Григорій Бевз, Валентина Бевз,
Дарина Васильєва, Наталія Владімірова

# Уроки алгебри в 7 класі

## Методичний посібник

Київ
Видавничий дім «Освіта»
2024

ББК 74.262.21 Б36

Посібник створено за підручником «Алгебра» для 7 класу для загальноосвітніх навчальних закладів авторського колективу Г. П. Бевза., В. Г. Бевз, Д. В. Васильєва, Н. Г. Владімірова.

**Бевз В. Г., Бевз Г. П., Васильєва Д.В., Владімірова Н.Г.**
Б36 Уроки алгебри в 7 класі: Посібник для вчителя. – К.: Освіта України, 2024. — 160 с. — (Сер. «Завтра – на урок»).
ISBN 978-966-983-659-5.

*Посібник для вчителя укладено за підручником «Алгебра» для 7 класу (автори Г. П. Бевз та В. Г. Бевз, Д. В. Васильєва, Н. Г. Владімірова). У посібнику вміщено загальні методичні поради й настанови щодо вивчення алгебри, методичні рекомендації до проведення уроків, календарне планування, різні види контролю тощо.*

*Для вчителів математики, студентів математичних факультетів педагогічних вищих навчальних закладів, батьків.*

**ББК 74.262.21**

ISBN 978-966-983-659-5

# Зміст

# Передмова

Алгебра як навчальний предмет основної школи істотно відрізняється від відповідної математичної науки. Сучасна алгебра — наука про групи, кільця, поля та інші абстрактні математичні структури. В основній школі такі поняття навіть не згадують. У шкільній алгебрі розглядають простіші вирази, рівняння, нерівності, функції, послідовності та інші поняття, які зазвичай подаються у вищій алгебрі, теорії чисел, математичному аналізі й комбінаториці. Шкільний курс алгебри мовби сплетений із кількох змістових ліній:

- рівняння, нерівності та їх системи;
- вирази та їх перетворення;
- числа й обчислення;
- функції та графіки;
- елементи теорії множин і комбінаторики.

Мета цього посібника — допомогти вчителям математики краще і швидше готуватися до уроків алгебри в 7 класі та ефективніше проводити їх. Крім загальних теоретичних і методичних зауважень до кожного уроку, посібник містить:

1) орієнтовний календарний план;
2) методичні рекомендації до окремих уроків;
3) тестові завдання;
4) завдання для математичних диктантів;
5) зразки розв'язань найважливіших типів задач.

Вагому роль у навчанні відіграють уроки, на яких організовується систематизація, узагальнення, контроль і корекція знань та умінь учнів (коротко їх називатимемо уроками узагальнення й систематизації знань). Такі заняття в процесі навчання алгебри корисно проводити через кожні 10—12 уроків. У посібнику плани цих уроків розроблено детальніше.

Зміст посібника відповідає модельній програмі авторського колективу Бурда М. І., Тарасенкова Н. А., Васильєва Д. В. і підручнику «Алгебра. 7 клас» авторського колективу Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Д. В. Васильєва, Н. Г. Владімірова.

Цей посібник доповнює комплект узгоджених між собою засобів, покликаних допомогти вчителям і учням краще організувати навчально-пізнавальну діяльність на уроках й успішніше опановувати шкільний курс алгебри.

## Особливості модельної програми «Алгебра. 7–9 класи» авторського колективу Бурда М. І., Тарасенкова Н. А., Васильєва Д. В.

Модельна програма «Алгебра 7–9 класи» авторського колективу Бурда М. І., Тарасенков Н. А., Васильєва Д. В. рекомендована Міністерством освіти і науки України й розміщена сайті ІМЗО за посиланням *https://drive.google.com/file/d/1j2z1h-Vx4JsgFpXonFprSOmbiSm6sMSx/view*

Вона складається з пояснювальної записки, основної частини та прикінцевої частини.

У пояснювальній записці до модельної програми уточнено компетентнісний потенціал математичної освітньої галузі у 7—9 класах, описано особливості змісту, структури й організації освітнього процесу.

Основна частина програми представлена в табличній формі, що містить три частини: очікувані результати навчання, пропонований зміст і види навчальної діяльності.

У частині «Очікувані результати навчання» конкретизовано знання змісту й процедурні знання залежно від змісту, що вивчається, а також деталізовано рівень опанування кожного з об'єктів засвоєння в межах теми.

У частині «Пропонований зміст» указано змістові питання, що вивчаються.

У частині «Види навчальної діяльності» вказано орієнтовний перелік видів навчальної діяльності, які дадуть учням змогу опанувати зазначений зміст навчання й досягти очікуваних результатів.

На початку кожного класу пропонується повторення матеріалу за попередній клас. Наприкінці програми відведено час на узагальнення й систематизацію вивченого за поточний навчальний рік, а також указано перелік задач практичного змісту та зазначено, що бажано залучати учнів до дослідницької та проєктної діяльності. Перелік задач не обов'язковий для виконання, а є орієнтовним (учитель може обирати ті задачі, які краще відповідають освітньому середовищу, пропонувати учням будь-які інші практичні задачі на власний розсуд). Також учитель вільний у доборі тематики й видів дослідницьких і проєктних робіт, якими доповнюватиме освітній процес. Він самостійно визначає кількість таких робіт, час і умови їх проведення.

Зміст модельної навчальної програми з алгебри для 7–9 класів враховує компетентності учнів, здобуті у 5–6 класах, забезпечує наступність у навчанні алгебри, а також є достатнім для опанування інших навчальних дисциплін.

Нагадаємо, що в Новій українській школі з'явилася нова змістова лінія «Робота з даними», і учні 5–6 класів уже вміють читати таблиці, будувати різні види діаграм. Тож у модельній програмі для 7–9 класів неперервно продовжена ця лінія і пропонується вивчати поняття стохастики в кілька етапів (у 7-му, потім 8-му, а потім у 9-му класі) поступово знайомити учнів із задачами з комбінаторики, статистики й теорії імовірності.

| 7 клас | 8 клас | 9 клас |
|---|---|---|
| Побудова та аналіз різних видів діаграм<br>Опитування та систематизація даних у таблиці<br>Вибірка. Середнє арифметичне вибірки. Середнє значення величини<br>Поняття комбінаторної задачі. Правила додавання і множення для комбінаторних задач<br>Поняття ймовірності. Ймовірність неможливої, достовірної та випадкової події | Збирання та систематизація даних. Частотна таблиця. Діаграми<br>Вибірка. Середнє арифметичне, мода вибірки<br>Комбінаторні задачі<br>Поняття ймовірності | Основи комбінаторики. Правила розв'язування комбінаторних задач<br>Елементи статистики. Способи подання даних і їх обробки<br>Розмах, медіана, середнє арифметичне, мода вибірки<br>Частота і ймовірність випадкової події |

Вивчення тем розділу «Статистика (Збирання та систематизація даних. Вибірка та її характеристики. Частотна таблиця. Діаграми)» дають змогу учням у процесі навчання аналізувати інформацію з різних джерел, у тому числі й інтернету. Школярі проводитимуть опитування, аналізуватимуть актуальні дані, систематизуватимуть їх у частотних таблицях, читатимуть і будуватимуть діаграми й інфографіки, а також характеризуватимуть вибірки. Усе це посилить розуміння дітей, для чого потрібні математичні компетентності в житті.

Вивчення тем розділу «Комбінаторика (Поняття комбінаторної задачі. Правила додавання і множення для комбінаторних задач)» посилить зв'язок шкільного предмета алгебра із життям, а також допоможе учням розвинути варіативне мислення і створити необхідну базу для подальшого засвоєння теорії ймовірностей.

Вивчення тем розділу «Ймовірність (Поняття ймовірності. Ймовірність неможливої, достовірної та випадкової події)» допоможе розвинути навички прогнозування і побачити, що деякі події в житті є закономірними.

За змістовим наповненням курс алгебри *інтегрує навчальний матеріал, що містить*: числові множини, вирази зі змінними та їх числові значення; рівняння, нерівності, системи рівнянь і нерівностей; елементарні функції та їх графіки; елементи прикладної математики, зокрема фінансових розрахунків, відсотки; початкові відомості про статистику, способи подання й обробки статистичних даних і їх числові характеристики, деякі статистичні закономірності в реальному світі; правила комбінаторного додавання і множення та їх застосування до розв'язування відповідних задач; початки теорії ймовірностей, де на конкретних прикладах ілюструються методи і способи розв'язування задач; окремі методологічні питання алгебри, відомості з історії науки.

Зміст програми сприяє послідовному формуванню уявлень учнів про математичне моделювання і різновиди моделей, що дають змогу описувати й вивчати процеси та явища реального світу. Відбувається поступове оволодіння алгебраїчними методами, збільшується питома вага задач комбінаторного, імовірнісного характеру, задач із логічним навантаженням, розв'язання яких передбачає використання спеціальних засобів аналізу даних.

У модельній навчальній програмі розподіл змісту є орієнтовним. Учителям надається право коригувати послідовність вивчення матеріалу, визначати теми та розподіл годин на їх вивчення залежно від прийнятої методичної концепції та конкретних навчальних ситуацій.

Спираючись на модельну навчальну програму, заклад освіти може розробляти власні програми, що мають містити опис результатів навчання в обсязі не меншому, ніж визначено Державним стандартом і модельною навчальною програмою. Навчальні програми, розроблені на основі модельних програм, затверджу. педагогічна рада закладу освіти. Приклади таких навчальних програм можна знайти на сайті Якість освіти в розділі Навчально-методичне забезпечення

*https://yakistosviti.com.ua/uk/Matematika-7-9*

Зміст модельної програми авторського колективу М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова, Д. В. Васильєва:

- враховує наявні в учнів компетентності, здобуті за курс математики у 5—6 класах;
- забезпечує наступність у навчанні математики;
- дає можливість посилити міжпредметні зв'язки;
- враховує тренди в математичній освіті;
- посилює прикладну спрямованість курсу.

## Особливості підручника «Алгебра. 7 клас» авторського колективу Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Д. В. Васильєва, Н. Г. Владімірова

Підручник алгебри для 7 класу авторського колективу Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Д. В. Васильєва, Н. Г. Владімірова створений за модельною програмою авторського колективу М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова, Д. В. Васильєва. Він створювався з урахуванням концепції Нової української школи, Концепції математичної освіти в Україні, Державних стандартів початкової і середньої освіти та інших державних документів, з дотриманням найважливіших дидактичних принципів: науковості, доступності, наступності, систематичності навчання.

Підручник одночасно є невід'ємним компонентом системи підручників 5—9 класів і незалежною самодостатньою дидактичною одиницею. Учні та вчителі, які в попередньому класі працювали за іншими підручниками, не відчуватимуть неузгодженості чи незручності.

Підручник алгебри для 7 класу містить 5 розділів.

- Цілі вирази.
- Розкладання многочленів на множники.
- Функція.
- Лінійні рівняння та їх системи.
- Стохастика.

Наприкінці кінці підручника також містяться рубрики «Задачі і вправи на повторення» і «Відповіді до задач».

Значна кількість матеріалів подано в QR-коді до підручника (його наведено на початку книжки) *http://inform1.yakistosviti.com.ua/matematyka/algebra-7*. Це і матеріал з основними відомостями за курс математики 5–6 класів, і матеріали для проведення перших уроків на повторення, учнівські проєкти, короткі анімовані відео. Крім того, на цій самій сторінці міститься додаткова інформація до кожного розділу: компактно поданий теоретичний матеріал, історичні відомості, запитання для самоконтролю (їх може використовувати як учень для самооцінювання, так і вчитель для проведення опитувань).

Навчальний матеріал самого підручника розбито на розділи, підрозділи (параграфи) і блоки. Після кожного блоку пропонуються завдання з рубрик «Самостійні роботи», «Тестові завдання», «Типові завдання для контрольної роботи», що допомагають провести самооцінювання чи взаємооцінювання учнів. Діти також можуть використати ці рубрики для підготовки до написання різного роду робіт, що сприяє зниженню стресу та формуванню навичок планування, аналізу завдань (на складність чи на впізнаваність), пошуку власних помилок тощо. Наявність цих рубрик робить навчання відкритим, допоможе батькам і учням краще визначити перспективи навчання й оцінити навчальні досягнення з кожної теми. Або ці задачі можуть слугувати вчителю орієнтиром для складання власних письмових робіт.

Кожен параграф містить теоретичний матеріал у двох частинах: обов'язковий і додатковий під заголовком «Дізнайся більше». Найважливіший матеріал обов'язкової частини виділено жирним кольором або взято в рамку, щоб учні зрозуміли, що найсуттєвіше і що слід особливо добре запам'ятати.

Яскраве оформлення, невеликий обсяг теоретичного матеріалу, доступні приклади, наявність схем також мають створити умови для формування в семикласників умінь самостійно працювати з теоретичним матеріалом. Стимулом до читання тексту параграфа слугують запитання наприкінці теоретичної частини, що подаються під рубрикою «Перевір себе».

Щоб привчити учнів до систематичного опрацювання теоретичного алгебраїчного матеріалу, учитель під час повідомлення домашнього завдання може наголошувати: «Прочитайте текст на с. 7–8. Спробуйте відповісти на запитання рубрики «Перевір себе» (с. 9). Якщо є необхідність, прочитайте текст ще один раз. Складіть кожен свої запитання до прочитаного тексту.

Задачний матеріал підручника — великий за обсягом і зручний у використанні. Задачі та вправи мають суцільну нумерацію, а в кінці підручника до деяких подаються відповіді.

Задачі підручника урізноманітнені за вимогами умови (на обчислення, доведення, дослідження), за фабулами (абстрактні, прикладні, історичні), за видами діяльності (усні, письмові), за рівнями складності тощо. Деякі задачі рекомендовано для пар чи для груп учнів (але їх може розв’язувати й кожен окремо). Серед завдань є і в тестовій формі, і завдання на відповідність.

Усі задачі та вправи до кожного параграфа структуровано у п’ять груп.

У рубриці «Виконаємо разом!» міститься кілька задач із розв’язаннями. Вони допоможуть учням правильно виконувати домашнє завдання, мати орієнтир для оформлення задач, а батькам, за необхідності, організувати консультації.

Рубрика «Виконай усно» містить задачі, розв’язування яких не вимагає ніяких записів. Але серед них є завдання різних рівнів — від найпростіших до творчих. Ці задачі стануть у пригоді вчителю, зокрема, і для організації фронтального опитування. За їх допомогою можна суттєво збільшувати кількість розв’язаних на уроці задач, а також формувати в учнів математичну мову.

Задачі для письмового розв’язування з рубрики «Виконай письмово», спрямовані на формування нових знань і вмінь, а також на загальний розвиток учнів, діляться на дві групи — Рівень А і Рівень Б. Задачі групи А відповідають початковому й середньому рівням навчальних досягнень, а тому їх повинні вміти розв’язувати всі учні. Задачі групи Б відповідають достатньому й високому рівням навчальних досягнень. У кожному з рівнів підкреслені завдання, рекомендовані для домашньої роботи, зазвичай до них є аналогічне завдання, що пропонується для розв’язування в класі.

У підручнику є значна кількість вправ, яких буде достатньо і для максимального тижневого навантаження. У вчителів не має бути на меті розв’язати всі або якомога більше завдань із параграфа. Основна мета такої кількості завдань — надати вибір. Саме за такого підходу у вчителя є можливість створювати власну траєкторію руху класу чи окремих учнів.

Елементи розвивального підходу відображаються в підручнику завдяки задачам із логічним навантаженням (містяться зокрема і в окремій рубриці «Цікаві задачі») та створенню проблемних ситуацій тощо.

До кожного параграфа пропонуються також задачі на повторення раніше вивченого матеріалу й актуалізацію опорних знань для наступного уроку.

Система задач забезпечує умови для формування визначених програмою компетентностей (учні можуть постійно закріплювати отримані знання й використовувати їх на практиці). Значна кількість завдань сформульована так, щоб сприяти розвитку комунікативної компетентності дітей, їх уваги і пам’яті, практичних умінь тощо.

У підручнику запропоновано й низку завдань, розв’язування яких посилює міжпредметні зв’язки алгебри з іншими предметами. Наприклад, у кожному параграфі подається пара аналогічних задач, одна українською мовою, а інша — англійською. Математичні терміни англійською, що трапляються в умовах завдань, зазвичай подано на початку кожного параграфа в рубриці «Ключові слова». Наприклад.

**236.** Спрости вираз. Знайди степінь многочлена.

а) $a - b + 3a + 2b^2$; б) $7x - y^2 + 5xy - 2x \cdot 3y$;

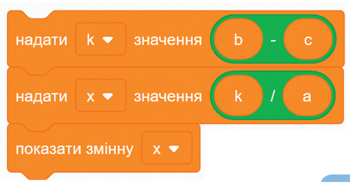
в) $37 - z^3 + 3t - 35z^3$; г) $-105p + 15q + 10p \cdot 10,5$

**237.** Simplify the expression. Find the degree of the polynomial.

a) $x + x^2 + x^3 - 2x^2 - x$; b) $\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}a \cdot 3c - ac$.

Зв’язок математики й інформатики підсилюється за рахунок завдань на створення алгоритмів, прочитання блок-схем або частин кодів. Наприклад.

**829.** Перевір частину коду для розв’язування рівняння $c - ax = b$.




Навчання алгебри має ґрунтуватися на засадах компетентнісного, діяльнісного, особистісно зорієнтованого, інтегративного та аксіологічного підходів. Відповідно підручник має максимально допомогти організувати таке навчання.

Засобом реалізації діяльнісного підходу є система доцільних задач і вправ, у процесі розв’язування яких учні виконують систему дій, що поступово ускладнюється й урізноманітнюється.

Підручник містить задачі для формування всіх заявлених у Державному стандарті навичок: дослідження ситуацій і виокремлення проблем; моделювання процесів і ситуацій, розроблення стратегій, планів дій; розвиток математичного мислення та володіння математичною мовою;

критичне оцінювання процесу та результату розв'язання.

Для ефективної реалізації основних функцій підручника в організації навчального процесу пропонується навчально-методичний комплект:

1) підручник;

2) методичний посібник для вчителя, у якому міститься орієнтовне тематичне планування, розкриваються методологічні та методичні особливості висвітлення окремих навчальних тем і подаються рекомендації щодо проведення кожного уроку;

3) «Зошит моїх досягнень» для організації тематичного оцінювання учнів;

4) посібники для вчителя «Групові форми роботи» та «Формувальне оцінювання», що містяться у відкритому доступі на сайті «Якість освіти» *https://yakistosviti.com.ua/uk/Matematika-7-9* ;

5) Практикум з алгебри для 7–9 класів авторського колективу Васильєва Д. В., Вашуленко О. П. *https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/739765*

6) набір електронних презентацій до уроків.

У «Зошиті моїх досягнень» (авт. Бевз Г. П., Бевз В. Г., Васильєва Д. В., Владімірова Н. Г.) до кожної навчальної теми подано самостійні, тематичні й короткотривалі роботи для оцінки всіх груп результатів, а також у QR-кодах містяться корекційні бланки та корекційні роботи. Детальніше про цей посібник у відео *https://www.youtube.com/watch?v=qkABC99xHps*

Практикум з алгебри для 7–9 класів має на меті посилити прикладну спрямованість шкільного курсу алгебри й показати, як знання з алгебри можна використати в житті, майбутній професії або для вивчення інших предметів. Задачі подано групами по три. Перша — абстрактна і є базою для розв'язування другої задачі, яка є прикладною. Третя задача також є прикладною, зазвичай тісно пов'язана з другою і вимагає від учнів інтерпретації чи критичного оцінювання. Тобто бажано послідовно пропонувати дітям для розв'язування всі 3 задачі одночасно. За допомогою такої трійки задач зручно оцінювати 3 групи результатів.

Особливо стануть у пригоді презентації до уроків, розроблені вчителем математики ліцею «Престиж» м. Києва Мініною Наталією Сергіївною. У цих презентаціях, окрім унаочнення теоретичного матеріалу і завдань підручника, містяться додаткові завдання, що сприяють розвитку креативності учнів, а також для розминки на початку уроку, фізкультурної хвилинки всередині уроку та для рефлексії наприкінці.

Посібники «Групові форми роботи» та «Формувальне оцінювання» разом з іншими складовими навчально-методичного комплекту детально розкриває логіку навчального матеріалу й цілісно подає шляхи організації та методи здійснення навчально-виховного процесу, а тому стане для вчителів помічником і опорою в роботі.

**Орієнтовне календарне планування для 7 класу за підручником «Алгебра» авторського колективу Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Д. В. Васильєва, Н. Г. Владімірова**

На вивчення алгебри в 7 класі може відводитися від 2,5 до 3,5 год. Орієнтовне календарне планування розроблено відповідно до 3 год на тиждень. Учитель легко може внести корективи залежно від наявної в нього кількості годин, оскільки в таблиці кожний тиждень відокремлений. Крім того, *можна змінити порядок вивчення тем і кількість годин, що відводяться на кожну тему*

**Орієнтовне календарне планування для 7 класу**
**За підручником АЛГЕБРИ Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Д. В. Васильєва, Н. Г. Владімірова**
**3 год на тиждень**

*Учитель може змінити порядок вивчення тем і кількість годин, що відводяться на кожну тему*

ПЕРШИЙ СЕМЕСТР

| № з/п уроку | К-ть год | Дата | Тема уроку |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| | | | **I ЧВЕРТЬ** |
| | | | **Повторення і систематизація матеріалу, вивченого в 5–6 класах (3 год)** *(матеріали подано у QR-коді до підручника)* |
| 1 | 1 | | Числа. Десяткові дроби. Порівняння. Звичайні дроби. Порівняння. Відсотки. Порівняння. Робота з даними |
| 2 | 1 | | Величини. Запис числа в стандартному вигляді. Переведення величин. Середнє значення величини. Числа |
| 3 | 1 | | Координатна пряма. Прямокутна система координат. Графіки. Робота з даними |
| | | | |
| | | | **ЦІЛІ ВИРАЗИ (45 год)** *(матеріали подано у QR-коді до підручника)* |
| 4–5 | 2 | | Вирази зі змінними |
| 6 | 1 | | Тотожні вирази |
| | | | |
| 7–8 | 2 | | Вирази зі степенями |
| 9 | 1 | | Властивості степенів |
| | | | |
| 10 | 1 | | Властивості степенів |
| 11 | 1 | | Одночлени |
| 12 | 1 | | Урок узагальнення та систематизації знань |
| | | | |
| 13 | 1 | | Тематична робота |
| 14 | 1 | | Аналіз тематичної роботи |
| 15 | 1 | | Многочлени |
| | | | |
| 16–17 | 2 | | Додавання і віднімання многочленів |
| 18 | 1 | | Множення многочленна на одночлен |
| | | | |
| 19 | 1 | | Проєкт 2. Геометрична інтерпретація виразів зі змінними. Множення двочлена на двочлен |
| 20–21 | 2 | | Множення многочленів |
| | | | |

| 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|
| 22 | 1 | | Урок узагальнення та систематизації знань |
| 23 | 1 | | Тематична робота |
| 24 | 1 | | Аналіз тематичної роботи |
| **II ЧВЕРТЬ** | | | |
| 25–26 | 2 | | Розкладання многочлена на множники. Винесення спільного множника за дужки |
| 27 | 1 | | Спосіб групування |
| | | | |
| 28 | 1 | | Спосіб групування |
| 29 | 1 | | Проєкт 3. Виділення повного квадрата |
| 30 | 1 | | Квадрат двочлена |
| | | | |
| 31 | 1 | | Квадрат двочлена |
| 32–33 | 2 | | Різниця квадратів |
| | | | |
| 34 | 1 | | Узагальнення та систематизація знань |
| 35 | 1 | | Тематична робота |
| 36 | 1 | | Аналіз тематичної роботи |
| | | | |
| 37–39 | 3 | | Використання формул скороченого множення |
| | | | |
| 40–41 | 2 | | Різниця і сума кубів |
| 42 | 1 | | Застосування різних способів розкладання многочленів на множники |
| | | | |
| 43 | 1 | | Застосування різних способів розкладання многочленів на множники |
| 44 | 1 | | Узагальнення і систематизація знань |
| 45 | 1 | | Тематична робота |
| | | | |
| 46 | 1 | | Аналіз тематичної роботи |
| 47 | 1 | | Підсумковий урок |
| 48 | 1 | | **Проєкти** |

ДРУГИЙ СЕМЕСТР

| № з/п уроку | К-ть год | Дата | Тема уроку |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| **III ЧВЕРТЬ<br>ФУНКЦІЇ (9 год)** | | | |
| 49–50 | 2 | | Залежність між величинами як математична модель реальних процесів. Функція |
| 51 | 1 | | Графік функції |
| | | | |
| 52 | 1 | | Графік функції. Читання і побудова графіків рівномірного руху |
| 53–54 | 2 | | Лінійна функція |
| | | | |

| 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|
| 55 | 1 | | Узагальнення і систематизація знань |
| 56 | 1 | | Тематична робота |
| 57 | 1 | | Аналіз тематичної роботи |
| | | | |
| **ЛІНІЙНІ РІВНЯННЯ З ОДНІЄЮ ЗМІННОЮ (12 год)** | | | |
| 58 | 1 | | Математичне моделювання |
| 59–60 | 2 | | Загальні відомості про рівняння. Рівносильні рівняння |
| | | | |
| 61–63 | 3 | | Лінійні рівняння |
| | | | |
| 64–66 | 3 | | Розв'язування задач за допомогою рівнянь |
| | | | |
| 67 | 1 | | Узагальнення і систематизація знань |
| 68 | 1 | | Тематична робота |
| 69 | 1 | | Аналіз тематичної роботи |
| | | | |
| **СИСТЕМИ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ (18 год)** | | | |
| 70–71 | 2 | | Рівняння з двома змінними |
| 72 | 1 | | Графік лінійного рівняння з двома змінними |
| | | | |
| 73 | 1 | | Графік лінійного рівняння з двома змінними |
| 74–75 | 2 | | Системи лінійних рівнянь з двома змінними |
| | | | |
| 76–78 | 3 | | Спосіб підстановки |
| **IV ЧВЕРТЬ** | | | |
| 79-81 | 3 | | Спосіб додавання |
| | | | |
| 82–83 | 2 | | Розв'язування задач складанням системи рівнянь |
| 84 | 1 | | Урок узагальнення та систематизації знань |
| | | | |
| 85 | 1 | | Тематична робота |
| 86 | 1 | | Аналіз тематичної роботи |
| 87 | 1 | | Підсумковий урок |
| | | | |
| **СТОХАСТИКА (9 год)** | | | |
| 88 | 1 | | Відсотки |
| 89 | 1 | | Опитування та систематизація даних у таблиці. *Побудова та аналіз різних видів діаграм.* |
| 90 | 1 | | Вибірка. Середнє арифметичне вибірки. Середнє значення величини |
| | | | |
| 91 | 1 | | Поняття комбінаторної задачі. Правила додавання і множення для комбінаторних задач |

| 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|
| 92–93 | 2 | | Поняття ймовірності. Ймовірність неможливої, достовірної та випадкової події |
| | | | |
| 94–95 | 2 | | Узагальнення і систематизація знань |
| 96 | 1 | | Тематична робота |
| | | | |
| 97–102 | 6 | | **Повторення** |
| 103–105 | 3 | | Проєкти (3 год) |

# Розділ 1. Цілі вирази

Поняття «вираз» настільки багате за змістом, що повністю охарактеризувати його одним або навіть кількома реченнями неможливо. Існують сотні різних виразів, значеннями яких можуть бути не тільки числа, а й множини, висловлення, функції, фігури, вектори тощо. Приклади:

$2xy$, sin 2a, $ex$, $\log_2 x$;

$$A \cup B,\ K \cap P,\ R \setminus Q,\ N \subset Q,\ \{1,\ 2\};$$

$$P \vee q,\ a \wedge c,\ c \vee \overline{c},\ \forall a,\ \urcorner p \vee q;$$

$$Ro(L),\ Si(M),\ Ho(T),\ Ta(M).$$

Навіть ті, хто знає, що означає кожен із наведених виразів, не можуть сформулювати загальне означення слова «вираз».

