендикуляр. Але неправильно стверджувати, наприклад, що «через точку, яка не належить прямій, можна провести тільки один перпендикуляр до цієї прямої» (контрприклад на малюнку 16).



Мал. 16

Як уже зазначалося, центральною тут є тема про паралельність прямих. Учням слід зауважити, що відношення паралельності прямих транзитивне: з $a \parallel b$ і $b \parallel c$ випливає, що $a \parallel c$. Відношення перпендикулярності прямих такої властивості не має. На площині не існує трійки прямих, попарно перпендикулярних. У тривимірному просторі такі трійки прямих існують (наприклад, ребра куба, що виходять з однієї вершини). Але навіть у просторі з $a \perp b$ і $b \perp c$ не завжди випливає $a \perp c$.

Корисно наводити приклади паралельних і перпендикулярних відрізків у матеріальних моделях, що є в класі перед учнями: краї класної дошки, столів, дверей, вікон, лінії перетину стіни з підлогою і стелею, з двома іншими стінами. Можна запропонувати учням уявити моделі паралельних прямих у спортзалі, на подвір'ї школи тощо.

Робота з матеріалом підручника

На першому уроці

- Для роботи вдома: § 6; № 223, 228, 231, 249.

На другому уроці

- Для роботи вдома: § 6; № 233, 235, 244, 250.

Вказівки до розв'язування вправ

У багатьох задачах цієї теми йдеться не про точні доведення й використання геометричних теорем, а про міркування за допомогою малюнків, «прикидання».

215. Учні передають одне одному уявний мікрофон і називають один приклад моделі перпендикулярних прямих й один приклад моделі паралельних прямих.

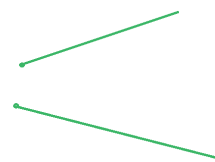
216. На першому, другому й четвертому прапорі є паралельні відрізки. На четвертому прапорі також є перпендикулярні відрізки (білого кольору).

217. Нотний стан створений із паралельних відрізків. Ніжки нот перпендикулярні до ліній нотного стану.

225. Запропонуйте це завдання для груп. Кожен із учнів намагається записати якомога більше пар перпендикулярних відрізків, а потім у групах обговорюють результати, вибирають 10 пар і презентують свою відповідь класу.

226. Завдання для роботи в парах. Діти обговорюють і роблять кілька малюнків.

Ні (контрприклад на малюнку 17).



Мал. 17

229. $\angle AOM = \angle MOD = 135^\circ$.

232. $MH = 2$ см. Про те, що значення 2 см точне, учні дізнаються пізніше.

236. а) $\angle MOB = 90^\circ - \angle BOC = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$.

б) $\angle BOC = (180^\circ - 30^\circ) : 2 = 75^\circ$,

$\angle MOB = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$.

г) $\angle BOC = 180^\circ : 4 = 45^\circ$,

$\angle MOB = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$.

237. а) $\angle AOC = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$,

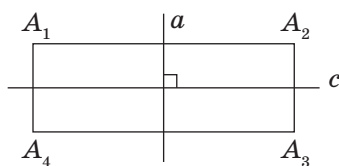
$\angle MOB = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$,

$\angle COM = 180^\circ - 40^\circ - 50^\circ = 90^\circ$.

б) $\angle COM + \angle AOC + \angle MOB = 180^\circ$,

$\angle COM$ становить половину цієї суми, тобто 90° .

239. Задача має 4 розв'язки (мал. 18).



Мал. 18

241. Це завдання дослідницького характеру, його розв'язування дає змогу підготувати учнів до подальшого вивчення теми «Геометричне місце точок». Важливо, щоб діти могли сформулювати логічний підсумок і потім колективно обговорити його в класі.

242. Припущення можна сформулювати, наприклад так: «Кожна точка бісектриси кута рівновіддалена від його сторін».

244. Імовірним є припущення: якщо пряма, перпендикулярна до бісектриси кута, перетинає його сторони, то вона відтинає від них рівні відрізки.

246. Відстань від точки A до прямої BC становить 5 клітинок або 5 сантиметрів.

Відстань від точки A до відрізка BC — 10 см.

Завдання дає змогу пригадати учням, що «відстань до прямої» і «відстань до відрізка» — це не одне й те саме.

249. Не належить, бо $AK + KB = AB$.

250. $A 180^\circ : 3 = 60^\circ$, $60^\circ \cdot 2 = 120^\circ$
(або $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$).

Уроки 17–19. Кути, утворені при перетині двох прямих січною. Ознаки паралельності прямих

Мета. Сформулювати уявлення про пари кутів, що утворюються при перетині січною пари прямих. Сформулювати й довести дві ознаки паралельності прямих, навчити учнів застосовувати їх для розв'язування задач.

Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення теми учні мають уміти називати кути, утворені січною з двома прямими, формулювати й доводити ознаки паралельних прямих, застосовувати їх до розв'язування задач.

Методичні вказівки

Найпростіше доводити ознаку паралельності прямих на основі теореми про зовнішній кут трикутника, як це робив Евклід. Але для того перед доведенням ознаки паралельності він змушений був довести ще 26 інших тверджень. Така послідовність теорем потрібна в основах геометрії, а не в підручнику для 7 класу.

Тому в нашому підручнику ми доводимо теорему методом від супротивного і починаємо так: «Нам треба довести, що коли січна з прямими a і b утворює рівні внутрішні різносторонні кути, то прямі a і b паралельні. Припустимо, що вони не паралельні, тобто перетинаються в деякій точці C ». На прикладі цієї теореми одразу знайомимо учнів з методом від супротивного, який можна застосовувати в подальшому і для розв'язування різних задач на доведення.

Існують також інші ознаки паралельності прямих. Наприклад, такі.

Дві прямі паралельні, якщо вони перпендикулярні до третьої прямої.

Дві прямі паралельні, якщо дві будь-які точки однієї з них лежать на однакових відстанях від іншої.

У сильніших класах можна запропонувати обґрунтувати їх у вигляді задач на доведення. Згодом, коли учні ознайомляться із центральною симетрією, можна розглянути й таку ознаку.

Дві прямі паралельні, якщо вони центрально симетричні.

Робота з матеріалом підручника

На першому уроці

- Для роботи вдома: § 7; №259, 261, 264, 291.
- На другому уроці
- Для роботи вдома: § 7; №266, 269, 271, 292.
- На третьому уроці
- Для роботи вдома: § 7; №274, 277, 279, 293.

Вказівки до розв'язування задач

252. 1) оранжевої і зеленої; білої і жовтої; зеленої і білої; жовтої і зеленої; оранжевої і білої;

2) 3 січких;

3) жовтої і білої; синьої і білої.

261. 6) $\angle 1 + \angle 4 = 360^\circ - \angle 5 - \angle 8 = 360^\circ - 170^\circ = 190^\circ$.
 $\angle 2 + \angle 3 = \angle 5 + \angle 8 = 170^\circ$.

в) $\angle 4 - \angle 5 = \angle 4 - \angle 2 = 10^\circ$.

262. а) Так, бо $\angle 6 = \angle 1$, $\angle 7 = \angle 4$, а

$\angle 1 + \angle 4 = 50^\circ + 130^\circ = 180^\circ$.

267. Так, бо $89^\circ 39' + 90^\circ 21' = 180^\circ$.

268. а) Так, бо $105^\circ + 75^\circ = 180^\circ$.

271. а) Так, бо $\angle KBM = \angle CBM = \angle A$.

272. Якщо $ABCD$ — прямокутник, то прями кути A і B — внутрішні односторонні й такі, що їх сума дорівнює 180° . Тому $AD \parallel BC$. Аналогічно $AB \parallel CD$.

275. Не завжди. Бо такими рівними гострими кутами можуть бути внутрішні односторонні, а не внутрішні різносторонні.

276. а) $\angle 4 = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$, $\angle 1 = 105^\circ - 30^\circ = 75^\circ$,
 $\angle 1 = \angle 3$, тому $a \parallel b$.

б) $\angle 2 = 120^\circ$, $\angle 3 = 60^\circ$, $\angle 1 = \angle 3$, тому $a \parallel b$.

278. а) Знаючи суму й різницю кутів $\angle 1$ і $\angle 4$, знаходимо: $\angle 1 = 90^\circ$, $\angle 4 = 70^\circ$. Тоді і $\angle 2 = 90^\circ$.

280. а) – в) Прямі a , b , c попарно паралельні.

281. $\angle 2 = \angle 4$, а кути 4, 8 і 12 — відповідні.

Оскільки вони попарно рівні, то і прямі a , b , c попарно паралельні.

282. Можна скористатися тим, що коли внутрішні різносторонні кути рівні, то прямі паралельні. Отже, оскільки $\angle 1 = \angle 4$, то $AB \parallel DE$, $\angle 3 = \angle 6$, то $AF \parallel CD$, $\angle 2 = \angle 5$, то $BC \parallel EF$.

283. Якщо $\angle 1 = 60^\circ$ і $\angle 2 = 120^\circ$, то $a \parallel b$.

Якщо $\angle 2 = \angle 3 = 60^\circ$, то $\angle 3 = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ$.

Оскільки $\angle 1 = \angle 3 = 60^\circ$, то $c \parallel d$.

285. Див. малюнки 7.24 та 8.1 підручника.

286. Оскільки косинці однакові, то $\angle C = \angle B$, а ці кути — внутрішні різносторонні, утворені січною CB з прямими AB і CD . Тому $AB \parallel CD$.

287. Якщо січна з двома прямими утворює рівні відповідні кути, то такі дві прямі паралельні.

292. $\angle MOA = \angle MOC = 55^\circ$,

$\angle MOB = \angle MOD = 70^\circ + 55^\circ = 125^\circ$.

293. Якщо градусна міра другого кута x , то першого $x + 90^\circ$.

$x + x + 90^\circ = 180^\circ$, $x = 45^\circ$,

$45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$.

$135^\circ : 45^\circ = 3$.

У 3 рази.

Уроки 20–22. Властивості паралельних прямих

Мета. Сформулювати й довести найважливіші властивості паралельних прямих, що випливають з аксіом Евкліда.

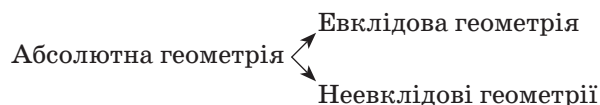
Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення теми учні мають уміти формулювати аксіому Евкліда, розкривати й доводити найважливіші властивості паралельних прямих і застосовувати їх до розв'язування задач.

Методичні вказівки

В евклідовій геометрії властивості паралельних прямих — це наслідки з аксіом Евкліда. Одна з них — теорема про транзитивність паралельних прямих.

Щоб вважати відношення паралельності прямих транзитивним завжди, треба домовитися, що кожна пряма паралельна сама собі. Адже з $a \parallel b$ і $b \parallel a$ має випливати $a \parallel a$. Тому і два відрізки однієї прямої вважаються паралельними.

Із цього параграфа власне починається евклідова геометрія. Досі в підручнику наводилися найважливіші відомості з абсолютної геометрії — істинної для евклідової та неевклідових геометрій.



Саме для того щоб виокремити абсолютну геометрію, традиційно відокремлюють властивості паралельних прямих від ознак паралельності прямих. Інакше теореми 3 і 6 підручника можна було б формулювати одним реченням:

Дві прямі паралельні тоді й тільки тоді, коли внутрішні різносторонні кути, утворені ними січною, дорівнюють один одному.

Порівняйте таке формулювання з традиційним визначенням ознак подільності натуральних чисел, ознак рівності трикутників тощо.

Робота з матеріалом підручника

На першому уроці

- Для роботи вдома: § 8; №303, 305, 308, 335.

На другому уроці

- Для роботи вдома: § 8; №310, 313, 320, 322.

На третьому уроці

- Для роботи вдома: § 8; №325, 328, тест на ст. 69.

Вказівки до розв'язування задач

296. 6 пар паралельних прямих; 9 пар непаралельних прямих.

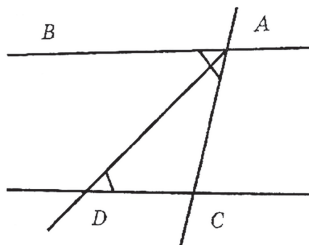
297. Кут між прямими — гострий кут. Для кожної пари кут між прямими становить 70° .

298. Не впливає. Бо пряма c може бути січною паралельних прямих a і b .

303. Усього кутів 8; 4 з них мають по 45° , а 4 — по 135° .

311. а) Нехай $AB \parallel CD$ і $\angle BAC = 80^\circ$, а AD — бісектриса кута BAC .

Тоді $\angle CDA = \angle BAD = 80^\circ : 2 = 40^\circ$.

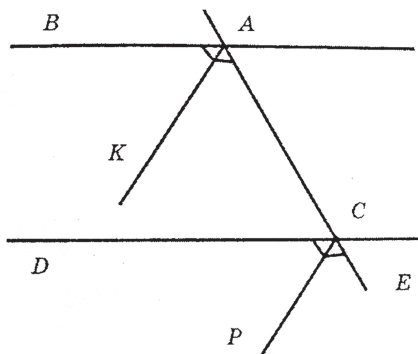


313. Кути A і BKP , C і BPK відповідні. Оскільки $KP \parallel AC$, то $\angle A = \angle BKP = 60^\circ$, $\angle C = \angle BPK = 80^\circ$.

314. Оскільки $\angle B = \angle C$, то за ознакою паралельності прямих і $AB \parallel CD$. Тоді за властивістю паралельних прямих $\angle A = \angle D$.

315. Доведемо методом від супротивного. Припустимо, що дані прямі не перетинаються, тобто вони паралельні. Відповідні кути, утворені січною з паралельними прямими, рівні. А за умовою вони не рівні. Дійшли до суперечності. Отже, задані прямі не паралельні, тому вони перетинаються.

316. Нехай $AB \parallel CD$. Тоді відповідні кути BAC і DCE рівні, а отже, рівні їх половини: $\angle KAC = \angle PCE$. Тобто січна AC перетинає прямі AK і CP так, що відповідні кути рівні. Тому $AK \parallel CP$.



317. Якщо якась одна січна утворює з прямими a і b рівні відповідні кути, то $a \parallel b$. Тоді будь-яка інша січна, що перетинає ці прямі, утворює рівні відповідні кути.

318. Сторони кута BAC — доповняльні промені. Отже, це розгорнутий кут.

320. а) Знаючи суму 180° і різницю 50° кутів 4 і 1, знаходимо: $\angle 1 = 65^\circ$, $\angle 4 = 115^\circ$.

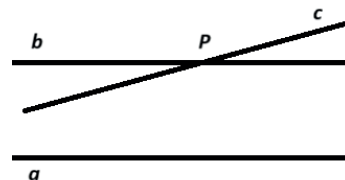
321. а) Куты A і B — внутрішні односторонні при паралельних прямих AD і BC , тому їх сума дорівнює 180° .

322. в) Оскільки $\angle A + \angle B = 180^\circ$ і $\angle C + \angle B = 180^\circ$, то $\angle A = \angle C$.

323. а) Оскільки $BC \parallel AD$, то $\angle A + \angle B = 180^\circ$ і $\angle C + \angle D = 180^\circ$. Якщо ж у цих рівностях $\angle B = \angle C$, то і $\angle A = \angle D$.

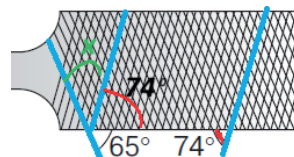
329. Проведіть через точку C пряму, паралельну прямій AB . Вона розбиває кут $\angle BCD$ на два кути, один з яких дорівнює $\angle ABC$, а другий $\angle CDE$. Отже, $\angle BCD = \angle ABC + \angle CDE = 50^\circ + 36^\circ = 86^\circ$.

330. Нехай $a \parallel b$ і c перетинає b в точці P , а пряму a не перетинає. У цьому випадку через точку P проведено дві прямі b і c , паралельні a . Це суперечить аксіомі Евкліда, тому припущення неправильне. Отже, якщо c перетинає пряму b , то обов'язково перетинає і паралельну їй пряму a .



331. Згідно з аксіомою Евкліда, тільки одна з трьох даних прямих може бути паралельною прямій a . Дві інші не паралельні їй, тому перетинають пряму a . Ідеться про чотири прямі однієї площини!

332. Розв'язання можна здійснити за допомогою малюнка.



$$x = 180^\circ - 74^\circ - 65^\circ = 41^\circ.$$

336. б) Пряма і круг можуть мати 0, 1 або безліч спільних точок.

в) Два кола можуть мати 0, 1, 2 або безліч спільних точок.

337. Можна запропонувати учням ще додаткове запитання до задачі: «Скільки різних пар паралельних ребер має куб?». Щоб дати на нього відповідь, занумеруємо ребра куба, паралельні якомусь одному з них, числами 1, 2, 3, 4. Серед них існує 6 різних пар паралельних ребер: 1 і 2, 1 і 3, 1 і 4, 2 і 3, 2 і 4, 3 і 4. Усього попарно паралельних ребер куб, як і будь-який паралелепіпед, має втричі більше: 18.

Урок 23. Теорема і аксіоми

Мета. Ознайомити учнів з поняттями «теорема», «аксіома», «означення», «ознака», доведенням методом від супротивного.

Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення теми учні мають уміти пояснити, що таке аксіома, теорема, ознака, означення, доведення, метод доведення від супротивного.

Методичні вказівки

На уроці слід у доступній для семикласників формі пояснити, що таке аксіома, теорема, означення, розкрити зміст понять «умова й висновок теореми», «ознака», «обернена теорема».

Ознака — це теорема, яка встановлює критерій існування чи виконання чого-небудь. Учням відомо, наприклад, ознака подільності натуральних чисел на 3. Її формують здебільшого у вигляді двох тверджень (прямого й оберненого). Тому нерідко пояснюють, що ознака обов'язково містить достатню умову й необхідну умову. Це не завжди так. У математиці ознаками часто називають тільки достатні умови або тільки необхідні. Щодо паралельності прямих також правильно таке твердження:

Дві прями паралельні тоді й лише тоді, коли січна утворює з ними рівні внутрішні різносторонні кути.

Тут одним реченням сформульовано дві теореми. Одну з них — достатню умову — в підручнику названо ознакою паралельності прямих, а другу — властивістю. Хоч вони за змістом досить близькі, але за способами доведення — з різних геометрій: абсолютної і евклідової. Тому їх зазвичай не об'єднують.

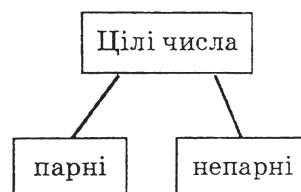
До теорем відносимо тільки правильні доводжувані твердження. Семикласникам не обов'язково наголошувати, що аксіоми і теореми — твердження (висловлення), а означення — не твердження. Це краще зробити пізніше.

Корисно звернути увагу учнів на доведення методом від супротивного.

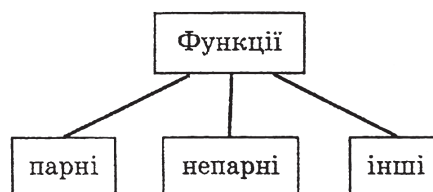
Доводячи теорему методом від супротивного, треба спростовувати не протилежне до заданого твердження, а супротивне. Щоб краще зрозуміти суть питання, бажано з'ясувати, які два твердження називають *протилежними*, а які *супротивними*. Розглянемо для прикладу два висловлення: «число a парне» і «число a непарне».

Якщо йдеться про одне й те саме конкретне ціле число a , то ці два висловлення супротивні: коли одне з них неправильне, то друге обов'язково правильне. Чи можна подібний висновок зробити щодо здавалося б аналогічних висловлень: «функція $f(x)$ парна» і «функція $f(x)$ непарна»?

Ні. Бо існують і такі числові функції $f(x)$, для яких кожне з двох сформульованих висловлень неправильне. Ці два висловлення протилежні, але не супротивні. Різниця в тому, що у множині цілих чисел, крім парних і непарних, ніяких інших немає.



А крім парних і непарних числових функцій існують і такі, які не є ні парними, ні непарними.



Для висловлення функція « $f(x)$ парна» супротивним є: «функція $f(x)$ не є парною».

Протилежні, але не супротивні також висловлення про дійсні числа: «число a додатне» і «число a від'ємне». А от висловлення «число a додатне» і «число a не додатне» не тільки протилежні, а й супротивні. Бо об'єднання додатних і не додатних чисел становить множину дійсних чисел. Два твердження $T(A)$ і $T(B)$ про підмножини A і B якоїсь універсальної множини U бувають супротивними, якщо множина U дорівнює об'єднанню A і B .

Логічною основою методу доведення від супротивного є **закон виключеного третього**. Формулюють його так. **Два супротивні твердження одночасно не можуть бути хибними; одне з них обов'язково істинне, друге хибне, а третього не може бути.** Саме тому, спростувавши одне з двох взаємно супротивних тверджень, можна стверджувати, що друге істинне. Для протилежних тверджень закон виключеного третього не справджується. Два протилежні твердження одночасно можуть бути хибними. Тому, спростувавши одне з двох протилежних тверджень, не можна стверджувати, що друге твердження істинне.

Якщо Ви пропонували для виконання вдома тестові завдання на с. 89, то доцільно перевірити їх чи надати учнівству ключі.

Відповіді до тестових завдань

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Відповідь	А	В	Б	Г	В	В	В	Г	Г	В

Наприкінці можна запропонувати аналогічне тестування для взаємооцінювання.

Робота з матеріалом підручника

• Для роботи вдома: § 9; №352, 360, см. р. с. 88.

Вказівки до розв'язування задач

344. Ні. Бо мимобіжні прямі також не перетинаються.

346. Якщо кути суміжні, то їх сума дорівнює 180° .

Умова: «Якщо кути суміжні». Висновок: «То їх сума дорівнює 180° ».

347. Якщо $a \parallel b$ і $a \parallel c$, то $b \parallel c$. Можна писати і так: якщо $a \parallel b$ і $b \parallel c$, то $a \parallel c$.

Або ще коротше: $(a \parallel b \text{ і } b \parallel c) \rightarrow a \parallel c$.

348. Твердження а) і б) неправильні, бо рівни-ми бувають не тільки вертикальні кути.

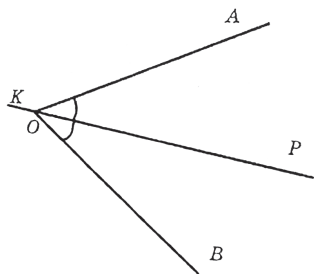
Твердження в) правильне, бо будь-які два вер-тикальні кути рівні.

349. Якщо сума мір двох кутів дорівнює 180° , то ці кути суміжні. Це твердження неправильне.

350. Якщо прямі паралельні, то відповідні кути, утворені ними січною, дорівнюють один од-ному. Це твердження правильне.

351. а) Ні. Бісектриса кута — промінь, а не пряма.

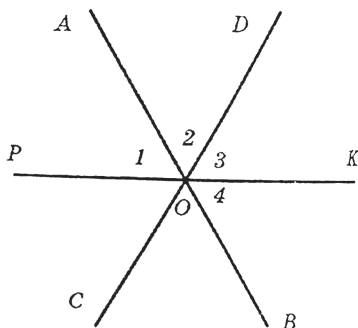
б) Ні. Наприклад, промінь KP ділить кут AOB на рівні частини, але не є його бісектрисою.



353. Твердження 1 правильне, а 2 неправи-льне. Бо, наприклад, сума чисел 13, 4 і 8 ділиться на 5, а жодне з них на 5 не ділиться.

354. Кут між бісектрисами двох вертикальних кутів розгорнутий. Адже якщо OP і OK — бісектри-си вертикальних кутів AOC і BOD , то $\angle AOB = 180^\circ$ і $\angle 1 = \angle 4$, тому $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \angle 4 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$.

Кут між бісектрисами двох суміжних кутів — прямий.



355. а) Дві прямі, паралельні третій, паралель-ні одна одній.

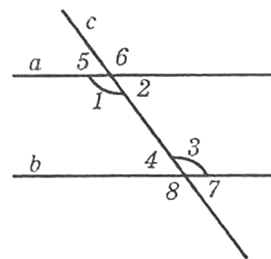
б) Дві прямі однієї площини, які перпендику-лярні до третьої прямої, паралельні одна одній.

Твердження а) правильне і для простору (це до-водиться в 10 класі), а твердження б) для просто-ру неправильне.

357. а) Неправильне, бо кути A і C вертикаль-ні; б) неправильне; в) неправильне. Наприклад, якщо $ABCD, A_1B_1C_1D_1$ — куб, то ребра AB і BB_1 ле-жать в одній площині, BB_1 і B_1C_1 — в другій, а AB і B_1C_1 не лежать в одній площині.

358. Січна c перетинає паралельні прямі a і b так, що внутрішні різносторонні кути 1 і 3 рівні.

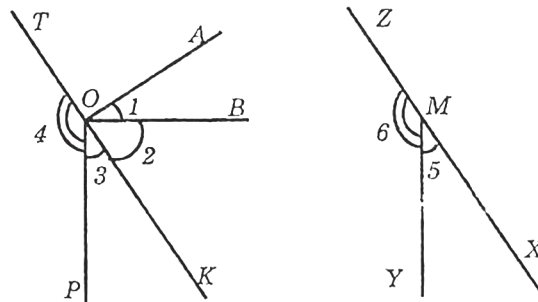
а) Оскільки $\angle 1 = \angle 6$ і $\angle 8 = \angle 3$ як вертикальні, то кути 6 і 8 рівні. б) Оскільки $\angle 1 = \angle 8$ і $\angle 1 + \angle 5 = 180^\circ$, то і $\angle 8 + \angle 5 = 180^\circ$. Подібним спо-собом можна показати, що коли $a \parallel b$, то $\angle 5 = \angle 7$ і $\angle 6 + \angle 7 = 180^\circ$.



359. Спочатку розглянемо випадок, коли зада-ні кути з відповідно перпендикулярними сторона-ми мають спільну вершину O . Якщо $OK \perp OA$ і $OB \perp OP$, то $\angle 1 = 90^\circ - \angle 2 = 3$.

Якщо кути 3 і 4 суміжні, то $\angle 4 + \angle 1 = \angle 4 + \angle 3 = 180^\circ$.

Якщо $MX \perp OA$ і $MY \perp OB$, то $\angle 5 = \angle 3$ як кути зі співнапрямленими сторонами (див. с. 82 підручника). Отже, $\angle 5 = \angle 1$, $\angle 6 + \angle 1 = 180^\circ - \angle 5 + \angle 1 = 180^\circ$.



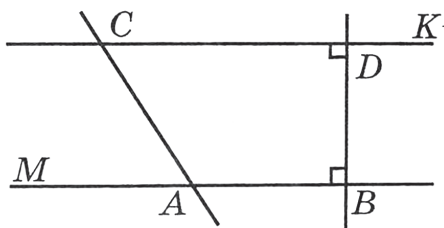
Також на цьому уроці можна запропонувати тестування для учнів.

Паралельні і перпендикулярні прямі

Тестові завдання Варіант I

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8
Відповідь								

Для виконання завдань 1—8 скористайтесь малюнком.



1. Який знак слід поставити замість *: $AB * CD$?

А $\parallel$;

В $\in$;

Б =

Г $\perp$.

2. Які з прямих перпендикулярні?

А $AC \perp AB$

В $AB \perp BD$

Б $AB \perp CB$

Г $AC \perp BD$

3. Яке з тверджень правильне?

А $AC \perp AB$;

В $AB \parallel BD$;

Б $AB \perp CD$;

Г $AC \parallel BD$.

4. $\angle MAC = 43^\circ$. Знайдіть $\angle ACD$.

А 60°

В 86°

Б 137°

Г 43°

5. Яким є $\angle CDB$?

А гострим

В прямим

Б тупим

Г розгорнутий

6. Знайдіть $\angle BAC$, якщо $\angle ACD = 57^\circ$.

А 123°

В 133°

Б 57°

Г 147°

7. Сума кутів чотирикутника $ACDB$ становить:

А 180°

В 360°

Б 270°

Г 400°

8. Відстань від точки А до прямої BD дорівнює довжині відрізка:

А AC

В AD

Б AB

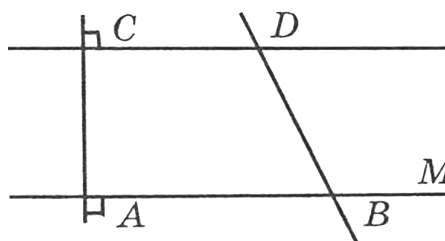
Г AM

Паралельні і перпендикулярні прямі

Тестові завдання Варіант II

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8
Відповідь								

Для виконання завдань 1—8 скористайтесь малюнком.



1. Який знак слід поставити замість *: $AC * CD$?

А $\parallel$;

В $\in$;

Б =

Г $\perp$.

2. Які з прямих паралельні?

А $AC \parallel BD$

В $AB \parallel CD$

Б $AB \parallel BD$

Г $AC \parallel AB$

3. Яке з тверджень хибне?

А $AC \perp CD$;

В $AB \parallel CD$;

Б $AB \perp AC$;

Г $CD \parallel AC$.

4. $\angle CDB = 113^\circ$. Знайдіть $\angle ABD$.

А 113°

В 73°

Б 67°

Г 57°

5. Яким є $\angle ACD$?

А гострий

В прямий

Б тупий

Г розгорнутий

6. Знайдіть $\angle CDB$, якщо $\angle DBM = 103^\circ$.

А 180°

В 77°

Б 270°

Г 67°

7. Сума кутів чотирикутника $CDBA$ дорівнює:

А 180°

В 360°

Б 270°

Г 400°

8. Відстань від точки D до прямої AC дорівнює довжині відрізка:

А AC

В AD

Б DB

Г DC

Урок 24. Розв'язування задач і вправ. Самостійна робота

Мета. Систематизувати вивчений на попередніх уроках матеріал. Перевірити, як учні засвоїли його та навчилися використовувати до розв'язування задач.

Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення тем учні мають навчитися пояснювати, що таке аксіома, теорема, означення, ознака; наводити приклади, формулювати означення та властивості суміжних і вертикальних кутів, паралельних і перпендикулярних прямих; застосовувати вивчені означення і властивості до розв'язування задач.

Методичні вказівки

На початку уроку розглянути розв'язування вправ, що викликали в учнів труднощі під час виконання домашнього завдання, і за допомогою запитань з підручника (с. 91) перевірити, як засвоєно теоретичний матеріал.

Основну частину уроку можна приділити розв'язуванню задач за готовими малюнками.

Відповіді до завдань за готовими малюнками

	1	2	3	4
А		100°		30°
Б				50°

У підручнику на с. 88 наведено орієнтовні завдання для самостійної роботи. Якщо учням не було запропоноване такого роду завдання додому, то можна провести самостійну роботу на уроці за допомогою цих завдань. Дайте учням написати цю самостійну роботу в класі. Одразу повідомте, що вони її пишуть для себе, щоб розуміти, з якими завданнями впораються, а яким темам ще бажано додатково приділити увагу.

Ми пропонуємо після того, як учні написали саме цю самостійну, провести взаємооцінювання одне одного. Школярі обмінюються зошитами, виділяють помилки, обговорюють їх, потім повертають зошити. Учителю озвучує правильні відповіді, щоб учні мали змогу себе перевірити. Запитайте, чи потрібно розглянути якісь із цих завдань у класі?

Відповіді до самостійної роботи

Варіант	Завдання		
	1	2	3
I	36° і 144°	81° і 99°	Так, бо сума внутрішніх односторонніх кутів дорівнює 180°
II	112° і 68°	45° і 135°	Ні, бо сума внутрішніх односторонніх кутів не дорівнює 180°
III	62° і 118°	63° і 117°	Так, бо сума внутрішніх односторонніх кутів дорівнює 180°
IV	134° і 46°	60° і 120°	Ні, бо сума внутрішніх односторонніх кутів не дорівнює 180°

Якщо самостійна робота на с. 88 була запропонована на домашнє опрацювання, то після розгляду результатів її написання дайте учням аналогічну самостійну роботу, що розміщена в Зошиті моїх досягнень (с. 16–17).

Крім того, після написання самостійних робіт учитель може запропонувати учням: роботу над помилками за допомогою відповідного бланку із «Зошита моїх досягнень» (Корекційний бланк №1 — бланк для роботи над помилками, що були допущені в самостійних роботах); корекційну роботу, яка за структурою і змістом є аналогічною до тієї, що пропонувалася раніше.

Наприклад, у відповідному бланку учні мають заповнити рядки для тих завдань, у яких було допущено помилки, а потім виконати аналогічні завдання з корекційної роботи (або й усю корекційну роботу).

На основі якісної роботи над помилками та виконання завдань корекційної роботи вчитель може скорегувати оцінку за тематичну роботу. Такий підхід дає змогу учням усвідомлено аналізувати та критично оцінювати виконані письмові роботи, навчатися на власних помилках.

Для підготовки до тематичного оцінювання запропонуйте вдома виконати завдання рубрики «Типові задачі до тематичного контролю» на с. 90.

Урок 25. Тематичне оцінювання (розв'язування математичних задач)

Мета. Перевірити, як учні засвоїли теми «Суміжні кути», «Вертикальні кути», «Паралельні і перпендикулярні прямі», «Ознаки паралельних прямих», «Властивості паралельних прямих», «Теореми та аксіоми» та визначити рівень їхніх навчальних досягнень. Результати довести до відома учнів і їхніх батьків.

Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення тем учні мають навчитися за допомогою лінійки і косинця проводити паралельні й перпендикулярні прямі; описувати кути, утворені при перетині двох прямих січною; формулювати означення суміжних і вертикальних кутів, паралельних і перпендикулярних прямих, перпендикуляра, відстані від точки до прямої; властивості: суміжних і вертикальних кутів; паралельних і перпендикулярних прямих, кутів, утворених при

перетині паралельних прямих січною; ознаки паралельності прямих; обґрунтовувати взаємне розміщення вказаних у змісті геометричних фігур, спираючись на їх властивості; доводити властивості суміжних і вертикальних кутів, паралельних прямих, перпендикулярних прямих, ознаки паралельності прямих, застосовувати вивчені означення і властивості до розв'язування задач.

Методичні вказівки

На початку уроку або до нього бажано надати учням ключі до типових задач для тематичного контролю, що містяться в підручнику.

Відповіді до типових задач

Завдання	1	2	3	4	5
Відповідь		45° і 135°		120° і 60°	72° і 108°

Завдання	6	7	8	9
Відповідь	$AB \parallel CD$; $\angle KPM = 54^\circ$	64°	62° , 48° , 118° і 132°	

Бал, отриманий кожним учнем, має відображати реальні досягнення в опануванні ним конкретної теми. Тематичне оцінювання бажано проводити комплексно: усне опитування, комп'ютерне тестування, письмові роботи. Водночас треба обов'язково враховувати індивідуальні особливості учнів та їх навчальну діяльність під час вивчення тем, що підля-

гають контролю. Тестування можна проводити за допомогою індивідуальних тестів. Якщо є можливість, створити банк відповідних завдань і виконувати за допомогою комп'ютера. Усне опитування й тестування можна проводити як на уроках, так і в позаурочний час, зручний для учнів і вчителя. Окремі учні можуть бути звільненими від таких видів оцінювання.

Учитель наприкінці семестру має оцінити три групи результатів кожного учня. Пропонуємо оцінювати кожну із цих груп у кожній із чвертей за допомогою двох письмових робіт. Перша робота розрахована на урок і орієнтована на оцінку групи «Розв'язування математичних задач» (друга група результатів). Завдання, аналогічні до поданих у підручнику, містяться в посібнику «Зошит моїх досягнень» і теж дають змогу оцінити другу групу результатів. Додаткові завдання в цій роботі є необов'язковими і дають змогу учням заробити ще одну оцінку.

Пропонуємо вчителю під час перевірки не лише залишати коментарі чи бали в роботі, а й роздрукувати для кожного учня бланк, де зробити відповідні відмітки в таблиці. Таке додаткове формувальне оцінювання письмової роботи допоможе детальніше інформувати батьків і самого учня щодо успіхів у математиці.

Тобто після перевірки роботи вчитель заповнює таблицю (див. нижче) для кожного учня. Вибирає один із чотирьох стовпчиків до кожного завдання і ставить у ньому галочку (чи інший символ).

Тематичне оцінювання. Розміщення прямих на площині

Оцінювання групи результатів «Розв'язування математичних задач»

Прізвище, ім'я учня _____

	Форма	Виконує правильно	Допускає незначні помилки	Допускає помилки	Не виконав / не виконала
№1. Знаходження міри суміжного кута до заданого	Тест				
№2. Знаходження міри кутів, що утворюються при проведенні бісектриси кута двох перпендикулярних прямих					
№3. Знаходження міри внутрішнього різностороннього кута до заданого					
№4. Знаходження міри кутів, що утворюються при проведенні внутрішнього променя до одного із суміжних кутів	Відповідність				
№5. Доведення паралельності прямих за рівними двома зовнішніми різносторонніми кутами					
№6. Знаходження міри внутрішніх односторонніх кутів при перетині паралельних прямих січною, якщо відомо: а) на скільки їх міри відрізняються; б) їх відношення					
№7. Доведення паралельності прямих за заданим малюнком					
№8. Знаходження міри кута, що утворюється при перетині двох паралельних прямих двома січними					
Додаткове завдання					
Знаходження міри кутів, утворених діагоналлю в прямокутнику					

Ми пропонуємо не задавати учням домашнього завдання після написання контрольної роботи.

Урок 26. Аналіз контрольної роботи. Тематичний контроль (опрацювання ситуації і створення математичних моделей, інтерпретація і критичний аналіз результатів)

Мета. Проаналізувати виконання попередньої письмової роботи. Здійснити корекцію знань і вмінь із вивчених тем.

Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення тем учні мали навчитися за допомогою лінійки і косинця проводити паралельні й перпендикулярні прямі; описувати кути, утворені при перетині двох прямих січною; формулювати означення суміжних і вертикальних кутів, паралельних і перпендикулярних прямих, перпендикуляра, відстані від точки до прямої; властивості: суміжних і вертикальних кутів; паралельних і перпендикулярних прямих, кутів, утворених при перетині паралельних прямих січною; ознаки паралельності прямих; обґрунтовувати взаємне розміщення вказаних у змісті геометричних фігур, спираючись на їх властивості; доводити властивості суміжних і вертикальних кутів, паралельних прямих, перпендикулярних прямих, ознаки паралельності прямих, застосовувати вивчені означення і властивості до розв'язування задач.

Методичні вказівки

Учитель у класі може розглянути деякі задачі та вправи, у яких значна частина учнів припустилася помилок, повторити теоретичні питання, недосконале знання яких призвело до помилок під час виконання попередньої роботи, перевірити вміння учнів досліджувати ситуації, створювати математичні моделі, інтерпретувати і критично оцінювати результат, організувати роботу над помилками, визначивши із сильних учнів консультантів для тих, хто отримав низькі бали за першу письмову роботу.

1. Роздайте учням зошити з перевіреною роботою.

2. Запишіть на дошці максимальні бали за кожне виконане правильно завдання.

3. Поясніть, що ви виділили допущені помилки, а також записали кількість балів, які заробив кожен учень.

4. Розгляньте з учнями завдання, у яких найбільша кількість учнів припустилася помилок, або запропонуйте заповнити корекційний бланк (Корекційний бланк №2) чи частини корекційних робіт із «Зошита моїх досягнень». Учитель може запропонувати учням у відповідному бланку заповнити рядки для тих завдань, у яких було допущено помилки, а потім виконати аналогічні завдання з корекційної роботи (або й всю корекційну роботу). На цьому етапі важливо дізнатися, учень не брався до завдання, бо не встиг чи не знав, як його виконати, а також, чи усвідомив він допущені помилки, чи може тепер виконати завдання правильно. На основі якісної роботи над помилками та виконання завдань корекційної роботи вчитель може скорегувати оцінку за тематичну роботу. Такий підхід дає змогу усвідомлено аналізувати та критично оцінювати виконані письмові роботи, навчатися на власних помилках.

5. Запропонуйте написати другу письмову роботу для оцінки першої (Опрацювання ситуації і створення математичних моделей) і третьої (Інтерпретація і критичний аналіз результатів) груп результатів. Завдання для цієї роботи у двох варіантах містяться в посібнику для учнів «Зошит моїх досягнень». У кожній із таких робіт є 6 завдань. Деякі призначено для оцінки першої групи результатів, а деякі для оцінки третьої групи. Учитель може визначати рівні досягнень учнів чи ставити дві оцінки (за кожною з груп окремо).

Також учитель може самостійно розробити систему оцінювання трьох різних груп результатів і відповідні види робіт.

На наступних уроках також можна організувати інші види контролю:

- корекційні роботи для оцінки першої і третьої груп результатів, поданих у Зошиті моїх досягнень;
- фронтальне опитування учнів з використанням рубрики «Запитання і завдання для самоконтролю» з підручника.

Розділ III.

Трикутники.

Ознаки рівності трикутників

Урок 27. Трикутник і його елементи

Мета. Повторити й уточнити поняття: «трикутник», «сторони», «кути», «медіана», «бісектриса», «висота трикутника».

Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення теми учні мають уміти: зображати і знаходити на малюнках гострокутні, прямокутні, тупокутні трикутники та їх елементи; формулювати означення різних видів трикутника, бісектриси, медіани, висоти трикутника, класифікувати трикутники за сторонами й кутами, застосовувати вивчені означення і властивості до розв'язування задач.

Методичні вказівки

Трикутник — одна з найважливіших геометричних фігур. Кожний многокутник можна розрізати на трикутники, тому в геометрії трикутники — ніби цеглини в будівлі, молекули в речовині. Існує навіть великий розділ сучасної геометрії «Геометрія трикутника» — досить багатий і цікавий. Властивості трикутника найвідоміші математики досліджували майже 25 століть. Крім згаданих у підручнику видів трикутників, геометри розглядають трикутники Піфагора, Геронові трикутники тощо.

У шкільному курсі геометрії трикутники найчастіше використовують для доведення теорем і розв'язування задач, вони є найзручнішим своєрідним геометричним інструментарієм.

Особливо важливу роль відіграють ознаки рівності трикутників.

Слід звернути увагу на те, що в геометрії кожне зі слів *трикутник*, *сторона трикутника*, *кут трикутника*, *висота*, *медіана*, *бісектриса трикутника* вживаються для позначення двох різних геометричних понять.

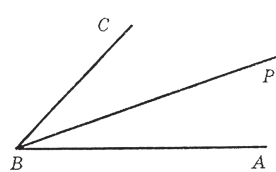
Трикутник — замкнена ламана із трьох ланок і частина площини, обмежена такою замкненою ламаною. Кут трикутника — і геометрична фігура (множина точок) і міра такого кута. Сторона трикутника, медіана, бісектриса — і відрізок, і його довжина.

Під час вивчення трикутників бажано звернути увагу на їх класифікацію. Часто учні, не знаючи найважливіших правил класифікації, поєднують дві класифікації за двома різними основами в одну. Говорять, наприклад, що трикутники бува-

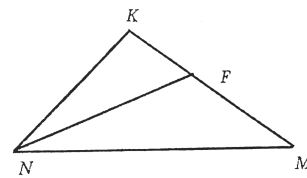
ють гострокутні, рівнобедрені, прямокутні, рівносторонні та ін. Такий поділ поняття «трикутники» неправильний. Правильно класифікувати трикутники за сторонами і за кутами, за допомогою схем і діаграм Ейлера. Рівнобедрені прямокутні трикутники входять до двох різних класів трикутників: рівнобедрених і прямокутних.

Навчальний матеріал параграфа «Трикутники і його елементи» учні знають із попередніх класів. Тому перші уроки бажано проводити у вигляді бесіди і діалогів: «учитель — учень», «учень — учень», «учень — учитель». Наприклад, учитель може запропонувати учням прочитати самостійно параграф і сформулювати запитання до однокласників.

Слід звернути увагу на відмінність у поняттях «бісектриса кута» і «бісектриса трикутника», зобразивши їх на дошці.



Бісектриса кута



Бісектриса трикутника

Учні мають розуміти, що бісектриса кута — промінь, а бісектриса трикутника — відрізок.

Активізувати навчально-пізнавальну діяльність допоможуть задачі та вправи з рубрики «Виконайте усно», а також практичні завдання:

- перегніть аркуш паперу, щоб утворився прямокутний (гострокутний, тупокутний) трикутник;
- утворіть перегинанням / проведіть у цьому трикутнику медіани (бісектриси, висоти);
- розріжте трикутник на два / три прямокутні трикутники.

Робота з матеріалом підручника

- Для роботи вдома: § 10; №375, 377, 379, 381.

Вказівки до розв'язування задач

369. а) Ні. Бо довжина кожної сторони трикутника менша від суми двох інших, а задані відрізки не задовольняють цю умову.

370. а) Найменших трикутників на малюнку 9, більших — 3, найбільший 1, а разом — 13.

373. Так.

380. а) 4 см, 10 см і 12 см.

386. Нехай сторони трикутника дорівнюють $4x$, $5x$ і $8x$, тоді $8x - 4x = 24$, $x = 6$ (см). Отже, сторони трикутника 24 см, 30 см і 48 см, а периметр 102 см.

387. Нехай шуканий периметр трикутника дорівнює P . Тоді його сторони: $P - 7$, $P - 8$ і $P - 9$. Їх сума $P - 7 + P - 8 + P - 9 = P$, звідки $P = 12$.

389. Сума сторін трикутника у 3 рази більша від їх середнього арифметичного. $P = 30$ см.

393. Оскільки периметр ABC найбільший, то H — внутрішня точка відрізка AC . Тому $BH = (14 + 18 - 26) : 2 = 3$ (см).

394. Якщо $AB + BM + AM = BC + BM + MC$ і $AM = MC$, то $AB = BC$.

395. Січна з паралельними прямими утворює рівні відповідні кути.

396. а) Трикутник і пряма можуть ділити площину на 3 або 4 області. в) Трикутник і коло — на 3, 4, 5, 6, 7 або 8 областей.

399. $20 \text{ га} = 200\,000 \text{ м}^2$, $200\,000 \text{ м}^2 : 500 \text{ м} = 400 \text{ м}$.

400. Якщо OK і OP — бісектриси заданих кутів, то кут KOP удвічі менший за AOC . Отже, $\angle KOP = 50^\circ$.

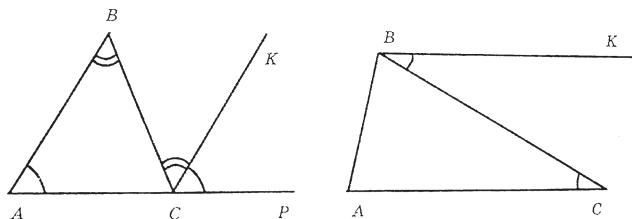
Уроки 28–29. Сума кутів трикутника

Мета. Довести теореми про суму кутів трикутника і зовнішній кут трикутника, навчити учнів використовувати їх для розв'язування задач.

Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення теми учні мають уміти формулювати й доводити теорему про суму кутів трикутника і властивість зовнішнього кута трикутника, а також застосовувати їх до розв'язування задач.

Методичні вказівки

У розділі «Трикутники» найважливішими є теореми про суму кутів трикутника й ознаки рівності трикутників. Теорему про суму кутів трикутника в підручнику доведено на основі властивості внутрішніх різносторонніх кутів при перетині паралельних прямих січною. Хоча вчитель може запропонувати учням доведення за малюнками, поданими нижче.

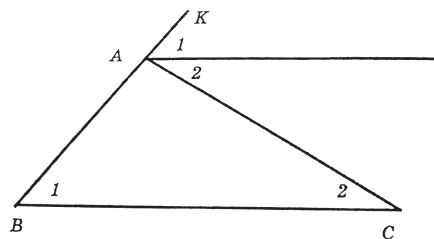


Можна запропонувати учням навіть кілька різних доведень теореми і дозволити вибрати кожному з них те, яке йому здається найкращим.

Твердження про суму кутів трикутника багатьом учням відоме з 5 класу (тим, які в 5 класах навчалися за підручником Г. П. Бевза і В. Г. Бевз, Д. В. Васильєва, Н. Г. Владімірова). Але там воно пояснювалося експериментально. Тепер пропо-

нується його строге доведення. Сильнішим учням корисно запропонувати обчислити суму кутів довільного чотирикутника, п'ятикутника, шестикутника. Або й вивести формулу для обчислення суми кутів n -кутника. За програмою ця теорема розглядається тільки у 8 класі, але деякі учні можуть довести її ще в 7 класі.

Теорему про зовнішній кут трикутника можна доводити не тільки пропонованим у підручнику способом, а й користуючись малюнком.



До кожної з теорем можна зробити динамічні моделі.

Робота з матеріалом підручника

На першому уроці

- Для роботи вдома: § 11; №407, 409, 411, 414.

На другому уроці

- Для роботи вдома: § 11; №417, 419, 421, 423.

Вказівки до розв'язування задач

406. Ні, бо тоді кожний внутрішній кут трикутника мав би дорівнювати 80° . За такої умови сума кутів не дорівнює 180° .

410. а) $x + x + x + 30^\circ = 180^\circ$, $x = 50^\circ$.

Відповідь. 50° , 50° , 80° .

б) $x + x - 20^\circ + x - 40^\circ = 180^\circ$, $x = 80^\circ$.

Відповідь. 80° , 60° , 40° .

412. а) $2x + 3x + 5x = 180^\circ$, $x = 18^\circ$.

Шукані кути: 36° , 54° , 90° .

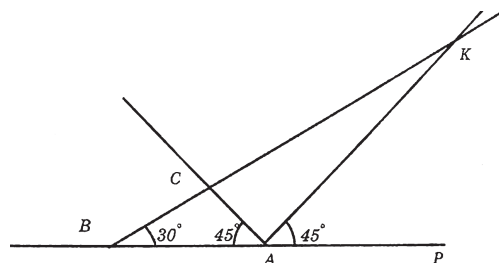
414. Кути трикутника 30° , 60° , 90° .

416. $65^\circ + 65^\circ = 130^\circ$.

418. $\angle C = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$,

$\angle A = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$, $\angle B = 120^\circ - 80^\circ = 40^\circ$.

420. Можливі 2 випадки.



Якщо $\angle BAC = 45^\circ$, то $\angle ACK = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$.

Якщо $\angle PAK = 45^\circ$, то $\angle AKB = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$.

422. $\angle ACB = 180^\circ - 60^\circ - 30^\circ = 90^\circ$,
 $\angle ACL = 90^\circ : 2 = 45^\circ$; $\angle ACH = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$;
 $\angle HCL = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$.
 424. а) $\angle ACB = 180^\circ - 80^\circ - 40^\circ = 60^\circ$;
 $\angle ACL = 60^\circ : 2 = 30^\circ$;
 $\angle CLA = 180^\circ - \angle A - \angle ACL = 180^\circ - 80^\circ - 30^\circ = 70^\circ$.

429. а) $\angle ACH = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$;
 $\angle BCH = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$.

430. а) Позначатимемо зовнішні кути трикутника при вершинах A, B, C відповідно символами A_3, B_3, C_3 .

Тоді $\angle A_3 = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$,

$\angle B_3 = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$;

$\angle C_3 = 40^\circ + 50^\circ = 90^\circ$.

в) $\angle B_3 = \angle A + \angle C = 95^\circ$, $\angle A_3 = 135^\circ$.

$\angle C + (\angle A + \angle B + \angle C) = 95^\circ + 135^\circ = 230^\circ$,

$\angle C = 230^\circ - 180^\circ = 50^\circ$,

$\angle C_3 = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$.

432. Нехай BCK — зовнішній кут трикутника ABC , а CP — його бісектриса. Оскільки $\angle A = \angle B$ і $\angle BCK = \angle A + \angle B$, то $\angle PCB = \angle B$. А коли січна CB утворює з прямими AB і CP рівні внутрішні різносторонні кути, то $AB \parallel CP$. А це й треба було довести.

433. Кожний із занумерованих на малюнку підручника кутів має 45° . Тому їх сума $45^\circ \cdot 6 = 270^\circ$.

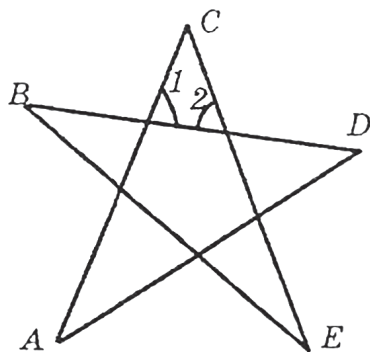
434. Неправильно, бо сума кутів A_1, B_1 і C не дорівнює 180° .