Іноді пишуть: «Алгебричний вираз – це вираз, що складається із чисел і букв, які сполучено знаками дій і дужок, що вказують на порядок дій». Усе ж вирази $a$, $ac - b$, $\dfrac{a}{x+c}$ алгебраїчні, хоча не задовольняють сформульоване означення, бо не містять ні чисел, ні дужок. Поняття алгебраїчного виразу поступово виходить з ужитку: його немає в підручниках багатьох країн, у математичних енциклопедіях. У двотомнику О. В. Мантурова «Математика в поняттях, означеннях і термінах» про нього написано одним коротким реченням: «Алгебраїчний вираз – термін, який мало застосовується». Це поняття можна ввести в старших класах, протиставляючи алгебраїчні вирази трансцендентним. У 7–9 класах можна обійтися без нього.

Трапляються й такі пояснення: «Записи, що складено із чисел і букв та сполучено знаками відношень, називають виразами». Це суперечить науці, бо в сучасному розумінні жоден вираз не містить знаків відношень. Якщо запис містить знаки $=$, $\neq$, $<$, $\geq$, $\in$ чи будь-які інші знаки відношень (співвідношень), – це не вираз.

Деякі вчителі та автори підручників намагаються відразу дати учням загальне означення виразу. Марна справа, бо чи могли б діти, які тільки починають вивчати найпростіші вирази, зрозуміти загальне означення? Замість подібних «означень» краще навести школярам кілька прикладів простіших виразів і пояснити: «Це — вирази. Вираз може мати числа, змінні, дужки, знаки дій. Бувають вирази, які мають ще й інші знаки, з ними ви ознайомитеся згодом».

Вивченню цілих виразів та їх перетворень відводиться багато часу в 7 класі. Програма передбачає повторення матеріалу про числові й буквені вирази, відомого учням із попередніх класів, уведення нового понятійного апарату (тотожні вирази, тотожність, одночлен, многочлен, формули скороченого множення тощо), формування вмінь розв'язувати задачі нових типів (доводити тотожності, розкладати многочлени на множники, виконувати дії із цілими виразами тощо). Крім того, під час вивчення теми на основі перетворення виразів учням пропонується розв'язувати рівняння, з якими вони ознайомлювалися раніше. Це своєрідний місток між курсом 5–6 класів та курсом Алгебри 7 класу і є гарною підготовкою до вивчення розділу про лінійні рівняння та їх системи.

У підручнику теми «Розкладання многочленів на множники» і «Використання формул скороченого множення» подаються в окремому розділі. Водночас із пропедевтичною метою під час вивчення дій із многочленами розглядаються й обернені перетворення. Наприклад: подайте многочлен у вигляді добутку; визначте, чи правильною є рівність.

## Уроки 1–2. Актуалізація опорних знань за курс 5–6 класів

**Мета.** Повторити й систематизувати знання учнів із курсу 5–6 класів.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні мають пригадати відомі їм дані.

**Методичні вказівки**

Перший урок у 7 класі має бути насамперед організаційним і настановним. Якщо учитель вперше зустрічається з новим класом, він має познайомитися з учнями, з'ясувати, чи всі вони мають потрібні підручники, посібники, а далі слід коротко розповісти про походження самого терміна «алгебра». Докладно зупинятися на історії розвитку алгебри не варто.

На першому уроці важливо зрозуміти, за якими модельними програмами вчилися діти у 5–6 класах. Важливо виявити тих, хто навчався не за тими програмами, за якими вчилися решта учнів класу і проаналізувати програмний матеріал, який може бути не відомий.

Перші уроки відведено на актуалізацію опорних знань з 5–6 класів. Теоретичний матеріал для актуалізації цих знань подано в рубриці «Відомості за курс 5—6 класу» в QR-коді до підручника (QR-код подано на початку підручника, під умовними позначеннями), також інформацію можна знайти за посиланням *https://drive.google.com/file/d/1j9CN_f56e75Dc452NgITRed6GRxdkVUa/view*

Важливо на перших уроках продіагностувати наявність в учнів навчальних втрат. Це можна зробити в процесі уроку за матеріалами, поданими в QR-коді до підручника в рубриці «Що ти вже знаєш». Розроблено готові матеріали для проведення трьох уроків, один з яких присвячений дробовим числам (1–2 ст.), другий — раціональним числам і відсоткам (3–4 ст.), а третій – виразам та прямокутній системі координат. Матеріали також містяться на сайті «Якість освіти» за посиланням *https://drive.google.com/file/d/1b6NWNVWdLlsdKmvD9NY-sBg4z7_vqo5z/view*

Тобто для проведення перших трьох уроків підручник можна і не використовувати.

Як домашнє завдання до цих перших уроків можна запропонувати завдання з QR-кодів, які не були розглянуті на уроці.

## Уроки 4–5. Вирази зі змінними

**Мета.** Систематизувати й розширити знання учнів про числові вирази та вирази зі змінними; повторити й закріпити вміння обчислювати значення числових виразів; навчити знаходити значення виразів зі змінними за даними значеннями змінних.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися розпізнавати числові вирази і вирази зі змінними, цілі й раціональні вирази; наводити приклади зазначених виразів; розв'язувати вправи, що передбачають обчислення значень виразів зі змінними.

**Методичні вказівки**

Поняття «вираз» зручно вводити, наводячи приклади. Зокрема:

$3x - 2(x - 5)$, $7x - 4$ – вирази зі змінною $x$;

$ax - 5$, $0{,}5a + x^2$ – вирази зі змінними $a$ і $x$;

$7{,}5 - 3(2 + 0{,}1)$ – числовий вираз.

В алгебрі бажано відмовитися від терміна «буквені вирази»; букви краще називати змінними. Бо, наприклад, вирази 2p, $C_6^3$ містять букви, а не є «буквеними». І вирази sin 30°, lg 100 містять букви, хоч насправді є числовими.

Теоретичний матеріал слід висвітлити відповідно до підручника. На конкретних прикладах розкрити поняття: «вираз», «числовий вираз», «вираз зі змінними», «раціональний вираз», «цілий раціональний вираз», «дробовий вираз». Треба звернути увагу учнів на правильне читання і запис виразів зі змінними. Можна ознайомити учнів з історією виникнення виразів зі змінними та розвитком алгебраїчної символіки, деяка інформація подана у QR-коді до підручника *https://yakistosviti.com.ua/userfiles/NUSH_7-9/7_klas/Math/Algebra/01_Istor_Vid_R-1.pdf*

**Робота з матеріалом підручника**

На першому уроці

*Для роботи вдома*: § 1; №8, 9, 11, 13.

На другому уроці

*Для роботи вдома*: § 1; №16, 19, 20, 23.

**Вказівки й розв'язання задач**

**5.** Учні об'єднуються в пари й обговорюють, що означає кожний із виразів: «площа картини», «периметр картини (довжина планок, що утворюють рамку), «сума вимірів картини».

**6.** Запропонуйте це завдання групам із 4 учнів. Діти розподіляють між собою підзадачі, а потім обговорюють відповіді. Кілька груп презентують своє бачення класу.

**12.** Запропонуйте одному з учнів прочитати й перекласти умову. Зверніть увагу учнів на слово «value» – значення та «expression» – вираз.

**16.** в) $1000d + 100c + a$

**17.** Це завдання варто пропонувати для роботи у групах лише після того, як було розглянуте завдання 15. За такого підходу в дітей уже буде певний досвід. Зверніть увагу, що кількість сотень / десятків / одиниць має виражатися саме буквою.

*Наприклад*: перший гравець / перша гравчиня задає $c$ сотень, другий / друга – $p$ десятків, третій / третя – $k$ кількість одиниць. Четвертий / четверта має записати у вигляді виразу це число, тобто $100c + 10p + k$. Потім решта троє мають проаналізувати написане й показати, що все правильно, або озвучити помилку. Потім учасники обмінюються ролями. Тепер називати кількість сотень / десятків / одиниць буде четвертий, перший і другий гравець, а третій записуватиме вираз і т. д.

**21.** Для виконання цього завдання необхідно розкрити дужки. Актуалізувати розподільний закон додавання можна за допомогою короткого відео, посилання на яке подано в QR-коді біля завдання.

а) $8 - 2(3 - x) = 5 - 3(3 - 2x)$;

$8 - 6 + 2x = 5 - 9 + 6x$;

$4x = 6$;

$x = 1{,}5$.

**22.** а) $60x$; б) $0,001p$.

**25.** Запропонуйте задачу для роботи в парах і зверніть їх увагу на малюнок.

З малюнка діти можуть дізнатися ціну однієї пари шкарпеток, а також те, що під час оплати за допомогою Приват 24 чи картки Mastercard надається знижка 5%.

а) Вартість $s$ пар шкарпеток під час оплати готівкою буде становити $sa$.

б) $0,95(na + ka)$.

в) $100\% - (p : a) \cdot 100\%$.

**26.** б) $10c + a + 0,1n + 0,01m$.

**28.** б) $4y - 4x = -4(x - y) = -4 \cdot 12 = -48$.

г) $\frac{4(x+y)-8y}{15} = \frac{4(x-y)}{15} = \frac{4 \cdot 12}{15} = \frac{16}{5} = 3\frac{1}{5}$.

**30.** в) Непарні числа, які діляться на 5: 5, 15, 25, 35,..., або $5 \cdot 1, 5 \cdot 3, 5 \cdot 5, 5 \cdot 7, \ldots$. Отже, загальна формула таких чисел: $5(2n + 1)$, де $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$.

г) Оскільки числа 5 і 3 – взаємно прості, то щоб число ділилося і на 5, і на 3 одночасно, достатньо, аби воно ділилося на 15. Отже, загальна формула таких чисел – $15n$.

**31.** 1) $P = 2(a + b + c)$;
2) $P = 2(a + b)$; 3) $P = 2(a + b)$.

**34.** а) Дільники числа 8: 1, 2, 4, 8.
Їх сума: $1 + 2 + 4 + 8 = 15$.
б) $1 + 2 + 3 + 6 + 9 + 18 = 39$;
в) $1 + 2 + 4 + 7 + 14 + 28 = 56$;
г) $1 + 2 + 19 + 38 = 60$.

## Урок 6. Тотожні вирази

**Мета.** Увести поняття «тотожні вирази», «тотожність», «тотожні перетворення»; на конкретних прикладах розкрити їх зміст; навчити учнів виконувати тотожні перетворення і доводити тотожності.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися розпізнавати тотожні вирази; розв'язувати вправи, що передбачають доведення тотожностей.

**Методичні вказівки**

Тотожний – такий самий, цілком подібний до іншого, ідентичний. Числові вирази тотожні, якщо їх значення рівні, наприклад $1001 : 77 - 12$ і 1.

Складніша справа щодо тотожності виразів зі змінними. Загальне означення тотожності таких виразів можна сформулювати, використовуючи поняття допустимих значень змінних. Тому деякі автори пропонують уже на перших уроках алгебри ввести поняття дробового виразу, щоб розкрити зміст поняття допустимих значень, і відразу дати загальне означення тотожних виразів. Але в 7 класі можна обмежитись і розглядом тільки цілих виразів і не говорити про допустимі значення. Через рік, коли учні вивчатимуть дробові вирази, ввести поняття про допустимі значення змінних і дати загальне означення тотожних виразів. У 7 класі можна сформулювати означення, яке правильне для цілих виразів: «Два вирази називаються тотожними, якщо всі їх відповідні значення рівні».

Обов'язково слід наголосити, що тотожність виразів – це відношення (співвідношення). Тотожними можуть бути два, три чи більше виразів. Корисно наголосити на важливих властивостях цього відношення:

1) кожен вираз тотожний сам собі;

2) якщо вираз $A$ тотожний виразу $B$, то і $B$ тотожний $A$;

3) якщо вираз $A$ тотожний виразу $B$, а $B$ — тотожний $C$, то вираз $A$ тотожний виразу $C$. Ці властивості називають відповідно рефлексивністю, симетричністю і транзитивністю, а відношення, які мають усі такі властивості, – відношеннями еквівалентності. Учням цих термінів повідомляти не обов'язково, але сказати при нагоді про такі властивості корисно.

Бажано наголосити й на тому, що коли в тотожність зі змінною замість цієї змінної скрізь написати один і той самий цілий вираз, то одержана нова рівність також буде тотожністю.

Простіші тотожності – ті, які виражають основні закони дій. В алгебрі вони відіграють роль аксіом: на їх основі доводять більшість тверджень про тотожні перетворення цілих виразів. Хоча, за традицією, доводжувані в алгебрі твердження називають властивостями, тотожностями, і всі вони є теоремами. Про це теж доречно сказати учням.

Науковці часто розглядають також поняття тотожності на множині: «Два вирази зі змінними називають тотожно рівними на множині, якщо їх відповідні значення збігаються за всіх значень, що належать цій множині». У 7 класі про це краще не говорити.

Теоретичний матеріал слід висвітлити відповідно до підручника. Треба звернути увагу на:

- тотожності, які виражають закони дій;
- використання розподільного закону множення для встановлення тотожності виразів;
- інші способи доведення тотожностей.

Для усного розв'язування учням корисно запропонувати вправи, які виконують на основі тотожностей $ab \pm ac = a(b \pm c)$.

Спростіть вираз:

**1.** а) $15x + 5x$; б) $17x - 8x$;
в) $3a^2 + 7a^2$; г) $a^3 - 8a^3$.

**2.** а) $4(x - y) - 3(x - y)$; б) $(a + b)x + (a - b)x$.

**3.** а) $2x^2 + 4x^2 + 8x^2$; б) $1{,}5m + 0{,}5m - m^2$;
в) $3a + 2a + 7b - 2b$; г) $3x + 2y + 2x + 3y$.

**Робота з матеріалом підручника**

*Для роботи вдома*: § 2; №41, 44, 46, 49.

**Вказівки й розв'язання задач**

**42.** Такі завдання не лише привчають учнів працювати в групах та проводити взаємооцінювання, також вони розвивають прогностичне мислення.

Нехай перший / перша з гравців / гравчинь запише $3x + 2$, другий / друга – ще один вираз із цією самою змінною $2x$, третій / третя – число 5 і знаки дій між записаними виразами, наприклад $(3x + 2)2x - 5$. Тоді четвертий / четверта – спрощує утворений вираз:

$(3x + 2)2x - 5 = 6x^2 + 4x - 5$. Троє інших гравців перевіряють записи.

Потім учасники по колу міняються ролями.

**47.** Такі завдання важливі, бо поступово готують учнів до розв'язування задач за допомогою рівнянь і посилюють прикладну спрямованість теми.

2) б) $45t - 35t = 10t$.

**54.** в) *I спосіб*. Розкриємо дужки і зведемо подібні доданки:

$$0{,}5(a + b + c) - 0{,}5(a - b + c) - 0{,}5(a + b - c) =$$
$$= 0{,}5a + 0{,}5b + 0{,}5c - 0{,}5a + 0{,}5b - 0{,}5c - 0{,}5a -$$
$$- 0{,}5b + 0{,}5c = -0{,}5a + 0{,}5b + 0{,}5c = 0{,}5(b + c - a).$$

*II спосіб*. Винесемо спільний множник за дужки:

$$0{,}5(a + b + c) - 0{,}5(a - b + c) - 0{,}5(a + b - c) =$$
$$= 0{,}5(a + b + c - a + b - c - a - b + c) =$$
$$= 0{,}5(b + c - a).$$

**56.** б) $a - b + 1 - 2(b + 1) = a - b + 1 - 2b - 2 =$
$= a - 3b - 1$;
$2(a - b - 1) - (a + b - 1) =$
$= 2a - 2b - 2 - a - b + 1 = a - 3b - 1$.

Отже, вирази тотожні.

**57.** б) *I спосіб*.
$n - (1 - (a - (1 - n))) = n - 1 + (n - (1 - n)) =$
$= n - 1 + n - (1 - n) = 2n - 1 - 1 + n = 3n - 2$.
*II спосіб*.
$n - (1 - (n - (1 - n))) = n - (1 - (n - 1 + n)) =$
$= n - (1 - 2n + 1) = n - 1 + 2n - 1 = 3n - 2$.

**58.** Запропонуйте завдання для груп із 3 учнів. Нехай кожен із групи візьме по одному підзавданню і перевірить, чи є тотожністю одержана рівність. Далі учні обговорюють свої розв'язки й роблять загальний висновок, який озвучують на клас.

**65.** Завдання може бути запропоноване для пари учнів. Кожен із пари заповнює один рядок, а потім вони порівнюють результати й перевіряють одне одного, роблять спільний висновок.

За означенням модуля,

$$|a| + 1 = \begin{cases} a + 1, \text{ якщо } a \geq 0, \\ -a + 1, \text{ якщо } a \leq 0; \end{cases}$$

$$|a + 1| = \begin{cases} a + 1, \text{ якщо } a \geq -1, \\ a - 1, \text{ якщо } a \leq -1. \end{cases}$$

Отже, ці вирази є тотожними лише для невід'ємних значень $a$.

**66.** в) Якщо розкрити модулі в лівій частині рівності, то одержимо:

якщо $a \geq b$, то $(a - b)^2$;

якщо $a < b$, то $(b - a)^2 = (-(a - b))^2 = (a - b)^2$.

Отже, в обох випадках рівність є тотожністю.

**67.** а) Згідно з означенням модуля, ця рівність є тотожністю, якщо $x \geq y$.

б) Рівність є тотожністю, якщо числа $a$ і $b$ одного знаку.

в) Запишімо рівність у вигляді

$$|x| - |y| - |y| + |x| = 0, \qquad \text{або } 2\left(|x| - |y|\right) = 0.$$

Отже, рівність виконується лише за умови $|x| = |y|$.

**68.** Завдання дуже важливе тим, що навчає учнів виражати одну з величин через інші. Зазвичай саме із цією навичкою діти мають проблеми і це сильно впливає на їхні вміння розв'язувати задачі з природничої галузі.

в) $l = s - vt$; $v = (s - l) : t$

**70.** Вдача, мінус, квадрат.

## Уроки 7–8. Вирази зі степенями

**Мета.** Увести поняття «степінь із натуральним показником» і розкрити його зміст на конкретних прикладах; сформувати вміння та виробити навички обчислювати степені деяких чисел і знаходити значення виразів, що містять степені.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися формулювати означення степеня з натуральним показником й обчислювати значення виразів, що містять степені.

**Методичні вказівки**

Слід повторити відомі учням поняття: «степінь», «основа степеня», «показник степеня», «квадрат числа», «куб числа», «піднесення числа до степеня» та ін. Ідеться про степені тільки з натуральними показниками.

Названі поняття використовують майже на кожному уроці алгебри неодноразово. Тому відразу слід звернути увагу на грамотне вживання відповідних термінів. На відміну від російського, українське слово «степінь» – це іменник чоловічого роду, тому правильно говорити: «у другому степені», «у $n$-ному степені». Корисно запропонувати як вправу провідміняти слова «степінь», «квадрат», «куб»; у разі потреби виправити учнів.

**Н.** степінь квадрат куб
**Р.** степеня квадрата куба
**Д.** степеню квадрату кубу
степеневі квадратові кубові
**З.** степінь квадрат куб
**О.** степенем квадратом кубом
**М.** степені квадраті кубі
**К.** степене квадрате кубе

Бажано наголосити, що поняття «степінь» і «ступінь» істотно відрізняються одне від одного.

Уже на першому уроці учні мають зрозуміти й запам'ятати, що парний степінь числа не може бути від'ємним, що степінь дорівнює нулю тільки тоді, коли його основа дорівнює нулю, що одиниця в будь-якому степені дорівнює одиниці. Знаючи це, можна легко розв'язувати рівняння вищих степенів.

Властивості степенів можна довести на наступних уроках.

Теоретичний матеріал висвітлюють за підручником, звертаючи увагу на:

- читання й запис виразів, що містять степені;
- знаходження степеня від'ємного числа;
- порядок виконання дій під час обчислення значення виразу;
- кількість і значення коренів рівняння $x^n = 0$; $x^{2n} = 1$; $x^{2n+1} = 1$.

У сильніших класах на конкретних прикладах можна розглянути степені числа 10 із цілими від'ємними показниками й запис будь-якого числа у стандартному вигляді. Зробити це можна в такий спосіб, як пропонується в підручнику в рубриці «Хочете знати ще більше?».

**Робота з матеріалом підручника**

На першому уроці

*Для роботи вдома*: § 3; №82, 86, 89, 91.

На другому уроці

*Для роботи вдома*: § 3; №95, 97, 99, 101.

**Вказівки й розв'язання задач**

**84.** Ця дидактична гра в парах запропонована для кращого засвоєння понять «основа степеня» та «показник степеня», а також для практикування обчислень значень степенів.

Наприклад, один з учасників / одна з учасниць називає показник степеня 3, а інший / інша – знаходить значення степеня із заданим показником й основою 2, тобто записує вираз $2^3 = 8$. Потім учні / учениці обмінюються ролями. Так може відбуватися певну кількість часу або певну кількість кіл.

**85.** $7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + 7^5 = 19607$.

**92.** Запропонуйте завдання для груп із трьох учнів. Діти мають виконати завдання естафетою. Перший розв'язує завдання а), а другий завдання г), потім вони передають листочки по колу відповідно другому і третьому учасникам, які мають перевірити виконання попередніх завдань і виконати свої б) та ґ), потім листочки передаються наступним гравцям (третьому і першому), які мають перевірити виконання попередніх завдань і виконати свої в) і д). Потім кілька груп презентують отримані відповіді всьому класу.