435. Розв'язати можна так. За теоремою про зовнішній кут трикутника:

$\angle A + \angle D = \angle 1$, $\angle B + \angle E = \angle 2$,

$\angle 1 + \angle 2 + \angle C = 180^\circ$, тому

$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 180^\circ$.



437. Якщо $m + n = a$, то $0,5m + 0,5n = 0,5a$.

439. Якщо $m : n = 2 : 3$, то і $0,5m : 0,5n = 2 : 3$.

Також на другому уроці можна запропонувати учням тестування

Трикутники. Сума кутів трикутника

Тестові завдання

Варіант I

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8
Відповідь								

1. Обчисліть периметр трикутника, якщо його сторони дорівнюють 5 см, 7 см і 10 см.

А 21 см

В 23 см

Б 22 см

Г 12 см

2. AK — бісектриса $\triangle ABC$. Знайдіть $\angle KAC$, якщо $\angle A = 70^\circ$.

А 70°

В 35°

Б 30°

Г 45°

3. CK — висота $\triangle ABC$. $\angle AKC$:

А гострий

В прямий

Б тупий

Г розгорнутий

4. Півпериметр трикутника дорівнює 27 см. Знайдіть середнє арифметичне сторін трикутника.

А 18 см

В 13,5 см

Б 54 см

Г 27 см

5. BM — медіана $\triangle ABC$. $AB = 5$ см, AC на 3 см більша. Знайдіть AM .

А 5 см

В 4 см

Б 8 см

Г 1 см

6. Один із кутів трикутника прямий. Інші кути трикутника:

А гострі

В тупий і гострий

Б тупі

Г гострий і прямий

7. Установіть вид трикутника, якщо його кути дорівнюють 70° і 40° .

А гострокутний

В прямокутний

Б тупокутний

Г трикутник не існує

8. Два кути трикутника дорівнюють 33° і 77° . Знайдіть міру зовнішнього кута при третій вершині.

А 80°

В 110°

Б 100°

Г 40° .

Трикутники. Сума кутів трикутника

Трикутники. Сума кутів трикутника

Тестові завдання

Варіант II

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8
Відповідь								

1. Обчисліть периметр трикутника, якщо його сторони дорівнюють 6 см, 7 см і 10 см.

- А 10 см
Б 23 см
В 22 см
Г 21 см

2. BM — бісектриса $\triangle ABC$. Знайдіть $\angle B$, якщо $\angle ABM = 26^\circ$.

- А 26°
Б 13°
В 52°
Г 42°

3. AP — висота $\triangle ABC$. $\angle APC$:

- А гострий
Б тупий
В прямий
Г розгорнутий

4. Знайдіть півпериметр трикутника, якщо середнє арифметичне його сторін дорівнює 18 см.

- А 6 см
Б 36 см
В 54 см
Г 27 см

5. AM — медіана $AB = 7$ см, BC у 2 рази більша. Знайдіть BM .

- А 7 см
Б 14 см
В 9 см
Г 4,5 см

6. Один із кутів трикутника тупий. Інші кути трикутника:

- А гострі
Б тупі
В тупий і гострий
Г гострий і прямий

7. Установіть вид трикутника, якщо його кути дорівнюють 65° і 25° .

- А гострокутний
Б тупокутний
В прямокутний
Г трикутник не існує

8. Два кути трикутника дорівнюють 45° і 55° . Знайдіть міру зовнішнього кута при третій вершині.

- А 80°
Б 90°
В 100°
Г 10°

Тестові завдання

Варіант III

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8
Відповідь								

1. Обчисліть периметр трикутника, якщо його сторони дорівнюють 5 см, 9 см і 12 см.

- А 26 см
Б 25 см
В 27 см
Г 14 см

2. CL — бісектриса $\triangle ABC$. Знайдіть $\angle LCA$, якщо $\angle C = 84^\circ$.

- А 84°
Б 41°
В 42°
Г 52°

3. BM — висота $\triangle ABC$. $\angle BMA$:

- А гострий
Б тупий
В прямий
Г розгорнутий

4. Півпериметр трикутника дорівнює 15 см. Знайдіть середнє арифметичне сторін трикутника.

- А 10 см
Б 30 см
В 5 см
Г 15 см

5. CM — медіана $\triangle ABC$. $AC = 10$ см, AB на 4 см менша. Знайдіть AM .

- А 6 см
Б 14 см
В 3 см
Г 7 см

6. Один із кутів трикутника прямий, другий — тупий. Третій кут трикутника:

- А гострий
Б тупий
В прямий
Г трикутник не існує

7. Установіть вид трикутника, якщо його кути дорівнюють 30° і 40° .

- А гострокутний
Б тупокутний
В прямокутний
Г трикутник не існує

8. Два кути трикутника дорівнюють 37° і 43° . Знайдіть міру зовнішнього кута при третій вершині.

- А 80°
Б 90°
В 100°
Г 16°

Трикутники. Сума кутів трикутника

Тестові завдання Варіант IV

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8
Відповідь								

1. Обчисліть периметр трикутника, якщо його сторони дорівнюють 6 см, 8 см і 11 см.

- А 25 см
Б 26 см
В 23 см
Г 15 см

2. BK — бісектриса $\triangle ABC$. Знайдіть $\angle B$, якщо $\angle KBC = 37^\circ$.

- А 37°
Б 64°
В 74°
Г 72°

3. AK — висота $\triangle ABC$. $\angle CKA$:

- А гострий
Б тупий
В прямий
Г розгорнутий

4. Знайдіть півпериметр трикутника, якщо середнє арифметичне його сторін дорівнює 24 см.

- А 8 см
Б 72 см
В 42 см
Г 36 см

5. AM — медіана $\triangle ABC$. $AC = 12$ см, BC у 3 рази менша. Знайдіть MC .

- А 4 см
Б 2 см
В 18 см
Г 7,5 см

6. У трикутнику два кути тупі. Третій кут трикутника:

- А гострий
Б тупий
В прямий
Г трикутник не існує

7. Установіть вид трикутника, якщо його кути дорівнюють 33° і 57° .

- А гострокутний
Б тупокутний
В прямокутний
Г трикутник не існує

8. Два кути трикутника дорівнюють 67° і 23° . Знайдіть міру зовнішнього кута при третій вершині.

- А 80°
Б 90°
В 100°
Г 44°

Урок 30. Рівність геометричних фігур

Мета. Увести поняття рівності геометричних фігур, підготувати учнів до вивчення ознак рівності трикутників.

Вимога до підготовки учнів. У результаті вивчення теми учні мають розуміти поняття «рівні фігури», знаходити простіші рівні фігури на малюнках, наводити приклади рівних фігур.

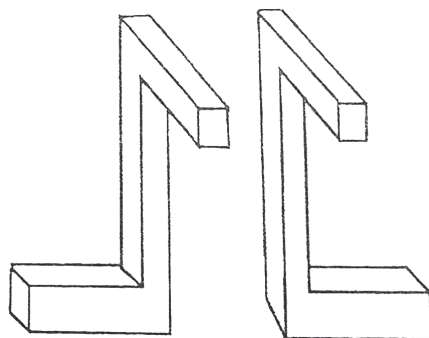
Методичні вказівки

Відношення рівності в математиці відіграє важливу роль. У геометрії розглядають рівності різних видів. Якщо виходити з трактування, прийнятого в теорії множин (а кожна фігура — деяка множина точок), то треба було б рівними вважати тільки вже суміщені фігури: коли кожна точка однієї фігури є точкою другої фігури і навпаки. Тому деякі автори ті фігури, які не суміщені, але які можна сумістити, називають *конгруентними*. За кордоном у багатьох країнах уживають саме термін *конгруентність фігур* і відповідний символ $\cong$, яким позначали конгруентні фігури.

Словом *рівний* в українській мові позначають також властивість того, що не має викривлень, западин, потовщень тощо: *рівна дорога, рівний степ, рівний шов*. А в геометрії це слово традиційно вживають для позначення відношення рівності. Наприклад, замість *відрізки AB і KP дорівнюють один одному* говорять коротше: *відрізки AB і KP рівні*.

При нагоді учням можна сказати, що в планіметрії рівними вважають і такі фігури, які можна сумістити, не виходячи з площини, і такі, сумістити які можна тільки рухаючись у тривимірному просторі. У прикладних ситуаціях такі фігури не завжди вважають рівними. Наприклад, два абстрактні прямокутні трикутники з катетами 6 см і 8 см у геометрії вважаються рівними, але коли йдеться про два шматочки хромової шкіри таких розмірів, то не завжди один із них можна замінити іншим.

У стереометрії рівними вважаються і такі фігури, які не можна сумістити.



Про це можна сказати учням у добре підготовлених класах, у слабших таких питань краще не обговорювати.

Робота з матеріалом підручника

- Для роботи вдома: § 12; №450, 455, 457, 459.

Вказівки до розв'язування задач

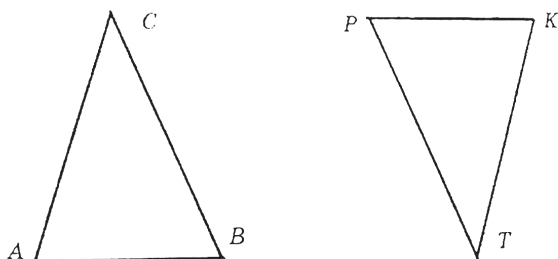
450. Якщо $\triangle KPT = \triangle ABC$, то $KP = AB$.

$KT = AC$, $PT = BC$, тому

$$KP + PT + TK = AB + BC + CA = 3 + 4 + 5 = 12 \text{ (см)}.$$

453. $KT = BD = 3,8$ см, $\angle T = \angle B = 70^\circ$.

454. Можуть бути.



457. $\angle M = \angle A$, $\angle N = \angle B$, $\angle K = \angle C = 60^\circ$,
 $\angle N = 2\angle M$ і $\angle N + \angle M = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$. Звідси
 $\angle M = 40^\circ$, $\angle N = 80^\circ$.

Відповідь. $\angle A = \angle M = 40^\circ$, $\angle B = \angle N = 80^\circ$.

461. Трикутники ABC і ADC рівні, а ABC і CDK не рівні.

463. Правильно. Указані фігури можна сумістити поворотом на 180° навколо точки O .

466. $\angle B = 65^\circ$, $\angle C = 45^\circ$.

Шуканий кут $= 0,5 \cdot (45^\circ + 65^\circ) = 55^\circ$.

467. Кут між двома бісектрисами

$$x = 0,5 \cdot (60^\circ + 60^\circ) = 60^\circ.$$

464. Один півкруг із другим можна сумістити за допомогою: а) повороту на 180° навколо центра кола в один чи інший бік; б) симетрії відносно прямої, що проходить через діаметр кожного з півкругів.

У 7 класі згадані рухи можна розглядати на дослідно-індуктивному рівні. Тобто учні не мають знати їх назви, а мають лише виконати відповідні дії і спробувати пояснити їх.

Проекти

Відповідно до орієнтовного календарного планування наприкінці семестру відводиться 2 год для виконання проектних робіт. Ці години можна розподіляти і продовж усього семестру. У підручнику на с. 226—227 запропоновано 4 проекти. Учитель може обирати із цих або пропонувати учням свої проекти.

Метод проектів — це спосіб навчання, коли учень самостійно (чи за допомогою вчителя) формулює навчальну проблему, здійснює збір необ-

хідної інформації, планує варіанти її розв'язання, робить висновки, аналізує свою діяльність, формуючи нові знання й набуваючи навчального і життєвого досвіду.

Робота над проектом складається з 5 етапів.

I етап. Організація проекту

На цьому етапі вчитель визначає стратегію діяльності, яка полягає у виборі виду й теми проекту, формулюванні провідної проблеми та діялтичної мети, презентує ідею учням.

II етап. Планування

Особливістю проектної діяльності є робота за певним планом (створеним спільно чи складеним самостійно). Планування учнівської діяльності може здійснювати як вчитель, так і учні самостійно. Це залежить від мети проекту, його специфіки й вікових особливостей школярів.

III етап. Реалізація запланованого

IV етап. Захист проекту

V етап. Оцінювання

Учитель одразу має визначити, що буде результатом виконання проектної роботи і як (за якими критеріями) та ким (учителем і учнями, самим учнем) буде оцінюватися проектна робота. Над одним проектом може працювати один учень, пара або група учасників. У процесі виконання однієї проектної роботи можна використати й комбіновані варіанти, коли частину роботи учні виконують індивідуально, а частину в групах (причому групи можуть змінюватися).

Проекти також поділяють на:

- творчі;
- ігрові;
- інформаційні;
- практико-орієнтовані.

Творчі проекти не мають детально опрацьованої структури спільної діяльності учасників. Але запланований результат і форма презентації — малюнок, рукописний журнал, колективний колаж, портфоліо, відеофільм, вечір, свято тощо. Наприклад, створення малюнка за допомогою певної геометричної фігури або портфоліо фотографій геометричних фігур, що вивчаються.

В ігрових проектах учні виконують певні ролі. Це може бути театральна постановка з історії математики, розігрування суду чи конференції тощо. Учні також можуть придумувати самостійно ігри для своїх однокласників.

Інформаційні проекти спрямовані на збирання інформації про який-небудь об'єкт та ознайомлення учасників проекту із цією інформацією, її аналіз і узагальнення фактів. Наприклад, це можуть бути різноманітні стіннівки. Усе більшої популярності набирають онлайн-стіннівки, коли

учні кожен зі свого дому працює над спільною стінівкою, наприклад за допомогою дошки Padlet.

У практико-орієнтованих проєктах результат діяльності учасників чітко визначено із самого початку, він орієнтований на соціальні інтереси.

Результат проєктної роботи може бути різним. Це, і збірник задач, і стінівка, і позакласний захід проведений учнями, і відео чи аудіо записане учнями, і навіть аккаунт у соціальній мережі.

Проектні роботи можуть бути, довготривалими, середньотривалими або короткотривалими. Короткотривалі виконуються упродовж одного-двох уроків, середньотривалі — кілька тижнів, а довготривалі — семестр або цілий рік.

Для того щоб Учителю розробити власний проєкт для учнів потрібно:

- вибрати тему;
- визначити мету;
- визначити проблему;
- вибрати вид проєкту;
- спроектувати етапи діяльності учнів (доступні для кожного учасника);
- спланувати форму захисту проєкту;
- визначити результат проєкту;
- визначити критерії оцінювання учнів;
- обдумати можливу співпрацю з батьками;
- креативно презентувати проєкт учням (презентація є дуже важливою, оскільки лише мотивований учень працюватиме самостійно).

Першим у підручнику запропоновано довготривалий проєкт «Створюємо збірник задач із геометрії». Він розрахований на рік, але можна виконувати його і впродовж семестру.

I Створюємо збірник задач із геометрії

1. Щотижня кожен учень може скласти (або дібрати з додаткової літератури) і розв'язати одну задачу з теми, що вивчається. Текст задачі та її розв'язання подається вчителю й надсилається електронною поштою для створення бази.
2. Наприкінці чверті задачі систематизуються і пропонуються учням для розв'язування під час канікул.
3. Після канікул проводиться конкурс на кращу задачу та розв'язання.
4. Наприкінці року можна створити збірник задач (електронний чи паперовий), який містив би понад 500 задач, і подарувати його шкільній бібліотеці й майбутнім семикласникам



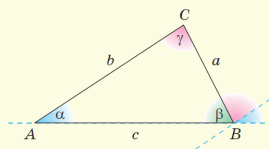
Під час онлайн-навчання цей проєкт також може бути реалізований за допомогою роботи зі спільними документами. Збірник задач бажано запропонувати учням гарно оформити, наприклад, за допомогою сервісу Canva, і потім розмістити на сайті навчального закладу.

Другий із запропонованих проєктів є інформаційним та короткотривалим і потребує інтеграції з кількох предметів. Зверніть увагу, що учням

пропонується пошук інформації про трикутник ще до вивчення цих тем за програмою. Учні мають розподілити роботу в команді й лаконічно представити знайдену інформацію.

II Інтегрований проєкт із математики, інформатики й іноземної мови на тему «Трикутники»

1. Кожен учень може брати участь у роботі однієї з двох проєктних груп, які працюють над підтемами «Загальні відомості про трикутники» й «Рівність трикутників».
2. Результати роботи над проєктом бажано оформити у вигляді групового портфоліо з комп'ютерною презентацією. Розподіл діяльності в групі можна здійснити в такий спосіб: науковець-консультант, дизайнер, історик, менеджер...
3. Про тему, мету, завдання та зміст проєкту бажано дізнатися перед осінніми канікулами. Кожен учасник проєкту має самостійно ознайомитися з основними поняттями й твердженнями теми, перекласти їх іноземною мовою та підготувати коротку комп'ютерну презентацію.
4. Захист проєктів відбувається протягом двох днів перед вивченням теми «Трикутники» за участю учнів 7 класів, учителів математики, інформатики, іноземної мови, адміністрації школи та інших.



— Сума кутів трикутника дорівнює 180° .
— Die Summe der Maße der Winkel eines Dreiecks beträgt 180° .
— The sum of the measures of the angles of a triangle is 180° .

Уроки 33–36. Перша і друга ознаки рівності трикутників.

Мета. Сформулювати і довести першу і другу ознаки рівності трикутників, навчити учнів застосовувати їх до розв'язування задач.

Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення теми учні мають уміти формулювати дві перші ознаки рівності трикутників і застосовувати їх до розв'язування задач.

Методичні вказівки

Ознаки рівності трикутників у шкільному курсі геометрії відіграють дуже важливу роль. Їх використовують при доведенні більшості геометричних теорем і в розв'язаннях багатьох задач. Вони — найуживаніший засіб. Були спроби замінити традиційне доведення геометричних теорем на основі ознак рівності трикутників доведеннями, що базуються на геометричних рухах: паралельному перенесенні, симетрії тощо. Але такі способи доведення виявилися менш зручними, і від них відмовилися.

Ознаки рівності трикутників доводимо не на основі аксіом, а використовуючи інтуїтивне поняття накладання чи прикладання. Не виключено, що деякі учні не зможуть повторити доведення теорем на наступному уроці, окремі з них довго не розумітимуть навіть потреби в доведеннях. Подібне траплялося раніше. Колись доведення ознак рівності трикутників вивчали старші учні, але й вони часто дивувалися: «Накреслив учитель два рівні трикутники і цілий урок доводив, що вони рівні». Для багатьох повне розуміння наступить тільки

згодом, особливо в процесі розв'язування задач на використання ознак рівності трикутників.

Тут доведено тільки дві ознаки рівності трикутників. Третю зручно доводити з використанням властивостей рівнобедрених трикутників, тому про неї йтиметься далі.

Робота з матеріалом підручника

На першому уроці

- Для роботи вдома: § 13; №478, 480, 485, 514.

На другому уроці

- Для роботи вдома: § 13; №487, 491, 494, 496

На третьому уроці

- Для роботи вдома: § 13; №499, 502,

тест на с. 124.

На четвертому уроці

- Для роботи вдома: § 13; №504, 505, самостійна робота на с. 123

Вказівки до розв'язування задач

469. а) перевірити накладанням; б) виміряти відповідні елементи.

474. Завдання доцільно запропонувати для групи учнів. Одні групи можуть виконувати завдання а), а інші — завдання б). Спершу група обговорює необхідні дії, потім виконує їх і робить висновок. Декілька груп презентують свої результати. Вчитель може самостійно обрати з групи учня чи ученицю, які будуть презентувати результати роботи.

475. $\angle A + \angle B = 180^\circ$ і $\angle A + \angle D = 180^\circ$, тому $\angle B = \angle D$.

2-й спосіб. Див. задачу 489.

477. $OA = OB$, $OC = OD$, $\angle AOC = \angle BOD$, тому за першою ознакою $\triangle AOC = \triangle BOD$.

478. $\triangle KME = \triangle PME$, тому $KE = PE = 12$ см.

480. Запропонуйте учням та ученицям завдання для розв'язування вдома. У них буде змога спершу здогадатися, про що йдеться в умові, потім скористатися перекладачем і перевірити себе, а потім вже взятися до розв'язання. Бажано цю задачу пропонувати учням, якщо у класі перед тим була розв'язана задача №479.

481. Оскільки AM — медіана, то $BM = MC$. За умовою $MA = MK$ і $\angle AMC = \angle KMB$. Тому за першою ознакою $\triangle ACM = \triangle KBM$.

486. Запропонуйте парі учнів / учениць спершу прочитати завдання декілька разів, обговорити його, потім скласти план розв'язування. Декілька пар презентують свої плани розв'язування. За складеним напередодні планом кожен з учнів розв'язує завдання самостійно, але у разі виник-

нення труднощів може звертатись за допомогою до напарника / напарниці. Після завершення роботи учні та учениці у парі обговорюють отримані ними результати. Декілька пар презентують свої результати роботи класу.

488. Усі такі трикутники рівні за другою ознакою.

489. $\angle ABD = \angle CDB$ — як внутрішні різносторонні при паралельних прямих AB , CD і січній BD . Аналогічно $\angle ADB = \angle CBD$. За другою ознакою $\triangle ABD = \triangle CDB$. Тому $AB = CD$ і т. ін.

490. За другою ознакою $\angle ACO = \angle BDO$, тому $AC = BD = 8$ см.

493. $\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B$,

$\angle C_1 = 180^\circ - \angle A_1 - \angle B_1 = \angle C$. За другою ознакою $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

495. За першою ознакою трикутники ABC і TPC рівні, тому $AB = TP$.

496. Трикутники ABC і MBC рівні за першою ознакою.

497. $\triangle AXB = \triangle ACB$, тому $AX = AC$.

498. Запропонуйте цю задачу на доведення розв'язати учням в парі. Це забезпечить можливість висловлювати власні думки та обговорювати їх з іншими. Також пари можуть попросити підказку у сусідньої пари.

$\triangle OAD = \triangle OBC$ за першою ознакою, тому $\angle ABC = \angle ADC$ і $\angle BAD = \angle BCD$.

501. а) $\triangle ABD = \triangle ACD$ за другою ознакою, бо в них сторона AD спільна, $\angle BAD = \angle CAD$, $\angle ADB = \angle ADC$. Тому $BD = DC$.

505. Якщо $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$, то $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $\angle B = \angle B_1$. Коли ж AM і A_1M_1 — медіани, то за першою ознакою $\triangle ABM = \triangle A_1B_1M_1$, звідки $AM = A_1M_1$.

506. Запропонуйте завдання для групи учнів. Одним групам можна запропонувати розв'язувати завдання а), а іншим — б).

Можна запропонувати учням спершу обговорити кроки доведення, а потім по черзі записати різним учням різні кроки цього доведення. Нехай декілька груп презентують свої результати роботи, а решта груп можуть обмінятися аркушами з доведеннями з іншими групами для перевірки.

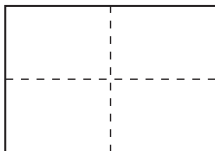
а) Нехай $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$, AL і A_1L_1 — їх бісектриси. Тоді $\triangle ABL = \triangle A_1B_1L_1$, бо $AB = A_1B_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle BAL = \angle B_1A_1L_1$. Отже, $AB = A_1L_1$.

б) Якщо BH і B_1H_1 — висоти трикутників, то $\triangle ABH \sim \triangle A_1B_1H_1$.

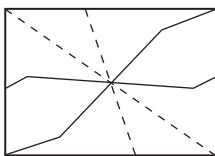
508. $\triangle ABC = \triangle CDE = \triangle EFA$, за першою ознакою,
тому $AC = CE = EA$.

509. $AC = DF$ і $\angle ACB = \angle DFE$, тому за другою ознакою $\triangle ABC = \triangle DEF$.

512. На два рівні прямокутники даний прямокутник можна розрізати двома способами (мал. 19), на дві рівні фігури — безліччю способів (мал. 20).

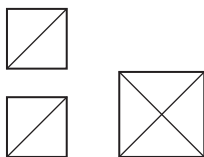


Мал. 19



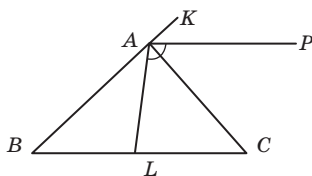
Мал. 20

513. Див. мал. 21.



Мал. 21

516.90° (мал. 22).



Мал. 22

Також на третьому уроці доцільно розглянути результати тестування, що наведене в підручнику на с. 124, і було запропоноване як домашнє завдання.

Відповіді до тестових завдань

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Відповідь	б	в	г	б	в	г	а	б	б	в

Після короткого самоаналізу, учням доцільно запропонувати пройти аналогічне коротке тестування у класі.

Рівність геометричних фігур. I та II ознаки рівності трикутників

Тестові завдання

Варіант 1

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8
Відповідь								

1. $\triangle ABC = \triangle MNK$, $\angle A = 70^\circ$, $\angle N = 80^\circ$.

Знайдіть $\angle C$.

- а) 40° ; в) 830° ;
б) 80° ; г) 70° .

2. $\triangle ABC = \triangle MNK$, $\angle B = 70^\circ$. Знайдіть міру зовнішнього кута при вершині N .

- а) 70° ; в) 100° ;
б) 110° ; г) 140° .

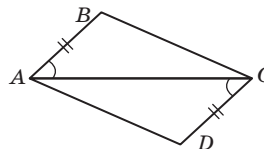
3. $\triangle ABC = \triangle MNK$. Сторони $\triangle ABC$ пропорційні числам 2, 5 і 6. Знайдіть найменшу сторону $\triangle MNK$, якщо його периметр дорівнює 26 см.

- а) 124 см; в) 12 см;
б) 10 см; г) 14 см.

4. Чотирикутники $ABCD$ і $MNPQ$ рівні. Який знак слід поставити замість $*$: $\angle P * \angle C$?

- $$\begin{array}{ll} \text{a)} =; & \text{B)} >; \\ \text{б)} \neq; & \text{Г)} <. \end{array}$$

Для виконання завдань 5–8 скористайтесь ма-
люнком.



5. $\triangle ABC = \triangle CDA$ за:

- а) першою ознакою;
б) другою ознакою;
в) означенням рівності фігур;
г) $\triangle ABC \neq \triangle CDA$.

6. Знайдіть $\angle ABC$, якщо $\angle ADC = 130^\circ$.

- а) 150° ; в) 130° ;
б) 90° ; г) 50° .

7. $BC = AD$ тому, що:

- а) $AB = CD$; в) $BC \parallel AD$;
б) $\angle BAC = \angle ACD$; г) $\triangle BAC = \triangle DCA$.

8. Яке з тверджень хибне?

- а) $AB = CD$ в) $AB \parallel CD$;
б) $BC > AD$ г) $\angle ABC = \angle ADC$.

Відповіді до самостійної роботи 3

Варіант	Завдання	
	2	3
I	77°	8 см, 11 см і 16 см
II	13°	13 м, 16 м і 21 м
III	37°	14 см, 20 см і 28 см
IV	25°	21 м, 22 м і 42 м

Якщо самостійна робота на с. 123 була відведена на домашнє опрацювання, то після розгляду результатів її написання дайте учням аналогічну самостійну роботу, яка розміщена в «Зошит моїх досягнень», с. 24–25.

Крім того після написаних учнями самостійних робіт вчитель може запропонувати учням:

- роботу над помилками, яку зручно здійснити за допомогою відповідного бланку з «Зошиту моїх досягнень» (Корекційний бланк 1 — бланк для роботи над помилками, що були допущені в самостійних роботах);
- корекційну роботу, що за структурою і змістом є аналогічною до тієї, що пропонувалась учням.

Наприклад, вчитель може попросити учнів у відповідному бланку заповнити рядки для тих завдань, в яких були допущені помилки, а потім ще й виконати аналогічні завдання з корекційної роботи (або й всю корекційну роботу).

На основі якісної роботи над помилками та виконання завдань корекційної роботи вчитель може скорегувати оцінку за самостійну роботу.

Такий підхід дає змогу учням усвідомлено аналізувати та критично оцінювати виконані ними письмові роботи і навчатися на власних помилках.

Для підготовки до тематичного оцінювання запропонуйте учням вдома виконати завдання з рубрики «Типові задачі до тематичного контролю» на с. 125.

Урок 38. Тематичне оцінювання № 3.

Мета. Перевірити знання й уміння, набуті учнями під час вивчення тем «Трикутник та його елементи», «Сума кутів трикутника», «Рівність геометричних фігур», «Перша та друга ознаки рівності трикутників».

Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення тем учні мають уміти: зображати та знаходити на малюнках гострокутні, прямокутні та тупокутні трикутники та їх елементи, найпростіші рівні фігури; формулювати означення різних

видів трикутника, бісектриси, медіани, висоти трикутника, класифікувати трикутники за сторонами і кутами; описувати зміст поняття «рівні фігури», наводити приклади рівних фігур, формулювати дві перші ознаки рівності трикутників; застосовувати вивчені означення і властивості до розв'язування задач.

Методичні вказівки

На початку уроку або до нього бажано учням надати ключі до типових задач для тематичного контролю.

Відповіді до типових задач

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Відповідь	Б	Г	Б	1Д 2Г 3В		16 см			20°, 40°, 120°

Бал, отриманий кожним учнем, має відображати реальні досягнення в опануванні ним конкретної теми. Тематичне оцінювання бажано проводити комплексно: усне опитування, комп'ютерне тестування, письмові роботи. При цьому треба обов'язково враховувати індивідуальні особливості учнів та їх навчальну діяльність під час вивчення тем, що підлягають контролю. Тестування можна проводити за допомогою індивідуальних тестів. Якщо є можливість, бажано створити банк відповідних завдань і проводити тестування за допомогою комп'ютера. Усне опитування і тестування можна проводити як на уроках, так і в позаурочний час, зручний для учнів і вчителя. Окремі учні можуть бути звільненими від таких видів оцінювання.

Завдання, аналогічні до поданих у підручнику, містяться у посібнику «Зошит моїх досягнень» і дають змогу оцінити другу групу результатів («Розв'язування математичних задач»). Додаткові завдання у цій роботі є необов'язковими і дають змогу учням заробити додаткову оцінку.

Пропонуємо вчителю під час перевірки не лише залишати коментарі чи бали у роботі, а ще й роздрукувати для кожного учня бланк, де зробити відповідні відмітки у таблиці. Таке додаткове формувальне оцінювання письмової роботи допоможе детальніше інформувати батьків і самого учня щодо успіхів у математиці кожної дитини.

Тобто після перевірки роботи вчитель заповнює таблицю (див. нижче) для кожного учня. Вибирає один з чотирьох стовпчиків до кожного завдання і ставить у ньому галочку (чи інший символ) чи залишає коментар.

Тематичне оцінювання. Трикутники. Сума кутів трикутника. I і II ознаки рівності трикутників
Оцінювання групи результатів «Розв’язування математичних задач»

Прізвище, ім’я учня _____

	Форма	Виконує правильно	Допускає незначні помилки	Допускає помилки	Не виконав/ не виконала
№1. Знаходження периметра трикутника	тест				
№2. Задача на I ознаку рівності трикутників					
№3. Знаходження одного кута трикутника, якщо відомі два інших					
№4. Знаходження невідомих кутів трикутника	відповідність				
№5. Знаходження відстані між основами висоти і медіани в трикутнику					
№6. Знаходження кутів трикутника за відомим зовнішнім кутом і відношенням двох внутрішніх кутів, що не суміжні з ним					
№7. Доведення рівності двох трикутників					
№8. Доведення рівності двох пар трикутників					
Додаткове завдання					
Знаходження одного з елементів трикутника, який рівний іншому					

Ми пропонуємо не задавати учням домашнє завдання після написання тематичної роботи.

Урок 39. Аналіз контрольної роботи

Мета. Проаналізувати виконання учнями попередньої письмової роботи. Здійснити корекцію їхніх знань і вмінь з вивчених тем.

Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення тем учні мають уміти: зображати та знаходити на малюнках гострокутні, прямокутні та тупокутні трикутники та їх елементи, найпростіші рівні фігури; формулювати означення різних видів трикутника, бісектриси, медіани, висоти трикутника, класифікувати трикутники за сторонами і кутами; описувати зміст поняття «рівні фігури», наводити приклади рівних фігур, формулювати дві перші ознаки рівності трикутників; застосовувати вивчені означення і властивості до розв’язування задач.

Методичні вказівки

Вчитель з учнями може розглянути деякі задачі і вправи, в яких значна частина учнів припустилася помилок, повторити теоретичні питання, недосконале знання яких призвело до помилок

під час виконання попередньої роботи організувати роботу учнів над помилками, визначивши з сильних учнів консультантів для тих, хто отримав низькі бали за першу письмову роботу.

1. Роздайте учням зошити з перевіреною роботою.

2. Запишіть на дошці максимальні бали за кожне виконане правильно завдання.

3. Поясніть, що ви виділили помилки, які були допущені учнями, а також записали кількість балів, що заробив кожен учень.

4. Розгляньте з учнями завдання з роботи, в яких найбільша кількість учнів припустилася помилок або запропонуйте заповнити корекційний бланк (Корекційний бланк №2) чи частини корекційних робіт запропоновані в «Зошиті моїх досягнень». Вчитель може запропонувати учням у відповідному бланку заповнити рядки для тих завдань, в яких були допущені помилки, а потім ще й виконати аналогічні завдання з корекційної роботи (або й всю корекційну роботу). На цьому

етапі важливо дізнатися, що учень не брався до завдання, бо не встиг чи не знав, як виконати завдання, а також чи усвідомив він допущені ним помилки, чи може тепер виконати завдання правильно. На основі якісної роботи над помилками та виконання завдань корекційної роботи вчитель може скорегувати оцінку за тематичну роботу. Такий підхід дає змогу учням усвідомлено аналізувати та критично оцінювати виконані ними письмові роботи і навчатися на власних помилках.

На наступних уроках також можна організувати фронтальне опитування учнів з використанням рубрики «Запитань і завдань для самоконтролю» з підручника.

Робота з матеріалом підручника

- Для роботи вдома: § 10—12; №461, 510, 515, 516.

Уроки 40–42. Рівнобедрений трикутник.

Мета. Ввести поняття рівнобедреного трикутника, довести властивості рівнобедреного трикутника і навчити учнів застосовувати ці властивості до розв'язування задач.

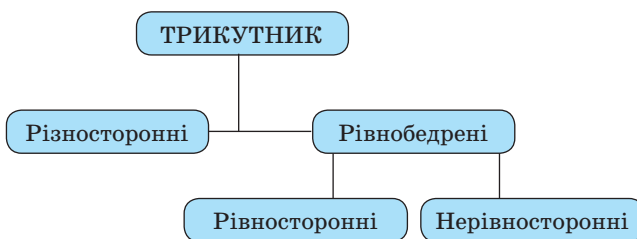
Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення теми учні мають уміти зображати та знаходити на малюнках рівносторонні, рівнобедрені, різносторонні трикутники та їх елементи; формулювати означення рівнобедреного і рівностороннього трикутників; формулювати властивості та ознаку рівнобедреного трикутника і застосовувати їх до розв'язування задач.

Методичні вказівки

Рівнобедрені трикутники бажано розглянути окремо, насамперед для того, щоб дати можливість обґрунтувати третю ознаку рівності трикутників. А ще ця тема цікава тим, що рівнобедрені трикутники — найпростіші фігури, симетричні відносно прямої, тому це — своєрідна пропедевтика подальшого вивчення симетричних фігур. Тема цікава з погляду класифікацій трикутників за сторонами.

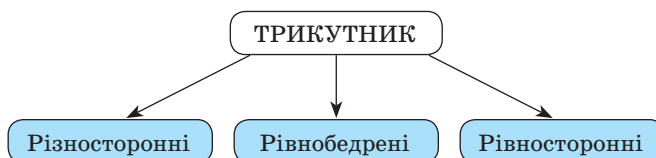
Учням корисно наголосити, що рівносторонній трикутник — окремий вид рівнобедреного. Рівнобедрені трикутники називають також іноді рівнобічними трикутниками. Остання назва крапця, бо слово «бік» зрозуміліше від «бедро». У підручнику дотримано встановленої термінології.

У підручнику співвідношення між поняттями *трикутники*, *рівносторонні трикутники* і *рівнобедрені трикутники* подано у вигляді діаграми Ейлера. Бажано продемонструвати учням також іншу схему, наприклад таку, як на малюнку 23.



Мал. 23

Якщо учні говорять, що всі трикутники поділяються на різносторонні, рівнобедрені і рівносторонні, їх слід виправляти, зауважити, що такий поділ логічно неправильний. Адже кожний рівносторонній трикутник є водночас і рівнобедреним трикутником. **Логічно некоректною є схема, що на малюнку 24.**



Мал. 24

Робота з матеріалом підручника

На першому уроці

- Для роботи вдома: § 14; №526, 528, 531, 533.
- На другому уроці
- Для роботи вдома: § 14; №538, 540, 542, 568.
- На третьому уроці
- Для роботи вдома: § 14; №544, 551, 556, 569.

Вказівки до розв'язування задач

518. Попросіть учнів це завдання виконати у парі. Таким чином у кожного з учнів буде змога задати умову задачі для напарника, а також буде змога розв'язати задачу, умова якої буде сформульована напарником. Такі дидактичні ігри не лише дають змогу емоційно підкріпити навички розв'язування базових задач, а й формувати прогностичне мислення учнів.

522. Запропонуйте учням попрацювати за допомогою технології «Подумай-Пари-Поділись». Учитель дає учням спочатку час на самостійні роздуми, а потім — на обговорення відповіді у парах. Коли наданий час завершився, пари презентують свої відповіді решті учнів у класі.

Бічна сторона не може дорівнювати 5 см, бо трикутник зі сторонами 5 см, 5 см і 10 см не існує.

523. Всі кути рівностороннього трикутника по 60° .

Кіт має зробити поворот на 120° , щоб внутрішні кути трикутника становили 60° .

527. Запропонуйте завдання для групи учнів. Один з учнів може виконувати завдання а), другий — завдання б), а третій — в). Потім учні обмінюються зошитами всередині групи і перевіряють роботи один одного.

в) $35 : 5 = 7$, $7 \cdot 2 = 14$.

Відповідь. 7 см, 14 см і 14 см.

529. Запропонуйте учням за допомогою гаджетів та створеної моделі в Geogebra дослідити властивості рівнобедреного трикутника. Якщо у учнів немає гаджетів чи доступу до інтернету, то бажано продемонструвати учням цю модель за допомогою проєктора та екрану або мультимедійної дошки/панелі.

534. Якщо кут при вершині рівнобедреного трикутника 60° , то на два рівні кути при основі припадає 120° , тому кожний із них дорівнює 60° . Якщо кут при основі дорівнює 60° , то такий самий і другий кут при основі, а кут при вершині трикутника $180^\circ - 2 \cdot 60^\circ = 60^\circ$.

537. Запропонуйте завдання для пари учнів.

Кут при основі дорівнює 50° . Тоді:

а) 25° ; б) 75° ; в) $90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$.

539. $(180^\circ - 30^\circ) : 2 = 75^\circ$ — кут при основі; $90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$ — кут між основою і висотою. За властивістю зовнішнього кута трикутника кут між висотами дорівнює 30° .

541. Оскільки $AB = BC$ і $AD = DC$,

то $BD = (8 \text{ м} - 5 \text{ м}) : 2 = 1,5 \text{ м}$.

548. Якщо в BH — висота і бісектриса, то за другою ознакою $\triangle ABH = \triangle CBH$, тому $AB = BC$.

550. Завдання на доведення можуть важко даватися учням. Тож іноді доречно пропонувати задачі на доведення парі учнів.

Якщо у $\triangle ABC$ $\angle A = \angle C$ і AP, CK — бісектриси, то за другою ознакою $\triangle APC = \triangle CKA$, тому $AP = CK$.

554. Одна із шуканих сторін на 10 см менша від другої. Тому, якщо друга сторона має довжину x , то довжина меншої дорівнює $x - 10$. Периметр трикутника може мати 2 значення:

1) $x + x + x - 10$ або $3x - 30$,

звідки $3x - 10 - x - 10 = 30$, $x = 20$;

2) $x + x - 10 + x - 10$ або $3x - 20$, звідки $3x - 20 - x = 30$, $x = 50$.

Отже, задача має 2 розв'язки:

20 см, 20 см і 10 см або 25 см, 15 см і 15 см.

555. Нехай у $\triangle ABC$ $\angle A = \angle C$, $BH \perp AC$.

Тоді $\angle A + 0,5\angle B = 90^\circ$, $\angle A + \angle B = 90^\circ$.

557. Запропонуйте учням задачу, що сформульована англійською мовою. Запропонуйте декільком учням за бажанням перекласти умову за-

дачі. Якщо з цим виникнуть проблеми, то можна спиратися на завдання 556.

558. Для кожної з двох задач можливі 2 варіанти. Саме тому група може складатись з 4 учнів, які між собою будуть поділені на пари. Кожна з пар розв'язуватиме одну з задач, але розглядаючи різні варіанти кожного завдання.

а) Можливі 2 випадки:

1) $x + x + x + 30^\circ = 180^\circ$, звідки $x = 50^\circ$;

2) $x + x + 30^\circ + x + 30^\circ = 180^\circ$, звідки $x = 40^\circ$.

559. а) Впливає з другої ознаки рівності трикутників.

б) Якщо основа і протилежний їй кут одного рівнобедреного трикутника дорівнює основі і протилежному куту другого рівнобедреного трикутника, то такі трикутники рівні.

Доведення. Нехай у трикутників ABC і $A_1B_1C_1$ $AB = BC$, $A_1B_1 = B_1C_1$ і $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$.

Тоді $\angle A = (180^\circ - \angle B) : 2 = \angle A_1$.

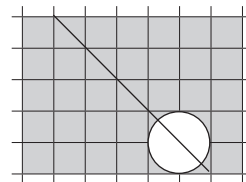
За другою ознакою $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

561. Запропонуйте спершу декільком учням висловити свої гіпотези.

Вершини всіх рівнобедрених трикутників, які мають спільну основу, розташовані на прямій, що проходить через середину основи і перпендикулярна до основи. Тільки одна точка цієї прямої — середина основи — не є вершиною трикутника.

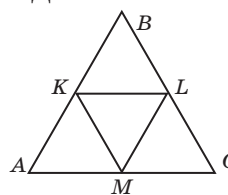
562. $100^\circ, 80^\circ, 100^\circ$ і 80° , або $140^\circ, 40^\circ, 140^\circ$ і 40° , або $40^\circ, 80^\circ, 40^\circ$ і 200° .

563. Див. мал. 25.

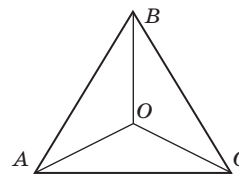


Мал. 25

564. Див. мал. 26.



Мал. 26



Мал. 27

565. Див. мал. 27.

569. Якщо сторона трикутника дорівнює x , то $3x - x = 4$, звідки $x = 2$ (см). Периметр дорівнює 6 см.

Уроки 43–44. Третя ознака рівності трикутників.

Мета. Сформулювати і довести третю ознаку рівності трикутників і навчити учнів застосовувати її до розв’язування задач.

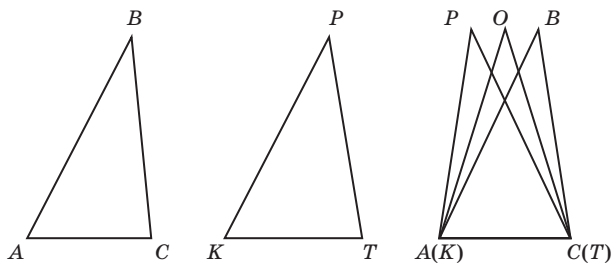
Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення теми учні повинні вміти формулювати третю ознаку рівності трикутників і застосовувати її до розв’язування задач.

Методичні вказівки

Третю ознаку рівності трикутників можна довести способом, відмінним від того, що є в підручнику.

Нехай у трикутників ABC і KPT $AB = KP$, $AC = KT$, $BC = PT$. Доведемо, що $\triangle ABC = \triangle KPT$.

Накладемо один із цих трикутників на другий так, щоб сторона AC сумістилась із KT (мал. 28). Якщо сторона KP не суміститься з AB , то займе положення AP . При цьому $AP = AB$ і $CP = CB$. Отже, трикутники APB і CPB рівнобедрені. Їх медіани AO і CO мають бути перпендикулярні до PB . Отже, через одну точку O можна провести дві різні прямі, перпендикулярні до PB . Цього не може бути, тому припущення неправильне. А ми припускали, що при накладанні відрізок AP не суміститься з AB . Отже, якщо накласти трикутник KPT на ABC так, щоб сумістилися їх сторони AC і KT , то обов’язково сумістяться також AB і KP , BC і PT . Тобто два дані трикутники сумістяться всіма точками.



Мал. 28

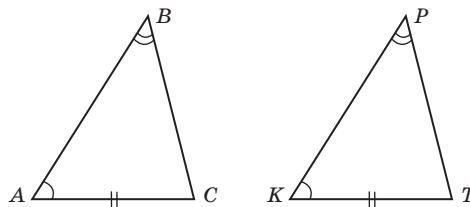
Якщо вчителю більше подобається таке доведення, він може запропонувати його учням.

Чи існують, крім трьох розглянутих, інші ознаки рівності трикутників? Існують. Правильна і така ознака.

Якщо два кути одного трикутника дорівнюють двом кутам другого і сторона першого трикутника, протилежна одному з них, дорівнює відповідній стороні другого трикутника, то такі трикутники рівні.

Довести її неважко. Якщо в трикутниках ABC і KPT $\angle A = \angle K$, $\angle B = \angle P$ і $AC = KT$, то за теоре-

мою про суму кутів трикутника $\angle C = \angle T$. Отже, дані трикутники рівні за стороною і прилеглими кутами (мал. 29).



Мал. 29

Іноді пропонують ще й таку ознаку рівності трикутників. *Якщо дві сторони і кут не між ними одного трикутника дорівнюють двом сторонам і куту не між ними другого трикутника і при цьому цей кут тупий або відомо, що обидва трикутники гострокутні, то такі трикутники рівні.* Таке формулювання малодоступне учням.

Робота з матеріалом підручника

На першому уроці

- Для роботи вдома: § 15; №574, 576, 578, 580.

На другому уроці

- Для роботи вдома: § 15; №583, 585, 588, 591.

Вказівки до розв’язування задач

570. Запропонуйте учням за технологією «Мікрофон» пояснити, як вони розуміють вислів.

572. Примітка! Замість трикутника APC має бути трикутник ABC .

575. $\triangle AOB = \triangle BOC = \triangle COA$, тому:

$$\angle AOB = \angle BOC = \angle COA;$$

576. $\triangle AOB = \triangle BOC = \triangle COA$, тому:

$$\angle OAB = \angle OBC = \angle OCA.$$

579. $\triangle AOX = \triangle BOX$ — за трьома сторонами, тому $\angle AOX = \angle BOX$. Точка X відмінна від O .

581. В цій задачі об’єднано 3 задачі на доведення. Відповідно кожна з них може бути запропонована одному з 3 учнів у групі. За властивістю висоти рівнобедреного трикутника $\angle ABH = \angle CBH$, $\triangle ABM = \triangle CBM$ (за першою ознакою), тому:

а) $MA = MC$;

б) $\angle AMB = \angle CMB$;

в) $\triangle AMH = \triangle CMH$, бо $\angle AMH = \angle CMH$.

595. Можна утворити 6 різних чотирикутників з кутами:

1) $70^\circ, 110^\circ, 70^\circ$ і 110° ;

2) $30^\circ, 150^\circ, 30^\circ$ і 150° ;

3) $80^\circ, 100^\circ, 80^\circ$ і 100° ;

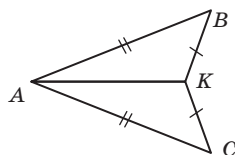
4) $30^\circ, 140^\circ, 30^\circ$ і 160° ;

5) $60^\circ, 70^\circ, 160^\circ$ і 70° ;

6) $60^\circ, 80^\circ, 140^\circ, 80^\circ$.

56

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8
Відповідь								



- а) 80° ; в) 40° ;
б) 160° ; г) не можна встановити.

615. У рівнобедреному трикутнику висота, проведена до основи, дорівнює медіані. В усіх інших випадках висота і медіана, проведені з однієї вершини, є катетом і гіпотенузою деякого прямокутного трикутника, тобто медіана довша за висоту.

621. Сторона BC трикутника ABC може бути більшою за $8\text{ см} - 5\text{ см}$, але меншою за $8\text{ см} + 5\text{ см}$.

Відповідь. $3\text{ см} < BC < 13\text{ см}$.

623. Правильно. Бо якщо основа даного трикутника становить $0,4$ периметра, то кожна з бічних сторін — $0,3$ периметра. Основа — сторона найбільша, тому протилежний їй кут найбільший.

624. Ні, бо сторона трикутника не може дорівнювати сумі двох інших сторін.

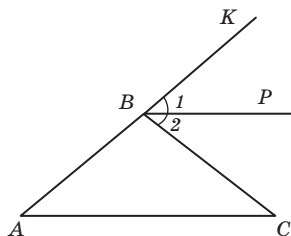
625. Нехай a, b, c — сторони трикутника. Тоді $a < b + c$, $2a < a + b + c$, $a < 0,5(a + b + c)$.

626. Ні. Бо якщо, наприклад,

$$a + b = 0,5(a + b + c), \text{ то } a + b = c,$$

а такого не може бути.

627. Сторона трикутника довша від різниці двох інших його сторін; від піврізниці її поготів довша.



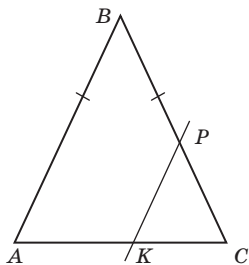
Мал. 32

628. Ні. Оскільки завжди $a < b + c$, то $a - b < c$.

629. Щоб довести, наприклад, що в чотирикутнику $ABCD$ $AB < BC + CD + DA$, проведемо відрізок AC . За нерівністю трикутника $AB < BC + CA$, $CA < CD + DA$. Отже, $AB < BC + CD + DA$.

633. 200° — сума не суміжних кутів, тому це кути вертикальні. Кожний з них має 100° , а два інші кути — по 80° .

635. Якщо $AB = BC$ і $KP \parallel AC$, то $\angle BKP = \angle A$ і $\angle BPK = \angle C$. Оскільки $\angle A = \angle C$, то і $\angle BKP = \angle BPK$, звідки $BK = BP$. Бажано розглянути також другий випадок (мал. 33).



Мал. 33

Уроки 47–48. Прямокутний трикутник.

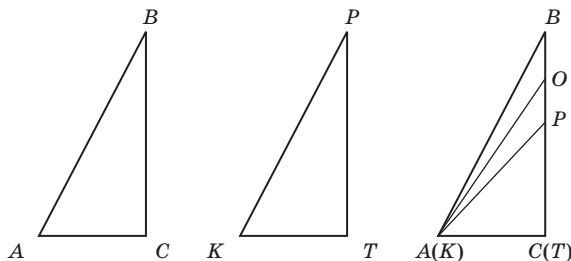
Мета. Ввести поняття: *прямокутний трикутник, катет, гіпотенуза, перпендикуляр, похила і її проекції, відстань між точкою і прямою та між двома паралельними прямими*; сформулювати і довести ознаки рівності прямокутних трикутників.

Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення теми учні повинні вміти: формулювати означення прямокутного трикутника і називати його сторони; пояснювати зміст понять *перпендикуляр, похила, проекція похилої, відстань між точками, між точкою і прямою, між паралельними прямими*; формулювати властивості й ознаки рівності прямокутних трикутників.

Методичні вказівки

Виділяти прямокутні трикутники з множини усіх трикутників є сенс. Бо вони в деяких відношеннях найпростіші: тільки для прямокутних трикутників справджується теорема Піфагора, а для всіх інших — істотно складніша теорема косинусів. Тригонометричні функції синус, косинус та ін. виражають відношення деяких сторін прямокутного трикутника. Назви сторін прямокутного трикутника — *гіпотенуза* і *катет* — походять відповідно від грецьких «та, що стягує» і «прямовисна». Евклід гіпотенузу називав стороною, що стягує прямий кут. А коли одну з менших сторін прямокутного трикутника прийняти за основу, то друга до неї буде прямовисною, тобто перпендикулярною.

Крім наведеного в підручнику доведення ознаки рівності прямокутних трикутників, відомі й інші. Щоб довести рівність трикутників ABC і KPT з прямими кутами C і T за умови, що $AC = KT$ і $AB = KP$, можна накласти їх один на другий так, щоб сумістилися прямі кути і вершини A та K (мал. 34).