**105.** Завдання важливе для посилення міжпредметних зв'язків математики з природничими науками, де з початку 7 класу учні навчаються записувати дані у стандартному вигляді.

д) $1{,}05 \cdot 10^2$; е) $1 \cdot 10^9$; є) $7{,}004 \cdot 10^3$.

**107.** б) $2^2 + 4^2 + 6^2 + 13^2 = 4 + 16 + 36 + 169 = 225 = 15^2$;

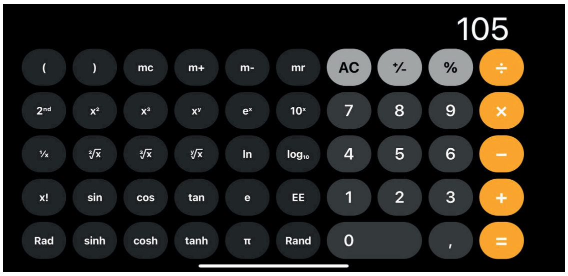
**108.** б) $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 1 + 8 + 27 + 64 = 100$;
$(1 + 2 + 3 + 4)^2 = 10^2 = 100$.

**109.** б) $(3^4 + 19)^5 = (81 + 19)^5 = 100^5$;
г) $(-0{,}3)^4 \cdot 10^3 = 0{,}0081 \cdot 1000 = 8{,}1$;
ґ) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{8}{27} \cdot \frac{9}{16} = \frac{8 \cdot 9}{3 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 8} = \frac{1}{6}$;
д) $(4^4 - 3^5 - 13)^{12} = (256 - 243 - 13)^{12} = 0^{12} = 0$.

**113.** Запропонуйте учням у парах одному заповнити одну таблицю, а другому – іншу. Потім діти порівнюють їх значення і роблять висновки про те, чи тотожними є вирази $2x^2$ та $(2x)^2$.

**114.** Коли учні оперують виразами, що містять степені, то часто допускають помилки в порядку дій. Це завдання спрямоване на те, щоб діти правильно визначали цей порядок і вміли користуватися інженерним калькулятором.

Учитель також може показати різні варіанти піднесення до степеня за допомогою інженерного калькулятора, що є на будь-якому смартфоні.



Наприклад, щоб знайти $34^2$ можна натиснути 34, а потім кнопку $x^2$

Щоб знайти $34^3$, можна натиснути 34, а потім кнопку $x^3$

Щоб знайти $34^8$, можна натиснути 34, а потім кнопку $x^y$ ввести 8 і натиснути =

**115.** а) $3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$;
$(3 + 5)^2 = 8^2 = 64$.

**120.** а) Це рівняння рівносильне рівнянню $x^4 = -3$. Але не існує такого числа, парний степінь якого був би від'ємним.

**123.** а) $3 \cdot 10^{-4}$; $2{,}35 \cdot 10^{-1}$; $5 \cdot 10^{-2}$; $4{,}1 \cdot 10^{-9}$.

**125.** а) Першою цифрою заданого числа є 1, останньою – 2, решта – нулі. Отже, сума цифр числа 3, тому число ділиться на 3.

**126.** в) Усі цифри заданого числа – дев'ятки (їх десять). Тоді сума цифр числа, а отже, і саме число, ділиться на 9.

**128. Зверніть увагу!** У підручнику допущена помилка. Мало би бути так

а) куб $= e^e$; б) степінь $= ee^e$.

*Відповідь:* а) $4^4 = 256$; б) $44^4 = 3748096$.

**131.** в) Нехай основа трикутника – $x$ см. Тоді бічна сторона – $(x + 3)$ см. Отже, периметр трикутника дорівнює $x + 2(x + 3)$ см, що становить $a$ см.

Маємо рівняння: $x + 2(.г + 3) = a$, звідси $x = \dfrac{a-6}{3}$.

Тоді бічна сторона дорівнюватиме:

$$\frac{a-6}{3} + 3 = \frac{a-6+9}{3} = \frac{a+3}{3}.$$

## Уроки 9–10. Властивості степенів

**Мета.** Сформулювати й обґрунтувати властивості степеня з натуральним показником; навчити учнів розв'язувати вправи, що передбачають тотожні перетворення степенів.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися формулювати, записувати й обґрунтовувати властивості степеня з натуральним показником; розв'язувати вправи, що передбачають тотожні перетворення степенів.

**Методичні вказівки**

Актуалізацію опорних знань можна провести за допомогою таких запитань.

1. Що таке степінь? Основа степеня? Показник степеня?
2. Як піднести до степеня від'ємне число?
3. Назвіть дії першого, другого і третього ступенів.
4. Який порядок виконання дій у виразах, що містять степені?

Новий матеріал слід пояснити за підручником, розглядаючи паралельно числові вирази та вирази зі змінними.

У підручнику розглянуто основну властивість степеня ($a^m \cdot a^n = a^{m+n}$) і ще чотири властивості. Відомо, що всі вони справедливі для будь-яких показників степенів. Але оскільки в 7 класі вивчаються лише цілі вирази зі змінними, то для властивості ділення степенів накладається умова: показник степеня діленого має бути більшим за показник степеня дільника.

Якщо учні добре зрозуміли новий матеріал, то на другому уроці можна провести математичну естафету.

**Завдання для математичної естафети**

Команда I

**1.** Обчисліть:

а) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\dfrac{3}{4}\right)^2$;

б) $(3{,}21 - 1{,}1^2)^4$.

**2.** Спростіть вираз:

а) $x^3 \cdot x^4$;

б) $m^3 \cdot m + m^4$.

**3.** Розв'яжіть рівняння:

а) $x^2 + 4 = 0$;

б) $x^2 \cdot x^4 - 1 = 0$.

**4.** Знайдіть добуток чисел:

а) $1{,}2 \cdot 10^5$ і $3 \cdot 10^3$;

б) $2{,}5 \cdot 10^5$ і $8 \cdot 10^3$.

**Команда II**

**1.** Обчисліть:

а) $\left(\dfrac{9}{4}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{4}{3}\right)^3$;

б) $(3{,}69 - 1{,}3^2)^3$.

**2.** Спростіть вираз:

а) $a^2 \cdot a^3$;

б) $x^6 \cdot x^4 + x^2$.

**3.** Розв'яжіть рівняння:

а) $x^2 - 4 = 0$;

б) $x^3 \cdot y^5 + 1 = 0$.

**4.** Знайдіть добуток чисел:

а) $1{,}3 \cdot 10^4$ і $2 \cdot 10^7$;

б) $3{,}5 \cdot 10^3$ і $4 \cdot 10^5$.

**Робота з матеріалом підручника**

На першому уроці

*Для роботи вдома*: § 4; №139, 141, 143, 145.

На другому уроці

*Для роботи вдома*: § 4; №147, 149, 153, тест на с. 45.

**Вказівки й розв'язання задач**

**150.** Один з учасників / одна з учасниць записує одночлен, наприклад $2ak^2$, другий / друга дописує, до якого степеня його треба піднести, наприклад до 5, а третій / третя виконує піднесення до степеня, тобто $(2ak^2)^5$. Потім учасники / учасниці обмінюються ролями. І так відбувається доти, доки кожен з них не побуває в ролі того, хто підносить одночлен до степеня (одне коло).

**151.** Обидва вирази дорівнюють $c^8$.

Отже, $(c^2)^4 = (c^4)^2$.

Приклад висновка: «При піднесенні степеня до степеня можна показники поміняти між собою». Бажано, щоб кілька учнів озвучили свої висновки й наведені ними приклади. Наприклад $(a^5)^{10} = (a^{10})^5$.

**161.** Запропонуйте завдання для груп із 3 учнів. Нехай вони самостійно розподілять між собою завдання, виконають їх окремо, а потім обміняються, наприклад за годинниковою стрілкою, зошитами і перевірять роботи одне одного.

**163.** б) Міркувати можна так: $a^{10} \cdot a^x \cdot a = a^{17}$, тоді $10 + x + 1 = 17$, звідси $x = 6$. Отже, замість зірочки потрібно поставити вираз $a^6$.

**165.** б) $0{,}1^{21} \cdot 10^{20} = 0{,}1^{20+1} \cdot 10^{20} =$
$= (0{,}1 \cdot 10)^{20} \cdot 0{,}1 = 1^{20} \cdot 0{,}1 = 0{,}1.$

**167.** а) $\left(-\frac{5}{7}\right)^{12} \cdot \left(-\frac{7}{5}\right)^{14} = \left(\frac{5}{7} \cdot \frac{7}{5}\right)^{12} \cdot \left(\frac{7}{5}\right)^2 = \frac{49}{25} = 1\frac{49}{25};$

б) $7^{15} \cdot \left(-\frac{1}{7}\right)^{16} = \left(\frac{7}{1} \cdot \frac{1}{7}\right)^{15} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{7};$

г) $(-0{,}4)^8 \cdot 3^4 \cdot (-2{,}5)^8 = (0{,}4 \cdot 2{,}5)^8 \cdot 3^4 = 3^4 = 81.$

**169.** б) $(x^2)^3 \cdot (x^3)^4 = x^6 \cdot x^{12} = x^{6+12} = x^{18};$
д) $(-a^2)^3 \cdot (a^3)^5 = -a^6 \cdot a^{15} = -a^{21}.$

**171.** г) $\frac{27}{64} \cdot \frac{9}{16} = \frac{3^3 \cdot 3^2}{4^3 \cdot 4^2} = \frac{3^5}{4^5} = \left(\frac{3}{4}\right)^5.$

**172.** а) $36 \cdot 6^8 = 6^2 \cdot 6^8 = 6^{2+8} = 6^{10};$

**175.** б) $-2y^{4+7} = 2;\ -2y^{11} = 2;\ y^{11} = -1;\ y = -1;$

**176.** в) $4^{12x} = 4^{x+22};\ 12x = x + 22;\ 11x = 22;\ x = 2.$

**180.** д) $6{,}4 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^3 = 6{,}4 \cdot 2 \cdot 10^{-3+3} =$
$= 12{,}8 \cdot 10^0 = 1{,}28 \cdot 10.$

**181.** $1^2 = 1;\ 2^2 = 1 + 3;\ 3^2 = 1 + 3 + 5;$
$4^2 = 1 + 3 + 5 + 7$ і т. д.

Тобто, $n^2 = 1 + 3 + 5 + ... + (2n - 1)$.

## Урок 11. Одночлени

**Мета.** Увести поняття «одночлен», «одночлен стандартного вигляду», «коефіцієнт одночлена», сформувати вміння множити та підносити до степеня одночлени, записувати їх у стандартному вигляді.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися розпізнавати одночлени, формулювати означення одночлена, виконувати вправи, що передбачають зведення одночлена до стандартного вигляду.

**Методичні вказівки**

Розпочніть із перевірки домашнього завдання й тесту на с. 45. Потім перейдіть до вивчення нової теми.

Трактування одночлена із часом істотно змінювалося. Значно раніше одночленом називали алгебраїчний вираз, у якому остання за порядком дія не є додаванням або відніманням.

Тоді одночленами вважали й вирази $\frac{a}{x}$, $(a + c)^2$. Іноді можна зустріти означення: «Одночлен – це алгебраїчний вираз, що є добутком двох або більшої кількості співмножників, кожний з яких є числом або буквою, взятою в деякому додатному степені». Таке означення надто звужує обсяг розглядуваного поняття, йому не задовольняють, наприклад, одночлени 18, $c$, $-0{,}4$, $x^2$. Краще пояснювати, як у підручнику, або так: «Числа, змінні, їх степені й добутки разом називаються одночленами». Чи можна вважати одночленом, наприклад, вираз $x^{n+3}$? Можна. Навіть загальний член розкладу бінома Ньютона

$$\frac{m(m-1)(m-2)\cdot\ldots\cdot(m-n+1)}{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot\ldots\cdot n}a^{m-n}b^n$$

у старших класах можна розглядати як одночлен. Однак у 7 класі такі приклади наводити не бажано. Забігання вперед у цьому випадку може тільки зашкодити. Те саме стосується й поняття коефіцієнта. Уже у 8 класі можна стверджувати, що коефіцієнтом другого члена квадратного рівняння $mx^2 + (2m - 1)x + m = 0$ є вираз $2m - 1$. Згодом коефіцієнтом першого члена рівняння $2ap^2x^3 - 3p$ можна вважати 2, $2a$ або $2ap^2$ залежно від того, скільки невідомих має рівняння.

Про дії з одночленами іноді нічого не говорять. Однак це не означає, що їх не можна виконувати. Одночлени можна додавати, віднімати, множити, ділити, підносити до степенів. Щоправда, у множині одночленів дії додавання, віднімання й ділення не завжди можливі: результати таких дій – не лише одночлени. А множення й піднесення до степенів одночленів, по суті, є зведенням одночленів до стандартного вигляду.

Для актуалізації опорних знань учнів бажано повторити правила й порядок дій зі степенями. Особливу увагу звернути на виконання дій з одночленами, що містять від'ємні коефіцієнти.

**Робота з матеріалом підручника**

*Для роботи вдома*: § 5; №194, 196, 198, 201.

**Вказівки й розв'язання задач**

**191.** Один учень / одна учениця записує вираз, наприклад $3c+4$, а другий / друга каже, чи є він одночленом. Потім діти обмінюються ролями. Основна мета завдання – правильне формування уявлення про одночлен та взаємоперевірка одне одного.

**199.** Гра. Перший гравець / перша гравчиня записує одночлен, наприклад $6p$, другий / друга – ще один, наприклад $5c$, третій / третя – знаходить їх добуток, $30pc$. Потім учасники обмінюються ролями. Запропонуйте учням пройти кілька таких кіл.

**205.** Запропонуйте виконати це завдання в парах. Учні можуть радитися, допомагати одне одному.

**206.** Запропонуйте завдання для груп із 6 учнів. Спершу учні обговорюють умову завдання, способи його виконання. Далі розподіляють між собою клітинки (або обирають певні рядки чи стовпці) і відповідно їх заповнюють. Далі заповнюють усі клітинки в своїх табличках у зошиті, перевіряють відповіді інших учасників. Наприкінці кілька учнів із різних груп озвучують відповіді в класі.

**210.** в) Запишімо цей одночлен у стандартному вигляді:

$$\frac{40}{27}\cdot 36\cdot\frac{1}{27}x^{2+3}y^{3\cdot 2+3}=\frac{160}{81}x^5y^9.$$

Підставимо значення змінних:

$$\frac{160}{81}\cdot 3^5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^9=\frac{5\cdot 2^5\cdot 3^5}{3^4\cdot 2^9}=\frac{5\cdot 3}{2^4}=\frac{15}{16}.$$

**217.** а) Задане рівняння рівносильне рівнянню $x^{12}=-3$. Але не існує жодного числа, парний степінь якого був би від'ємним. Отже, рівняння не має розв'язків.

**219.** б) Якщо шуканий вираз позначити через $x$, то $x=(4a^5b^7):(-8a^2b^2)$; $x=-0{,}5a^3b^5$.

**220.** б) $5x^2y^3=\frac{5}{3}\cdot 3x^2y^3=\frac{5}{3}\cdot 7=11\frac{2}{3}$;

в) $-9x^4y^6=-(3x^2y^3)^2=-7^2=-49$.

**221.** г) $(-2a^2b^2c)^3\cdot(3ab^2)^2=$
$=-(2b^2c)^3\cdot 3^2\cdot(a^4b^2)^2=-5^3\cdot 3^3\cdot 2^2=-4500$.

**223.** $\frac{30+50+50}{3}=\frac{130}{3}=43\frac{1}{3}=43$ (ц/га).

**224.** а) Нехай ребро куба $x$ см, тоді сума довжин усіх ребер дорівнюватиме $12x$ см, а периметр грані – $4x$ см. Маємо рівняння: $12x-4x=18$, звідси $x=2{,}25$. Тоді сума довжин усіх ребер куба становитиме $12\cdot 2{,}25=27$ (см);

б) площа поверхні куба дорівнює
$6\cdot(2{,}25)^2=30{,}375$ (см$^2$).
Об'єм куба дорівнює
$(2{,}25)^3=11{,}390625=11{,}4$ (см$^3$).

**225.** Нехай усіх дерев у саду $x$. Тоді яблунь – $0{,}4x$, а вишень — $(0{,}4x+64)$. Маємо рівняння: $0{,}4x+(0{,}4x+64)=x$, звідси $0{,}8x+64=x$; $0{,}2x=64$; $x=320$. Отже, усіх дерев у саду росло 320, серед них яблунь було $0{,}4\cdot 320=128$, а вишень – $(128+64)=192$.

Наприкінці уроку можна запропонувати учням тест навчального характеру за варіантами.

**Тестові завдання №1 Вирази зі змінними. Одночлени**

__________________________________________

__________________________________________

***Варіант I***

| Завдання | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Відповідь | | | | | | | | | | |

**1.** Подайте число 0,0004 у вигляді степеня.

**А** $0{,}2^2$ **Б** $0{,}2^3$ **В** $0{,}02^2$ **Г** $0{,}02^3$

**2.** Подайте одночлен $256y^8$ у вигляді степеня.

**А** $(4y^2)^6$ **Б** $(4y^2)^2$ **В** $(4y^2)^3$ **Г** $(4y^2)^4$

**3.** Який із наведених виразів тотожний виразу $ax$?

**А** $ax\cdot x\cdot x$ **Б** $a(-x)\cdot(-x)-(-x)$

**В** $ax\cdot ax\cdot ax$ **Г** $ax+ax+ax$

**4.** За якого значення $n$ справедлива рівність $x^{15}x^n=x^{45}$

**А** 3 **Б** 5 **В** 30 **Г** 45

**5.** За якого значення $p$ справедлива рівність $(x^5)^p=x^{25}$?

**А** 3 **Б** 4 **В** 5 **Г** 6

**6.** Яке з рівнянь не має розв'язків?

**А** $x^3=x^4$ **Б** $x^2\cdot x^5=-1$ **В** $0\cdot x^2=1$ **Г** $x^2:x=9$

**7.** За якого значення $a$ вирази $3(2x+15)-5(x+8)$ і $ax+5$ є тотожними?

**А** 1 **Б** 3 **В** 5 **Г** 7

**8.** Запишіть різницю квадратів чисел $x$ і $y$.

**А** $x^2-y^2$ **Б** $x^2+y^2$ **В** $(x-y)^2$ **Г** $(x+y)^2$.

**9.** Запишіть у стандартному вигляді число 32 000 000 000.

**А** $0{,}32\cdot 10^{10}$ **Б** $3{,}2\cdot 10^{10}$ **В** $32\cdot 10^{10}$ **Г** $320\cdot 10^{10}$

**10.** Знайдіть значення виразу $2x^3-x^2+3$, якщо $x=2$.

**А** 12 **Б** 13 **В** 14 **Г** 15

**Тестові завдання №1 Вирази зі змінними. Одночлени**

________________________________________

________________________________________

***Варіант II***

| Завдання | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Відповідь | | | | | | | | | | |

**1.** Подайте число 0,008 у вигляді степеня.

**А** $0,2^2$ **Б** $0,2^3$ **В** $0,02^2$ **Г** $0,02^3$

**2.** Подайте одночлен $216x^6$ у вигляді степеня.

**А** $(6x^2)^5$ **Б** $(6x^2)^2$ **В** $(6x^2)^3$ **Г** $(6x^2)^4$

**3.** Який із наведених виразів тотожний виразу $(mx)^2$?

**А** $mx \cdot -x$ **Б** $m(-x) \cdot (-x)$ **В** $mx \cdot mx$ **Г** $mx + mx$

**4.** За якого значення $n$ справедлива рівність $x^{38}$: $x^n = x^{19}$?

**А** 2 **Б** 19 **В** 38 **Г** 0

**5.** За якого значенні $a$ справедлива рівність $(x^a)^8 = x^{32}$?

**А** 3 **Б** 4 **В** 5 **Г** 6

**6.** Яке з рівнянь має розв'язки?

**А** $x = 4x^2$ **Б** $x^2 \cdot x^4 = -1$ **В** $0 \cdot x^2 = 1$ **Г** $x^6 = -9 - x^4$

**7.** За якого значення $a$ вирази $2(x - 4) + 3(2 - x)$ і $-x + a$ є тотожними?

**А** 3 **Б** –3 **В** 2 **Г** –2

**8.** Запишіть квадрат різниці чисел $x$ і $y$.

**А** $x^2 - y^2$ **Б** $x^2 + y^2$ **В** $(x - y)^2$ **Г** $(x + y)^2$

**9.** Запишіть у стандартному вигляді число 54 000 000 000.

**А** $0,54 \cdot 10^{10}$ **Б** $5,4 \cdot 10^{10}$ **В** $54 \cdot 10^{10}$ **Г** $540 \cdot 10^{10}$

**10.** Знайдіть значення виразу $x^4 - 2x^3 - 17$, якщо $x = 3$.

**А** 10 **Б** 11 **В** 12 **Г** 13

**Тестові завдання №1 Вирази зі змінними. Одночлени**

________________________________________

________________________________________

***Варіант III***

| Завдання | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Відповідь | | | | | | | | | | |

**1.** Подайте число 0,0016 у вигляді степеня.

**А** $0,4^2$ **Б** $0,4^3$ **В** $0,04^2$ **Г** $0,04^3$

**2.** Подайте одночлен $343y^9$ у вигляді степеня.

**А** $(7y^3)^9$ **Б** $(7y^3)^2$ **В** $(7y^3)^3$ **Г** $(7y^3)^4$

**3.** Який вираз тотожний виразу $-nx^3$?

**А** $nx \cdot x \cdot x$ **Б** $n(-x) \cdot (-x) \cdot (-x)$

**В** $nx \cdot nx \cdot nx$ **Г** $nx + nx + nx$

**4.** За якого значення $n$ справедлива рівність $x^n x^{17} = x^{33}$?

**А** 2 **Б** 3 **В** 16 **Г** 17

**5.** За якого значення $k$ справедлива рівність $(x^5)^k = x^{25}$?

**А** 3 **Б** 4 **В** 5 **Г** 6

**6.** Яке з рівнянь не має розв'язків?

**А** $x^3 = x^4$ **Б** $x^2 \cdot x^6 = 1$ **В** $0 \cdot x^2 = 0$ **Г** $x^2 \cdot x^4 = -12$

**7.** За якого значенні $a$ вирази $-3x + 1 + 4(12 + 2x)$ і $ax + 49$ є тотожними?

**А** 3 **Б** 4 **В** 5 **Г** 6

**8.** Запишіть різницю кубів чисел $x$ і $y$.

**А** $x^3 - y^3$ **Б** $x^3 + y^3$ **В** $(x - y)^3$ **Г** $(x + y)^3$

**9.** Запишіть у стандартному вигляді число 87 000 000 000.

**А** $0,87 \cdot 10^{10}$ **Б** $8,7 \cdot 10^{10}$

**В** $87 \cdot 10^{10}$ **Г** $870 \cdot 10^{10}$

**10.** Знайдіть значення виразу $x^3 - 4x^2 + 17$, якщо $x = 3$.

**А** –10 **Б** 9 **В** 8 **Г** —7

**Тестові завдання №1 Вирази зі змінними. Одночлени**

____________________________________________

____________________________________________

***Варіант IV***

| Завдання | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Відповідь | | | | | | | | | | |

**1.** Подайте число 0,000008 у вигляді степеня.

**А** $0{,}2^2$ **Б** $0{,}2^3$ **В** $0{,}02^2$ **Г** $0{,}02^3$

**2.** Подайте одночлен $243x^{10}$ у вигляді степеня.

**А** $(3x^2)^2$ **Б** $(3x^2)^3$ **В** $(3x^2)^4$ **Г** $(3x^2)^6$

**3.** Який вираз тотожний виразу $2ax$?

**А** $ax \cdot x$ **Б** $a(-x)\cdot(-x)$ **В** $ax \cdot ax$ **Г** $ax + ax$

**4.** За якого значення $n$ справедлива рівність $xn : x^{12} = x^{42}$?

**А** 3 **Б** 4 **В** 16 **Г** 48

**5.** За якого значення $p$ справедлива рівність $(x^7)p = x^{42}$?

**А** 5 **Б** 6 **В** 7 **Г** 8

**6.** Яке з рівнянь має розв'язки?

**А** $x^2 = -9 - x^4$ **Б** $x^2 \cdot x^4 = -16$

**В** $0 \cdot x^2 = 4$ **Г** $x^2 = -3x$

**7.** За якого значення $a$ вирази

$12(x + 2) - 4(x + 2)$ і $8x + a$ є тотожними?