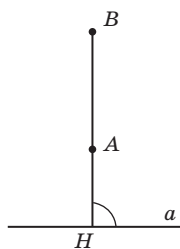
Мал. 34

Припустивши, що при цьому гіпотенузи AB і AP не сумістяться, розглянемо медіану AO трикутника ABP . Оскільки він рівнобедрений, то $AO \perp BP$ і $AC \perp BC$. Виходить, що з точки A провели два різні перпендикуляри до прямої CB . Це

неможливо, тому припущення неправильне. Якщо ж усі три сторони трикутника таким накладанням суміщаються, то вони рівні.

У сильніших класах, якщо дозволяє час, можна довести теорему про існування і єдиність перпендикуляра, проведеного з даної точки до даної прямої.

Багато допомогтися, щоб учні розрізняли поняття *перпендикуляр* і *перпендикулярна пряма*. Перше — відрізок, частина перпендикулярної прямої. На малюнку 35 зображено два різні перпендикуляри AH і BH , що проходять через точку A .



Мал. 35

Значної уваги вимагає формування таких фундаментальних понять, як загальне поняття відстані. Поняття відстані починають формувати на уроках геометрії в 7 класі. На жаль, тепер учні часто не мають чіткого розуміння *відстані між фігурами*. Наприклад, відстань від точки до відрізка чи променя ототожнюють з відстанню від точки до прямої.

Робота з матеріалом підручника

На першому уроці

- Для роботи вдома: 17; №644, 648, 650, тест на с. 159.
- На другому уроці
- Для роботи вдома: 17; №655, 658, 663, самостійна робота на с. 157.

Вказівки до розв'язування задач

639. Повторіть з учнями, що сума кутів трикутника дорівнює 180° , а сума гострих кутів прямокутного трикутника дорівнює 90° . Після цього запропонуйте в парі закріпити вміння знаходити один з гострих кутів прямокутного трикутника, якщо відомий інший.

644. а) $(90^\circ - 10^\circ) : 2 = 40^\circ$, $40^\circ + 10^\circ = 50^\circ$.

Відповідь. 40° і 50° .

645. $3 + 5 = 8$. Отже, один з кутів дорівнює сумі двох інших, його міра 90° .

646. $x + x + 30^\circ + x - 30^\circ = 180^\circ$, $x = 60^\circ$.

Відповідь. 30° , 60° , 90° .

647. Нехай $\angle HCB = 50^\circ$, тоді

$$\angle B = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ.$$

649. Рекомендуємо цю задачу на доведення запропонувати парі учнів.

$\triangle DAB = \triangle DCB$ — за гіпотенузою і прилеглим кутом, тому $DA = DC$.

650. $\triangle ABK = \triangle ABM$ — за гіпотенузою і катетом, тому $\angle BAK = \angle BAM$.

652. Якщо AK і BP — перпендикуляри до прямої m , то $\triangle AOK = \triangle BOP$, тому $AK = BP$.

653. Якщо у учнів є доступ до гаджетів, то запропонуйте їм самостійно перемістити вершину і візуалізувати теорему про катет, що лежить проти кута 30° . Якщо ж ні, то вчитель може вивести це завдання на мультимедійну дошку чи панель і обговорити цю вправу з учнями.

654. $AC = 0,5AB = 16$ см.

659. Запропонуйте завдання для групи учнів. Нехай вони поміркують, потім кожен висловить свою ідею, далі вони обговорять всі ідеї і намітять план розв'язування задачі та розв'яжуть її.

$AC = CB$. Відстань CB можна виміряти.

660. $\angle ACA = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - \alpha = 180^\circ - \alpha$.

668. За властивістю катета, що лежить проти кута 30° , $AC = 10$ см, $\angle ACK = 30^\circ$,

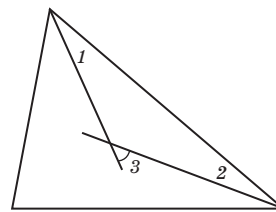
$$AK = 10 \text{ см} : 2 = 5 \text{ см}.$$

670. Запропонуйте учням кожен з 3 задач виконати у парі, постійно обговорюючи кроки розв'язання.

671. а) $AC = AB : 2 = 9$ м.

672. а) Якщо CH — висота, то $CH = HA = AB : 2 = 9,5$ м.

674. $\angle 3 = \angle 1 + \angle 2 = 0,5(\angle A + \angle B) = 45^\circ$ (мал. 36).

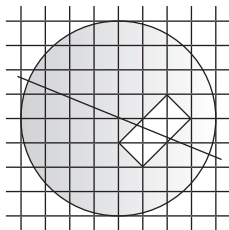


Мал. 36

675. Ідеться про бісектриси не двох гострих кутів, бо кут між ними 45° . Якщо міра кута A дорівнює $2x$, то за властивістю зовнішнього кута трикутника кут між бісектрисами кутів C і A дорівнює $x + 45^\circ = 70^\circ$, звідки $x = 25^\circ$. Тоді $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 40^\circ$.

676. Ні. Бісектриси двох гострих кутів прямокутного трикутника перетинаються під кутом 45° . А бісектриси прямого і гострого кута — під ще більшим кутом.

679. Проведіть пряму через центри круга і прямокутника (мал. 37). Див. задачу № 463.



Мал. 37

Також на першому уроці доцільно розглянути результати тестування, наведеного в підручнику на с. 159, і було запропоноване як домашнє завдання.

Відповіді до тестових завдань

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Відповідь	б	в	б	а	в	б	в	а	г	в

Після короткого самоаналізу, учням доцільно запропонувати аналогічне тестування.

Прямокутний трикутник. Нерівності трикутника

Тестові завдання

Варіант 1

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8
Відповідь								

a) 7 см; в) 18 см;
б) 6 см; г) 17 см.

Тестові завдання

Варіант 2

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8
Відповідь								

1. Один з гострих кутів прямокутного трикутника дорівнює 38° . Знайдіть міру другого гострого кута.

- а) 38° ; в) 52° ;
б) 76° ; г) 142° .

2. Чи прямокутний трикутник, якщо його гострі кути дорівнюють $23^{\circ}37'$ і $66^{\circ}23'$?

- а) так;**
- б) ні;**
- в) не завжди;**
- г) не можна встановити.**

3. У $\triangle ABC$ $\angle B = 90^\circ$. Який знак слід поставити замість *: $BC * AC$?

- $$\begin{array}{ll} \text{a)} =; & \text{B)} >; \\ \text{б)} \geq; & \text{Г)} <. \end{array}$$

4. У прямокутному трикутнику менший з катетів дорівнює 10 см, а гострий кут — 30° . Знайдіть довжину гіпотенузи.

- а) 10 см; в) 15 см;
б) 20 см; г) 5 см.

5. Знайдіть гострі кути прямокутного трикутника, якщо один з них на 20° більший за другий.

- а) 20° і 70° ; в) 35° і 55° ;
б) 30° і 60° ; г) 30° і 50° .

6. З вершини прямого кута рівнобедреного прямокутного трикутника проведено бісектрису. Знайдіть її довжину, якщо гіпотенуза дорівнює 24 см.

- а) 24 см; в) 48 см;
б) 12 см; г) 16 см.

7. Вкажіть найменшу сторону якщо — найбільший.

- а) AB ; в) AC ;
б) BC ; г) не можна встановити.

8. Дві сторони трикутника дорівнюють 6 см і 10 см. Якому найменшому цілому числу може дорівнювати третя сторона трикутника?

- a) 4 см; в) 16 см;
б) 5 см; г) 15 см.

Тестові завдання

Варіант 3

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8
Відповідь								

1. Один із гострих кутів прямокутного трикутника дорівнює 78° . Знайдіть міру другого гострого кута.

- а) 78° ; в) 39° ;
б) 12° ; г) 102° .

2. Чи прямокутний трикутник, якщо його гострі кути дорівнюють $57^{\circ}26'$ і $32^{\circ}44'$?

- а) так;**
- б) ні;**
- в) не завжди;**
- г) не можна встановити.**

3. Який знак слід поставити замість *:
 $BC * AB$?

- $$\begin{array}{ll} \text{a)} =; & \text{B)} >; \\ \text{б)} \geq; & \text{Г)} <. \end{array}$$

4. У прямокутному трикутнику один з кутів дорівнює 30° , а гіпотенуза — 26 см. Знайдіть довжину меншого катета.

- а) 26 см; в) 23 см;
б) 13 см; г) 52 см.

5. Знайдіть гострі кути прямокутного трикутника, якщо вони пропорційні числам 1 і 2.

- а) 30° і 30° ; в) 40° і 80° ;
б) 60° і 120° ; г) 30° і 60° .

6. З вершини прямого кута рівнобедреного прямокутного трикутника проведено висоту, довжина якої дорівнює 6 см. Знайдіть довжину гіпотенузи.

- а) 6 см; в) 3 см;
б) 12 см; г) 4 см.

7. Вкажіть найменшу сторону $\triangle ABC$, якщо $\angle A$ — найменший.

- а) AB ; в) AC ;
б) BC ; г) не можна встановити.

8. Дві сторони трикутника дорівнюють 6 см і 8 см. Якому найбільшому цілому числу може дорівнювати третя сторона трикутника?

- а) 2 см;** **в) 14 см;**
б) 3 см; **г) 13 см.**

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8
Відповідь								

a) 4 см; в) 17 см;
б) 3 см; г) 16 см.

ють їх, потім повертають зошити. Вчитель озвучує правильні відповіді, щоб учні мали змогу себе перевірити. Запитайте, чи потрібно розглянути якісь із цих завдань у класі.

Відповіді до самостійної роботи 4

Варіант	Завдання		
	1	2	4
I	36 см	20°	40°
II	7 см	55°	126°
III	16 см	35°	35°
IV	11 см	80°	96°

Якщо самостійна робота на с. 157 була запропонована на домашнє опрацювання, то після розгляду результатів її написання запропонуйте учням аналогічну самостійну роботу, що розміщена в «Зошит моїх досягнень», с. 30–31.

Крім того після написаних учнями самостійних робіт вчитель може запропонувати учням:

- роботу над помилками, яку зручно здійснити за допомогою відповідного бланку з «Зошиту моїх досягнень» (Корекційний бланк 1 — бланк для роботи над помилками, що були допущені в самостійних роботах);
- корекційну роботу, що за структурою і змістом є аналогічною до тієї, що пропонувалась учням.

Наприклад, вчитель може попросити учнів у відповідному бланку заповнити рядки для тих завдань, в яких були допущені помилки, а потім ще й виконати аналогічні завдання з корекційної роботи (або й всю корекційну роботу).

На основі якісної роботи над помилками та виконання завдань корекційної роботи вчитель може скорегувати оцінку за самостійну роботу.

Такий підхід дає змогу учням усвідомлено аналізувати та критично оцінювати виконані ними письмові роботи і навчатися на власних помилках.

Для підготовки до тематичного оцінювання запропонуйте учням вдома виконати завдання з рубрики «Типові задачі до тематичного контролю» на с. 160.

Урок 50. Тематичне оцінювання №4.

Мета. Перевірити знання і вміння, набуті учнями під час вивчення тем «Рівнобедрений трикутник», «Третя ознака рівності трикутників», «Прямокутний трикутник», «Нерівності трикутника».

Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення тем учні повинні вміти: зображати і знаходити на малюнках рівносторонні, рівнобедрені, різносторонні трикутники та їх елементи; формулювати означення рівнобедреного, рівностороннього і прямокутного трикутників і називати їх сторони; формулювати і доводити властивості та ознаку рівнобедреного трикутника, третю ознаку рівності трикутника; пояснювати зміст понять перпендикуляр, похила, проекція похилої, відстані між точками, між точкою і прямою, між паралельними прямими; формулювати і доводити властивості й ознаки рівності прямокутних трикутників; формулювати і доводити нерівності трикутника і застосовувати їх до розв'язування задач.

Методичні вказівки

На початку уроку або до нього бажано учням надати ключі до типових задач для тематичного контролю.

Відповіді до типових задач

Завдання	1	2	3	4	6	7	8
Відповідь	Б	В	В	1А, 2В, 3Д	а) 30°, 60° та 90° б) прямокутний в) 8 см	12 см	70°

Бал, отриманий кожним учнем, має відображати реальні досягнення в опануванні ним конкретної теми. Тематичне оцінювання бажано проводити комплексно: усне опитування, комп'ютерне тестування, письмові роботи. При цьому треба обов'язково враховувати індивідуальні особливості учнів та їх навчальну діяльність під час вивчення тем, що підлягають контролю. Тестування можна проводити за допомогою індивідуальних тестів. Якщо є можливість, бажано створити банк відповідних завдань і проводити тестування за допомогою комп'ютера. Усне опитування і тестування можна проводити як на уроках, так і в позаурочний час, зручний для учнів і вчителя. Окремі учні можуть бути звільненими від таких видів оцінювання.

Вчитель наприкінці семестру має оцінити три групи результатів кожного учня. Пропонуємо оцінювати кожну з цих груп у кожній з чвертей за допомогою 2 письмових робіт. Перша робота розрахована на урок і орієнтована на оцінку групи «Розв'язування математичних задач» (друга група результатів). Завдання, аналогічні до поданих у підручнику, містяться у посібнику «Зошит моїх досягнень» і дають змогу оцінити другу групу результатів («Розв'язування математич-

них задач»). Додаткові завдання у цій роботі є необов'язковими і дають змогу учням заробити окремо додаткову оцінку.

Пропонуємо вчителю під час перевірки не лише залишати коментарі чи бали у роботі, а ще й роздрукувати для кожного учня бланк, де зробити відповідні відмітки у таблиці. Таке додаткове формувальне оцінювання письмової роботи до-

поможе детальніше інформувати батьків і самого учня щодо успіхів у математиці кожної дитини.

Тобто після перевірки роботи вчитель заповнює таблицю (див. нижче) для кожного учня. Вибирає один з чотирьох стовпчиків до кожного завдання і ставить у ньому галочку (чи інший символ).

Тематичне оцінювання. Рівнобедрений і прямокутний трикутники. III ознака рівності трикутників
Оцінювання групи результатів «Розв'язування математичних задач»

Прізвище, ім'я учня _____

	Форма	Виконує правильно	Допускає незначні помилки	Допускає помилки	Не виконав/ не виконала
№1. Знаходження гострого кута прямокутного трикутника	тест				
№2. Знаходження довжини бісектриси рівнобедреного трикутника, якщо відомі бічна сторона і кут при вершині					
№3. Визначення найменшої сторони у трикутнику					
№4. Знаходження кута між висотою і бічною стороною рівнобедреного трикутника	відповідність				
№5. Знаходження найменшої сторони прямокутного трикутника, якщо відома найбільша сторона і відношення між гострими кутами.					
№6. Знаходження периметра рівнобедреного трикутника за відомими його двома сторонами					
№7. Доведення, що деякий відрізок є бісектрисою кута					
№8. Знаходження однієї з сторін трикутника, в якому проведено медіану					
Додаткове завдання					
Знаходження кута перетину діагоналей у деякому чотирикутнику					

Ми пропонуємо не задавати учням домашнє завдання після написання тематичної роботи.

Урок 51. Аналіз контрольної роботи

Мета. Проаналізувати виконання учнями попередньої письмової роботи. Здійснити корекцію їхніх знань і вмінь з вивчених тем.

Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення тем учні повинні вміти: зображати та знаходити на малюнках рівносторонні, рівнобедрені, різносторонні трикутники та їх елементи; формулювати означення рівнобедреного, рівностороннього і прямокутного трикутників і називати їх сторони; формулювати властивості та ознаку рівнобедреного трикутника, третю ознаку рівності трикутника; пояснювати зміст понять *перпендикуляр, похила, проєкція похилої, відстані між точками, між точкою і прямою, між паралельними прямими*; формулювати властивості й ознаки рівності прямокутних трикутників; формулювати нерівності трикутника і застосовувати їх до розв'язування задач.

Методичні вказівки.

Вчитель з учнями може розглянути деякі задачі і вправи, в яких значна частина учнів припустилася помилок, повторити теоретичні питання, недосконале знання яких призвело до помилок під час виконання попередньої роботи, перевірити вміння учнів досліджувати ситуації, створювати математичні моделі, інтерпретувати та критично оцінювати результат, організувати роботу учнів над помилками, визначивши з сильних учнів консультантів для тих, хто отримав низькі бали за першу письмову роботу.

1. Роздайте учням зошити з перевіреною роботою.

2. Запишіть на дошці максимальні бали за кожне виконане правильно завдання.

3. Поясніть, що ви виділили помилки, які були допущені учнями, а також записали кількість балів, що заробив кожен учень.

4. Розгляньте з учнями завдання з роботи, в яких найбільша кількість учнів припустилася помилок або запропонуйте заповнити корекцій-

ний бланк (Корекційний бланк №2) чи частини корекційних робіт запропоновані в «Зошиті моїх досягнень». Вчитель може запропонувати учням у відповідному бланку заповнити рядки для тих завдань, в яких були допущені помилки, а потім ще й виконати аналогічні завдання з корекційної роботи (або й всю корекційну роботу). На цьому етапі важливо дізнатися, що учень не брався до завдання, бо не встиг чи не знав, як виконати завдання, а також чи усвідомив він допущені ним помилки, чи може тепер виконати завдання правильно. На основі якісної роботи над помилками та виконання завдань корекційної роботи вчитель може скорегувати оцінку за тематичну роботу. Такий підхід дає змогу учням усвідомлено аналізувати та критично оцінювати виконані ними письмові роботи і навчатися на власних помилках.

5. Запропонуйте написати другу письмову роботу для оцінки першої (Опрацювання ситуації і створення математичних моделей) та третьої (Інтерпретація і критичний аналіз результатів) груп результатів. Завдання для цієї роботи в 2 варіантах містяться в посібнику для учнів «Зошит моїх досягнень». В кожній з таких робіт містяться 8 завдань. Деякі призначено для оцінки першої групи результатів, а деякі для оцінки третьої групи. Вчитель може визначати рівні досягнень учнів чи ставити 2 оцінки учням (за кожною з груп окремо).

Також вчитель може самостійно розробити систему оцінювання трьох різних груп результатів і відповідні види робіт.

На наступних уроках також можна організувати інші види контролю:

— корекційні роботи для оцінки I і III груп результатів, що подані у Зошиті моїх досягнень;

— фронтальне опитування учнів з використанням рубрики «Запитань і завдань для самоконтролю» з підручника.

Робота з матеріалом підручника

- Для роботи вдома: §14–17; 667, 672

Розділ IV

Коло і круг. Геометричні побудови

Урок 52–53. Коло і круг

Мета. Повторити поняття *коло*, *круг* і їх елементи, ввести поняття дотичної до кола і розглянути її властивості.

Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення теми учні повинні вміти: зображати коло, його елементи, дотичну до кола, формулювати означення кола, круга, їх елементів, описувати взаємне розташування кола і прямої, доводити властивість дотичної до кола і використовувати її до розв'язування задач.

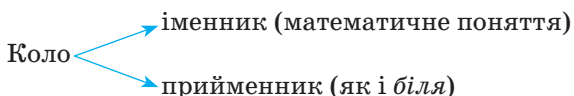
Методичні вказівки

Коло — одна з найважливіших геометричних фігур. З нею учні ознайомлюються ще у початкових класах, а докладніше вивчають у 6 і 7 класах. Крім відомостей з підручника, учням можна розповісти і таке.

— Колись українці не розрізняли слова *коло* і *круг*. Наприклад, співали: «*Ой зійди, зійди, ясен місяцю, як млинове коло...*»

Співали про коло, хоча повний місяць і млиновий камінь мають форму не кола, а круга. В багатьох мовах і тепер *круг* і *коло* називають одним словом (наприклад, *circle* в *англ.* мові). Подібно до того, як ми, наприклад, трикутником називаємо і замкнену ламану з трьох ланок, і частину площини, обмежену такою ламаною. В українській мові для двох розглядуваних понять існують різні назви.

Проте у сучасній українській мові слово *коло* використовується в двох розуміннях. Згадаємо ще одну пісню: «*Коло млина, коло броду два голу-би пили воду...*»



Такого самого кореня слова *навколо*, *довкола*. *Колом* наші далекі предки називали і бога Сонця. Здавна дійшли до нас і слова *колодій*, *колядка* та ін.

Цікава версія про зв'язок слова *коло* з далекими предками українців. Як писав давньогрецький історик Геродот, в його часи на землях сучасної України жили люди, яких греки називали скіфами-орачами, а самі себе вони називали *сколотами*. Орачами їх стали називати пізніше, коли вони вже мали рало і поля орали (оралювали). Раніше, готуючи поля до сівби, *сколоти колодили* їх, тобто тягали колоди дерева із залишками обрубаних гілок.



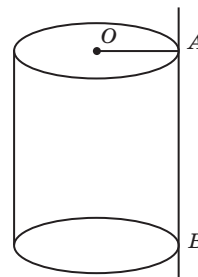
Згодом те *сколодити* перетворилося на *ско-родити*. Коли колоду розколювали на частини, отримували кілки. Якщо тварину прив'язували до забитого в землю кілка (кола), вона ходила *довкола*, *навколо*.

Щоб учні краще зрозуміли означення кола, корисно наводити контрприклад.

— Зміст поняття «коло» ми розкриваємо за допомогою такого означення. «Колом називається фігура, яка складається з усіх точок площини, рівновіддалених від даної точки». Чи не можна з цього означення вилучити слово «всіх»? Ні, бо тоді б йому задовольняла будь-яка частина кола, а частина кола не є колом. Чи не можна з означення кола вилучити слово «площини»? Ні. Бо такому означенню відповідала б поверхня кулі, а не коло.

Останнє запитання (чи слід в означенні кола згадувати площину?) заслуговує більшої уваги. Оскільки ще на початку вивчення геометрії ми домовляємося розглядати з планіметрії фігури тільки однієї площини, то при вивченні планіметричних тем кожного разу про це можна не згадувати. Проте, формулюючи важливі означення і теореми, з дидактичних міркувань на цьому бажано хоч іноді наголошувати. Традиційно вчителі математики так роблять, коли формулюють означення кола чи паралельних прямих. Але щоб бути послідовними, бажано так само ставитися і до інших означень і теорем.

Чи правильне таке означення: «*Пряма, що проходить через точку кола перпендикулярно до радіуса, проведеного в цю точку, називається дотичною*»? Розглянемо пряму *a*, якій належить твірна циліндра.



Вона перпендикулярна до радіуса OA кола основи цього циліндра, отже, згідно з наведеним означенням, пряма a дотична до кола основи циліндра. Насправді це не так, сформульоване означення правильне тільки для планіметрії.

Аналогічною є ситуація з дотичними колами. «Говорять, що два кола, які мають спільну точку, *дотикаються* в цій точці, якщо вони мають в ній спільну дотичну». Уявімо кола, вписані в дві сусідні грані куба. Пряма, якій належить спільне ребро цих граней, дотична до кожного з розглядуваних кіл і проходить через їх спільну точку. А такі кола не вважають дотичними. Бо коли б хто-небудь називав їх дотичними, то мав би істотно змінити формулювання багатьох теорем, крім внутрішнього і зовнішнього дотику двох кіл, розглядати й інші.

Робота з матеріалом підручника

На першому уроці

Для роботи вдома: § 18; №696, 699, 701, 704.

На другому уроці

Для роботи вдома: § 18; №706, 708, 711, 713.

Вказівки до розв'язування задач

694. Якщо мотузка намотуватиметься на кілочок, відстань до нього зменшуватиметься і палиця садівника креслитиме не коло, а спіраль.

697. $\triangle ABO = \triangle CDO$ за трьома сторонами.

712. Трикутник ABC рівносторонній, тому $\angle A = 60^\circ$.

717. $AO = OO_1 = O_1A$, тому $\angle OAO_1 = 60^\circ$,

$\angle AOB = 60^\circ \cdot 2 = 120^\circ$.

718. Якщо AB і CD — рівні хорди кола з центром O , а OH і OP — перпендикуляри, опущені на ці хорди, то рівнобедрені трикутники AOB і COD рівні за трьома сторонами, а прямокутні трикутники AOH і COP рівні за гіпотенузою і прилеглим кутом. Тому $OH = OP$.

722. в) $16 : (3 + 5) = 2$ (см), $2 \cdot 3 = 6$ (см),

$2 \cdot 5 = 10$ (см).

723. в) $12 : (3 - 1) = 6$ (см), $6 \cdot 3 = 18$ (см),

$6 \cdot 1 = 6$ (см).

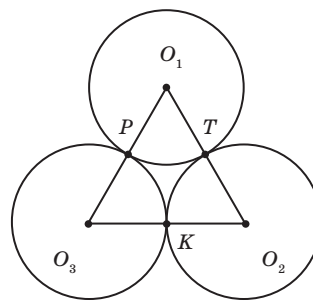
724. Нехай B і C — точки дотику. Тоді $ABOC$ — квадрат, $\angle BAC = 90^\circ$.

729. Нехай радіус кола дорівнює r . Тоді:

1) $O_1O_2 = O_2O_3 = O_3O_1 = 2r$.

2) Трикутник $O_1O_2O_3$ рівносторонній, тому кожний його кут має 60° .

За першою ознакою $\triangle O_1PT = \triangle O_2TK = \triangle O_3PK$, тому $PT = TK = KT$.



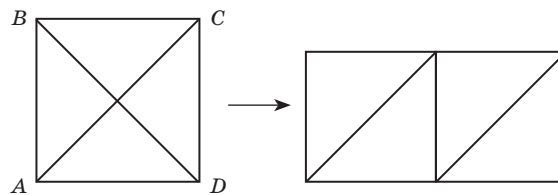
731. Площа S кільця дорівнює різниці площ кругів радіусів r і r_1 :

$$S = \pi r^2 - \pi r_1^2 = \pi(r + r_1)(r - r_1) = \pi m(r + r_1).$$

Оскільки $\pi(r + r_1) = 2\pi OM = l$, звідки $S = lm$.

735. Якщо довжина розглядуваної бісектриси дорівнює l , то $20 + 30 = 40 + 2l$, звідки $l = 5$ (см).

736. Розрізавши даний квадрат на 4 рівні трикутники, з них можна скласти прямокутник зі сторонами 5 см і 10 см.



Отже, шукана площа $S = 5 \cdot 10 = 50$ (см²).

Уроки 54–55. Геометричне місце точок

Мета. Ввести поняття ГМТ, серединного перпендикуляра, показати, що бісектриса кута є ГМТ, які лежать у внутрішній області кута і рівновіддалені від його сторін.

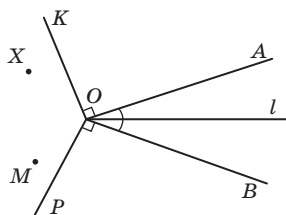
Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення теми учні мають уміти пояснювати, що таке ГМТ, формулювати і доводити теореми про ГМТ, рівновіддалених від кінців відрізка і від сторін кута.

Методичні вказівки

Геометричне місце точок — термін досить давній. Деякі автори пропонували замінити його терміном множина точок. Однак останній надто загальний і трактується дещо інакше. Коли говорять про геометричне місце точок, то мають на увазі, що це певним способом *визначена* множина точок, яку можна однозначно описати одним-двома реченнями.

Семикласники з поняттям геометричного місця точок ознайомлюються вперше. Особливих труднощів тема не викликає, але стосовно трактування деяких конкретних ГМТ часто виникають непорозуміння. Наприклад, таке означення:

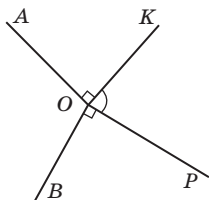
«Геометричним місцем точок називається фігура, що складається з усіх точок площини, які мають певну властивість». Воно надто вузьке, бо поняття ГМТ розглядається і в стереометрії. Наприклад, геометричним місцем точок простору, рівновіддалених від кінців відрізка, є площина, яка перпендикулярна до даного відрізка і проходить через його середину. Таке означення ГМТ не вдале навіть для планіметрії. Дотримуючись його, іноді вважають, наприклад, що геометричним місцем точок, рівновіддалених від сторін кута, є його бісектриса. Або пояснюють так: «Якщо точка однаково віддалена від сторін кута, то вона лежить на його бісектрисі». Такі пояснення неправильні.



Точка M на малюнку лежить на однакових відстанях від променів OA і OB , отже, рівновіддалена від сторін кута AOB , але не лежить на бісектрисі цього кута.

Те саме можна сказати про кожную точку X кута KOP (за умови, що $KO \perp OA$, $PO \perp OB$ і кут AOB менший від розгорнутого). Отже, геометричним місцем точок площини, рівновіддалених від сторін кута, що лежить у цій площині, є об'єднання бісектриси l цього кута і всіх точок кута KOP .

Семикласникам, особливо слабших класів, про такі тонкощі краще не говорити. Але теорему треба формулювати правильно: говорити про ГМТ не всієї площини, а тільки кута. Геометричним місцем точок кута, рівновіддалених від його сторін, є бісектриса кута. При цьому йдеться про кут як частину площини, до того ж про кут, не більший від розгорнутого. Якщо ж даний кут AOB більший від розгорнутого, то геометричним місцем точок, які належать цьому куту і рівновіддалені від його сторін, є кут KOP , де $KO \perp OA$ і $PO \perp OB$.



Робота з матеріалом підручника

На першому уроці

Для роботи вдома: § 19; №745, 748, 755, 769.

На другому уроці

Для роботи вдома: § 19; №760, 762, 765, 770.

Вказівки до розв'язування задач

Розв'язуючи вправи 744–760, необхідні побудови учні можуть виконувати наближено, користуючись транспортиром, косинцем, лініями в зошиті.

744. Серединний перпендикуляр відрізка AB .

746. а) Бісектриса даного прямого кута.

747. Коло радіуса a .

749. Дві прямі, паралельні даній прямій, розташовані на даній відстані з різних боків від неї.

750. Пряма, розташована між даними прямими на рівних від них відстанях.

751. Дві прямі, паралельні даній прямій, віддалені від неї на відстань, що дорівнює радіусу кола.

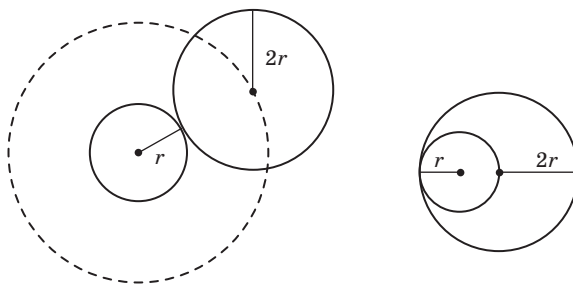
752. Серединний перпендикуляр відрізка, що сполучає центри даних кіл.

753. Коло з центром у даній точці.

754. Бісектриса даного гострого кута.

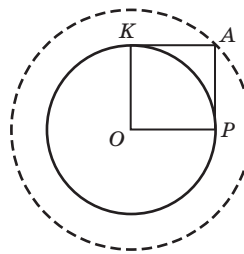
756. а) Шукане ГМТ центрів кіл складається з двох концентричних кіл:

кола радіуса $3r$ і даного кола.



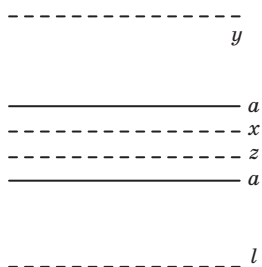
757. Нехай дано коло діаметра $AB = 12$ см. Якщо точка C ділить цей діаметр у відношенні $1 : 2$, то $AC = 4$ см. Шукане ГМТ — коло, концентричне даному, його радіус $OC = 2$ см.

758. Якщо коло з центром O дотикається до сторін прямого кута A в точках K і P , то чотирикутник $AKOP$ — квадрат. Шукане ГМТ — коло радіуса OA .

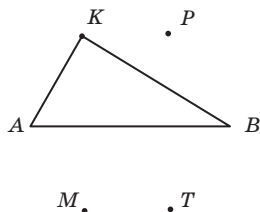


759. Шукане ГМТ — пряма x , що лежить між прямими a і b вдвічі ближче до a , ніж до b .

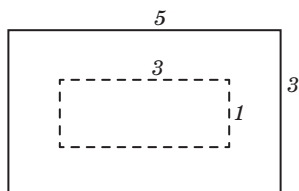
760. Оскільки послідовність даних прямих не вказана, то шукане ГМТ складається з чотирьох прямих x, y, z і t .



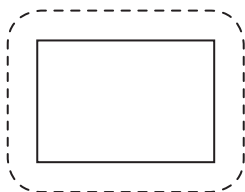
761. Задачу задовольняють чотири точки K, P, T, M .



763. а) Прямокутник зі сторонами c і $3c$.



б) Шуканим ГМТ є фігура, яку можна отримати, замінивши в прямокутнику зі сторонами $5c$ і $7c$ кути чвертями кіл.



764. Нехай ABC — довільний трикутник. Кожна точка бісектриси його кута A рівновіддалена від променів AB і AC . Кожна точка бісектриси кута B рівновіддалена від променів BA і BC . Точка L , в якій перетинаються ці бісектриси, рівновіддалена від усіх сторін $\triangle ABC$. (Задача пропонується, щоб підготувати учнів до вивчення вписаних кіл.)

769. 135° .

Також на другому уроці можна запропонувати учням пройти коротке тестування у класі

Коло і круг. Геометричне місце точок

Тестові завдання

Варіант 1

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8
Відповідь								

1. Знайдіть довжину кола, радіус якого дорівнює $1,5$ см.

- а) $1,5\pi$ см; в) $2,25\pi$ см;
б) 3 см; г) 3π см.

2. Довжина кола дорівнює 5π см. Знайдіть його діаметр.

- а) $2,5$ см; в) 5 см;
б) $2,5\pi$ см; г) 10 см.

3. Радіуси двох кіл дорівнюють 5 см і 7 см, а відстань між їх центрами 10 см. Дані кола:

- а) перетинаються;
б) не перетинаються;
в) мають зовнішній дотик;
г) мають внутрішній дотик.

4. Знайдіть ширину кільця, утвореного концентричними колами, радіуси яких дорівнюють 7 см і 12 см.

- а) 19 см; в) $2,5$ см;
б) 5 см; г) $8,5$ см.

5. Два кола мають внутрішній дотик. Знайдіть радіуси кіл, якщо відстань між центрами дорівнює 8 см, а радіуси пропорційні числам 3 і 5 .

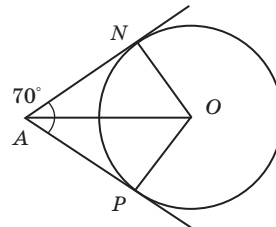
- а) 6 см і 10 см; в) 12 см і 20 см;
б) 24 см і 40 см; г) 24 см і 45 см.

6. З точки M до кола проведено дотичні MN і MP (N, P — точки дотику). Який знак слід поставити замість $*$: $MN * MP$?

- а) $>$; в) $=$;
б) $<$; г) $\neq$.

7. За даними малюнком знайдіть міру $\angle NOP$.

- а) 70° ; в) 110° ;
б) 170° ; г) 90° .



8. Геометричним місцем точок площини, рівновіддалених від даної точки є:

- а) пряма; в) серединний перпендикуляр;
б) коло; г) кут.

Тестові завдання

Варіант 2

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8
Відповідь								

1. Знайдіть довжину кола, діаметр якого дорівнює 5 см.

- а) 10π см; в) $2,5\pi$ см;
б) 25π см; г) 5π см.

2. Довжина кола дорівнює 7π см. Знайдіть його радіус.

- а) 7 см; в) 3,5 см;
б) 14 см; г) $3,5\pi$ см.

3. Радіуси двох кіл дорівнюють 2 см і 8 см, а відстань між їх центрами 6 см. Дані кола:

- а) перетинаються;
б) не перетинаються;
в) мають зовнішній дотик;
г) мають внутрішній дотик.

4. Знайдіть ширину кільця, утвореного концентричними колами, радіуси яких дорівнюють 2 см і 7 см.

- а) 9 см; в) 2,5 см;
б) 5 см; г) 4,5 см.

5. Два кола мають зовнішній дотик. Знайдіть радіуси кіл, якщо відстань між центрами дорівнює 24 см, а радіуси пропорційні числам 5 і 7.

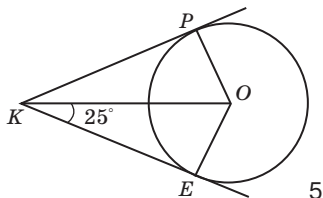
- а) 60 см і 42 см; в) 10 см і 14 см;
б) 40 см і 56 см; г) 10 см і 15 см.

6. Із точки K до кола проведено дотичні KP і KE (P і E — точки дотику). Який знак слід поставити замість *: $KP * KE$?

- а) $>$; в) $=$;
б) $<$; г) $\neq$.

7. За даними малюнка знайдіть міру $\angle POE$.

- а) 130° ; в) 90° ;
б) 50° ; г) 65° .



8. Геометричним місцем точок площини, рівновіддалених від кінців відрізка є:

- а) бісектриса кута;
б) коло;
в) серединний перпендикуляр;
г) кут.

Тестові завдання

Варіант 3

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8
Відповідь								

1. Знайдіть довжину кола, радіус якого дорівнює 1,3 см.

- а) $1,3\pi$ см; в) $1,69\pi$ см;
б) $2,6\pi$ см; г) $2,6\pi$ см.

2. Довжина кола дорівнює 12π см. Знайдіть його діаметр.

- а) 12π см; в) 12 см;
б) 6π см; г) 6 см.

3. Радіуси двох кіл дорівнюють 7 см і 9 см, а відстань між їх центрами 16 см. Дані кола:

- а) перетинаються;
б) не перетинаються;
в) мають зовнішній дотик;
г) мають внутрішній дотик.

4. Знайдіть ширину кільця, утвореного концентричними колами, радіуси яких дорівнюють 5 см і 8 см.

- а) 13 см; в) 6,5 см;
б) 3 см; г) 3\pi см.

5. Два кола мають внутрішній дотик. Знайдіть їх радіуси, якщо вони пропорційні числам 5 і 2, а відстань між центрами дорівнює 21 см.

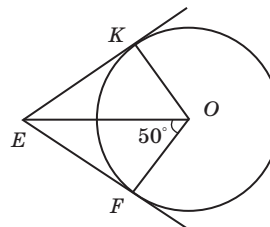
- а) 3 см і 10 см; в) 10 см і 6 см;
б) 15 см і 6 см; г) 35 см і 14 см.

6. Із точки E до кола проведено дотичні EK і EF (K , F — точки дотику). Який знак слід поставити замість *: $EK * EF$?

- а) $>$; в) $=$;
б) $<$; г) $\neq$.

7. За даними малюнка знайдіть міру $\angle KEF$.

- а) 50° ; в) 40° ;
б) 100° ; г) 80° .



8. Геометричним місцем точок площини, рівновіддалених від даної прямої є:

- а) пряма; в) дві прямі, паралельні даній;
б) коло; г) кут.

Тестові завдання

Варіант 4

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8
Відповідь								

1. Знайдіть довжину кола, діаметр якого дорівнює 3 см.

- а) $1,5\pi$ см; в) $2,25\pi$ см;
б) 3 см; г) 3π см.

2. Довжина кола дорівнює 10π см. Знайдіть його радіус.

- а) 10 см; в) 5 см;
б) 10π см; г) 5π см.

3. Радіуси двох кіл дорівнюють 5 см і 12 см, а відстань між їх центрами 9 см. Дані кола:

- а) перетинаються;
- б) не перетинаються;
- в) мають зовнішній дотик;
- г) мають внутрішній дотик.

4. Знайдіть ширину кільця, утвореного концентричними колами, радіуси яких дорівнюють 3 см і 8 см.

- а) 11 см; в) 5,5 см;
б) 5 см; г) 5π см.

5. Два кола мають зовнішній дотик. Знайдіть їх радіуси, якщо вони пропорційні числам 3 і 7, а відстань між їх центрами дорівнює 20 см.

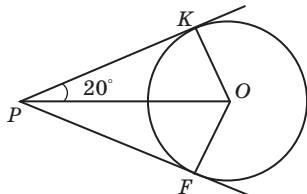
- а) 5 см і 35 см; в) 15 см і 35 см;
б) 6 см і 14 см; г) 6 см і 15 см.

6. Из точки P до кола проведено дотичні PK і PF (K, F — точки дотику). Який знак слід поставити замість $*$: $PK * PF$?

- a) >;** **b) =;**
б) <; **г) ≠.**

7. За даними малюнка знайдіть міру $\angle KOF$.

- а) 40° ; в) 70° ;
б) 160° ; г) 140° .



8. Геометричним місцем точок кута, рівновіддалених від сторін цього кута є :

- а) бісектриса кута;
б) коло;
в) серединний перпендикуляр;
г) пряма.

Уроки 56–58. Коло і трикутник

Мета. Розглянути різні види розташування кола і трикутника, зокрема ввести поняття трикутника, вписаного в коло і описаного навколо кола.

Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення теми учні повинні вміти зображати коло, вписане в трикутник і описане навколо трикутника, формулювати означення кола, вписаного в трикутник і описаного навколо трикутника, доводити існування кола, вписаного в трикутник і описаного навколо трикутника.

Методичні вказівки

Тема «Коло і трикутник» досить багата за змістом і цікава. У 7 класі програма зобов'язує розглядати тільки коло, вписане в трикутник, і коло, описане навколо трикутника. Але як задачі можна пропонувати і деякі інші випадки розташування кола і трикутника на площині. Бажано, зокрема, запропонувати учням дослідити, скільки спільних точок можуть мати коло і трикутник, на скільки частин коло і трикутник можуть поділити площину.

У позакласній роботі корисно ввести поняття зовні вписаних кіл і розглянути їх властивості. В сильніших класах — коло Ейлера (коло дев'яти точок) тощо. Відповідний матеріал є, наприклад, у посібниках:

Бевз Г. П. Геометрія кіл. — Харків: Основа. 2004.

Бевз Г. П. Геометрія трикутника. — К.: Генеза, 2005.

Робота з матеріалом підручника

На першому уроці

Для роботи вдома: § 20; №784, 785, 788, 790.

На другому уроці

Для роботи вдома: § 20; №792, 798, 801, 803.

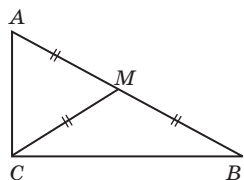
Вказівки до розв'язування задач

772.0, 1, 2, 3, 4, 5 або 6 точок.

781. Із периметром 8 см можна.

793. Ні. Описане коло проходить через кінці сторін даного трикутника, а вписане — через внутрішні точки сторін. Тому вписане коло завжди лежить у внутрішній області кола, описаного навколо трикутника. Ці кола не дотикаються.

799. Якщо CM — медіана, проведена до гіпотенузи, то $MA = MB = MC$ (теорема 20).



807. $360^\circ : 3 = 120^\circ$.

810. Трикутники рівні за трьома сторонами. Кути одного з цих трикутників: 120° , 30° і 30° .

811. 1) Нехай K і M — середини сторін BC і AC рівностороннього трикутника ABC . Тоді пряма AK — серединний перпендикуляр відрізка BC , а промінь AK — бісектриса кута A . Отже, на прямій AK містяться центри вписаного і описаного кіл. Обидва ці центри мають лежати і на прямій BM . Оскільки прямі AK і BM мають тільки одну спільну точку, то ця точка є центром описаного і вписаного кіл.

2) Катет OK лежить проти кута 30° , тому $OK : OB = 1 : 2$.

812.

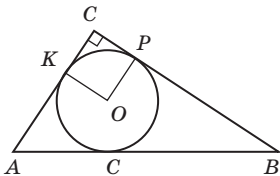
1) Бо $AP = AT$, $CK = CP$. $BK = BT$

2) $CK + AT = AC$, тому

$BK + BT = AB + BC - AC$.

814. $2c + 2r$

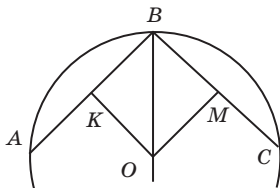
$AK + PB = c$, $KC + CP = 2r$.



815. Оскільки $KB + AP = AB$, то шукана довжина ламаної $KBAP = 2AB = 34$ см.

818. KO і MO — серединні перпендикуляри відрізків AB і BC .

$\angle BOK = 30^\circ$, тому $OB = 2BK = AB = 4$ см.



825. а) $5 + 8 = 13$; $39 \text{ см} : 13 = 3 \text{ см}$.

$P = 21 \text{ см} + 15 \text{ см} + 24 \text{ см} = 60 \text{ см}$.

в) Півпериметр становить 10 частин, бо $(7 + 5 + 8) : 2 = 10$.

$10 - 5 = 5$,

$12 \text{ см} : 5 = 2,4 \text{ см}$ — стільки припадає на 1 частину.

$P = 20 \cdot 2,4 \text{ см} = 48 \text{ см}$.

Урок 59. Геометричні побудови

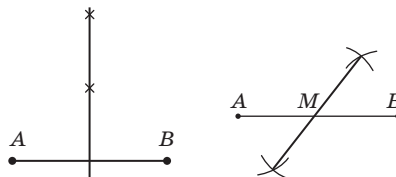
Мета. Ознайомити учнів із найпростішими геометричними побудовами за допомогою циркуля і лінійки.

Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення теми учні повинні вміти пояснювати, що таке задача на побудову, доводити правильність виконання побудов для основних задач, розв'язувати основні задачі на побудову та нескладні задачі, розв'язування яких зводиться до основних побудов.

Методичні вказівки

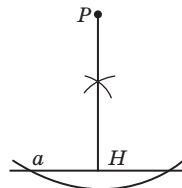
У школі розглядаються звичайно класичні геометричні побудови, в яких дозволяється використовувати тільки лінійку (односторонню і без позначок) і циркуль. У підручнику розглядаються тільки найпростіші способи побудов, а можливі й інші. Наприклад, щоб провести бісектрису кута (мал. 21.3 у підручнику), дуги радіусів AB і BD можна проводити довільними розхилами циркуля, більшими за $0,5AB$.

Поділити даний відрізок AB пополам можна не тільки, як показано в підручнику, а й іншими способами.

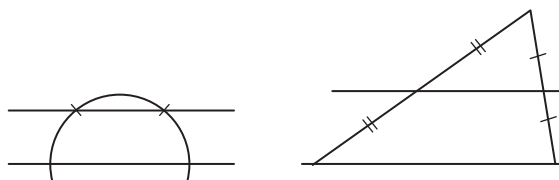


А ще — способом, яким ділять даний відрізок на довільне число рівних частин (з ним учні ознайомляться у 8 класі).

Перпендикуляр PH до прямої можна побудувати і способом, що приводить до такого малюнка.



Пряму, паралельну даній прямій, через точку P можна провести багатьма різними способами. Деякі з них зрозумілі з наступних малюнків, їх обґрунтування стане доступним учням тільки в наступних класах.



Робота з матеріалом підручника

Для роботи вдома: § 21; №835, 838, 842, 844.

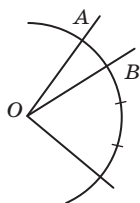
Вказівки до розв'язування задач

829. Досить провести дві перпендикулярні прямі.

830. а) Побудуйте прямий кут і проведіть його бісектрису.

в) Побудуйте рівносторонній трикутник.

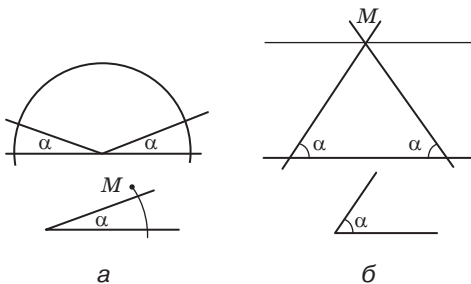
832. Див. малюнок.



833. Поділіть відрізок спочатку навпіл, а потім його половини навпіл.

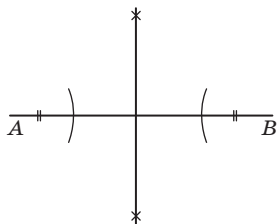
840. Побудуйте прямий кут, а на його сторонах відкладіть дані катети.

851. Якщо точка лежить на даній прямій, маємо малюнок а); якщо точка не лежить на даній прямій — малюнок б).



Якщо даний кут не прямий, в обох випадках задача має 2 розв'язки.

852. Відкладіть від кінців даного відрізка рівні відрізки, а середню частину поділіть навпіл.



855. Можна вважати відомим, що всі сторони квадрата рівні і всі кути прямі.

856. Якщо сума двох кутів трикутника менша від третього, то третій кут тупий. Отже, йдеться про тупокутний трикутник.

857. 60° . Кут між прямими не більший від прямого.

Уроки 60–61. Задачі на побудову

Мета. Навчити учнів розв'язувати нескладні задачі на побудову.

Вимога до підготовки учнів. У результаті вивчення теми учні повинні вміти розв'язувати нескладні задачі на побудову.

Методичні вказівки

Традиційно в школі розглядають переважно класичні побудови, тобто зводять кожен складну задачу до елементарних побудов, виконуваних на необмеженій площині циркулем і лінійкою. При цьому вважається, що можемо побудувати коло довільного радіуса як завгодно великого і як завгодно малого, що пряму можна провести через будь-які дві точки, які лежать на відстані кількох кілометрів чи кількох десятих міліметра одна від одної. Це абстрактні розв'язання абстрактних задач, досить далеких від практики і від прийнятих у практиці наближених способів побудов.

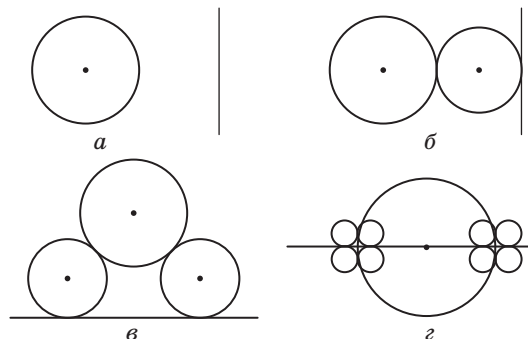
Розрізняють окремі види задач на побудову: непозиційні і позиційні. Якщо в задачі йдеться тільки про окремі елементи, з яких слід побудувати потрібну фігуру, і нічого не говориться про їх розміщення, маємо непозиційну задачу на побудову. Такими в підручнику є задачі 858–862, 866–869. Якщо ж у задачі обумовлено і взаємне розташування елементів фігури, яку треба побудувати, маємо позиційну задачу на побудову. Ці два види бажано розрізняти насамперед тому, щоб правильно визначати кількість розв'язків задачі.

Для прикладу розглянемо дві задачі.

1) Побудуйте трикутник за двома сторонами a і b та медіаною.

2) Побудуйте коло даного радіуса, яке дотикалося б до даного кола і до даної прямої.

Розв'язуючи першу задачу, всі рівні фігури (побудовані в різних частинах аркуша паперу) вважають одним розв'язком. Це — непозиційна задача. Друга ж задача — позиційна, бо залежно від радіуса і взаємного розташування даної прямої і кола, вона може мати від 0 до 8 різних розв'язків.



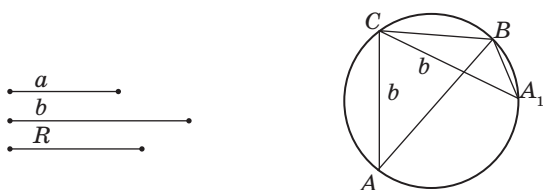
Хоч усі кола, які задовольняють задачу, рівні, їх вважають різними розв'язками, бо вони займають різні положення відносно даних прямої і кола.

У підручнику названо складові частини розв'язання задачі на побудову: аналіз, побудова, доведення і дослідження. Однак від семикласників не слід вимагати щоразу розглядати всі ці етапи, тим більше описувати їх. Проте бажано зазначити, скільки розв'язків може мати та чи інша задача. Для прикладу розглянемо задачу №867.

Побудуйте трикутник за двома сторонами і радіусом описаного кола.

Семикласник може оформити її розв'язання, наприклад, так.

Дано:



Побудова. Проводимо коло радіуса R , хорду $CB = a$, хорду $CA = b$ і відрізок AB . Трикутник ABC — той, який треба було побудувати.

Задача має два розв'язки: $\triangle ABC$ і $\triangle A_1BC$.

Дослідження.

Якщо $a > 2R$ або $b > 2R$, задача не має розв'язків;
якщо $a = b$ і $a < 2R$, задача має один розв'язок;
якщо $a < b$ і $b < 2R$, задача має два розв'язки ($\triangle ABC$ і $\triangle A_1BC$).