**А** 12 **Б** 16 **В** 18 **Г** 24

**8.** Запишіть куб різниці чисел $x$ і $y$.

**А** $x^3 - y^3$ **Б** $x^3 + y^3$ **В** $(x - y)^3$ **Г** $(x + y)^3$

**9.** Запишіть у стандартному вигляді число 65 000 000 000.

**А** $0{,}65 \cdot 10^{10}$ **Б** $6{,}5 \cdot 10^{10}$

**В** $65 \cdot 10^{10}$ **Г** $650 \cdot 10^{10}$

**10.** Знайдіть значення виразу $x^3 - x^2 + 8$, якщо $x = 2$.

**А** 12 **Б** 13 **В** 14 **Г** 15

## Урок 12. Розв'язування задач і вправ. Самостійна робота

**Мета.** Узагальнити й систематизувати знання учнів із тем «Вирази зі змінними», «Тотожні вирази», «Вирази зі степенями», «Властивості степенів» та «Одночлени»; повторити й закріпити набуті вміння та навички; підготуватися до тематичного оцінювання.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми діти повинні навчитися розпізнавати числові вирази та вирази зі змінними, цілі вирази й одночлени, тотожні вирази; наводити приклади зазначених виразів; формулювати означення одночлена і степеня з натуральним показником; формулювати, записувати й обґрунтовувати властивості степеня з натуральним показником; виконувати вправи, що передбачають обчислення значень виразів зі змінними і зведення одночлена до стандартного вигляду.

**Методичні вказівки**

Урок бажано розпочати з усних вправ, скориставшись вправами з підручника чи іншими, дібраними для конкретного класу. Необхідно також розглянути вправи, які викликали в учнів труднощі під час виконання домашнього завдання. І також можна проаналізувати помилки, допущені під час написання тестових завдань (якщо вони були запропоновані).

**Відповіді до тестових завдань №1** (с. 45 підручника)

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| в | б | в | г | г | б | б | а | в | в |

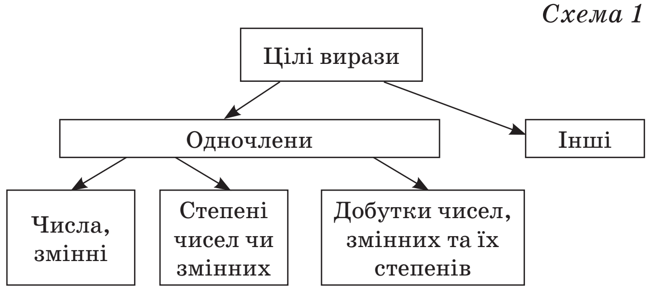
Засвоєння теоретичного матеріалу можна перевірити під час фронтального опитування, а підбити підсумки шляхом узагальнювального повторення.

На попередніх уроках учні розглядали числа, змінні, степені чисел, степені змінних і одночлени. Щоб пригадати все це, діти заповнюють таблицю. Учитель креслить таблицю на дошці, а учні в зошитах, праву частину заповнюють прикладами.

| Поняття | Приклади |
|---|---|
| Число | $3.\ -5,\ \frac{2}{3},\ -0{,}7,\ 2\frac{3}{5},\ p,\ 2p,\ 2035$ |
| Степені числа | $5^2,\ (-4)^3,\ \left(\frac{2}{3}\right)^4,\ \left(-\frac{3}{5}\right)^2,\ \left(2\frac{1}{3}\right)^4,\ p^2$ |
| Змінні | $a,\ x,\ -c,\ m,\ n,\ -p,\ -q,\ -x,\ -1$ |
| Степені змінних | $a^2,\ n^3,\ (-c)^5,\ m,\ n^7,\ (-p)^{10}$ |
| Одночлени | $38,\ a,\ a^{10},\ 2x,\ -3ax^2,\ -\frac{5}{7}axy^2$ |

Після цього бажано наголосити, що кожне число, змінна, степінь числа чи змінної – все це одночлени, отже, цілі вирази. Співвідношення між цими поняттями можна зобразити у вигляді схеми (схема 1).

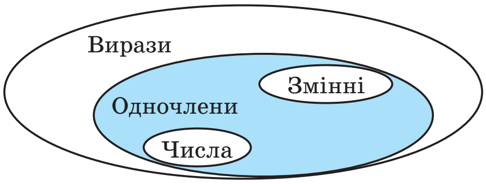
*Схема 1*



Для активізації діяльності учнів можна поставити запитання: «Чому вирази, що наведено в схемі, називають одночленами?».

Учні на таке запитання відповісти не можуть, і вчитель упродовж 1–2 хв пояснює дещо з того, що вивчатиметься на наступних уроках: «Пізніше ми вивчатимемо двочлени – суми або різниці двох одночленів, наприклад $a + 5x$, $m^2 - abc$, тричлени, наприклад $a + ax + x$, і загалом многочлени».

Отже, йдеться про систему таких понять: «одночлени», «двочлени», «тричлени» «многочлени» (мал. 1).




Мал. 1

Для самостійної роботи залежно від рівня підготовленості класу можна запропонувати 2 або 4 варіанти (див. с. 44). Інші варіанти можна розв'язати колективно або дати як домашнє завдання. Ми пропонуємо після того, як учні написали саме цю самостійну, провести взаємооцінювання. Діти обмінюються зошитами, виділяють помилки один одного, обговорюють їх, потім повертають зошити. Учитель озвучує правильні відповіді, щоб учні мали змогу перевірити. Запитайте, чи потрібно розглянути якісь із цих завдань у класі?

**Відповіді до завдань до самостійної роботи №1** (с. 44 підручника)

| Варіант | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| I | а) $\frac{16}{81}$; б) 1,89 | $0{,}09a^2x^6$ | $0{,}5a^8c^4x^3$ | — | $2{,}75 \cdot 10^{10}$ |
| II | а) $-\frac{27}{64}$; б) 3,91 | $25c^3z^6$ | $12x^2a^3m^{14}$ | — | $1{,}777 \cdot 10^{10}$ |
| III | а) $-\frac{64}{125}$; б)13,19 | $-1{,}728a^3c^6$ | $16a^8c4x^3$ | — | $3{,}5 \cdot 10^{11}$ |
| IV | а) $-\frac{27}{125}$; б) 2,29 | $-0{,}512x^6y^3$ | $-160x^{12}a^3$ | — | $9{,}879 \cdot 10^{10}$ |

Самостійна робота на с. 44 могла бути домашнім завданням на цей урок. У такому випадку після розгляду її результатів запропонуйте учням аналогічну самостійну роботу, що розміщена в «Зошиті моїх досягнень» (с. 4–5).

Після написання самостійних робіт учитель може запропонувати:

1) роботу над помилками, яку зручно здійснити за допомогою відповідного бланку із «Зошита моїх досягнень» (Корекційний бланк 1 — бланк для роботи над помилками в самостійних роботах);

2) корекційну роботу, що за структурою і змістом є аналогічною до тієї, що пропонувалась учням.

Наприклад, учні можуть у відповідному бланку заповнити рядки для тих завдань, у яких було допущено помилки, а потім ще й виконати аналогічні вправи з корекційної роботи (або й усю корекційну роботу).

На основі якісної роботи над помилками та виконання завдань корекційної роботи вчитель може скоригувати оцінку за самостійну роботу. Такий підхід дає змогу учням усвідомлено аналізувати та критично оцінювати виконані ними письмові роботи і навчатися на власних помилках.

Для підготовки до тематичного оцінювання запропонуйте учням вдома виконати завдання з рубрики «Типові задачі до тематичного контролю» на с. 46.

## Урок 13. Тематична робота №1 (Розв'язування математичних задач)

**Мета.** Перевірити, як учні засвоїли теми «Вирази зі змінними», «Тотожні вирази», «Вирази зі степенями», «Властивості степенів» та «Одночлени» і як уміють застосовувати теоретичний матеріал до розв'язування вправ та задач.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися розпізнавати числові вирази і вирази зі змінними, цілі вирази й одночлени, тотожні вирази; наводити приклади зазначених виразів; формулювати означення одночлена і степеня з натуральним показником; формулювати, записувати й обґрунтовувати властивості степеня з натуральним показником; розв'язувати вправи, що передбачають обчислення значень виразів зі змінними та зведення одночлена до стандартного вигляду.

**Методичні вказівки**

На початку уроку вчитель може запропонувати проаналізувати домашнє завдання або надати ключі до нього.

**Відповіді до типових завдань до контрольної роботи №2** (с. 46 підручника)

| 1° | 2° | 4° | 5 • | 6 • | 7 • | 8 • |
|---|---|---|---|---|---|---|
| а) 125;<br>б) 0,0016;<br>в) −1 | а) 0,1;<br>б) −7 | а) $a^6b^4c^{10}$;<br>$-a^9b^6c^{15}$;<br>б) $2\frac{7}{9}m^3n^2$ $4\frac{17}{27}m^6n^3$ | а) $-5\frac{1}{3}$;<br>б) 3,2;<br>в) $\frac{3}{5}$ | а) $-3a^3b^4$;<br>б) $-0,2m^5n^4$ | а) $x=1$;<br>б) $x=0$;<br>в) $x \in \varnothing$ | $2,51125 \cdot 10^{10}$;<br>$2,4875 \cdot 10^{10}$;<br>$3,125 \cdot 10^{18}$;<br>$2 \cdot 10^2$ |

Бал, отриманий кожним учнем, має відображати реальні досягнення в опануванні ним конкретної теми і супроводжуватися коментарями вчителя щодо можливостей покращення успіхів учнів.

Учням можуть пропонуватися різні види тематичних робіт: усне опитування, комп'ютерне тестування, письмові роботи. Також слід обов'язково враховувати індивідуальні особливості учнів та їх навчальну діяльність під час вивчення тем. Оцінювання можна проводити і за допомогою індивідуальних тестів. Якщо є можливість, бажано створити банк відповідних завдань і проводити тестування за допомогою комп'ютера. Усне опитування й тестування можна проводити як на уроках, так і в позаурочний час, зручний для учнів і вчителя. Окремі учні можуть бути звільненими від таких робіт.

Завдання для тематичної роботи, аналогічні до поданих у підручнику, містяться в посібнику «Зошит моїх досягнень». Додаткові завдання в цій роботі є необов'язковими і дають змогу учням заробити ще одну оцінку. Пропонуємо вчителю під час перевірки не лише залишати коментарі чи бали в роботі, а й роздрукувати для кожного учня бланк, де зробити відповідні відмітки в таблиці. Таке додаткове формувальне оцінювання письмової роботи допоможе детальніше інформувати батьків і самого учня щодо успіхів у математиці.

Зверніть увагу, у завданні 6 є помилка у формулюванні умови. Замість слова «многочлена» має бути «одночлена»: «Подай у вигляді **одночлена** стандартного вигляду. Визнач його степінь та коефіцієнт».

Після перевірки роботи вчитель заповнює таблицю (див. нижче) для кожного учня. Вибирає один із чотирьох стовпчиків до кожного завдання і ставить у ньому галочку (чи інший символ).

**Тематичне оцінювання №1**

**Оцінювання групи результатів «Вирази зі змінними. Одночлени»**

Прізвище, ім'я учня ____________________________________________

| | Форма | Виконує правильно | Допускає незначні помилки | Допускає помилки | Не виконав / не виконала |
|---|---|---|---|---|---|
| **№1.** Піднесення до степеня десяткового дробу | Тест | | | | |
| **№2.** Знаходження значення виразу зі змінною при заданому значенні змінної | | | | | |
| **№3.** Зведення одночлена до стандартного вигляду | | | | | |
| **№4.** Знаходження значення числових виразів | відповідність | | | | |
| **№5.** Спрощення виразу та знаходження його значення | | | | | |
| **№6.** Зведення одночлена до стандартного вигляду. Визначення його степеня та коефіцієнта | | | | | |
| **№7.** Знаходження значення числового виразу | | | | | |
| **№8.** Знаходження значення виразу зі змінною, якщо відоме значення іншого виразу зі змінною | | | | | |
| **Додаткове завдання** | | | | | |
| Доведення тотожності | | | | | |

Ми пропонуємо не задавати учням домашнє завдання після написання контрольної роботи.

## Урок 14. Аналіз тематичної роботи.

**Мета.** Проаналізувати виконання письмової роботи; здійснити корекцію знань і вмінь учнів із вивчених тем.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися розпізнавати числові вирази і вирази зі змінними, цілі вирази й одночлени, тотожні вирази; наводити приклади зазначених виразів; формулювати означення одночлена і степеня з натуральним показником; формулювати, записувати й обґрунтовувати властивості степеня з натуральним показником; розв'язувати вправи, що передбачають обчислення значень виразів зі змінними і зведення одночлена до стандартного вигляду.

**Методичні вказівки**

Можна розглянути деякі задачі та вправи, у яких значна частина учнів припустилася помилок. Повторити теоретичні питання, недосконале знання яких призвело до помилок під час виконання попередньої роботи, перевірити вміння досліджувати ситуації, створювати математичні моделі, інтерпретувати та критично оцінювати результат.

Організувати роботу над помилками, визначивши із сильних учнів консультантів для тих, хто отримав низькі бали за першу письмову роботу.

1. Роздайте учням зошити з перевіреною роботою.

2. Запишіть на дошці максимальні бали за кожне правильно виконане завдання.

3. Поясніть, що ви виділили помилки, а також записали кількість балів, які заробив кожен учень.

4. Розгляньте завдання, у яких найбільша кількість учнів припустилася помилок, або запропонуйте заповнити корекційний бланк (Корекційний бланк №2) чи частину корекційних робіт із «Зошита моїх досягнень» учням, що не впоралися із завданням. Учитель може запропонувати учням у відповідному бланку заповнити рядки для тих завдань, у яких допущено помил-

ки, а потім ще й виконати аналогічні завдання з корекційної роботи (або й усю корекційну роботу). На цьому етапі важливо дізнатися, учень не брався до завдання, бо не встиг, чи не знав, як його виконати, а також чи усвідомив він свої помилки, чи може тепер виконати завдання правильно. На основі якісної роботи над помилками та виконання завдань корекційної роботи вчитель може скоригувати оцінку за тематичну роботу. Такий підхід дає змогу учнівству усвідомлено аналізувати та критично оцінювати виконані ними письмові роботи й навчатися на власних помилках.

6. Розв'яжіть з учнями завдання комбінованого характеру (що вимагають застосування знань кількох параграфів).

7. Розв'яжіть завдання з логічним навантаженням (ви можете взяти їх із рубрики «Цікаві задачі»).

Також можна організувати фронтальне опитування з використанням рубрики підручника «Запитання і завдання для самоконтролю».

**Робота з матеріалом підручника**

• *Для роботи вдома*: №54, 103, 156, 203.

## Урок 15. Многочлени

**Мета.** Ознайомити учнів із поняттями многочлена і його стандартного вигляду; показати місце многочленів серед цілих виразів.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися розпізнавати й наводити приклади одночленів; формулювати означення многочлена та подібних членів многочлена.

**Методичні вказівки**

Многочлени та їх перетворення – основна тема курсу «Алгебри» для 7 класу. Існують десятки означень многочлена – різних не тільки за формою, а й за змістом. Нині многочленом найчастіше називають суму кількох одночленів. Водночас розуміють, що, наприклад, $a - b - x$ сума одночленів $a$, $—b$ і $-x$. Іноді многочленом називають «алгебраїчний вираз», який складається з кількох одночленів, сполучених між собою знаками «+» або «—». Тут слово «алгебраїчний» зайве, бо кожний одночлен це алгебраїчний вираз. Наведені формулювання містять загальний недолік. Учні ще не знають, що можна розглядати суму з одного доданка, для них $3x$, $-a$, $x^3$ – не суми, отже, не многочлени. А в сучасній математиці й такі вирази вважаються многочленами.

Краще пояснювати так. Зауваживши, що одночлени можна додавати та віднімати і що сполучивши знаками «+» та «−» два чи більше одночленів, матимемо многочлен, слід наголосити, що й один одночлен уважається многочленом. Отже, многочленом називають будь-який одночлен або суму кількох одночленів.

Раніше вважали, що будь-який цілий вираз є або одночленом або многочленом. Таке трактування застаріле, воно неправильне з двох причин. По-перше, одночлен не слід протиставляти многочленам (або одночлен, або многочлен), бо одночлен – вид многочлена. По-друге, крім одночленів і многочленів існують цілі вирази, наприклад $a(x - y)$, $(a - 1)^2$, $(2x - 1)^3 - 1$, які не вважаються ні одночленами, ні многочленами.

Дехто міркує так. Вираз $a(x - y)$ можна вважати многочленом, бо його можна записати у вигляді $ax - ay$. Чи правильні такі міркування? Ні. Коли дотримуватися такого погляду, тоді, наприклад, вираз $5x$ можна було б вважати водночас і одночленом, і двочленом, і тричленом і т. д., бо його можна записати й таким чином: $2x + 3x$, $x + 7x - 3x$, $x + 2x - 3x + 5x$. Ось чому домовилися називати вирази відповідно до того, як їх записано, а не як можна записати.

Чи є многочленами $|x-3|$, $2|x|+5$ та інші подібні вирази з модулями? Ні, такі вирази не прийнято вважати раціональними, отже, вони – не многочлени.

Основне в цих темах – навчити учнів упевнено виконувати додавання, віднімання і множення многочленів. Для цього слід розв'язати достатню кількість тренувальних вправ.

До їх числа бажано включати і розв'язування нових видів рівнянь, у яких необхідні ті чи інші перетворення многочленів.

Вивчення теми слід починати з повторення таких понять: «одночлен», «одночлен стандартного вигляду», «коефіцієнт». На конкретних прикладах суми та різниці одночленів увести поняття «многочлен» («двочлен» і «тричлен»). Наголосити, що одночлен це окремий вид многочлена, показати місце многочленів серед цілих виразів.

Для кращого засвоєння змісту поняття «многочлен стандартного вигляду» учням можна запропонувати такий алгоритм.

1. Звести до стандартного вигляду кожний член многочлена.

2. Звести подібні члени, якщо такі є.

Щоб поняття «многочлен» не здавалось дітям надто абстрактним, відірваним від інших наук і практики, пропонуємо прикладні задачі №232–233, 240–243, 251–253, 255, розв'язки яких є многочленами.

**Робота з матеріалом підручника**

*Для роботи вдома*: § 6; №233, 235, 237, 242.

**Вказівки й розв'язання задач**

**231.** Дидактична гра для пар, спрямована на формування правильного уявлення про поняття степінь многочлена.

**234.** Розберіть з учнями перше завдання, зверніть увагу на те, що для зручності спільні доданки можна підкреслювати (бажано зі знаком, що стоїть перед ними). Під час розв'язування цього номера попросіть дітей обов'язково підкреслювати подібні доданки. Це допоможе на ранньому етапі виявити учнів, які не можуть знайти спільні доданки, і вчасно надати їм консультацію.

**237.** Запропонуйте учням додому завдання, умова якого сформульована англійською мовою. Зверніть увагу на те, що підказкою до перекладу є умова в завданні 236.

**238.** Завдання можуть виконувати групи із 4 учнів, які розподілять між собою підзавдання і працюватимуть за технологією «Килимок» (див. «Групові форми роботи на уроках математики» *https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/736049/1/Metoda%20Navch%20matematyky%2005-07-2023.pdf)*

**243.** Учням досить важко даються задачі, відповіддю до яких є вираз зі змінною, а не число. Запропонуйте виконати це завдання в парах, щоб учні могли обговорити свої думки й підтримати одне одного.

$25\,m + 20\,m + 50 = 45\,m + 50.$

Многочлен.

Якщо $m = 12$, то $45\,m + 50 = 45 \cdot 12 + 50 = 540 + 50 = 590.$

**246.** Для розв'язування цього завдання у групах учні можуть розподілити роботу так: І учень виконує завдання 1 та А, ІІ учень — 2 та Б, ІІІ учень — 3 та В, IV учень — 4 та Г. Потім учні в групі встановлюють відповідності. Якщо не виходить, то шукають помилки одне в одного.

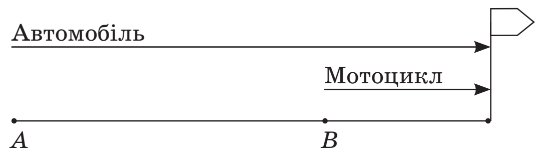
**253.** Перший велосипедист був у дорозі 0,5 год сам і ще 0,5 год – після початку руху другого велосипедиста, отже, загалом 1 год. Відповідно шлях, який він подолав, становить $v_1$ км. Другий велосипедист був у дорозі 0,5 год, отже, проїхав до зустрічі $0{,}5v_2$ км. Тоді відстань від міста до села становить: $S = v_1 + 0{,}5v_2$.

**254.** $V = (3a)^3 - (a^3 + 2a \cdot 2a \cdot a) = 27a^3 - a^3 - 4a^3 = 22a^3.$

$S = 4(3a)^2 + 2((3a)^2 - a^2) = 36a^2 + 16a^2 = 52a^2.$

**255.** Обидва учасники руху були в дорозі 1,5 год. За цей час автомобіль подолав $1{,}5v_1$ км, а мотоцикл – $1{,}5v_2$ км. Тож різниця пройденого шляху і є відстанню між містами $A$ і $B$:

$S = 1{,}5v_1 - 1{,}5v_2$ (мал. 2).




Мал. 2

**256.** *І спосіб*. Позначимо через $x$ об'єм, який заповнить за одну добу більша труба. Менша труба за добу наповнює водою один басейн. Якщо дві труби разом наповнюють басейн за чверть доби, то за одну добу вони наповнять у чотири рази більше, тобто 4 басейни. Тоді маємо рівняння: $x + 1 = 4$, звідси $x = 3$, тобто більша труба за добу заповнить 3 басейни. Отже, 1 басейн вона заповнить за третину доби, тобто за 8 год.

*ІІ спосіб*. Нехай більша труба заповнить увесь басейн за $x$ год. Тоді за 1 год заповниться $\frac{1}{x}$ частина басейну. Якщо 1 год працюватиме менша труба, буде заповнена $\frac{1}{24}$ частина басейну. Отже, за 1 год сумісної роботи дві труби заповнять $\frac{1}{x} + \frac{1}{24}$ частину басейну, що за умовою становить $\frac{1}{6}$ (чверть доби – 6год). Маємо рівняння: $\frac{1}{x} + \frac{1}{24} = \frac{1}{6}$, звідси $x = 8$(год).

**257.** $P_1 = 4(2a + a) = 12a;$

$P_2 = 4(a + c) - 4a + 4c.$

**260.** 5600 грн становлять 10 % вартості путівки. Тоді повна вартість путівки буде в 10 разів більшою — 56000 грн, або $5600 : 0{,}1 = 56000$ (грн).

## Уроки 16–17. Додавання і віднімання многочленів

**Мета.** Сформувати вміння додавати та віднімати многочлени; виробити й закріпити навички правил розкривання дужок.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися перетворювати суми і різниці двох многочленів у многочлен.

**Методичні вказівки**

Іноді пояснюють: «Щоб додати кілька многочленів, треба розкрити дужки і звести подібні члени». Такого правила не слід пропонувати. По-перше, воно не зрозуміле, бо невідомо, про які дужки йдеться. По-друге, воно не загальне, не обов'язкове, бо не завжди, додаючи многочлени, беруть їх у дужки. Якщо, додаючи многочлени

$a + x + p - x$, учень напише $a + x + p - x = a + p$, не розкриваючи ніяких дужок, то хіба це неправильно?

Краще пояснювати так. Щоб додати два многочлени, досить сполучити їх знаком «+». Це й буде сума. Якщо можна, то її спрощують. Далі слід розглянути окремі випадки, зокрема такий: «Додаючи, наприклад, многочлени $2a$ і $-x - y$, другий з них бажано взяти в дужки, а потім розкрити їх»:

$2a + (-x - y) = 2a - x - y$.

Таке пояснення не тільки коректне й доступне для учнів. Воно звільняє їх від заучування й готує до правильного розуміння наступних тем. Згодом діти мають навчитися, як додавати будь-які вирази: цілі, дробові, раціональні, тригонометричні та ін. Було б нераціонально кожного разу пропонувати правило: «Щоб до цілого виразу додати дріб...», «Щоб додати два ірраціональні вирази...» тощо. Краще дати загальне правило: «Щоб додати два чи більше будь-які вирази, досить сполучити їх знаками «+»».

Теоретичний матеріал доречно викласти за підручником, звернувши увагу учнів на зведення суми і різниці многочленів до стандартного вигляду. Правила розкривання дужок відомі учням із 6 класу, але щоб уникнути значної кількості помилок, бажано повторити їх під час виконання усних вправ.

Розкрийте дужки:

а) $m + (m - n)$; б) $x - (z + x)$; в) $(m + n) + (m - n)$;
г) $5 - (x + 1)$; ґ) $a + (1 - 2a)$; д) $(z - x) - (z + x)$.

Слід звернути увагу на застосування вивченого матеріалу для обчислення значень виразів, розв'язування рівнянь і задач.