Робота з матеріалом підручника

На першому уроці

Для роботи вдома: § 22, №860, 861, 864, 867.

На другому уроці

Для роботи вдома: § 22; №869, 871, 875, 878.

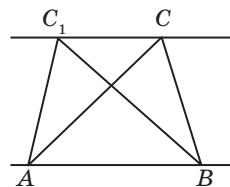
Вказівки до розв'язування задач

858. Треба відкласти основу, провести її серединний перпендикуляр і на ньому відкласти відрізок, що дорівнює даній висоті, а його кінець сполучити відрізками з кінцями основи.

859. Можна спочатку побудувати прямий кут, на одній його стороні від вершини відкласти даний катет, а з його кінця як із центра провести дугу кола, радіус якого дорівнює даній гіпотенузі.

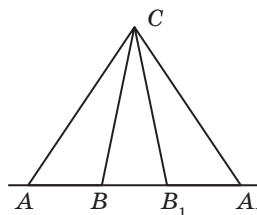
861. Щоб побудувати трикутник ABC за даними сторонами AC і AB і медіаною CM , можна спочатку побудувати трикутник MCA за половиною AB і двома іншими даними відрізками.

862. 1) Побудуйте спочатку дві паралельні прямі, відстань між якими дорівнює даній висоті. На одній із них відкладіть одну з даних сторін.



За умови, що дану висоту опущено на даний відрізок AB , задача може мати 0, 1 або 2 розв'язки.

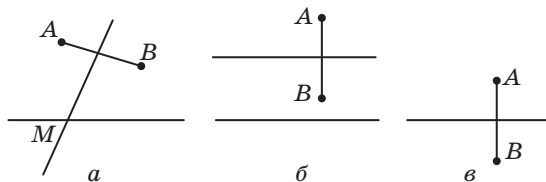
2) Проведіть довільну пряму AB і позначте точку C на відстані даної висоти від AB . Із C як із центра опишіть дуги радіусами, що дорівнюють даним відрізкам.



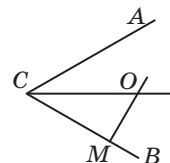
Задача може мати 2, 1 або 0 розв'язків.

863. Якщо дані прямі перетинаються, задача має 2 розв'язки; якщо прямі паралельні — 0 або безліч розв'язків.

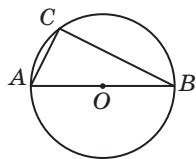
864. Якщо дано пряму a і точки A і B , то слід побудувати серединний перпендикуляр відрізка AB і знайти точку, в якій він перетинає дану пряму. Задача може мати 1, 0 або безліч розв'язків.



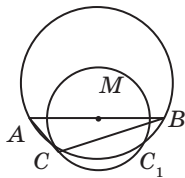
865. Проведіть бісектрису даного кута, а через дану точку — пряму, перпендикулярну до сторони кута. Точка їх перетину — центр кола, яке треба побудувати.



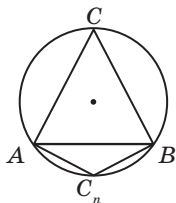
866. Побудуйте коло даного радіуса, а з кінця його діаметра AB — хорду AC , що дорівнює даному катету. Якщо даний катет коротший від діаметра кола, задача має один розв'язок.



868. Побудуйте коло даного радіуса і його хорду, що дорівнює даній стороні трикутника. Із середини цієї хорди як із центра проведіть коло радіуса, що дорівнює даній медіані. Точка перетину побудованих двох кіл і кінці хорди — вершини трикутника, який треба було побудувати.

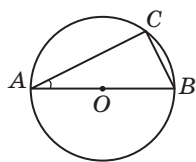


869. Див. малюнок.



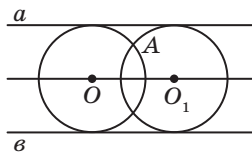
Задача може мати 2, 1 або 0 розв'язків.

870. Побудуйте коло даного діаметра $AB = 2r$ і кут BAC даної міри.



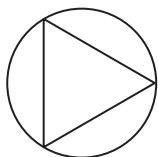
Задача завжди має один розв'язок.

871. Задача має два розв'язки.



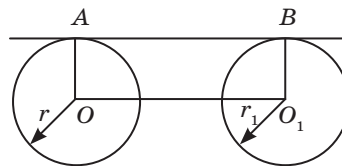
Хоч обидва кола рівні, але займають різні положення, а задача позиційна.

872. Спочатку учням бажано пояснити, що всередині кола можна розмістити 6 рівносторонніх трикутників, сторони яких дорівнюють радіусу кола.

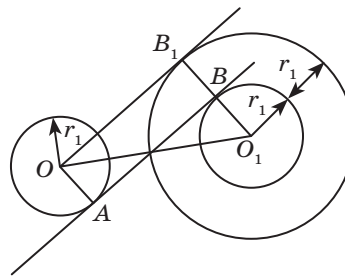


Із шести визначених на колі точок три треба сполучити відрізками.

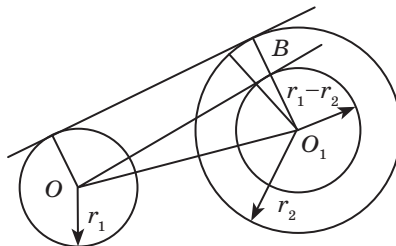
873. Побудуйте прямокутник ABO_1O на відрізку OO_1 .



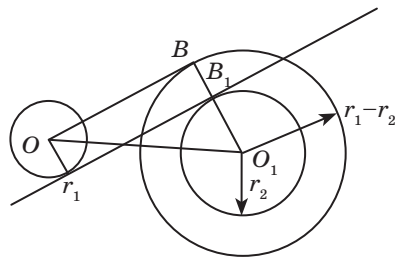
або прямокутник ABB_1O на відрізку OB_1 , де $O_1B_1 = 2r$.



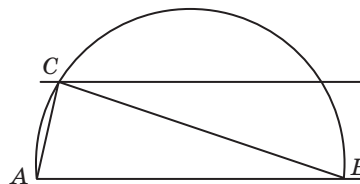
874. Побудуйте спочатку (за гіпотенузою і катетом) прямокутний трикутник OO_1B , де O_1B дорівнює різниці радіусів даних кіл.



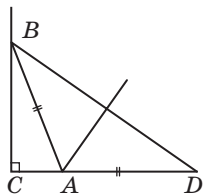
Або — за гіпотенузою OO_1 і катетом, що дорівнює сумі радіусів даних кіл.



875. На відрізку, що дорівнює даній гіпотенузі, опишіть півколо і проведіть пряму, паралельну відрізку, на відстані, що дорівнює даній висоті.

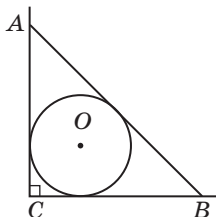


876. Побудуйте допоміжний прямокутний трикутник BCD , катети якого дорівнюють даним відрізкам, і серединний перпендикуляр його гіпотенузи BD .

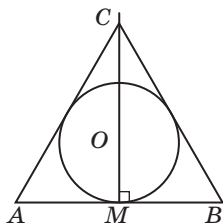


Трикутник ABC — той, який треба було побудувати.

877. Побудуйте прямий кут, впишіть у нього коло даного радіуса, а на стороні кута відкладіть даний катет CA . Провівши дотичну AB , матимемо потрібний ABC .



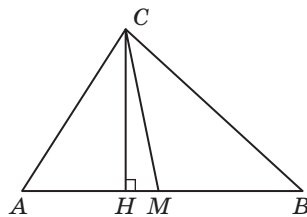
878. Накресліть відрізок AB , що дорівнює даній основі, та його серединний перпендикуляр і відкладіть на ньому даний радіус MO .



Проведіть коло радіуса OM і дотичні до нього з точок A і B . Або $\angle MAC = 2\angle MAO$.

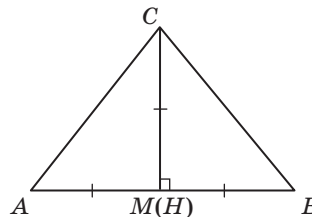
879. Див. теорему 21 на с. 150 підручника.

880. Побудуйте спочатку допоміжний прямокутний трикутник CHM за даною висотою CH і медіаною CM .



На прямій HM позначте точки A і B так, щоб $CM = MA = MB$. $\triangle ABC$ — той, який треба було побудувати.

Якщо $CM < CH$, то через кінець H проведіть пряму $AB \perp CH$.



Якщо $CM < CH$, задача не має розв'язку.

882. Кожну із пропонованих вправ можна виконати, користуючись транспортиром або способом прикидки. Прикинувши «на око» потрібний розхил циркуля і «обійшовши» ним дугу, далі, врахувавши похибку, слід уточнити розхил циркуля і знов «обійти» дугу. Виконавши 2–3 випробування, можна отримати потрібний результат.

884. 1) $MC = 10 \text{ см} : 2 = 5 \text{ см}$,

$HM = 5 \text{ см} - 3 \text{ см} = 2 \text{ см}$.

2) $HM = AM + HA = 5 \text{ см} + 3 \text{ см} = 8 \text{ см}$.

Також на другому уроці доцільно розглянути результати тестування, що наведене в підручнику на с. 204, і було запропоноване як домашнє завдання.

Відповіді до тестових завдань

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Відповідь	б	в	б	а	в	б	в	а	г	в

Після короткого самоаналізу учням доцільно запропонувати пройти аналогічне коротке тестування у класі

Трикутник і коло. Геометричні побудови

Тестові завдання

Варіант 1

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8
Відповідь								

1. Центр кола, вписаного в трикутник, лежить у точці перетину:
 - а) медіан;
 - б) бісектрис;
 - в) висот;
 - г) серединних перпендикулярів.
2. Точка M лежить у площині трикутника на відстані 3 см від усіх його вершин. Знайдіть радіус описаного кола.
 - а) 3 см;
 - б) 6 см;
 - в) 1,5 см;
 - г) не можна встановити.
3. Центр кола, описаного навколо прямокутного трикутника, лежить:
 - а) поза трикутником;
 - б) всередині трикутника;
 - в) на стороні трикутника;
 - г) у вершині трикутника.
4. Кут трикутника дорівнюють 43° і 47° . Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника, якщо його найбільша сторона дорівнює 18 см.
 - а) 18 см;
 - б) 9 см;
 - в) 36 см;
 - г) 6 см.
5. Знайдіть радіус кола, вписаного в прямокутний трикутник зі сторонами 6 см, 8 см і 10 см.
 - а) 5 см;
 - б) 12 см;
 - в) 2 см;
 - г) 3 см.
6. У $\triangle ABC$ $\angle A = 70^\circ$, $\angle B = 80^\circ$. Під яким кутом із центра кола, вписаного в трикутник, видно сторону AB ?
 - а) 150° ;
 - б) 105° ;
 - в) 30° ;
 - г) 15° .
7. Один з кутів прямокутного трикутника дорівнює 30° , менший катет 5 см. Знайдіть діаметр кола, описаного навколо трикутника.
 - а) 5 см;
 - б) 10 см;
 - в) 2,5 см;
 - г) 15 см.
8. У трикутник вписано коло. Знайдіть периметр трикутника, якщо відстані від його вершин до точок дотику дорівнюють 5 см, 7 см і 9 см.
 - а) 42 см;
 - б) 21 см;
 - в) 3 см;
 - г) 40 см.

Трикутник і коло. Геометричні побудови

Тестові завдання

Варіант 2

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8
Відповідь								

1. Центр кола, описаного навколо трикутника, лежить у точці перетину:
 - а) медіан;
 - б) бісектрис;
 - в) висот;
 - г) серединних перпендикулярів.
2. Точка K лежить у площині трикутника на відстані 5 см від усіх його сторін. Знайдіть радіус вписаного кола.
 - а) 5 см;
 - б) 10 см;
 - в) 2,5 см;
 - г) не можна встановити.
3. Центр кола, описаного навколо тупокутного трикутника, лежить:
 - а) поза трикутником;
 - б) всередині трикутника;
 - в) на стороні трикутника;
 - г) у вершині трикутника.
4. Кут трикутника дорівнюють 24° і 66° ; радіус кола описаного навколо трикутника, дорівнює 6 см. Знайдіть довжину найбільшої сторони трикутника.
 - а) 3 см;
 - б) 12 см;
 - в) 36 см;
 - г) 6 см.
5. Знайдіть радіус кола, вписаного в прямокутний трикутник зі сторонами 10 см, 24 см і 26 см.
 - а) 13 см;
 - б) 30 см;
 - в) 4 см;
 - г) 3 см.
6. У $\triangle ABC$ $\angle N = 20^\circ$, $\angle K = 80^\circ$. Під яким кутом із центра кола, вписаного в трикутник, видно сторону NK ?
 - а) 100° ;
 - б) 130° ;
 - в) 80° ;
 - г) 40° .
7. Знайдіть радіус кола, описаного навколо прямокутного трикутника, якщо медіана, проведена з вершини прямого кута, дорівнює 6 см.
 - а) 6 см;
 - б) 3 см;
 - в) 12 см;
 - г) 18 см.
8. Навколо кола описано трикутник. Знайдіть периметр трикутника, якщо відстані від його вершин до точок дотику дорівнюють 3 см, 5 см і 7 см.
 - а) 30 см;
 - б) 40 см;
 - в) 15 см;
 - г) 10 см.

Трикутник і коло. Геометричні побудови

Тестові завдання

Варіант 3

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8
Відповідь								

1. Центр кола, вписаного в прямокутний трикутник, лежить у точці перетину:
 - а) медіан;
 - б) бісектрис;
 - в) висот;
 - г) серединних перпендикулярів.
2. Точка P лежить у площині трикутника на відстані 7 см від усіх його вершин. Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника.
 - а) 7 см;
 - б) 14 см;
 - в) 3,5 см;
 - г) не можна встановити.
3. Центр кола, описаного навколо рівностороннього трикутника, лежить:
 - а) поза трикутником;
 - б) всередині трикутника;
 - в) на стороні трикутника;
 - г) у вершині трикутника.
4. Кути трикутника дорівнюють 17° і 73° . Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника, якщо його найбільша сторона дорівнює 28 см.
 - а) 28 см;
 - б) 14 см;
 - в) 56 см;
 - г) 7 см.
5. Знайдіть радіус кола, вписаного в прямокутний трикутник зі сторонами 9 см, 12 см і 15 см.
 - а) 7,5 см;
 - б) 18 см;
 - в) 4 см;
 - г) 3 см.
6. У $\triangle ABC$ $\angle B = 110^\circ$, $\angle C = 30^\circ$. Під яким кутом із центра кола, вписаного в трикутник, видно сторону BC ?
 - а) 130° ;
 - б) 60° ;
 - в) 115° ;
 - г) 120° .
7. Один з кутів прямокутного трикутника дорівнює 60° , менший катет 8 см. Знайдіть діаметр кола, описаного навколо трикутника.
 - а) 16 см;
 - б) 8 см;
 - в) 4 см;
 - г) 24 см.
8. У трикутник вписано коло. Знайдіть периметр трикутника, якщо відстані від його вершин до точок дотику дорівнюють 7 см, 9 см і 15 см.
 - а) 29 см;
 - б) 31 см;
 - в) 62 см;
 - г) 58 см.

Трикутник і коло. Геометричні побудови

Тестові завдання

Варіант 4

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8
Відповідь								

1. Центр кола, описаного навколо рівнобедреного трикутника, лежить у точці перетину:
 - а) медіан;
 - б) бісектрис;
 - в) висот;
 - г) серединних перпендикулярів.
2. Точка F лежить у площині трикутника на відстані 9 см від усіх його сторін. Знайдіть радіус кола, вписаного в трикутник.
 - а) 9 см;
 - б) 4,5 см;
 - в) 18 см;
 - г) не можна встановити.
3. Центр кола, описаного навколо гострокутного трикутника, лежить:
 - а) поза трикутником;
 - б) всередині трикутника;
 - в) на стороні трикутника;
 - г) у вершині трикутника.
4. Кути трикутника дорівнюють 52° і 38° . Знайдіть найбільшу сторону трикутника, якщо радіус кола, описаного навколо трикутника, дорівнює 8 см.
 - а) 16 см;
 - б) 8 см;
 - в) 32 см;
 - г) 4 см.
5. Знайдіть радіус кола, вписаного в прямокутний трикутник зі сторонами 5 см, 12 см і 13 см.
 - а) 6,5 см;
 - б) 15 см;
 - в) 3 см;
 - г) 2 см.
6. У $\triangle MNK$ $\angle M = 90^\circ$, $\angle N = 40^\circ$. Під яким кутом із центра кола, вписаного в трикутник, видно сторону MN ?
 - а) 130° ;
 - б) 115° ;
 - в) 50° ;
 - г) 25° .
7. Знайдіть діаметр кола, описаного навколо рівнобедреного прямокутного трикутника, якщо висота, проведена з вершини прямого кута, дорівнює 10 см.
 - а) 40 см;
 - б) 10 см;
 - в) 20 см;
 - г) 5 см.
8. Навколо кола описано трикутник. Знайдіть периметр трикутника, якщо відстані від його вершин до точок дотику дорівнюють 4 см, 5 см і 7 см.
 - а) 16 см;
 - б) 8 см;
 - в) 32 см;
 - г) 30 см.

Урок 62. Узагальнення і систематизація знань з теми «Коло і круг. Геометричні побудови». Самостійна робота

Мета. Систематизувати вивчений на попередніх уроках матеріал. Перевірити, як учні засвоїли теми «Коло і круг», «Геометричне місце точок», «Коло і трикутник», «Геометричні побудови», «Задачі на побудову» та навчилися використовувати здобуті знання до розв’язування задач.

Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення тем учні повинні вміти зображати коло, його елементи і дотичну до нього, формулювати означення кола, круга, їх елементів, описувати взаємне розташування кола і прямої, доводити властивість дотичної до кола і використовувати її до розв’язування задач; пояснювати, що таке ГМТ, формулювати і доводити теореми про геометричне місце точок, рівновіддалених від кінців відрізка і від сторін кута; зображати коло, вписане в трикутник і описане навколо трикутника, формулювати означення кола, вписаного в трикутник і описаного навколо трикутника, доводити існування кола, вписаного в трикутник і описаного навколо трикутника; пояснювати, що таке задача на побудову, доводити правильність виконання побудов для основних задач, розв’язувати основні задачі на побудову та нескладні задачі, розв’язування яких зводиться до основних побудов.

Методичні вказівки

На початку уроку розглянути розв’язування вправ, що викликали в учнів труднощі під час виконання домашнього завдання, і за допомогою запитань з підручника (с. 126) перевірити, як засвоєно теоретичний матеріал.

Основну частину уроку приділити розв’язуванню задач за готовими малюнками і виконанню тестових завдань.

Відповіді до завдань за готовими малюнками

	1	2	3	4	5	6	7	8
А		6; 9	9; 27	10	5	22	3	10
Б	4	15; 5	15	6	9	10; 12	20; 12; 16	7

В підручнику на с. 203 наведено орієнтовні завдання для самостійної роботи. Якщо учням не було запропоноване такого роду завдання додому, то можна провести самостійну роботу на уроці за допомогою цих завдань. Запропонуйте учням написати цю самостійну роботу у класі. Одразу пові-

домте, що вони її пишуть для себе, для того, щоб розуміти, з якими завданнями впораються, а яким темам ще бажано додатково приділити увагу.

Ми пропонуємо після того, як учні написали саме цю самостійну, провести взаємооцінювання учнями один одного. Учні обмінюються зошитами, виділяють помилки одне одного, обговорюють їх, потім повертають зошити. Вчитель озвучує правильні відповіді, щоб учні мали змогу себе перевірити. Запитайте, чи потрібно розглянути якісь із цих завдань у класі.

Відповіді до самостійної роботи

Варіант	Завдання		
	1	2	3
I	13 см	80°	22 см
II	5 см	40°	34 см
III	7,5 см	40°	32 см
IV	8,5 см	35°	40 см

Якщо самостійна робота на с. 203 була запропонована на домашнє опрацювання, то після розгляду результатів її написання запропонуйте учням аналогічну самостійну роботу, що розміщена в Зошиті моїх досягнень, с. 40–43.

Крім того після написаних учнями самостійних робіт вчитель може запропонувати учням:

1) роботу над помилками, яку зручно здійснити за допомогою відповідного бланку з Зошиту моїх досягнень (Корекційний бланк 1 – бланк для роботи над помилками, що були допущені в самостійних роботах);

2) корекційну роботу, що за структурою і змістом є аналогічною до тієї, що пропонувалась учням.

Наприклад, вчитель може запропонувати учням у відповідному бланку заповнити рядки для тих завдань, в яких були допущені помилки, а потім ще й виконати аналогічні завдання з корекційної роботи (або й всю корекційну роботу).

На основі якісної роботи над помилками та виконання завдань корекційної роботи вчитель може скорегувати оцінку за самостійну роботу.

Такий підхід дає змогу учням усвідомлено аналізувати та критично оцінювати виконані ними письмові роботи і навчатися на власних помилках.

Для підготовки до тематичного оцінювання запропонуйте учням вдома виконати завдання з рубрики «Типові задачі до тематичного контролю» на с. 205.

Урок 63. Тематична робота № 6

Мета. Перевірити знання і вміння, набуті учнями під час вивчення тем «Коло і круг», «Геометричне місце точок», «Коло і трикутник», «Геометричні побудови», «Задачі на побудову»; перевірити, як учні навчилися використовувати здобуті знання до розв'язування задач.

Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення зазначених тем учні повинні вміти зображати коло, його елементи і дотичну до нього, формулювати означення; доводити властивість дотичної до кола і використовувати її до розв'язування задач; пояснювати, що таке ГМТ, формулювати і доводити теореми про ГМТ, рівновіддалених від кінців відрізка і від сторін кута; зображати коло, вписане в трикутник і описане навколо трикутника; розв'язувати основні задачі на побудову та нескладні задачі, розв'язування яких зводиться до основних побудов.

Методичні вказівки

На початку уроку або до нього бажано учням надати ключі до типових задач для тематичного контролю

Відповіді до типових задач

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Відповідь	Б	А	Г	1Б 2Г 3А 4Д	6 см і 10 см	—	12 см і 4 см	70°, 65°, 45°	—

Бал, отриманий кожним учнем, має відображати реальні досягнення в опануванні ним конкретної теми. Тематичне оцінювання бажано проводити комплексно: усне опитування, комп'ютерне тестування, письмові роботи. При цьому треба обов'язково враховувати індивідуальні особливості учнів та їх навчальну діяльність під час вивчення тем, що підлягають контролю. Тестування можна проводити за допомогою індивідуальних тестів. Якщо є можливість, бажано створити банк відповідних завдань і проводити тестування за допомогою комп'ютера. Усне опитування і тестування можна проводити як на уроках, так і в позаурочний час, зручний для учнів і вчителя. Окремі учні можуть бути звільненими від таких видів оцінювання.

Завдання, аналогічні до поданих у підручнику, містяться у посібнику «Зошит моїх досягнень» і дають змогу оцінити другу групу результатів («Розв'язування математичних задач»). Додаткові завдання у цій роботі є необов'язковими і дають змогу учням заробити окремо додаткову оцінку.

Пропонуємо вчителю під час перевірки не лише залишати коментарі чи бали у роботі, а ще й роздрукувати для кожного учня бланк, де зробити відповідні відмітки у таблиці. Таке додаткове формувальне оцінювання письмової роботи допоможе детальніше інформувати батьків і самого учня щодо успіхів у математиці кожної дитини.

Тобто після перевірки роботи вчитель заповнює таблицю (див. нижче) для кожного учня. Вибирає один з чотирьох стовпчиків до кожного завдання і ставить у ньому галочку (чи інший символ).

Тематичне оцінювання. Коло і круг. Геометричні побудови
Оцінювання групи результатів «Розв'язування математичних задач»

Прізвище, ім'я учня _____

	Форма	Виконує правильно	Допускає незначні помилки	Допускає помилки	Не виконав/ не виконала
№1. Знаходження медіани, проведеної до гіпотенузи прямокутного трикутника, навколо якого описане коло	тест				
№2. Місцезнаходження центра кола, описаного навколо трикутника					
№3. Місцезнаходження центра кола, описаного навколо трикутника, в залежності від виду трикутника					
№4. Відповідність між радіусами кіл, заданих умовами, та розташуванням цих кіл	відповідність				
№5. Знаходження кута трикутника, що утворений двома радіусами кола та хордою					
№6. Знаходження сторони трикутника з відомим периметром, якщо в нього вписане коло					
№7. Побудова трикутника з заданими сторонами. Опис навколо нього кола					
№8. Знаходження сторін прямокутного трикутника, якщо відомо залежність сторін цього трикутника та радіус вписаного кола					
Додаткове завдання					
Знаходження ГМТ					

Ми пропонуємо не задавати учням домашнє завдання після написання тематичної роботи.

Урок 64. Аналіз тематичної роботи

Мета. Проаналізувати виконання учнями попередньої письмової роботи. Здійснити корекцію їхніх знань і вмінь з вивчених тем.

Вимоги до підготовки учнів. У результаті вивчення зазначених тем учні повинні вміти зображати коло, його елементи і дотичну до нього, формулювати означення; доводити властивість дотичної до кола і використовувати її до розв'язування задач; пояснювати, що таке ГМТ, формулювати і доводити теореми про ГМТ, рівновіддалених від кінців відрізка і від сторін кута; зображати коло, вписане в трикутник і описане навколо трикутника; розв'язувати основні задачі на побудову та нескладні задачі, розв'язування яких зводиться до основних побудов.

Методичні вказівки

Вчитель з учнями може розглянути деякі задачі і вправи, в яких значна частина учнів припустилася помилок, повторити теоретичні питання, недосконале знання яких призвело до помилок під час виконання попередньої роботи, перевірити вміння учнів досліджувати ситуації, створювати математичні моделі, інтерпретувати та критично оцінювати результат, організувати роботу учнів над помилками, визначивши з сильних учнів консультантів для тих, хто отримав низькі бали за першу письмову роботу.

1. Роздайте учням зошити з перевіреною роботою.

2. Запишіть на дошці максимальні бали за кожне виконане правильно завдання.

3. Поясніть, що ви виділили помилки, які були допущені учнями, а також записали кількість балів, що заробив кожен учень.