На другому уроці засвоєння теоретичного матеріалу радимо перевірити знання за допомогою запитань із рубрики «Перевір себе» та іншими.

- Чи існують цілі вирази, які не є многочленами?
- Які члени многочлена називаються подібними?
- Що називають степенем многочлена з однією змінною?
- Чи існує многочлен, що містить лише один член?
- Як розкрити дужки, перед якими стоїть знак «+»?
- Як розкрити дужки, перед якими стоїть знак «–»?

Уміння додавати й віднімати многочлени можна закріпити під час розв'язування вправ біля дошки з коментуванням.

Сильним учням можна дати індивідуальні завдання на картках. Наприклад.

**Картка 1**

**1.** Спростіть вираз:

а) $3c^2 - 5c^3 - (2c^3 + c^2 - 1)$;

б) $x^2 - (5x + 3) + (3x^2 - 5)$.

**2.** Розв'яжіть рівняння:

$-2x^2 + 7x - (8 - 3x^2) = x^2 - 1$.

**3.** Доведіть, що сума п'яти послідовних натуральних чисел завжди ділиться на 5.

**Робота з матеріалом підручника**

На першому уроці

*Для роботи вдома*: § 7; №266, 269, 272, 275.

На другому уроці

*Для роботи вдома*: § 7; №274, 278, 280, 282.

**Вказівки й розв'язання задач**

**267.** Запропонуйте парі учнів розподілити завдання, виконати їх, а потім перевірити одне одного. Відповіді кілька пар презентують класу й обговорюють. Основна увага звертається на зміну знаків другого многочлена під час віднімання.

**270.** Для того щоб закріпити вміння учнів розкривати дужки перед, якими стоїть мінус, пропонується дидактична гра для груп із 3 учнів. Один з учнів / одна з учениць записує многочлен, наприклад $2a - 3$, другий / друга – ще один, наприклад $3c - 2a$, а третій / третя записує їх різницю і спрощує вираз, $2a - 3 - (3c - 2a) = 2a - 3 - 3c + 2a = 4a - 3c - 3$. Потім учасники / учасниці обмінюються ролями, доки кожен не спробує себе в усіх ролях.

**277.** Це завдання доцільно пропонувати лише після номера 276, також слід надати можливість учням комунікувати в парах під час розв'язування цього завдання, бо зворот «значення на 2 більше за значення» є важким для деяких учнів.

Це завдання є підготовкою до розв'язування задач за допомогою рівнянь у майбутньому.

**285.** $BC + AB = p$, $AB = a$,

тоді $BC = p - a$.

$ED = BC - AF$, $AF = c$,

тоді $ED = (p - a) - c = p - a - c$.

$DC = AB - EF$, $EF - b$,

тоді $DC = a - b$.

**286.** а) Якщо розкрити дужки і звести подібні доданки, то одержимо вираз $x^6 + 3x^2 + 5$. Оскільки перші два доданки за будь-яких значень змінної невід'ємні, а третій – додатний, то вираз за будь-яких значень змінної є додатнім.

**288.** Це завдання вимагає розв'язування 4 рівнянь окремо, а потім встановлення відповідності між рівняннями та їх розв'язками. Його можуть виконувати групи із 4 учнів. У такому випадку кожен розв'язує своє рівняння, але може консультуватися з одногрупниками. Потім отримані розв'язки зіставляються із заданими в другому стовпчику. Якщо відповідного розв'язку в стовпчику немає, то учні шукають помилки.

**289.** а) Позначимо шуканий многочлен через $x$. Тоді його можна знайти як невідоме зменшуване: $x = (3 - a) + (8a^3 - 2a^2 + 7)$; $x = 8a^3 - 3a^2 + 10$.

**293.** а) $(7n + 21) - (10 - 4n) = 11n + 11$. Кожен доданок ділиться на 11, отже, і сума ділиться на 11.

в) $(12n - 5) - (5n - 9) = 7n + 4$.

**295.** б) $\overline{abc} + \overline{ac} = (100a + 10b + c) + (10a + c) = 110a + 10b + 2c.$

в) $\overline{xyz} - \overline{zxy} = (100x + 10y + z) - (100z + 10x + y) = 90z + 9y - 99z.$

**298.** а) $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca} = 10a + b + 10b + c + 10c + a = 11a + 11b + 11c.$

Кожен доданок ділиться на 11, отже, і сума ділиться на 11.

**300.** а) *I спосіб*. Якщо перше число позначити через $n$, то шість наступних будуть: $(n + 1)$, $(n + 2)$, $(n + 3)$, $(n + 4)$, $(n + 5)$, $(n + 6)$. Тоді їх сума дорівнюватиме $7n + 21$. Обидва доданки діляться на 7, отже, й сума ділиться на 7.

*II спосіб*. Якщо через $n$ позначити четверте число, тоді для суми одержимо такий вираз: $(n - 3) + (n - 2) + (n - 1) + n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) = 7n$. Очевидно, що число виду $7n$ ділиться на 7.

б) Нехай друге число дорівнює $n$. Тоді попереднє йому число буде $(n - 1)$, а два наступних — $(n + 1)$ та $(n + 2)$. Їх сума — це число виду $4n + 2$. Усі такі числа при діленні на 4 дають в остачі 2.

в) Позначимо друге число через $2n$, тоді попереднє йому парне число буде $(2n - 2)$, а наступне – $(2n + 2)$. Їх сума – це число виду $6n$, отже, ділиться на 6.

**303.** а) За основною властивістю пропорції маємо: $7x = 20$, звідси $x = 2\frac{6}{7}$.

б) За основною властивістю пропорції маємо: $x + 2 = 12$. Отже, невідомий член пропорції дорівнює 12.

в) Невідомим членом пропорції є число $3x$.
Отже, маємо: $6 \cdot 3x = 5 \cdot 0{,}9$;
$3x = 4{,}5 : 6$;
$3x = 0{,}75$.

## Урок 18. Множення многочлена на одночлен

**Мета.** Сформувати навички виконання тотожного перетворення добутку одночлена і многочлена в многочлен стандартного вигляду; навчити учнів застосовувати набуті вміння в нестандартних умовах.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися формулювати правила множення одночлена і многочлена; розв'язувати вправи, що передбачають перетворення добутку одночлена і многочлена.

**Методичні вказівки**

Оскільки одночлен є окремим видом многочлена, з теоретично можна було б не виокремлювати тему «Множення многочлена на одночлен». Однак із дидактичних міркувань її бажано виокремити, щоб істотно полегшити семикласникам вивчення досить важливої для них наступної теми.

Деякі методисти пропонують розглядати одночасно теми про множення многочленів і розкладання їх на множники. Теоретично це виправдано, бо йдеться про операції, що ґрунтуються на одних і тих самих тотожностях. Але з дидактичних міркувань цього робити не бажано. Можна, звичайно, під час ознайомлення з множенням одночленів і многочленів зауважити, що іноді доцільно здійснювати й перетворення виразів у протилежних напрямах. Але робити це доцільно тільки в пропедевтичному аспекті. Скасовувати розділ «Розкладання многочленів на множники» не варто.

Щоб зробити матеріал менш формальним, бажано пов'язувати, де це можливо, алгебраїчні тотожності з відомими учням геометричними співвідношеннями. Слід однак зауважити, що відповідні геометричні твердження мають вужчий зміст; вони правильні тільки для додатних значень змінних, алгебраїчні тотожності – для будь-яких. Почати можна з матеріалу, вміщеного в рубриці «Хочете знати ще більше?». Це дасть змогу краще зрозуміти й запам'ятати правило множення одночлена на многочлен. Якщо школярі не зможуть самостійно проілюструвати справедливість указаної тотожності, то можна поставити їм кілька питань.

- Яка фігура зображена на малюнку? З яких фігур вона складається?
- Як визначити площу всього прямокутника?
- Чому дорівнює площа кожного з менших прямокутників?
- Яке співвідношення між знайденими площами?

Можна запропонувати учням самостійно сформулювати правило множення одночлена на многочлен і виконати аналогічні вправи.

Корисно також показувати застосування правила множення многочленів до розв'язування рівнянь і задач на складання рівнянь тощо.

**Робота з матеріалом підручника**

*Для роботи вдома*: § 8; №311, 313, 315, 320.

**Вказівки й розв'язання задач**

**308.** Для того щоб учні надалі могли критично оцінювати отриманий результат, важливо, щоб вони розуміли, скільки доданків має утворитися внаслідок множення многочлена на одночлен. Це завдання діти можуть виконати в парах, обговорити відповідь і навести кілька прикладів.

**309.** Перші кроки учні можуть робити в парах, де вони будуть консультуватися і перевіряти одне одного. Учні виконують завдання самостійно й після кожного отриманого результату звіряються, обговорюють помилки, якщо такі є.

**323.** Розв'язування задачі потребує складання рівняння. Зазвичай семикласникам важко з першого разу скласти правильно рівняння до задачі. Саме тому на цьому етапі в рівні А пропонується готовий алгоритм, де навіть визначено, що саме позначити за $x$. Такий підхід дає змогу учням усвідомити сам алгоритм для складання рівняння до задачі.

**325.** Доцільно пропонувати цю задачу, якщо в учнів уже є досвід розв'язування задачі 323, у такому випадку вони вже ознайомилися з можливим алгоритмом. Але цього разу нема готового плану, зверніть увагу учнів саме на його створення. Плани різних груп можуть відрізнятися. Важливо, щоб усі групи озвучити свої плани й була змога їх обговорити. Лише після цього слід переходити до їх реалізації. Отримані відповіді також презентуються групами назагал.

Приклад. Нехай одна сторона прямокутника $x$, тоді друга – $4x$, а площа становитиме $4x^2$. За умовою, це на 24 см$^2$ менше ніж $4x(x + 3)$. Маємо рівняння: $4x(x + 3) = 4x^2 + 24$, звідси $12x = 24$; $x = 2$. Отже, довжини сторін прямокутника дорівнюють 2 см і 8 см.

**333.** б) $6x(2y^2 - (5x + y) \cdot 3y) + 3xy(2y + 30x) = 12xy^2 - 18xy(5x + y) + 6xy^2 + 90x^2y = 18xy^2 - 90x^2y - 18xy^2 + 90x^2y = 0$.

**339.** Якщо сину $x$ років, то батькові – $4x$. Три роки тому сину було $(x - 3)$, а батькові $(4x - 3)$, що, за умовою, у 5 разів більше ніж вік сина. Маємо рівняння: $5(x - 3) = 4x - 3$, звідси $x = 12$. Отже, сину тепер 12 років, а батькові – 48.

**340.** Нехай учневі $x$ років.

Тоді $x + 10 = 5(x - 10)$, звідси $x = 15$.

**341.** Нехай через $x$ днів у першій бочці бензину буде в три рази більше ніж у другій. За $x$ днів з першої бочки заберуть $12x$ л і в ній стане $(99 - 12x)$ л, а з другої бочки за $x$ днів заберуть $10x$ л і в ній стане $(57 - 10x)$ л. Маємо рівняння: $99 - 12x = 3(57 - 10x)$, звідси $99 - 12x = 177 - 30x$, $8x = 72$, $x = 4$.

**342.** Нехай кислоти потрібно перелити $x$ г. Тоді $84 - x = 2(12 + x)$, звідси $x = 20$.

**343.** а) Розкриємо в лівій частині дужки: $-4x^2 \cdot * + 4x^2 \cdot * = 2x^3 + 12x^4$. Тоді рівність буде виконуватися, якщо $-4x^2 \cdot * = 2x^3$ і $4x^2 \cdot * = 12x^4$, звідси шукані вирази можна знайти як невідомі множники: $2x^3 : (-4x^2) = -0{,}5x$ і $12x^4 : 4x^2 = 3x^2$.

**345.** $S_1 = (2a + c)b - 2mc = 2ab + bc - 2mc$;

$S_2 = a(2a + b) + b(a + b) + a^2 = 2a^2 + ab + ab + b^2 + a^2 = 3a^2 + 2ab + b^2$;

$S_3 = c - 2am$.

## Урок 19. Проєкт «Геометрична інтерпретація виразів зі змінними. Множення двочлена на двочлен»

**Мета.** Ознайомити учнів з правилом множення двочленів на основі геометричної інтерпретації.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні сформулювати правила множення двох двочленів.

**Методичні вказівки**

На сторінці підтримки підручника (посилання у QR-коді на початку підручника) *http://inform1.yakistosviti.com.ua/assets/media/matematika-7-klas/Algebra/7kl_Algebra_Proekty.pdf* міститься готовий набір проєктів для учнів. Учитель сам обирає, коли саме він буде пропонувати проєктну роботу і скільки на це відведе часу.

Але ми б радили все-таки другий і третій проєкти закласти в календарне планування, хоча деяким класам не знадобиться весь урок для їх виконання.

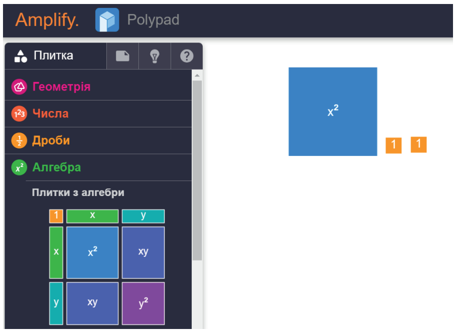
Проєкт 2 допоможе підвести учнів до правила множення многочлена на многочлен, а також посилить зв'язки між алгеброю та геометрією.

Цей проєкт створено за матеріалами вчительки математики в Bayside High School, викладачки методики навчання математики в Touro University, Нью-Йорк, співавторки американських підручників з математики Лариси Букалової.

Доцільно підготувати моделі прямокутників, якими можуть оперувати учні або забезпечити можливість скористатися ресурсом https://polypad.amplify.com/uk/p#algebra-tiles Робота над цим проєктом суттєво допомагає розвинути в учнів навички опрацювання ситуацій та моделювання.

**Завдання 4.** Зауважимо, що прямокутники (плитки) можна довільно розташовувати одна відносно іншої.

Зверніть увагу учнів на те, що значення площі й довжини сторін є лише додатнім. Коли мова йде про $-x$ або про $-1$, то розумітимемо це як те, що маємо забрати з поля плитку $x$ чи 1. Важливо, що всі плитки першої групи різних кольорів (наче кольорові моделі, які накладаються на поле). А от плитки другої групи всі рожеві, наче це дірки, які ми утворюємо на білому полотні.



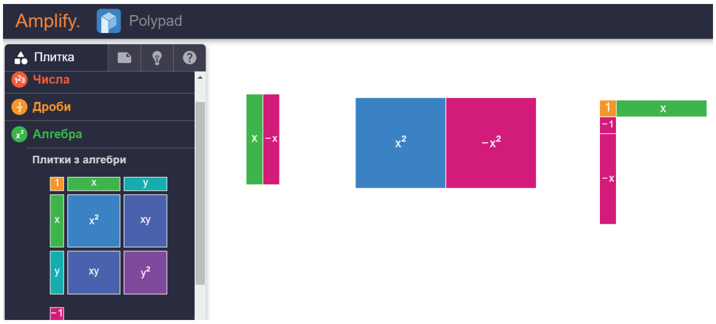

а)


в)

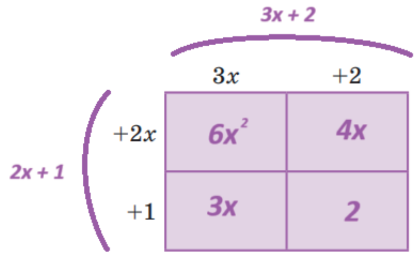
**Завдання 5.** Це завдання вимагає не лише навичок моделювання, а ще й варіативності. Обов'язково після його виконання потрібно обговорити різні варіанти відповідей.

а) Наведемо три з багатьох різних способів.

Зверніть увагу учнів на те, що, наприклад, на першому малюнку поруч з діркою $-x$ лежить зелена плитка $x$, яку можна накласти на дірку і в результаті її залатати.




**Завдання 6**




Ширина прямокутника $2x + 1$.

Довжина прямокутника $3x + 2$.

Площа прямокутника $(2x + 1)(3x + 2)$.

З іншого боку, площа великого прямокутника складається з 4 площ менших прямокутників. Тобто, площа прямокутника дорівнює:

$$6x^2 + 4x + 3x + 2.$$

Звідси випливає, що

$$(2x + 1)(3x + 2) = 6x^2 + 4x + 3x + 2.$$

Запропонуйте учням обговорити, як можна отримати з добутку такий вираз без використання прямокутників (послідовним попарним множенням членів многочлена).

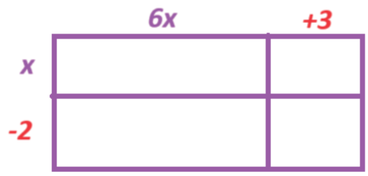
**Завдання 7.** Важливо зробити примітку перед розв'язуванням цього завдання. Учні мають розуміти, що значення площі й довжини відрізків є додатніми. У підзавданнях б), в) і г) йдеться не так про геометричну інтерпретацію, як про перенесення способу, що був отриманий на етапі розв'язування завдання а) на решту підзавдань.

б) $(-x - 1)(x + 5) = -x^2 - 5x - x - 5$.

Ще раз обговоріть з учнями, як можна було отримати з добутку такий вираз без використання прямокутників.

**Завдання 8.** Учні намагаються самостійно моделювати плитки для кожного з випадків.

а) $(x-2)(6x+3)$




Завдання 9, 10, 11 можна розглянути як у класі, так і запропонувати для домашньої роботи.

У підсумку важливо зазначити, що щоразу застосовувати геометричну інтерпретацію нераціонально, бо на це йде багато часу. Краще запам'ятати, що ми поступово перемножуємо множники.

$$(a+b)(c+d)=\boxed{ac}+\boxed{ad}+\boxed{bc}+\boxed{bd}$$

$$(a+b)(c+d)=\boxed{ac}+\boxed{bc}+\boxed{ad}+\boxed{bd}$$

**Робота з матеріалом підручника**

*Для роботи вдома*: § 9; №348, 349, 355, 357.

## Уроки 20–21. Множення многочленів

**Мета.** Ознайомити учнів із правилом множення многочленів і сформувати навички перетворення добутку двох або кількох многочленів у многочлен стандартного вигляду; навчити застосовувати набуті вміння для спрощення й обчислення значень виразів, розв'язування задач і рівнянь.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися формулювати правила множення двох многочленів; розв'язувати вправи, що передбачають перетворення добутку двох многочленів у многочлен.

**Методичні вказівки**

В учнів уже є певний досвід множення двочлена на двочлен після виконання проєктної роботи №2. Для актуалізації знань можна переглянути відео, наведене в підручнику, посилання на нього подано у QR-коді підручника на с. 67.

Загальне правило множення многочленів у підручнику сформульоване на основі тільки одного прикладу множення тричлена $a+b-c$ на двочлен $x+y$. Зрозуміло, що така аргументація недостатня, це не доведення. Строге обґрунтування правила множення многочленів семикласникам недоступне. Замість пропонованого прикладу можна розглянути будь-який інший, зазначивши, що які два многочлени не помножили б (користуючись розподільним законом множення), обов'язково дійшли б до такого самого правила множення многочленів.

Зрозуміло, що множити можна многочлени двома способами, які відповідають таким схемам:

$$(a+b+\ldots)(x+y+\ldots)=ax+bx+\ldots;$$

$$(a+b+\ldots)(x+y+\ldots)=ax+ay+\ldots.$$

Бажано (у пропедевтичному аспекті) під час вивчення множення многочленів запропонувати учням і кілька таких вправ, які згодом вони розв'язуватимуть за формулами скороченого множення. Тут їх слід виконувати на основі загального правила множення многочленів.

За підручником слід пояснити правило множення многочлена на многочлен. У слабших класах його можна зобразити схематично:

$(A+B)(\square+\bigcirc)=A\cdot\square+B\cdot\bigcirc+A\cdot\bigcirc+B\cdot\bigcirc.$

Кілька вправ учителеві бажано розв'язати біля дошки, звертаючи увагу на множення многочленів з від'ємними членами. Наприклад:

а) $(x-2)(x^2+3x+1)$; б) $(5n-c+7)(2-c)$.

**Робота з матеріалом підручника**

На першому уроці

*Для роботи вдома*: § 9; №361, 364, 366, тест на с. 74.

На другому уроці

*Для роботи вдома*: § 9; №368, 372, 374, самостійна робота на с. 73.

**Вказівки й розв'язання задач**

**358.** Дидактична гра для трьох. Один з гравців / одна з гравчинь записує двочлен, наприклад $3+4x$, другий / друга – ще один двочлен, наприклад $7-c$, третій / третя має їх перемножити, тобто записати $(3+4x)(7-c)$ і виконати дії. Гра триває доти, доки кожен з учнів побуває в ролі третього гравця.

**369.** Завдання буде досить легким для учнів, які виконували проєкт №2. Але воно дуже важливе саме для усвідомлення того, що правило множення многочлена на многочлен дає можливість перемножувати будь-які многочлени, зокрема й велику їх кількість. Тобто правило є загальним.

**370.** Завдання на моделювання. Не є важким для учнів, які виконували проєкт №2. Зверніть увагу, що на цей раз йдеться не про множення двочлена на двочлен, а про множення чотиричлена на двочлен.

Якщо діти не виконували проєкт №2, то завдання 369 і 370 важливо розглянути.

**375.** а) $(2x-3y)^2=(2x-3y)(2x-3y)=4x^2-6xy-$ $-6xy+9y^2=4x^2-12xy+9y^2$;

в) $(2a-1)^3=(2a-1)(2a-1)(2a-1)=$
$=(2a-1)(4a^2-2a-2a+1)=(2a-1)(4a^2-4a+1)=$
$=8a^3-8a^2+2a-4a^2+4a-1=8a^3-12a^2+6a-1.$

**380.** Учні в парах розв'язують завдання, консультуючись та обговорюючи ідеї.

**386.** Нехай кожен із чотирьох множників збільшимо на $x$. Тоді маємо рівняння:

$(11+x)(44+x)=(16+x)(32+x)$,

звідси

$484+11x+44x+x^2=512+16x+32x+x^2$;

$55x-48x=512-484$; $7x=28$; $x=4$.

**387.** Нехай шукане число – $x$.

Маємо рівняння: $(25-x)(51-x)=(31-x)=$ $=(40-x)$,

звідси $1275-25x-51x+x^2=1240-31x-40x+$ $+x^2$;

$76x-71x=1275-1240$; $5x=35$; $x=7$.

**388.** Фігура складається з прямокутника зі сторонами $2r$ і $3r$ та півкруга радіуса $r$. Отже, $S=2r\cdot 3r+0{,}5pr^2=6r^2+0{,}5pr^2$.

**390.** б) Можливий варіант: $30x^4y^9=5xy^7\cdot 6x^3y^2$.

Загалом, $30x^4y^0=ax^ny^m\cdot\dfrac{30}{a}x^{4-n}y^{9-m}$,

де $a$ – довільне ціле число; $n$ і $m$ – натуральні числа, $n\le 4$, $m\le 9$.

На початку другого уроку перевірте з учнями тестові завдання, які діти виконували вдома. А наприкінці уроку запропонуйте аналогічне тестування.