4. Розгляньте з учнями завдання з роботи, в яких найбільша кількість учнів припустилася помилок або запропонуйте заповнити корекційний бланк (Корекційний бланк №2) чи частини корекційних робіт запропоновані в Зошиті моїх досягнень. Вчитель може запропонувати учням у відповідному бланку заповнити рядки для тих завдань, в яких були допущені помилки, а потім ще й виконати аналогічні завдання з корекційної роботи (або й всю корекційну роботу). На цьо-

му етапі важливо дізнатися, чи учень не брався до завдання, бо не встиг, чи не знав, як виконати завдання, а також чи усвідомив він допущені ним помилки, чи може тепер виконати завдання правильно. На основі якісної роботи над помилками та виконання завдань корекційної роботи вчитель може скорегувати оцінку за тематичну роботу. Такий підхід дає змогу учням усвідомлено аналізувати та критично оцінювати виконані ними письмові роботи і навчатися на власних помилках.

Запропонуйте написати другу письмову роботу для оцінки першої (Опрацювання ситуації і створення математичних моделей) та третьої (Інтерпретація і критичний аналіз результатів) груп результатів. Завдання для цієї роботи в 2 варіантах містяться в посібнику для учнів «Зошит моїх досягнень». В кожній з таких робіт містяться 8 завдань. Деякі призначено для оцінки першої групи результатів, а деякі для оцінки третьої групи. Вчитель може визначати рівні досягнень учнів чи ставити 2 оцінки учням (за кожную з груп окремо).

Також вчитель може самостійно розробити систему оцінювання трьох різних груп результатів і відповідні види робіт.

На наступних уроках також можна організувати інші фронтальні опитування учнів з використанням рубрики «Запитань і завдань для самоконтролю» з підручника.

Робота з матеріалом підручника

Для роботи вдома: § 18–22; №716, 721, 806, 808

Урок 65–68. Повторення

Уроки 65–68 можуть використовуватись як резерв часу, але найкраще, якщо все ж за ці 4 уроки учні пригадають те, що вивчалось ними впродовж року.

Також можна запропонувати учням пройти підсумкові тести навчального призначення, визначити теми, в яких в учнів залишились прогалини, і тоді розв'язувати задачі з відповідних параграфів на сторінках 207–222.

Наведемо приклад завдань для підсумкових тестів навчального характеру.

Тестові завдання

Варіант 1

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8
Відповідь								

1. Точка M лежить між точками A і B . Знайдіть AB , якщо $AM = 5$ см, $BM = 7$ см.

- а) 10 см; в) 12 см;
б) 2 см; г) 6 см.

2. Яка з точок лежить між двома іншими, якщо $AB = 5,9$ см, $BC = 8,6$ см, $AC = 2,7$ см?

- а) А; в) С;
б) В; г) жодна.

3. $\angle AOB = 47^\circ$, $\angle BOC = 28^\circ$. Знайдіть $\angle AOC$.

якщо OC — внутрішній промінь $\angle AOB$.

- а) 29° ; в) 65° ;
б) 75° ; г) 19° .

4. Знайдіть суміжні кути, якщо один із них на 26° більший за другий.

- а) 76° і 104° ; в) 84° і 96° ;
б) 77° і 103° ; г) 76° і 112° .

5. Встановіть вид трикутника, якщо один із його зовнішніх кутів дорівнює 150° , а один із внутрішніх кутів — 75° .

- а) прямокутний;
б) рівнобедрений;
в) тупокутний;
г) не можна встановити.

6. Обчисліть периметр рівнобедреного трикутника, бічна сторона якого дорівнює 12 см, а основа 9 см.

- а) 21 см; в) 30 см;
б) 24 см; г) 33 см.

7. Кут при вершині рівнобедреного $\triangle ABC$ дорівнює 120° . Знайдіть відстань від точки B до сторони AC , якщо $AB = BC = 12$ см.

- а) 12 см; в) 4 см;
б) 6 см; г) не можна встановити.

8. Встановіть вид трикутника, якщо центр кола, описаного навколо трикутника, збігається з центром кола, вписаного в цей трикутник.

- а) прямокутний; в) рівносторонній;
б) тупокутний; г) не можна встановити.

Тестові завдання

Варіант 2

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8
Відповідь								

1. Точка K — середина відрізка AB . Знайдіть AB , якщо $AK = 6$ см.

- а) 6 см; в) 3 см;
б) 12 см; г) 18 см.

2. Яка з точок лежить між двома іншими, якщо $MN = 7,6$ см, $NK = 2,5$ см, $MK = 10,1$ см.

- а) M ; в) K ;
б) N ; г) жодна.

3. $\angle AOB = 29^\circ$, $\angle BOC = 48^\circ$. Знайдіть $\angle AOC$.

якщо OB — внутрішній промінь $\angle AOC$.

- а) 21° ; в) 77° ;
б) 87° г) 19° .

4. Знайдіть суміжні кути, якщо один із них у 5 разів більший за інший.

- а) 36° і 144° ; в) 30° і 120° ;
б) 30° і 150° ; г) 36° і 170° .

5. Встановіть вид трикутника, якщо один із зовнішніх кутів дорівнює 40° , а один із внутрішніх кутів — 10° .

- а) прямокутний;
б) рівнобедрений;
в) тупокутний;
г) не можна встановити.

6. Обчисліть периметр рівнобедреного трикутника, основа якого дорівнює 5 см, а бічна сторона на 2 см більша.

- а) 14 см; в) 25 см;
б) 19 см; г) 17 см.

7. У $\triangle ABC$ $AC = 16$ см, $\angle C = 30^\circ$. Знайдіть відстань від точки A до сторони BC .

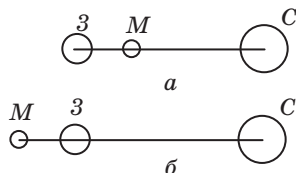
- а) 8 см; в) 4 см;
б) 16 см; г) не можна встановити.

8. Встановіть вид трикутника, якщо центр кола, описаного навколо трикутника, лежить у середині трикутника.

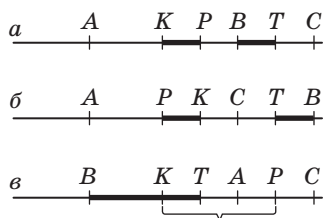
- а) прямокутний; в) гострокутний;
б) тупокутний; г) не можна встановити.

Розв'язування задач підвищеної складності

1089. Сонячному затемненню відповідає схематичний малюнок а), а місячному — малюнок б). Шукані значення відстаней дорівнюють відповідно різниці і сумі значень відстаней, даних у задачі: а) $149500 - 400 = 149100$ (тис. км),
 $149500 + 400 = 149900$ (тис. км).



1090. Щоб розв'язати задачу способом, доступним для семикласників, потрібно розглянути три різні випадки розташування даних точок на прямій.



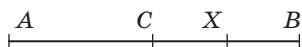
а) Оскільки $AP = 0,5AC$, $TB = 0,5BC$, $AK = 0,5AB$, то $KP = AP - AK = 0,5(AC - AB) = 0,5BC = BT$.

б) $AK = 0,5AB$, $BT = 0,5CB$, $AP = 0,5AC$, $PK = AK - AP = 0,5(AB - AC) = 0,5CB = BT$.

в) $AK = 0,5AB$, $BT = 0,5BC$, $AP = 0,5AC$, $KP = PA + AK = 0,5AB + 0,5AC = 0,5BC = BT$.

1091. Якщо точка X лежить між A і C , то $XB + XC > 0,5AB$, $XA < 0,5AB$, тоді рівність $XA = 1,5(XB + XC)$ неможлива.

Якщо точка X лежить між C і B , то $XB + XC = 0,5AB$, $XA = 1,5 \cdot 0,5AB = 0,75AB$.



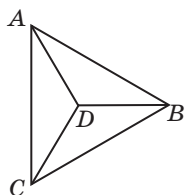
Відповідь. X — середина відрізка CB .

1092. Якщо міри суміжних кутів дорівнюють n і $180^\circ - n$.

Тоді $180^\circ - n = 3(180^\circ - n - n)$, звідки $n = 72^\circ$.

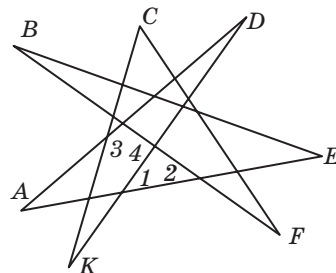
Відповідь. 108° і 72° .

1093. Задачі відповідає малюнок.



D — центр кола, описаного навколо $\triangle ABC$. Трикутники ADB , BDC , CDA рівні, тому ADC становить третю частину кута 360° , 120° .

1094. Згідно з теоремою про зовнішній кут трикутника.



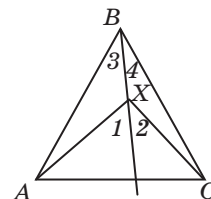
$$\angle A + \angle D = \angle 1, \quad \angle B + \angle E = \angle 2, \quad \angle C + \angle F = \angle 3,$$

$$\angle 1 + \angle 2 = \angle 4.$$

Додавши почленно ці рівності, матимемо:

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle K = \angle 3 + \angle 4 + \angle K = 180^\circ.$$

1095. Проведемо промінь BX .



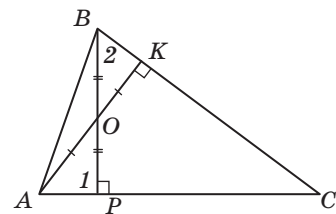
Згідно з теоремою про зовнішній кут трикутника маємо:

$$\angle 1 > \angle 3 \text{ і } \angle 2 > \angle 4, \quad \angle 1 + \angle 2 > \angle 3 + \angle 4,$$

$$\angle AXC > \angle ABC.$$

1096. Поділіть даний кут на 4 рівні частини і додайте до нього одну таку частину.

1097. Коли б висоти AK і BP трикутника ABC перетиналися в точці O так, що $AO = OK$ і $BO = OP$, то були б рівні трикутники AOP і BOK .



Тоді виконувалася б рівність $\angle 1 = \angle 2$, тобто мали б бути паралельними сторони AC і BC . Це не так, тому висоти трикутника не можуть точкою перетину ділитися навпіл.

1098. Нехай довжини сторін трикутника дорівнюють x , y , z .

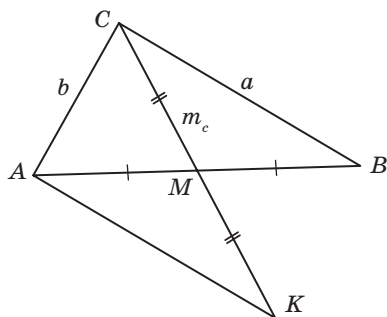
$$\text{Тоді } y + z = a, \quad x + 2 - b, \quad y + x = c.$$

Додавши ці рівності, отримаємо:

$$2(x + y + z) = a + b + c.$$

Периметр трикутника $x + y + z = 0,5(a + b + c)$.

1099. Нехай ABC — довільний трикутник, a, b, c — його сторони $CM = m_c$ — медіана.



Відкладемо на продовженні CM рівний йому відрізок MK і сполучимо K з A . Оскільки трикутники MKA і MBC рівні за двома сторонами і кутом між ними, то $2m_c < a + b$.

Аналогічно $2mb < a + c$, $2ma < b + c$.

Оскільки кожне з чисел $2m_c$, $2mb$, $2ma$ менше відповідно за $a + b$, $a + c$, $b + c$, то сума перших трьох чисел менша за суму трьох наступних:

$$2(m_c + mb + ma) < 2(a + b + c)$$

$$\text{або } ma + mb + mc < a + b + c.$$

Із трикутників CMB і CMA маємо нерівності:

$$m_c + 0,5c > a, m_c + 0,5c > b.$$

Додавши ці нерівності, матимемо:

$$2m_c + c > a + b.$$

Аналогічно: $2mb + b > a + c$, $2ma + a > b + c$.

Додавши ці три нерівності, отримаємо:

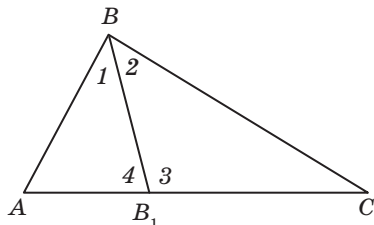
$$2(m_c + mb + ma) > a + b + c,$$

$$\text{звідки } ma + mb + mc > 0,5(a + b + c).$$

1100. Будь-який непрямокутний трикутник можна розрізати на два прямокутні (наприклад, по найкоротшій висоті). А кожний прямокутний трикутник медіаною, проведеною до гіпотенузи, розбивається на два рівнобедрені трикутники.

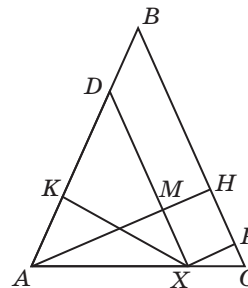
1101. Трикутники CAO і OBD рівні, бо вони рівнобедрені і мають рівні бічні сторони і рівні кути при основі. Тому їх основи CO і OD також рівні.

1102. За властивістю зовнішнього кута трикутника $\angle 3 > \angle 1$, а оскільки $\angle 1 = \angle 2$, то $\angle 3 > \angle 2$.



Тому $BC > B_1C$. Так само $\angle 4 > \angle 2$, отже, і $\angle 4 > \angle 1$, звідки $AB > AB_1$.

1103. Нехай у $\triangle ABC$ $AB = BC$ і $X \in AC$, $XK \perp AB$, $XP \perp BC$.

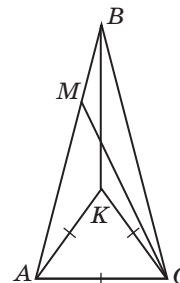


Проведемо $XD \parallel BC$, тоді $\triangle AXD$ — рівнобедрений, $XK = AM$, $XP = MH$.

Отже, завжди $XK + XP = AH$.

Якщо $\angle B = 90^\circ$, то сталою є сума відстаней від X не до сторін кута, а до прямих, яким належать рівні сторони трикутника. Задачу можна розв'язати простіше, знаючи властивості площі трикутника. Такий спосіб доречно використовувати у 8 класі.

1104. Нехай точка K така, що $AK = KC = CA$.



Тоді $\triangle BMC = \triangle AKB$ — за двома сторонами і кутом між ними. Отже, $\angle BCM = \angle ABK = 10^\circ$.

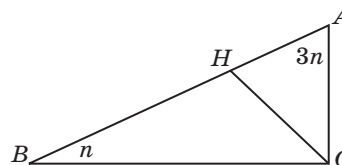
$$\angle BCA = (180^\circ - 20^\circ) : 2 = 80^\circ,$$

$$\angle ACM = 80^\circ - 10^\circ = 70^\circ.$$

1105. Якщо $\angle B = n$, то $\angle A = 3n$, $4n = 90^\circ$,

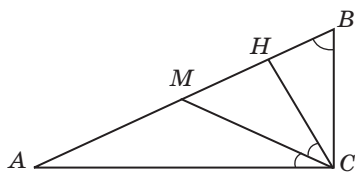
$$n = 22,5^\circ, 3n = 67,5^\circ,$$

$$\angle AHC = 180^\circ - 67,5^\circ - 45^\circ = 67,5^\circ, \text{ отже, } CH = AC.$$



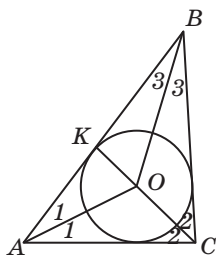
Примітка. Значення кута AHC можна обчислити за теоремою про зовнішній кут трикутника: $\angle AHC = 22,5^\circ + 45^\circ = 67,5^\circ$.

1106. Нехай менший з гострих кутів прямокутного трикутника $\angle A = a^\circ$.



Тоді $\angle HCA = \angle B + a^\circ + n^\circ$. Оскільки $\angle MCA = a^\circ$, то шуканий $\angle HCM = n^\circ$.

1108. Нехай вписане в $\triangle ABC$ коло дотикається до його сторони AB в точці K .

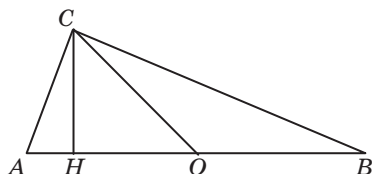


Тоді

$$\begin{aligned}\angle AOB &= \angle AOK + \angle KOB = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A + 90^\circ - \frac{1}{2}\angle B = \\ &= 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle A + \angle B) = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle C.\end{aligned}$$

Аналогічно показуємо, що кожний з кутів $\angle AOC$ і $\angle BOC$ більший від прямого кута.

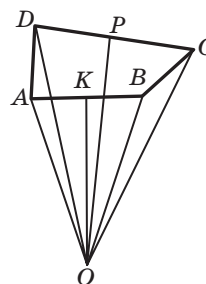
1110. Нехай точка O — середина гіпотенузи AB прямокутного трикутника ABC .



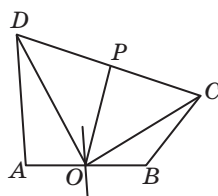
Тоді $CO = OB = OA$. Якщо $AB : CH = 4$, то $CO : CH = 2$. Оскільки катет CH прямокутного трикутника COH вдвічі менший за гіпотенузу, то $\angle COH = 30^\circ$. Якщо кут A більший від B , то $\angle B = \angle BCO = 15^\circ$, $\angle A = 75^\circ$.

Примітка. Якщо катет прямокутного трикутника дорівнює половині гіпотенузи, то протилежний йому кут трикутника дорівнює 30° .

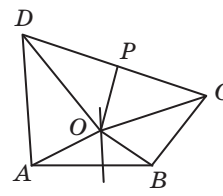
1111. Помилка — в малюнку. Правильним має бути малюнок, що наведено нижче.



Щоб більше заінтригувати учнів задачею, можна розглянути «усі можливі випадки»: коли точка O лежить як на малюнку в підручнику, або на відрізку AB , або ще вище» (мал. а), б)).



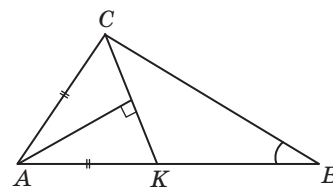
а



б

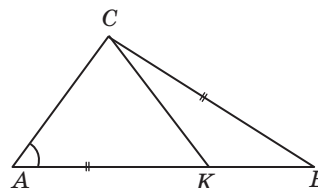
1114. Чотирикутник $ABCD$ містить усі складові частини одного світлого вершника на коні і одного зафарбованого, і нічого більше. Тому площа одного вершника з конем становить половину площі чотирикутника, тобто $0,5S$.

1115. Нехай треба побудувати трикутник ABC такий, що кути B і C дані, а $AB - AC = KB$ — даний відрізок d . За двома даними кутами трикутника обчислюємо кут A і кут $\angle AKC = j$. Будуємо трикутник KBC за відомою стороною $KB = d$ і прилеглими до неї кутами B і $180^\circ - j$.



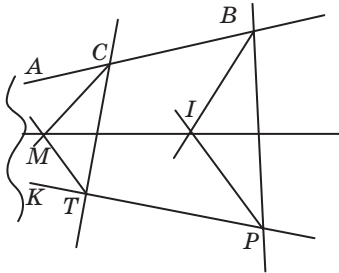
Далі проводимо серединний перпендикуляр відрізка CK . Якщо він перетинає промінь BK в точці A , то трикутник ABC — той, який треба було побудувати.

1116. Нехай дано тупокутний трикутник ABC з тупим кутом C .



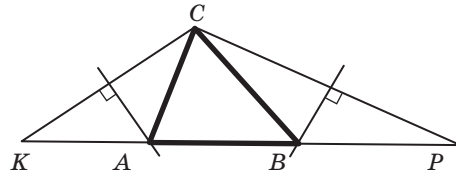
Його сторона AB найбільша. Відкладемо на ній відрізок AK , що дорівнює BC , і проведемо відрізок $КС$. Трикутник $АСК$ має з даним трикутником ABC спільний кут A , спільну сторону AC , $AK = BC$.

1117. Нехай накреслено тільки частини сторін AB і KP деякого кута $АОК$, вершина якого O недоступна.



Перетнемо частини сторін кута прямою BP і побудуємо бісектриси кутів ABP і KPB ; вони перетнуться в центрі I кола, вписаного в $\triangle BOP$. Перетнувши сторони даного кута ще прямою CT , подібним способом знайдемо центр M кола, вписаного в $\triangle OCT$. Проводимо в межах малюнка частину прямої IM — потрібну частину бісектриси кута $АОК$.

1118. Нехай треба побудувати $\triangle ABC$ за двома його кутами $CAB = n$, у $CBA = m$ і периметром P .



Якщо на прямій AB відкласти відрізки AK і BP , що дорівнюють відповідно AC і BC , і сполучити їх з вершиною C , то одержимо допоміжний трикутник KPC . Його побудувати можна за стороною $KP = P$ і кутами K і P , що є половинами даних кутів n і m . Побудувавши $\triangle KCP$, проводимо серединні перпендикуляри відрізків KC і CP , які перетнуть відрізок KP у точках A і B . Сполучивши ці точки з C , дістанемо трикутник ABC , який і треба побудувати.

Доведення. Периметр $\triangle ABC$ дорівнює
 $CA + AB + BC = KA + AB + BP = KP$.

Згідно з теоремою про зовнішній кут трикутника $\angle CAB = 2\angle K$, $\angle CBA = 2\angle P$. Оскільки $\angle K$ і $\angle P$ — половини даних кутів, то $\angle CAB$ і $\angle CBA$ — дані кути.

1119. По горизонталі.

1. Пряма. 6. Геометрія. 7. Мол. 9. Код. 11. Дотична. 13. Помилка. 14. Планіметрія. 17. Румб. 18. Круг. 19. Сектор. 20. Евклід.

По вертикалі.

2. Ромб. 3. Метр. 4. Величина. 5. Міліметр. 7. Медіана. 8. Літр. 9. Коло. 10. Діаметр. 12. Аксиома. 13. Палетка. 15. Ліміт. 16. Ігрек.

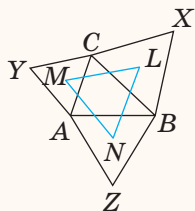
Урок 69–70. Проєкти

Відповідно до запланованого календарного планування наприкінці семестру відводиться 2 год для виконання учнями проєктних робіт. Ці години можна розподіляти і впродовж всього семестру. У підручнику на с. 226–227 запропоновано 4 проєкти. Вчитель може обирати проєкти з цих запропонованих або пропонувати учням свої проєкти. Якщо проєкти, що наведені на сторінці 226 вже були запропоновані учням наприкінці I семестру, то наприкінці II семестру можна запропонувати їм проєкти зі сторінки 227 (Проєкт 3 та Проєкт 4)

Проєкт 3 є короткотривалим та творчим і може бути запропонований як для групи, так і для індивідуального виконання.

III Математичний вечір на тему «Реклама в геометрії»

1. Для реклами пропонуються два об'єкти: рівнобедрений трикутник і прямокутний трикутник (або коло і круг).
2. За допомогою реклами (спеціально підготовленої інформації про обрані види геометричних фігур) передбачається одержати «прибуток» у знаннях тих, хто готує рекламу, і тих, хто її слухає.
3. Замовники — учителі та батьки; споживачі — учні паралельних класів, друзі та знайомі.
4. Реклама може бути друкованою, сувенірною, аудіо-, відео-, комп'ютерною презентацією, усним повідомленням тощо.
5. Реклама має бути цікавою, зрозумілою, динамічною, правдивою й виділятися серед інших рекламних повідомлень.
6. У рекламній кампанії можуть брати участь усі охочі.
7. Ефективність рекламної кампанії оцінюється за результатами вікторини, у якій беруть участь і рекламодавці, і споживачі реклами.
8. Реклама може базуватися як на суто математичних відомостях (трикутник Наполеона), так і на використанні математичних знань у побуті (модульне оригамі).



Проєкт можна видозмінити, чітко визначивши результат кожної групи (стіннівка, відео, аудіо тощо), також вчитель може надавати конкретну інформацію, на основі якої учні будуть створювати рекламу.

Проект 4 також є короткотривалим та творчим. Можливі різні варіанти його проведення.

Вчитель може визначити конкретну геометричну фігуру, а також матеріали за допомогою яких будуть виготовлятися експонати.

Кожен виріб може супроводжуватися презентацією від учнів.

IV Виставка-аукціон «Геометрія в моїх руках»

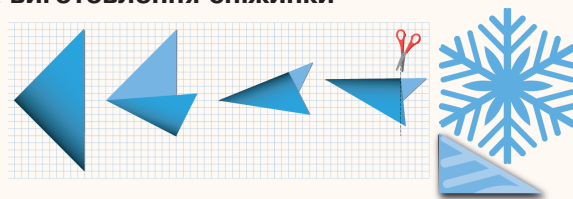
1. Кожний учень або невелика група учнів створюють своїми руками для виставки один або кілька експонатів, які супроводжують короткою анотацією.

2. Експонати можуть стосуватися різних сфер життєдіяльності людини (вироби з дерева, металу та інших матеріалів; вишивки, орнаменти, прикраси, сувеніри; кондитерські вироби; іграшки тощо). Основна вимога — кожен експонат має співвідноситись із образом геометричної фігури.

3. В анотації відображають зв'язок експоната з геометрією, подають цікаві відомості про сферу його застосування та коротко описують процес виготовлення чи створення експоната.

4. Виставка може проходити в кілька етапів. Правила проведення виставки-аукціону розробляють та повідомляють завчасно.

Схема виготовлення сніжинки



Методичне видання

БЕВЗ Григорій Петрович,
БЕВЗ Валентина Григорівна,
ВАСИЛЬЄВА Дарина Володимирівна,
ВЛАДІМІРОВА Наталія Григорівна

УРОКИ МАТЕМАТИКИ В 7 КЛАСІ

Редактор *Т. П. Єресько*
Технічний редактор *Л. І. Алєніна*
Комп'ютерна верстка *Ю. П. Мирончик*

ТОВ «ВИДАВНИЧИЙ ДІМ «ОСВІТА»

Свідоцтво «Про внесення суб'єкта видавничої справи до державного реєстру видавців,
виговлювачів і розповсюджувачів видавничої продукції»

Серія ДК № 6109 від 27.03.2018 р.

Адреса видавництва: 03057, м. Київ, вул. О. Довженка, 3

www.osvita-dim.com.ua