**Тестові завдання №2**
**Многочлени**

____________________________________________

____________________________________________

***Варіант I***

| Завдання | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Відповідь | | | | | | | | | | |

**1.** Який із виразів є многочленом?

**А** $(3x-4y)^3$ **Б** $3x^3:4y^3$ **В** $3x^3\cdot 4:y^3$ **Г** $3x^3+4y^3$

**2.** Запишіть у стандартному вигляді многочлен $-x^2+x^4-6+2x+1+x^4+5+x^2$.

**А** $2x^4+2x$ **Б** $2x^4-2x$
**В** $-2x^4+2x$ **Г** $-2x^4-2x$

**3.** Знайдіть степінь многочлена $-0{,}8x^2+1{,}5x-6x^9+5x^6$.

**А** 1 **Б** 2 **В** 6 **Г** 9

**4.** Спростіть вираз $(5a+3b)-(4a+b)+(a-3b)$.

**А** $2a-b$ **Б** $—2a-b$ **В** $2a+b$ **Г** $—2a+b$

**5.** Виконайте множення $(x-2)(x+2)$.

**А** $x^2-4$ **Б** $x^2+4$ **В** $x^2-2$ **Г** $x^2+2$

**6.** Обчисліть значення многочлена $0{,}3x^3+0{,}7x^3$, якщо $x=0{,}3$.

**А** 0,27 **Б** 0,027 **В** 0,0027 **Г** 0,00027

**7.** За якого значення $x$ різниця многочленів $6x^4+7x+8$ і $6x^4-2x+8$ дорівнює 18?

**А** 2 **Б** –2 **В** 3 **Г** –3

**8.** Запишіть у вигляді двочлена число, яке від ділення на число $m$ дає частку 6 і остачу $r$.

**А** $6m-r$ **Б** $6m+r$ **В** $6r+m$ **Г** $6r-m$

**9.** Розв'яжіть рівняння $x(x-1)-x(x+4)-5$.

**А** 1 **Б** –1 **В** 2 **Г** –2

**10.** Який многочлен треба додати до многочлена $a^3-3a^2+1$, щоб одержати $a^3-2$?

**А** $3a^2-3$ **Б** $3a^2+3$ **В** $-3a^2-3$ **Г** $-3a^2+3$

**Тестові завдання №2**
**Многочлени**

______________________________________________

______________________________________________

***Варіант II***

| Завдання | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Відповідь | | | | | | | | | | |

**1.** Який із виразів є многочленом?

**А** $2x^2 - y^4$ **Б** $2 : x^2 \cdot y^4$ **В** $2x^2 : y^4$ **Г** $(2x + y)^4$

**2.** Запишіть у стандартному вигляді многочлен $x^3 - x^4 - 8 + 3x + 11 + x^4 - 3x - 3x^3$.

**А** $2x^3 + 3$ **Б** $2x^3 - 3$ **В** $-2x^3 + 3$ **Г** $-2x^3 - 3$

**3.** Знайдіть степінь многочлена $5x - 3,7x + 1,6x + x$.

**А** 5 **Б** 4 **В** 3 **Г** 1

**4.** Спростіть вираз $(4b - 2a) + (3a + 5b) - (8b - 2a)$.

**А** $3a - b$ **Б** $-3a - b$ **В** $3a + b$ **Г** $-3a + b$

**5.** Виконайте множення $(x - 3)(x + 3)$.

**А** $x^2 - 3$ **Б** $x^2 + 3$ **В** $x^2 - 9$ **Г** $x^2 + 9$

**6.** Обчисліть значення многочлена $1,3x^2 - 0,3x^2$, якщо $x = 0,02$.

**А** 0,4 **Б** 0,04 **В** 0,004 **Г** 0,0004

**7.** За якого значення $x$ сума многочленів $3x^3 + 2x - 11$ і $3x^3 + 4x + 11$ дорівнює $-18$?

**А** 2 **Б** $-2$ **В** 3 **Г** $-3$

**8.** Запишіть у вигляді двочлена число, яке від ділення на число $n$ дає частку 9 і остачу г.

**А** $9n - r$ **Б** $9n + r$ **В** $9r + n$ **Г** $9r - n$

**9.** Розв'яжіть рівняння $x(2 - x) + x(x + 6) = -16$.

**А** 1 **Б** $-1$ **В** 2 **Г** $-2$

**10.** Який многочлен треба додати до многочлена $a^4 + 8a^2 - a$, щоб одержати $2a^4 - a$?

**А** $-a^4 - 8a^2$ **Б** $a^4 - 8a^2$ **В** $-a^4 + 8a^2$ **Г** $a^4 + 8a^2$

**Тестові завдання №2**
**Многочлени**

______________________________________________

______________________________________________

***Варіант III***

| Завдання | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Відповідь | | | | | | | | | | |

**1.** Який із виразів є многочленом?

**А** $x^2 \cdot 4 : y^2$ **Б** $x^2 : 4y^2$ **В** $(x - 4y)^2$ **Г** $x^2 - 4y^2$

**2.** Запишіть у стандартному вигляді многочлен $x^2 - x^3 + 12 - 7 - 2x^2 + x^3 + x - 5$.

**А** $x + x^2$ **Б** $x - x^2$ **В** $-x + x^2$ **Г** $-x - x^2$

**3.** Знайдіть степінь многочлена $-5,1x^8 + 6x^3 - x + 2,3x^2$.

**А** 1 **Б** 2 **В** 3 **Г** 8

**4.** Спростіть вираз $(6a + 11b) - (8a + 7b) + (a - 5b)$.

**А** $a - b$ **Б** $-a - b$ **В** $a + b$ **Г** $-a + b$

**5.** Виконайте множення $(2 - x)(x + 2)$.

**А** $4 - x^2$ **Б** $4 + x^2$ **В** $2 - x^2$ **Г** $2 + x^2$

**6.** Обчисліть значення многочлена $0,6x^2 + 0,4x^2$, якщо $x = 0,03$.

**А** 0,9 **Б** 0,09 **В** 0,009 **Г** 0,0009

**7.** За якого значення $x$ різниця многочленів $2x^4 - 5x - 19$ і $2x^4 + 7x - 19$ дорівнює $-24$?

**А** 2 **Б** $-2$ **В** 3 **Г** $-37$

**8.** Запишіть у вигляді двочлена число, яке від ділення на число $k$ дає частку 7 і остачу $r$.

**А** $7k - r$ **Б** $7k + r$ **В** $7r + k$ **Г** $7r - k$

**9.** Розв'яжіть рівняння $x(2x - 3) - 2x(x - 4) = 10$.

**А** 1 **Б** $-1$ **В** 2 **Г** $-2$

**10.** Який многочлен треба додати до многочлена $3a^3 - 5a + 4$, щоб одержати $2a^3 + 4$?

**А** $-a^3 - 5a$ **Б** $a^3 + 5a$ **В** $-a^3 + 5a$ **Г** $a^3 - 5a$

**Тестові завдання №2**
**Многочлени**

______________________________________________

______________________________________________

***Варіант IV***

| Завдання | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Відповідь | | | | | | | | | | |

**1.** Який із виразів є многочленом?
**А** $(x+y)^3$ **Б** $x^3 : y^3$ **В** $3 : x^3 - y^3$ **Г** $x^3 + y^3$

**2.** Запишіть у стандартному вигляді многочлен $x^3 + 3x^2 - 5 - x^3 + 2x^2 + 1 - 4x + 4$.
**А** $5x^2 + 4x$ **Б** $5x^2 - 4x$ **В** $-5x^2 + 4x$ **Г** $-5x^2 - 4x$

**3.** Знайдіть степінь многочлена $-7x^2 - x + 6x^9 - 5x^6$.
**А** 1 **Б** 2 **В** 6 **Г** 9

**4.** Спростіть вираз $(3b - 10a) + (6a + 7b) - (3b - 5a)$.
**А** $a - 7b$ **Б** $—a - 7b$ **В** $a + 7b$ **Г** $-a + 7b$

**5.** Виконайте множення $(3 - x)(x + 3)$.
**А** $9 - x^2$ **Б** $9 + x^2$ **В** $3 - x^2$ **Г** $3 + x^2$

**6.** Обчисліть значення многочлена $1{,}5x^3 - 0{,}5x^3$, якщо $x = 0{,}2$.
**А** 0,4 **Б** 0,04 **В** 0,004 **Г** 0,0004

**7.** За якого значення $x$ сума многочленів $7x^5 + 7x^3 + 10$ і $7x^5 - 4x^3 - 10$ дорівнює 24?
**А** 2 **Б** −2 **В** 3 **Г** −3

**8.** Запишіть у вигляді двочлена число, яке від ділення на число $p$ дає частку 8 і остачу $r$.
**А** $8p - r$ **Б** $8p + r$ **В** $8r + p$ **Г** $8r - p$

**9.** Розв'яжіть рівняння $3x(x + 1) - x(3x + 2) = 1$.
**А** 1 **Б** −1 **В** 2 **Г** −2

**10.** Який многочлен треба додати до многочлена $a^5 + 3a^3 - a$, щоб одержати $3a^3 - 2a$?
**А** $-a^5 - a$ **Б** $a^5 - a$ **В** $a^5 + a$ **Г** $-a^5 + a$

**Відповіді до тестових завдань**
**(с. 74 підручника)**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| б | в | а | б | г | в | б | а | в | в |

## Урок 22. Узагальнення і систематизація знань із теми «Многочлени»

**Мета.** Узагальнити та систематизувати знання з тем «Многочлени», «Додавання і віднімання многочленів», «Множення одночлена на многочлен», «Множення многочленів»; повторити й закріпити вміння та навички; підготуватися до контрольної роботи.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми діти повинні навчитися розпізнавати й наводити приклади многочленів; формулювати означення многочлена і подібних членів многочлена, правила множення одночлена і многочлена та двох многочленів; виконувати вправи, що передбачають перетворення добутку одночлена і многочлена, а також добутку двох многочленів у многочлен.

**Методичні вказівки**

Урок бажано розпочати з усних вправ, скориставшись завданнями з підручника чи іншими, дібраними для конкретного класу. Необхідно також розглянути розв'язання вправ, які викликали в учнів труднощі під час виконання домашнього завдання. І також можна провести аналіз над помилками, допущеними в тестових завданнях (якщо вони були запропоновані).

**Відповіді до самостійної роботи** (с. 73 підручника)

| Варіант | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| I | 8,37 | $2a^2 + a - 5$; $a - 1$; $a^4 + a^3 - 5a^2 - 2a + 6$ | 9 | 2 |
| II | 8,36 | $2n^2 - n - 3$; $-n - 1$; $n^4 - n^3 - 3n^2 + n + 2$ | $c^2$ | 4 |
| III | 6,84 | $3a^2 - a + 1$; $a^2 - a - 3$; $2a^4 - a^3 + 3a^2 - 2a - 2$ | $2p^2 - 4$ | 3 |
| IV | 11,61 | $2c^2 + 2c + 4$; $2c - 2$; $c^4 + 2c^3 + 4c^2 + 6c + 3$ | 0 | 2 |

Засвоєння теоретичного матеріалу можна перевірити під час фронтального опитування. Підбити підсумок попередніх уроків – шляхом узагальнюючого повторення.

Приведемо в систему все, що ми знаємо про вирази. Найпростіші вирази – одночлени. До них відносять числа, змінні, їх степені й добутки. Одночлен не містить знаків «+» і «—». Кілька одночленів, сполучених знаками «+» або «—», утворюють многочлен. Для зручності домовимося й одночлен уважати окремим видом многочленів. Щоб пригадати все це, накресліть схему (схема 2) і запишіть у ній конкретні приклади.

*Схема 2*

**Многочлени**

| Одночлени | Двочлени | Тричлени | Інші |
|---|---|---|---|
| $0,\ -\dfrac{3}{5},\ a,\ x^2$ | $a-b,\ 1-c^2$ | $x^2-5x+a$ | |

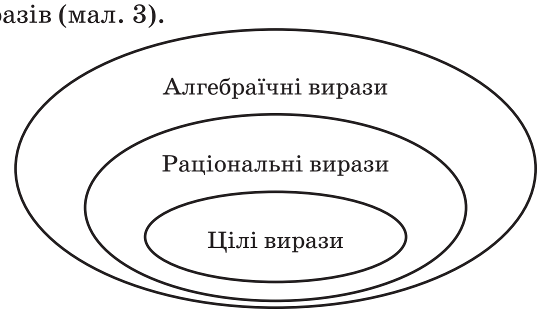
Кожний многочлен – цілий вираз. Чи існують цілі вирази, відмінні від многочленів? Наведіть приклади.

| | |
|---|---|
| Цілі вирази, які не є многочленами | $a(x-y),\ (a-3)^2$ |

У множині многочленів завжди виконують додавання, віднімання та множення, як і в множині цілих чисел.

А от ділення не завжди виконується: частка від ділення одного многочлена на другий не завжди є многочленом. Про це йтиметься у 8 класі.

Корисно проілюструвати схему розширення виразів (мал. 3).




Мал. 3

Також доцільно залучити учнів до перегляду додаткових матеріалів:

- Головне в розділі *https://vse.ee/cgbg*
- Історичні відомості *https://vse.ee/cgbf*
- Запитання для самоконтролю *https://vse.ee/cgbe*

Якщо самостійна робота на с. 73 була на домашнє завдання, то запропонуйте учням аналогічну самостійну роботу, розміщену в «Зошиті моїх досягнень», с. 10–11

Крім того, після самостійних робіт учитель може запропонувати учням:

1) роботу над помилками, яку зручно здійснити за допомогою відповідного бланку із «Зошита моїх досягнень» (Корекційний бланк 1 — бланк для роботи над помилками, допущеними в самостійних роботах роботах);

2) корекційну роботу, що за структурою і змістом є аналогічною до тієї, що пропонувалась учням.

Наприклад, учитель може запропонувати у відповідному бланку заповнити рядки для тих завдань, у яких були допущено помилки, а потім ще й виконати аналогічні завдання з корекційної роботи (або й всю корекційну роботу).

На основі якісної роботи над помилками та виконання завдань корекційної роботи вчитель може скоригувати оцінку за самостійну роботу. Такий підхід дає змогу учням усвідомлено аналізувати та критично оцінювати виконані ними письмові роботи й навчатися на власних помилках.

Для підготовки до тематичного оцінювання запропонуйте учням вдома виконати завдання з рубрики «Типові задачі до тематичного контролю» на с. 75.

## Урок 23. Тематична робота №2 (Розв'язування математичних задач)

**Мета**. Перевірити, як учні засвоїли теми «Многочлени», «Додавання і віднімання многочленів», «Множення одночлена на многочлен», «Множення многочленів»; повторити й закріпити набуті вміння та навички.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися розпізнавати й наводити приклади многочленів; формулювати означення многочлена і подібних членів многочлена, правила множення одночлена і многочлена та двох многочленів; виконувати вправи, що передбачають перетворення добутку одночлена і многочлена, а також добутку двох многочленів у многочлен.

**Методичні вказівки**

На початку уроку вчитель може запропонувати проаналізувати домашнє завдання або надати ключі до нього.

**Відповіді до типових задач до контрольної роботи №3** (с. 75 підручника)

| 1° | 3° | 5* | 6' | 7* | 8 |
|---|---|---|---|---|---|
| а) 14,58;<br>б) 0,3 | а) $2n^2 - 2n + 2$;<br>$-2n - 4$;<br>б) $8x^2 + y^2 - 2y$;<br>$-2x^2 - 4xy + y^2 + 2y$ | а) $2x^3 + 2x^2y$;<br>б) $a^3 - 8b^3$ | а) $5x^3$:<br>б) $6a^3 - 9a^2 + 6a$;<br>в) $-1$ | а) $x = 3$;<br>б) $y = -2$ | 72 км |

Бал, отриманий кожним учнем, має відображати реальні досягнення в опануванні ним конкретної теми і супроводжуватися коментарями вчителя щодо можливостей покращення успіхів учнів.

Учням можуть пропонуватися різні види тематичних робіт: усне опитування, комп'ютерне тестування, письмові роботи. Водночас треба обов'язково враховувати індивідуальні особливості учнів та їх навчальну діяльність під час вивчення тем. Тестування можна проводити за допомогою індивідуальних тестів. Якщо є можливість, бажано створити банк відповідних завдань і проводити тестування за допомогою комп'ютера. Усне опитування й тестування можна проводити як на уроках, так і в позаурочний час, зручний для учнів і вчителя. Окремі учні можуть бути звільненими від таких робіт.

Учитель наприкінці семестру має оцінити три групи результатів кожного учня. Другу групу результатів можна оцінити за допомогою тематичних робіт. А от першу і третю групи результатів пропонуємо оцінювати за допомогою коротких письмових робіт раз на чверть.

На цьому уроці пропонується робота, що орієнтована на оцінку групи «Розв'язування математичних задач» (друга група результатів). Завдання, аналогічні до поданих у підручнику, є в посібнику «Зошит моїх досягнень». Додаткові завдання в цій роботі є необов'язковим, але дають змогу учням заробити окремо оцінку.

Пропонуємо вчителю під час перевірки не лише залишати коментарі чи бали в роботі, а й роздрукувати для кожного учня бланк, де зробити відповідні відмітки в таблиці. Таке додаткове формувальне оцінювання письмової роботи допоможе детальніше інформувати батьків і самого учня щодо успіхів у математиці.

Тобто після перевірки роботи вчитель заповнює таблицю (див. нижче) для кожного учня. Вибирає один із чотирьох стовпчиків до кожного завдання і ставить у ньому галочку (чи інший символ).

**Тематичне оцінювання №2**
**Оцінювання групи результатів «Многочлени»**

**Прізвище, ім'я учня** ______________________________

| | Форма | Виконує правильно | Допускає незначні помилки | Допускає помилки | Не виконав / не виконала |
|---|---|---|---|---|---|
| **№1.** Запис многочлена у стандартному вигляді | Тест | | | | |
| **№2.** Знаходження значення виразу зі змінною за відомого значення змінної | | | | | |
| **№3.** Знаходження суми многочленів | | | | | |
| **№4.** Встановлення відповідності між тотожно рівними виразами | Відповідність | | | | |
| **№5.** Доведення тотожності | | | | | |
| **№6.** Спрощення виразу зі змінною та подальше знаходження його значення | | | | | |
| **№7.** Розв'язування рівняння | | | | | |
| **№8.** Доведення, що значення виразу не залежить від значення змінних, що входять до нього | | | | | |
| **Додаткове завдання** | | | | | |
| Доведення, що вираз зі змінною ділиться на задане число | | | | | |

Ми пропонуємо не задавати учням домашнє завдання після написання контрольної роботи.

## Урок 24. Аналіз тематичної роботи. Короткотривала робота (Опрацювання ситуації та створення математичних моделей, інтерпретація і критичний аналіз результатів)

**Мета.** Проаналізувати виконання учнями попередньої письмової роботи; здійснити корекцію їхніх знань і вмінь із вивчених тем.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися розпізнавати й наводити приклади многочленів; формулювати означення многочлена і подібних членів многочлена, правила множення одночлена і многочлена та двох многочленів; виконувати вправи, що передбачають перетворення добутку одночлена і многочлена, а також добутку двох многочленів у многочлен.

**Методичні вказівки**

Учитель з учнями може розглянути деякі задачі і вправи, в яких значна частина учнів припустилася помилок. Повторити теоретичні питання, недосконале знання яких призвело до помилок під час виконання попередньої роботи, перевірити вміння учнів досліджувати ситуації, створювати математичні моделі, інтерпретувати та критично оцінювати результат.

Організувати роботу учнів над помилками, визначивши із сильних учнів консультантів для тих, хто отримав низькі бали за першу письмову роботу.

1. Роздайте учням зошити з перевіреною роботою.

2. Запишіть на дошці максимальні бали за кожне правильно виконане завдання.

3. Поясніть, що ви виділили помилки, а також записали кількість балів, які заробив кожен учень.

4. Розгляньте завдання, у яких найбільша кількість учнів припустилася помилок або запропонуйте заповнити корекційний бланк (Корекційний бланк №2) або частини корекційних робіт у «Зошиті моїх досягнень». Дайте їх виконати учням, що не впоралися із завданням. Учитель може запропонувати дітям у відповідному бланку заповнити рядки для тих завдань, у яких було допущено помилки, а потім ще й виконати аналогічні завдання з корекційної роботи (або й усю роботу). На цьому етапі важливо дізнатися, учень не брався до завдання, бо не встиг, чи не знав, як виконати завдання, а також чи усвідомив він свої помилки, чи може тепер виконати завдання правильно. На основі якісної роботи над помилками та виконання завдань корекційної роботи вчитель може скоригувати оцінку за тематичну роботу. Такий підхід дає змогу учням усвідомлено аналізувати та критично оцінювати письмові роботи й навчатися на власних помилках.

6. Запропонуйте написати короткотривалу письмову роботу для оцінки першої і третьої груп результатів. Завдання для цієї роботи у двох варіантах містяться в посібнику для учнів «Зошит моїх досягнень». У кожній з таких робіт є 8 завдань: для оцінки першої і третьої групи. Учитель може визначати рівні досягнень учнів чи ставити дві оцінки учням (за кожну з груп окремо).

Учитель може самостійно розробити систему оцінювання трьох різних груп результатів і відповідні види робіт. Також доцільно організувати інші види контролю, зокрема фронтальне опитування учнів із використанням рубрики «Запитання і завдання для самоконтролю» підручника.

# Розділ 2. Розкладання многочленів на множники

Розкладання многочленів на множники — перетворення, протилежне до множення многочленів. Воно набагато важче від прямого перетворення, але дуже потрібне. Якби учні не вміли розкладати многочлени на множники, то не вміли б і перетворювати дробові вирази, розв'язувати багато видів рівнянь.

Розкладання многочленів на множники подібне до розкладання на множники натуральних чисел, тільки виконується за різними алгоритмами. До того ж учням не повідомляють поняття «незвідного многочлена», тому для них операція розкладання многочлена на множники неоднозначна. Наприклад, многочлен $2x^2 + ax - 4cx - 2ac$ можна подати у вигляді $(2x + a)(x - 2c)$, або $2(x + 0{,}5a)(x - 2c)$, або $2(2x + a)(0{,}5x - c)$ і т. п. Усе це різні розклади на множники одного й того самого многочлена.

Бажано розрізняти поняття «розкладання« і «розклад». Розкладання – процес, а розклад — результат цього процесу, вираз.

У цьому розділі також уводяться формули скороченого множення. Так називають тотожності, які дають змогу спрощувати множення простіших многочленів. Це частинні випадки формули бінома Ньютона і тотожності

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \ldots + ab^{n-2} + b^{n-1}).$$

Найважливішою з них, бо найчастіше використовується, є «різниця квадратів». Рідше використовується «куб двочлена». У формулах скороченого множення під $a$ і $b$ слід розуміти будь-які вирази (такі, що є смисл говорити про їх суму, добуток, квадрат). У 7 класі слід наголошувати, що замість $a$ і $b$ у формулу можна підставляти будь-які вирази, зокрема будь-які одночлени або многочлени.

Інколи деякі учні не розуміють, що замість однакових букв слід підставляти однакові вирази. Їм часто допомагають, наприклад, такі схеми:

$$(\square + \bigcirc)^2 = \square^2 + 2 \cdot \square \cdot \bigcirc + \bigcirc^2.$$

Кожна формула скороченого множення — це коротке формулювання відповідної теореми. Бажано хоча б на одному прикладі й доведення її подати у формі доведеним теореми.

**Теорема.** Які не були б вирази $a$ і $b$, завжди

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

*Доведення.* За означенням степеня,

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b).$$

За правилом множення многочленів:

$$(a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

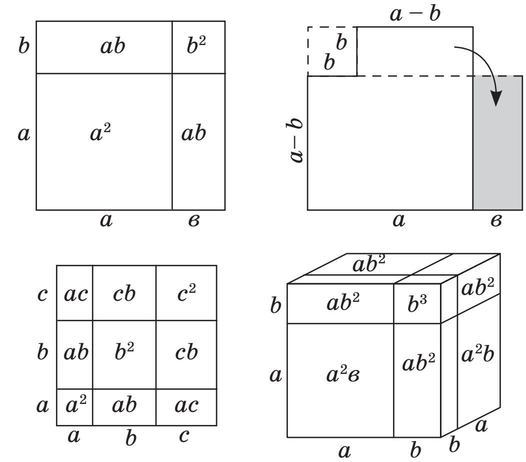
Отже, $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Якщо учні плутають поняття «квадрат різниці» і «різниця квадратів», то можна запропонувати їм записати в зошитах:

Різниця квадратів, $a^2 - b^2$ Два квадрати

Квадрат різниці $(a - b)^2$ Один квадрат

Якщо дозволяє час, корисно з'ясувати геометричний зміст важливіших формул скороченого множення.




Ці схеми відповідають тим випадкам, коли $a$, $b$, $c$ — додатні числа. Зміст формул значно багатший, вони правильні й тоді, коли $a$, $b$, $c$ — від'ємні числа або будь-які вирази.

Основне в цій темі — вироблення міцних навичок.

Вправи бажано урізноманітнювати. Зокрема, під час вивчення формул скороченого множення слід розв'язувати нові види рівнянь і доводити нові види тотожностей.

## Уроки 25–26. Винесення спільного множника за дужки

**Мета.** Розкрити зміст поняття «розкладання многочлена на множники». Ознайомити учнів з одним зі способів розкладання многочлена на множники — винесення спільного множника за дужки; навчити учнів виносити спільний множник за дужки у складніших випадках; показати застосування розкладання многочлена на множники до розв'язування рівнянь.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися розв'язувати вправи, що передбачають розкладання многочлена на множники способом винесення спільного множника за дужки та використання зазначених перетворень під час розв'язування рівнянь і доведення тверджень.

**Методичні вказівки**

Теоретичний матеріал слід викласти за підручником. Радимо звернути увагу учнів на такі питання.

**1.** Одночлен — це частинний випадок многочлена, тому в рівності

$15x^2 - 35xy = 5x(3x - 7y)$ вираз $5x(3x - 7y)$ є розкладом многочлена $15x^2 - 35xy$ на множники $5x$ і $3x - 7y$.

**2.** Щоб розкласти на множники многочлен, який містить великі числові коефіцієнти, потрібно кожен коефіцієнт розкласти на прості множники:

$$154a^3b^2 + 308a^2b^2 - 231a^2b =$$
$$= 2 \cdot 7 \cdot 11a^3b^2 + 2^2 \cdot 7 \cdot 11a^2b = 3 \cdot 7 \cdot 11a^2b =$$
$$= 7 \cdot 11a^2b(2ab + 4b - 3) = 77a^2b(2ab + 4b - 3).$$

**3.** Можна розкласти на множники вирази, що мають спільний многочленний множник, або такі множники, які відрізняються знаками. У цьому випадку потрібно використати формули:

$$a - b = —(b - a); (a - b)^2 = (b - a)^2.$$

$$x(x - y) + y(x - y) + 2(y - x) =$$
$$= x (x - y) + y(x - y) - 2(x - y) = (x - y)(x + y - 2).$$

**4.** Щоб переконатись, що розкладання многочлена на множники виконано правильно, слід перемножити отримані множники. У результаті має утворитися даний многочлен.

**5.** Розкладання виразів на множники використовують для розв'язування рівнянь. Наприклад, щоб розв'язати рівняння $2x^4 - 12x^3 + 18x^2 = 0$, його ліву частину розкладають на множники: $2x^2(x^2 - 6x + 9) = 0$, або $2x^2(x - 3)^3 = 0$.

Це рівняння має два корені: $x = 0$ і $x = 3$.

На другому уроці бажано перевірити засвоєння теоретичних знань за допомогою таких запитань.

1. Що означає «розкласти многочлен на множники»?
2. Як можна розкласти многочлен на множники?
3. На основі якого закону виконується винесення спільного множника за дужки?
4. Як переконатись, що розкладання многочлена на множники виконано правильно?

Доцільно організувати усне розв'язування вправ учнями. Для цього можна використати завдання з підручника або підготувати інші вправи. Вони можуть бути, наприклад, такими.

**1.** Розкласти многочлен на множники:
а) $5x - 10y$; г) $8x + 4x^2 - 2x^3$;
б) $x^3 - xy$; г) $-2cx - 10c^2$.
в) $12a + 6$;

**2.** Довести, що число $3^{12} + 3^{10}$ ділиться на 30.

**3.** Розв'язати рівняння $x^3 = x^2$.

Слід розглянути розкладання на множники виразів, що мають спільний двочленний вираз або протилежний йому. Виконання цих вправ підготує учнів до кращого засвоєння способу групування.

Розкладіть на множники вираз.

**1.** а) $a(x - y) + b(x - y)$;
б) $m(m - n) + n(m - n)$;
в) $2a(a + b) + 3b(a + b)$;
г) $x(2 + x) + y(x + 2)$.

**2.** а) $5(x - y) + y(y - x)$;
б) $x(a - b) - y(b - a)$;
в) $2x(a - b) + x^2(b - a)$;
г) $15a(y - x) - 3a^2(x - y)$.

Якщо є можливість, то бажано організувати навчальну діяльність учнів у робочих зошитах або провести навчальну самостійну роботу.

**Самостійна робота**

***Варіант І***

**1.** Винесіть за дужки спільний множник:
а) $45a^2 - 27a$; б) $12x^3 + 18x^2 - 30x$;
в) $14x^2y + 35xy$: г) $144x^5y^3 - 180x^4y^4$.

**2.** Розкладіть на множники вираз:
а) $2(a - b) + 3a(a - b)$;
б) $2(a - b) + 3a(a - b)$.

**3.** Обчисліть значення виразу
$2{,}3x - 2{,}5 \cdot 2{,}3 - 2{,}3y$, якщо $x = 12{,}9$; $y = 0{,}4$.

**4.** Розв'яжіть рівняння: $2x^3 - 1{,}4x^2 = 0$.

***Варіант ІІ***

**1.** Винесіть за дужки спільний множник:
а) $40x + 15x^2$; б)$15a - 20a^2 + 35a^3$;
в) $21ab^3 - 42a^2b$; г) $225a^3b^2 + 135a^4b^5$.

**2.** Розкладіть на множники вираз:

а) $7x(x + y) + 3(x + y)$;

б) $9a(a - b) - 15a^2(b - a)$.

**3.** Обчисліть значення виразу

$1{,}7a + 1{,}7b - 1{,}7 \cdot 5{,}9$, якщо $a = 13{,}7$; $b = 2{,}2$.

**4.** Розв’яжіть рівняння: $2{,}7x^2 + 3x^3 = 0$.

**Робота з матеріалом підручника**

На першому уроці

*Для роботи вдома*: § 10; №399, 401, 403, 405.

На другому уроці

*Для роботи вдома*: § 10; №407, 409, 411, 414.

**Вказівки і розв’язання задач**

**412.** Сума площ кожного прямокутника дорівнює площі прямокутника, що утворюється цими трьома прямокутниками

**416.** д) $6(m - n)^2 - m(n - m) =$

$=6(n - m)^2 — m(n - m) = 6(n - m)(n - 2m)$,

або

$6(m - n)^2 - m(n - m) =$

$= 6(m - n)^2 + m(m - n) = 6(m - n)(2m - n)$.

**417.** г) $x(a - b) + 3y(b - a) =$

$= x(a - b) - 3y(a - b) = (a - b)(x - 3y)$;

**419.** а) $(5x + 10)^2 = (5(x + 2))^2 =$

$= 5^2(x + 2)^2 = 25(x + 2)^2$;

д) $(-6a - 2ab)^4 = (-2a(3 + b))^4 = 16a^4(3 + b)^4$.

**420.** а) $(16y + 12)^2 = (4(4y + 3))^2 = 16(4y + 3)^2$.

д) $(-2x^3 + 4x^2)^4 = (-2x^2(x - 2))^4 =$

$= (-2x^2)^4(x - 2)^4 = 16x^3(x - 2)^4$.

**421.** а) Розкладемо на множники ліву частину:

$(1 - 4x)(3(1 - 4x) - 1) = 0$; $(1 - 4x)(2 - 12x) = 0$.

Добуток дорівнює нулю, якщо хоча б один із множників дорівнює нулю. Отже, $1 - 4x = 0$ або $2 - 12x = 0$.

Звідси $x = \dfrac{1}{4}$ або $x = \dfrac{1}{6}$.

**422.** б) $x^2 - 5x + 15 - 15 = 0$;

$x(x - 5) = 0$;

$x = 0$ або $x = 5$.

**425.** в) $7^{100} + 3 \cdot 7^{99} = 7^{97}(7^3 + 3 \cdot 7^2) =$

$= 7^{97}(343 + 147) = 7^{97} \cdot 490$;

**426.** в) $81^{32} - 9^{60} = 9^{62} - 9^{60} = 9^{58}(9^4 - 9^2) =$

$= 9^{58}(6561 - 81) = 9^{58} \cdot 6480$;

г) $37^{60} + 63 \cdot 37^{59} = 37^{59}(37 + 63) = 37^{59} \cdot 100$.

**427.** б) $a^m - a^{m-2} = a^m - a^m \cdot a^{-2} = a^m(1 - a^{-2})$;

е) $4x^{n+6} + 12x^{n+1} = 4x^{n+1}x^5 + 3 \cdot 4x^{n+1} =$

$= 4x^{n+1}(x^5 + 3)$;

є) $3^{2n+1} + 9^{n+2} = 3^{2n+1} + 3^{2(n+2)} =$

$= 3^{2n+1} + 3^{2n+1}3^2 = 3^{2n+1}(1 + 3^3) = 28 \cdot 3^{2n+1}$.

**429.** У слові 11 літер, тобто є 11 можливостей появи однієї літери.

а) У даному слові дві літери «ц». Отже, шанс витягти цю літеру — $\dfrac{2}{11}$.

б) У слові три літери «і». Отже, шанс витягти цю літеру дорівнює $\dfrac{3}{11}$.

в) Оскільки літера «я» тільки одна, то шанс її витягти становить $\dfrac{1}{11}$.

**430.** На екрані монітору задано відношення його сторін 16:10.

*19* см – *10*

$x$ см – *16*

$19 : x = 10 : 16$

$x = 19 \cdot 16 : 10$

$x = 30{,}4$ (см)

Відповідь: 30,4 см

## Уроки 27–28. Спосіб групування

**Мета.** Ознайомити учнів зі ще одним способом розкладання многочленів на множники: на конкретних прикладах продемонструвати можливі випадки та прийоми: сформувати в учнів уміння використовувати спосіб групування для розкладання многочлена на множники.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися виконувати вправи, що передбачають розкладання многочлена на множники способом групування та використання зазначених перетворень у процесі розв’язування рівнянь, доведення тверджень.

**Методичні вказівки**

Розкладання многочлена на множники способом групування з теоретичного погляду не є чимось новим. Це зводиться до винесення за дужки спільних многочленних множників. Але учням так робити значно важче, ніж виносити за дужки одночлен, бо спільні многочленні множники треба спочатку виявити і вичленити. Тому тут бажано слідкувати, щоб вправи ускладнювалися повільно: починати слід із розкладання на множники виразів вигляду $a(x + m) + b(x + m)$, від них переходити до виразів вигляду $ax + am + bx + bm$ і т. д. Щоб застосувати спосіб групування, іноді деякі члени многочлена слід подати у вигляді суми або різниці одночленів.

Оскільки учням може не відразу вдатися правильно згрупувати члени даного многочлена, то пояснення бажано починати з відомих прикладів (розглянути многочлени, в яких для групування не потрібно переставляти члени):

а) $a(x + y) + b(x + y) = (a + b)(x + y)$;

б) $ax + ay + bx + by = a(x + y) + b(x + y) =$

$= (a + b)(x + y)$.

Після цього їх можна поступово ускладнювати.

Треба розглянути многочлени, в яких для групування потрібно змінити порядок членів.

Складніші випадки варто пропонувати в тому разі, коли учні зрозуміють суть даного способу. Зокрема, можна розглянути розкладання на множники многочленів виду $x^2 + px + q$. подавши спочатку їх деякі члени у вигляді суми або різниці:

$$x^2 + 5x + 4 = x^2 + x + 4x + 4 = x(x + 1) + 4(x + 1) =$$
$$= (x + 1)(x + 4);$$

$$x^2 + x - 6 = x^2 + 3x - 2x - 6 = x(x + 3) - 2(x + 3) =$$
$$= (x - 2)(x + 3);$$

$$x^2 + 5x + 4 = 5x^2 - 4x^2 + 5x + 4 =$$
$$= 5x(x + 1) - 4(x^2 - 1) = 5x(x + 1) - 4(x - 1)(x + 1) =$$
$$= (x + 1)(5x - 4x + 4) = (x + 1)(x^2 + 4).$$

За наявності вільного часу можна провести навчальну самостійну роботу.

**Самостійна робота**

| **Варіант I** | **Варіант II** |
|---|---|
| **1.** *Розкладіть на множники многочлени:* | |
| а) $3x^2 — 3xy + 5x - 5y$; | а) $7x - 9xy + 7y - 9x^2$; |
| б) $2a + b - ab - 2$. | б) $ab + c - a - bc$. |
| **2.** *Обчисліть значення виразу:* | |
| $y^5 - 7y^4 - y^3 + 7y^2$,<br>якщо $y = 7$. | $5y^2 - y^3 - 5y^4 + y^5$,<br>якщо $y = 5$. |
| **3.** *Розв'яжіть рівняння:* | |
| $5 - m = m^3 - 5m^2$. | $n^4 - 3n^3 = 3 - n$. |

**Роботу з матеріалом підручника**

На першому уроці

*Для роботи вдома*: § 11; №439, 443, 445, 447.

На другому уроці

*Для роботи вдома*: § 11; №449, 451, 455, 457.

**Вказівки і розв'язання задач**

**435.** Запропонуйте декільком учням розкласти на множими вираз. Кожен наступний учень не повторює спосіб попереднього.

**436.** Так.

**437.** В другій дужці має бути тричлен. Запропонуйте учням в парі обговорити допущену помилку. Потім декілька пар мають прокоментувати свої відповіді.

**452.** *Учень 1*

$$ax + ay - az + nx + ny - nz =$$
$$= (ax + nx) + (ay + ny) — (az + nz) =$$
$$= x(a + n) + (y(a + n) — z(a + n) = (a + n)(x + y - z);$$

*Учень 2*

$$a + b - 2 - ax - bx + 2x =$$
$$(a + b - 2) - (ax + bx - 2x) =$$
$$= (a + b - 2) - x(a + b - 2) = (a + b - 2)(1 - x).$$

**454.** Об'єднайте учнів у групи по 4. Всередині групи учні перерозподіляють завдання між собою, розв'язують їх, а потім обмінюються зошитами за годинниковою стрілкою, перевіряють роботи сусіда. Наприкінці підводять підсумки роботи в групі.

**455.** в) $x^4 - a^4 + a^3x - ax^3 + c^3x - ac^3 =$
$= (x^4 - ax^3) + (a^3x - a^4) + (c^3x - ax^3) =$
$= x^3(x - a) + a^3(x - a) + c^3(x - a) =$
$= (x - a)(x^3 + a^3 + c^3)$;

г) $a^3 - a^2 + x^3 - x^2 + a^2x + ax^2 =$
$= (a^3 + ax^2) + (a^2x + x^4) + (-a^2 - x^2) =$
$= x(a^2 + x^2) + x(a^2 + x^2) - (a^2 + x^2) =$
$= (a^2 + x^2)(a + x - 1)$.

**463.** б) $5^{10} \cdot 3^{15} - 5^8 \cdot 3^{16} + 5^{11} \cdot 3^{12} - 5^9 \cdot 3^{13} =$
$= (5^8 \cdot 3^{15} + 5^9 \cdot 3^{12}) \cdot 22$.

Оскільки 22 ділиться на 11, то й увесь добуток ділиться на 11.

в) $-7^{10} \cdot 2^{10} + 7^9 \cdot 2^{14} - 7^8 \cdot 2^{10} + 7^7 \cdot 2^{14} =$
$= 7^7 \cdot 2^{10}(-7^3 + 7^2 \cdot 2^4 - 7 + 2^4) = 7^7 \cdot 2^{10} \cdot 450$.

Оскільки 450 ділиться на 45, то й увесь добуток ділиться на 45.

**459.** а) $x^2 + 6x + 5 = x^2 + (5 + 1)x + 5 \cdot 1 =$
$= (x + 5)(x + 1)$;

**464.**

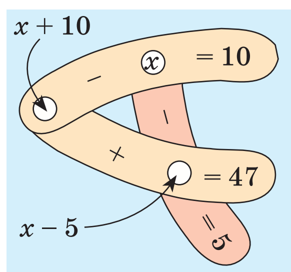
а) $a^2 + 3ab + 2b^2 =$
$= a^2 + (2b + b)a + 2b \cdot b - (a + 2b)(a + b)$.

**465.** а) Якщо у верхньому колі число $x$, то в лівому має бути $x + 10$, а в правому $x - 5$. Сума двох останніх чисел дорівнює 47, тому

$$x + 10 + x - 5 = 47.$$

Звідси $x = 21$.

Шукані числа: 21, 31 і 16.



## Урок 29. Проєкт «Виділення повного квадрата»

**Мета.** Наочно показати за допомогою геометричної інтерпретації, як можна виділити квадрат двочлена, підготувати до введення формули квадрата двочлена

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися моделювати за допомогою геометричних фігур виділяти повний квадрат.

**Методичні вказівки**

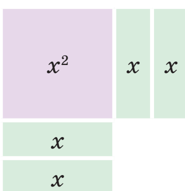
Перед вивченням теми квадрат двочлена учням можна запропонувати проєктну роботу на тему «Виділення повного квадрата», що розвине навички моделювання учнів. Вона може зайняти не весь урок, а лише його частину. Також вчитель може запропонувати виконати учням не всі завдання проєкту, а лише деякі з них.

Цей проєкт може бути запропонований як під час очного так і під час дистанційного навчання. Якщо навчання очне, то учням бажано мати кольорові олівці, папір в клітинку, а також бажано вчителю або учням напередодні заготувати паперові плитки для моделювання.

*Проєкт* 3. **Виділення повного квадрата**

(*За матеріалами Лариси Букалов, вчительки математики в Bayside High School, викладачки методики навчання математики в Touro University, Нью-Йорк, співавторки американських підручників з математики*)

1. Розглянь геометричну модель.



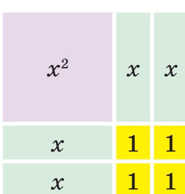

а) Запиши многочлен, змодельований за допомогою плиток.

б) На малюнку квадрат не є повним. Додамо ще 4 одиничних плитки, щоб доповнити квадрат.

*Відповіді*

а) $x^2 + 4x$

б)




в) Запиши площу доповненого квадрата як добуток його сторін.

г) Запиши площу квадрата як суму площ його частин.

ґ) Запиши відповідну рівність.

*Відповіді*

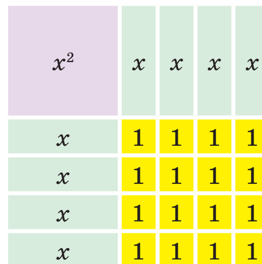
в) $(x + 2)(x + 2)$

г) $x^2 + 4x + 4$

ґ) записуючи рівність, попросіть в лівій стороні учнів записати площу як суму площ його частин.

$$x^2 + 4x + 4 = (x + 2)(x + 2).$$

2. Проаналізуй геометричну модель. Запиши відповідний многочлен. Доповни його до повного квадрата. Повтори кроки завдання 1 і запиши рівність.



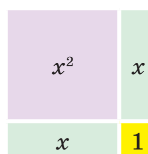

$(x + 4)(x + 4)$

$x^2 + 8x + 16$

записуючи рівність, попросіть в лівій стороні учнів записати площу як суму площ його частин.

$$x^2 + 8x + 16 = (x + 4)(x + 4)$$

3. Розглянь кожну з геометричних моделей. Запиши відповідний многочлен. За допомогою скількох одиничних плиток можна доповнити модель до повного квадрата? Повтори кроки завдання 1 і запиши рівність.

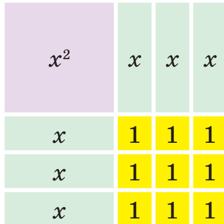



$(x + 1)(x + 1)$

$x^2 + 2x + 1$

записуючи рівність, попросіть в лівій стороні учнів записати площу як суму площ його частин.

$$x^2 + 2x + 4 = (x + 1)(x + 1).$$

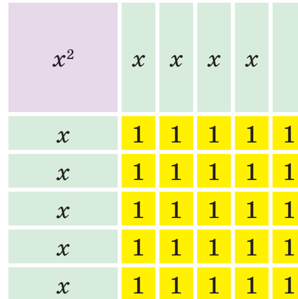



$(x + 3)(x + 3)$

$x^2 + 6x + 9$.

записуючи рівність, попросіть в лівій стороні учнів записати площу як суму площ його частин

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)(x + 3).$$




$(x + 5)(x + 5)$

$x^2 + 10x + 25$

записуючи рівність, попросіть в лівій стороні учнів записати площу як суму площ його частин

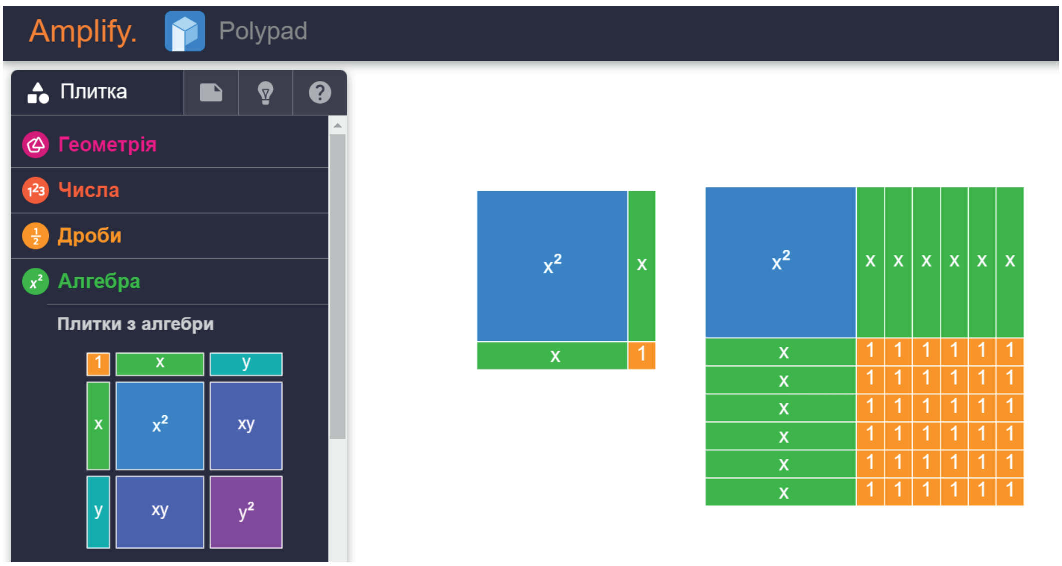
$x^2 + 10x + 25 = (x + 5)(x + 5)$.

$x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$.

**4.** За допомогою ресурсу https://polypad.amplify.com/uk/p#algebra-tiles змоделюй кожен із многочленів, додай одиничні плитки та доповни модель до повного квадрата. Запиши відповідні рівності.

а) $x^2 + 2x$;

б) $x^2 + 12\,x$.




**5.** Спробуй без моделювання дописати число, щоб утворився повний квадрат.

а) $x^2 + 20\,x$;

б) $x^2 + 44\,x$;

в) $x^2 - 8x$;

г) $x^2 + 5x$.

В залежності від рівня класу вчитель може пропонувати не всі 4 приклади, а лише перших 2.

$x^2 + 20x + 100 = (x + 10)(x + 10) = (x + 10)^2$

$x^2 + 44x + 484 = (x + 22)(x + 22) = (x + 22)^2$

$x^2 - 8x + 16 = (x - 4)(x - 4) = (x - 4)^2$

$x^2 - 5x + 6{,}25 = (x - 2{,}5)(x - 2{,}5) = (x - 2{,}5)^2$

Завдання 6 і 7, залежно від рівня класу, може пропонуватись пізніше або як домашнє завдання.

**6.** Виділи повний квадрат двома способами (за допомогою формули і за допомогою моделі).

$$x^2 + 4x - 8$$

$$x^2{+}4x - 8 = x^2 + 4x + 4 - 4 - 8 =$$
$$= (x^2 + 4x + 4) - 4 - 8 = (x + 2)(x + 2) - 12 =$$
$$= (x + 2)^2 - 12$$

**7.** Придумай декілька завдань, аналогічних до завдання 6, і запропонуй розв'язати їх своїм однокласникам/однокласницям.

Якщо 7 завдання було запропоноване як домашнє, то наступний урок доцільно почати з декількох таких завдань від учнів для їх однокласників. Можна організувати роботу в парах чи групах.

Також можна запропонувати для розв'язування номери 481 у класі та 482 вдома.

## Уроки 30–31. Квадрат двочлена

**Мета.** Вивести формулу квадрата двочлена; показати її застосування як формули скороченого множення; навчити учнів використовувати її під час розв'язування вправ.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися записувати й обґрунтовувати формулу квадрата двочлена і виконувати вправи, що передбачають використання цієї формули для розв'язування рівнянь, доведення тверджень тощо.

**Методичні вказівки**

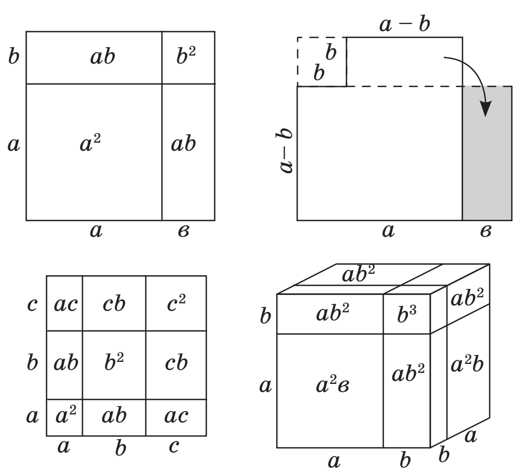
Доведення формули квадрата двочлена не викликає труднощів в учнів. На пропозицію вчителя два учні біля дошки знаходять квадрати двочленів $(a + b)$ і $(a - b)$:

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = \\ = a^2 + 2ab + b^2.$$

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - ab - ab + b^2 = \\ = a^2 - 2ab + b^2.$$

Учитель пропонує записати ці формули і запам'ятати їх.

Для кращого і свідомішого запам'ятовування бажано запропонувати учням геометричну інтерпретацію формул з коротким історичним екскурсом.




Формула «квадрат суми» була відома ще в школі Піфагора (580–500 рр. до н. е.). Її доводили з допомогою геометричних міркувань. Будували квадрат, сторони якого дорівнюють сумі відрізків $a$ і $b$. Через точки поділу відрізків проводили прямі, паралельні сторонам квадрата, і визначали площі утворених фігур. Очевидно, що площа квадрата дорівнює сумі площ двох квадратів і двох рівних прямокутників. Тому

$(a + b)^2 = a^2 + 2\,ab + b^2$.

На першому уроці бажано виконувати вправи на безпосереднє відтворення формул квадрата двочлена. На наступних уроках розглянути складніші завдання: спрощення виразів, доведення тотожностей (куб двочлена і квадрат тричлена), розв'язування рівнянь.

**Робота з матеріалом підручника**

На першому уроці

*Для роботи вдома*: § 12; №477, 479, 484, 486,

На другом у уроці

*Для роботи дома*: § 12; №488, 492, 494, 496.

**Вказівки і розв'язання задач**

**478.** Учні виконують завдання в парі, щоб мати змогу проконсультуватися один в одного та перевірити відповіді один одного.

**490.** Запропонуйте групі з 4 учнів обговорити способи розв'язування таких підзадач, а потім кожному/кожній виконати по одному такому завданню. Потім учні міняються зошитами і перевіряють один одного.

**495.** б) $(a + b)^2 + (a - b)^2 =$
$= a^2 + 2ab + b^2 + a^2 - 2ab + b^2 =$
$= 2a^2 + 2b^2 - 2(a^2 + b^2)$.

**502.** Запропонуйте групі з 4 учнів обговорити способи розв'язування таких підзадач, а потім виконати цей номер за технологією «Естафета». Учні кожної групи мають сидіти один за одним (тобто в одному ряду), щоб легко передавати аркуш один одному після виконання своєї частини роботи, поки завдання не закінчаться. Перший учасник розв'язує одне завдання на аркуші і підписує його. Після того як перший учасник завершив розв'язування свого завдання — він передає листок другому учаснику, щоб той розв'язав своє завдання, і т.д. Учасники можуть перевіряти і виправляти помилки в попередніх завданнях. Групи по 4 учні можуть змагатися, хто швидше правильно розв'яже більшу кількість завдань в цьому номері.

а) $11^2 = (10 + 1)^2 = 100 + 20 + 1 = 121$;

б) $99^2 = (100 - 1)^2 = 10000 - 200 + 1 = 9801$.

**510.** *I спосіб.*

$(a + b + c)^2 = (a + b + c)(a + b + c) =$
$= a^2 + ab + ac + ba + b^2 + bc + ca + cb + c^2 =$
$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$.

*II спосіб.*

$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc =$
$= a^2 + 2ab + b^2 + 2c(a + b) + c^2 =$
$= (a + b)^2 + 2(a + b)c + c^2 = (a + b + c)^2.$

**513.** Запропонуйте завдання учням виконати в групі, щоб вони могли обговорювати шляхи розв'язування та допомагати один одному.

**520.** а) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = x^3 + 3x^2 - 2;$
$3x = -3;$
$x = -1.$

**524.** а) Так; б) ні.

## Уроки 32–33. Різниця квадратів.

**Мета.** Вивести формулу скороченого множення суми двох виразів на їх різницю; ознайомити з формулою різниці квадратів: показати зв'язок цих формул з геометричними твердженнями та їх практичне застосування.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися записувати й обґрунтовувати формулу різниці квадратів і виконувати вправи, що передбачають використання цієї формули для розв'язування рівнянь, доведення тверджень тощо.

**Методичні вказівки**

Доцільно підібраними прикладами та питаннями треба створити умови, за яких учні самостійно виведуть необхідну формулу. Можна викликати до дошки трьох учнів для виконання множення многочленів.

а) $(x + 3)(x - 3)$;
б) $(y + 5)(y - 5)$;
в) $(4 + a)(4 — a)$.

Після виконання вправ звернутися до класу з такими запитаннями і завданнями.

- Який вираз є результатом множення цих многочленів?
- Скільки членів він містить?
- Чому дорівнює перший член цього виразу? А другий?
- Перемножте двочлени $(a + b)$ і $(a - b)$.
- Який висновок можна зробити?

Хтось з учнів записує на дошці формулу $(a + b)(a - b) = a^2 — b^2$, а вчитель на кількох складніших випадках показує її застосування:

$(7x + y)(7x - y) = (7x)^2 - (y)^2 = 49x^2 - y^2.$
$(x^3 + 2y)(x^3 - 2y) = (x^3)^2 - (2y)^2 = x^6 - 4y^2.$

Далі слід зазначити, що формулу потрібно пам'ятати і в зворотному порядку:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b).$$

У такому записі вона дає можливість подати різницю квадратів у вигляді добутку двочленів, тому її називають «різницею квадратів».

Особливу увагу потрібно звернути на читання цих формул. Це сприяє розвитку культури мови, допомагає краще запам'ятати формули, швидко перейти від словесного подання до формул і навпаки.

Після тренувальних вправ можна розглянути використання формул для усних обчислень:

$$42 \cdot 38 = (40 + 2)(40 - 2) = 1600 - 4 = 1596;$$

$$103 \cdot 97 = (100 + 3) \cdot (100 - 3) = 10000 - 9 = 9991;$$

$$11{,}7^2 \cdot 1{,}7^2 = (11{,}7 + 1{,}7)(11{,}7 - 1{,}7) = 13{,}4 \cdot 10 = 134.$$

Потрібно звернути увагу учнів на випадок $(a + b)(b - a)$. Щоб запобігти можливій помилці, бажано суму виразів записувати в тому порядку, в якому записана різниця:

$$(a + b)(b - a) = (b + a)(b - a) = b^2 - a^2.$$

Слід продовжити роботу з формування вмінь і навичок використання вивчених формул. Для цього треба усно виконати заздалегідь написані на дошці вправи.

| **Спростіть вираз:** | **Обчисліть:** |
|---|---|
| а) $(x + 5)(x - 5) - x^2$; | а) $8{,}3^2 - 7{,}3^2$; |
| б) $(2x + y)(2x - y) + y^{22}$; | б) $122^2 - 22^2$; |
| в) $1 — (1 - x^2)(1 + x^2)$; | в) $59^2 - 41^2$; |
| г) $a^2 + (3 + a)(a - 3)$. | г) $31 \cdot 29$. |

**Робота з матеріалом підручника**

На першому уроці

*Для роботи вдома*: § 13; №533, 535, 537, тест (ст. 103)

На другому уроці

*Для роботи вдома*: § 13; №540, 542, 544, самостійна робота (ст. 102)

**Вказівки і розв'язання задач**

**538.** Запропонуйте групі з 4 учнів обговорити способи розв'язування таких підзадач, а потім кожному/кожній виконати по одному такому завданню. Потім учні міняються зошитами і перевіряють один одного.

**545.** Об'єднайте учнів у групи по 4 учні/учениці. Запропонуйте виконати учням завдання за технологією «Передай папір». Учні в групі працюють над однією підзадачею, яку вони мають розв'язати разом, по черзі записуючи кроки розв'язання. Учні передають одне одному аркуш, поки задача повністю не буде розв'язана. Кожен учень робить записи своїм кольором (або підписує твердження, що ним були написані). Крім того, кожний учень, коли отримує аркуш, аналізує написане до нього і може вносити виправлення до розв'язання попередніх учнів. Оскільки в розв'язанні кожного з підзавдань 3 крок, а учнів у групі 4, то кожен з учнів щоразу виконуватиме різні кроки.

**547.** а) $(-3a+5x^2y)(3a+5x^2y)=$
$=(5x^2y-3a)(5x^2y+3a)=(5x^2y)^2-(3b)^2=$
$=25x^4y^2-9a^2.$

г) *I спосіб*. У других дужках винесемо «–» за дужки:

$$(-0{,}5ac+1{,}1c^2)(-0{,}5ac-1{,}1c^2)=$$
$$=-(1{,}1c^2-0{,}5ac)(1{,}1c^2+0{,}5ac)=$$
$$=-((1{,}1c^2)^2-(0{,}5ac)^2)=0{,}25a^2c^2-1{,}21c^4.$$

*II спосіб*. Винесемо «–» за дужки в обох дужках:

$$(-0{,}5ac+1{,}1c^2)(-0{,}5ac-1{,}1c^2)=$$
$$=(0{,}5ac-1{,}1c^2)(0{,}5ac+1{,}1c^2)=$$
$$=(0{,}5ac)^2-(1{,}1c^2)^2=0{,}25a^2c^2-1{,}21c^4.$$

**552.** в) $\underbrace{\underbrace{\underbrace{\underbrace{(a-b)(a+b)}_{a^2-b^2}(a^2+b^2)}_{a^4-b^4}(a^4+b^4)}_{a^8-b^8}(a^8+b^8)}_{a^{16}-b^{16}}\times$

$\times(a^{16}+b^{16})=a^{32}-b^{32}.$

**555.** б) $a^4b^4-(ab-c)(ab+c)(a^2b^2+c^2)=$
$=a^4b^4-(a^2b^2-c^2)(a^2b^2+c^2)=$
$=a^4b^4-a^4b^4+c^4=c^4.$

**557.** $2-1=1$. Отже, якщо домножити даний вираз на $(2-1)$, його значення не зміниться. Тоді, застосувавши кілька разів формулу різниці квадратів, одержимо $2^{32}-1-2^{32}=-1$.

**561.** Перепишемо рівність у вигляді:
$60^2=901^2-899^2.$
Тоді $60^2=(901-899)(901+899);$
$60^2=2\cdot1800;$
$60^2=3600$. Остання рівність є істинного.

**562.** Знайдемо різницю правої і лівої частин:

$$13^2+14^2-10^2-11^2-12^2=13^2-12^2+14^2-11^2-10^2=$$
$$=(13+12)(13-12)+(14+11)(14-11)-10^2=$$
$$=25\cdot1+25\cdot3-100=25\cdot4-100=0.$$

Отже, права частина дорівнює лівій.

**564.** а) $(n+5)^2-n^2=(n+5-n)(n+5+n)=$
$=5(2n+5);$

**565.** а) $(6n+1)^2-1=(6n+1-1)(6n+1+1)=$
$=6n(6n+2)=12n(3n+1).$

**567.** Спростимо ліву частину:
$(p^2+1)^2-(p^2-1)=$
$=(p^2+1+p^2-1)(p^2+1-p^2+1)=$
$=2p^2\cdot2=4p^2.$

**569.** Візьмемо два послідовних натуральних числа $n$ і $n+1$. Розглянемо різницю їх квадратів: $(n+1)^2-n^2=(n+1-n)(n+1+n)=2n+1.$

На початку другого уроку доцільно розглянути ключі до тестового завдання, що було запропоновано у якості домашнього завдання.

**Відповіді до тестових завдань** (с. 103 підручника)

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| в | а | б | б | г | б | в | в | б | а |

А також після цього можна запропонувати учням тестування

**Тестові завдання**
**Розкладання многочленів на множники**

__________________________________________

__________________________________________

***Варіант І***

| Завдання | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Відповідь | | | | | | | | | | |

**1.** Знайдіть спільний множник членів многочлена $10ay+15xy$.
а) $10y$; б) $5y$; в) $10a$; г) $5a$.

**2.** Який з наведених виразів є квадратом суми двох виразів:
а) $2a+2b$; б) $2(a+b)$; в) $a^2+b^2$; г) $(a+b)^2$?

**3.** Який з наведених виразів є кубом різниці двох виразів:
а) $3a-3b$; б) $3(a-b)$; в) $a^3 - b^3$; г) $(a-b)^3$?

**4.** Піднесіть до степеня $(3y+z)^2$.
а) $3y^2+2yz+z^2$; б) $3y^2+6yz+z^2$;
в) $9y^2+6yz+z^2$; г) $9y^2+2yz+z^2$.

**5.** Подайте вираз $x^3+3x^2+3x+1$ у вигляді степеня.
а) $x^3+1$; б) $(x+1)^3$; в) $x^3-1$; г) $(x-1)^3$.

**6.** Подайте у вигляді квадрата двочлена вираз $x^2+0{,}09y^2+0{,}6xy$.
а) $(0{,}3x+y)^2$; б) $0{,}3^2(x+y)^2$;
в) $(x+0{,}3y)^2$; г) $(0{,}6x+y)^2$.

**7.** Який числовий множник можна винести за дужки у виразі $60x^2+24x+48$:
а) 12; б) 14; в) 24; г) 28?

**8.** Яке число слід поставити замість зірочки, щоб рівність $(6x+9)^2=*(2x+3)^2$ стала тотожністю:
а) 2; б) 3; в) 4; г) 9?

**9.** На який вираз треба помножити суму $2a^3+3b^2$, щоб дістати різницю $4a^6-9b^4$:
а) $2a^3+3b^2$; б) $2a^3-3b^2$;
в) $2a^3\cdot3b^2$; г) $2a^6\cdot3b^4$?

**10.** Розв'яжіть рівняння $x^2+14x+49=0$.
а) 7; б) $-7$; в) 14; г) $-14$.

**Тестові завдання**
**Розкладання многочленів на множники**

______________________________________________

______________________________________________

***Варіант II***

| Завдання | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Відповідь | | | | | | | | | | |

**1.** Знайдіть спільний множник членів многочлена $12xy + 16xc$.

а) $12y$; б) $4y$; в) $12x$; г) $4x$.

**2.** Який з наведених виразів є сумою квадратів двох виразів:

а) $2a + 2b$; б) $2(a + b)$; в) $a^2 + b^2$; г) $(a + b)^2$?

**3.** Який з наведених виразів є різницею кубів двох виразів:

а) $3a - 3b$; б) $3(a - b)$; в) $a^3 - b^3$; г) $(a - b)^3$?

**4.** Піднесіть до степеня $(y + 4x)^2$.

а) $y^2 + 2yx + 4x^2$; б) $y^2 + 8yx + 4x^2$;
в) $y^2 + 8yx + 16x^2$; г) $9y^2 + 2yx + 18x^2$.

**5.** Подайте вираз $a^3 - 3a^2 + 3a - 1$ у вигляді степеня,

а) $a^3 + 1$; б) $(a + 1)^3$; в) $a^3 - 1$; г) $(a - 1)^3$.

**6.** Подайте у вигляді квадрата двочлена вираз $0,8xy + 0,16x^2 + y^2$.

а) $(0,4\,x + y)^2$; б) $0,4^2(x + y)^2$;
в) $(0,4x + y)^2$; г) $(0,8x + y)^2$.

**7.** Який числовий множник можна винести за дужки у виразі $169 + 26x + 39x^2$:

а) 12; б) 13; в) 14; г) 15?

**8.** Яке число слід поставити замість зірочки, щоб рівність $(4x + 8) = *(x + 2)^2$ стала тотожністю:

а) 2; б) 4; в) 16; г) 18?

**9.** На який вираз треба помножити суму $a^4 + 3b^2$, щоб дістати різницю $a^8 - 9b^4$:

а) $a^4 + 3b^2$; б) $a^4 - 3b^2$;
в) $a^4 \cdot 3b^2$; г) $a^4 \cdot 3b^4$?

**10.** Розв'яжіть рівняння $x^2 - 12x + 36 = 0$.

а) 6; б) −6; в) 12; г) −12.

**Тестові завдання**
**Розкладання многочленів на множники**

______________________________________________

______________________________________________

***Варіант III***

| Завдання | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Відповідь | | | | | | | | | | |

**1.** Знайдіть спільний множник членів многочлена $9ax + 18cy$.

а) $9x$; б) $18y$; в) $18a$; г) $9a$.

**2.** Який з наведених виразів є квадратом різниці двох виразів:

а) $2a - 2b$; б) $2(a - b)$;
в) $a^2 - b^2$; г) $(a - 5)^2$?

**3.** Який з наведених виразів є сумою кубів двох виразів:

а) $3a + 3b$; б) $3(a + b)$;
в) $a^3 + b^3$; г) $(a + b)^3$?

**4.** Піднесіть до степеня $(2x - z)^2$.

а) $2x^2 - 2xz + z^2$; б) $2x^2 - 4xz + z^2$;
в) $4x^2 - 2xz + z^2$; г) $4x^2 - 4xz + z^2$.

**5.** Подайте вираз $y^3 + 3y^2 + 3y + 1$ у вигляді степеня.

а) $y^3 + 1$; б) $(y + 1)^3$; в) $y^3 - 1$; г) $(y - 1)^3$.

**6.** Подайте у вигляді квадрата двочлена вираз $x^2 + 0,36y^2 - 0,12xy$.

а) $(0,6x - y)^2$; б) $0,6^2(x - y)^2$;
в) $(x - 0,6y)^2$; г) $(0,12x - y)^2$.

**7.** Який числовий множник можна винести за дужки у виразі $60x^2 + 25x + 55$:

а) 5; б) 10; в) 15; г) 25?

**8.** Яке число слід поставити замість зірочки, щоб рівність $(15x + 25)^2 = *(3x + 5)^2$ стала тотожністю:

а) 3; б) 5; в) 15; г) 25?

**9.** На який вираз треба помножити суму $2a^3 - b^5$, щоб дістати різницю $4a - b^5$:

а) $2a^3 + b^5$; б) $2a^3 - b^5$;
в) $2a^3 \cdot b^5$; г) $2a^6 \cdot b^5$?

**10.** Розв'яжіть рівняння $x^2 - 22x + 121 = 0$.

а) 11; б) −11; в) 22; г) −22.

**Тестові завдання**
**Розкладання многочленів на множники**

_______________________________________________

_______________________________________________

***Варіант IV***

| Завдання | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Відповідь | | | | | | | | | | |

**1.** Знайдіть спільний множник членів многочлена $25ax + 15xy$.
а) $15x$; б) $5x$; в) $15a$; г) $5a$.

**2.** Який з наведених виразів є різницею квадратів двох виразів:
а) $4a - 4b$; б) $4(a - b)$;
в) $a^2 — b^2$; г) $(a - b)^2$?

**3.** Який з наведених виразів є кубом суми двох виразів:
а) $9a + 9b$; б) $9(a + b)$;
в) $9a^3 + 9b^3$; г) $(a + b)^3$?

**4.** Піднесіть до степеня $(y - 3z)^2$.
а) $y^2 - 2yz + 3z^2$; б) $y^2 - 6yz + 3z^2$;
в) $y^2 - 2yz + 9z^2$; г) $y^2 - 6yz + 9z^2$.

**5.** Подайте вираз $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ у вигляді степеня,
а) $x^3 + 1$; б) $(x+ 1)^3$; в) $x^3 - 1$; г) $(x - 1)^3$.

**6.** Подайте у вигляді квадрата двочлена вираз $x^2 + 0{,}49y^2 - 0{,}14xy$.
а) $(0{,}7x - y)^2$; б) $0{,}7^2(x - y)^2$;
в) $(x - 0{,}7y)^2$; г) $(0{,}14x - y)^2$.

**7.** Який числовий множник можна винести за дужки у виразі $20x - 30x^2 + 40$:
а) 10; б) 15; в) 20; г) 25?

**8.** Яке число слід поставити замість зірочки, щоб рівність $(6x + 9)^2 = {*}(2x + 3)^2$ стала тотожністю:
а) 2; б) 3; в) 4; г) 9?

**9.** На який вираз треба помножити суму $a^4 - 3b^5$, щоб дістати різницю $a^8 - 9b^{10}$:
а) $a^4 - 3b^5$; б) $a^4 + 3b^5$;
в) $a^4 \cdot 3b^5$; г) $2a^4 \cdot 3b^5$?

**10.** Розв'яжіть рівняння $x^2 + 24x + 144 = 0$.
а) 12; б) −12; в) 24; г) −24.

## Урок 34. Розв'язування задач. Самостійна робота

**Мета.** Узагальнити та систематизувати знання, здобуті учнями під час вивчення тем «Винесення спільного множника за дужки», «Спосіб групування», «Квадрат двочлена», «Різниця квадратів»; повторити і закріпити набуті вміння та навички; перевірити, як учні уміють застосовувати теоретичний матеріал до розв'язування задач та вправ.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися записувати й обґрунтовувати формули квадрата двочлена і різниці квадратів, а також виконувати вправи, що передбачають розкладання многочлена на множники способом винесення спільного множника за дужки і способом групування, та використовувати зазначені перетворення під час розв'язування рівнянь і доведення тверджень.

**Методичні вказівки**

Урок бажано розпочати з усних вправ, скориставшись вправами з підручника чи іншими, підібраними для конкретного класу.

Також можна провести аналіз над помилками, що були допущені під час написанні тестових завдань на минутому уроці.

Доцільно розглянути розв'язування вправ, які викликали в учнів труднощі під час виконання домашнього завдання.

Якщо самостійна робота на ст. 102 була запропонована як домашня робота, то необхідно розглянути правильні відповіді

**Відповіді до самостійної роботи** (с. 102 підручника)

| Варіант | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | а) $x^2 + 6x + 9$;<br>б) $a^4 - 2a^2c + c^2$ | а) $3a\,(a - 3c)$<br>б) $(c+5)(x - y)$<br>в) $(3a - b)(3a + b)$ | $9b^2$ | а) $x = 0$, $x = 4$;<br>б) $x = 3$. |
| II | а) $m^2 - 10m + 25$;<br>б) $x^4 - 2x^2z + z^2$ | а) $2x\,(2x - y)$<br>б) $(a + 6x)(a - 3)$<br>в) $(2m - n)(2m + n)$ | $25c^2$ | а) $x = 0$, $x = 5$;<br>б) $x = -5$. |
| III | а) $9 - 6y + y^2$;<br>б) $a^2 - 2ax^3 + x^6$ | а) $5a\,(a + 2c)$<br>б) $(5 + x)(a - c)$<br>в) $(x - 5y)(x + 5y)$ | $16m^2$ | а) $x = 0$, $x = -12$;<br>б) $x = 2{,}9$. |
| IV | а) $49 - 14a + a^2$;<br>б) $t^2 - 2at^2 + a^2$ | а) $4n\,(n - 3)$<br>б) $(a + 7)(x - y)$<br>в) $(4m - p)(4m + p)$ | $16b^2$ | а) $x = 0$, $x = 16$;<br>б) $x = -6{,}5$. |

На цьому уроці вчитель також може організувати аналогічну самостійну роботу, що розміщена в Зошит моїх досягнень, ст. 18-19.

Якщо учням не було запропоновано такого роду завдання додому, можна провести самостійну роботу на уроці за допомогою завдань з підручника. Одразу повідомте, що учні роботу пишуть для себе, щоб розуміти, з якими завданнями впораються, а яким темам ще бажано додатково приділити увагу. Після того, як учні написали самостійну роботу на основі завдань з підручника, доцільно організувати взаємооцінювання. Учні обмінюються зошитами, виділяють помилки одне одного, обговорюють їх, потім повертають зошити. Учитель озвучує правильні відповіді, щоб учні мали змогу себе перевірити. Запитайте, чи потрібно розглянути якісь із цих завдань у класі?

**Робота з матеріалом підручника**

*Для роботи вдома*: § 10-13; №417, 459, типові завдання (ст. 104)

## Урок 35. Узагальнення і систематизація знань з теми «Розкладання многочлена на множники»

**Мета.** Узагальнити та систематизувати знання, здобуті учнями під час вивчення тем «Винесення спільного множника за дужки», «Спосіб групування», «Квадрат двочлена», «Різниця квадратів»; повторити і закріпити набуті вміння та навички; підготуватися до тематичного оцінювання.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися записувати й обґрунтовувати формули квадрата двочлена і різниці квадратів, а також виконувати вправи, що передбачають розкладання многочлена на множники способом винесення спільного множника за дужки і способом групування, та використовувати зазначені перетворення під час розв'язування рівнянь і доведення тверджень.

**Методичні вказівки**

Якщо учні на минулому уроці писали самостійну роботу, використовуючи Зошит моїх досягнень, то вчитель може запропонувати учням на цьому уроці:

1) зробити роботу над помилками, яку зручно здійснити за допомогою відповідного бланку з Зошиту моїх досягнень (Корекційний бланк 1 — бланк для роботи над помилками, що були допущені в самостійних роботах роботах);

2) написати корекційну роботу, що за структурою і змістом є аналогічною до тієї, що пропонувалась учням.

Наприклад, вчитель може запропонувати учням у відповідному бланку заповнити рядки для тих завдань, в яких були допущені помилки, а потім ще й виконати аналогічні завдання з корекційної роботи (або й всю корекційну роботу).

На основі якісної роботи над помилками та виконання завдань корекційної роботи вчитель може скорегувати оцінку за самостійну роботу.

Такий підхід дає змогу учням усвідомлено аналізувати та критично оцінювати виконані ними письмові роботи і навчатися на власних помилках.

Додому учням пропонувалось розв'язати завдання з рубрики «Типові задачі до тематичного контролю» на ст. 104. Розгляньте з учнями відповіді до завдань та проаналізуйте допущені помилки.

**Відповіді до типових завдань до контрольної роботи** (с. 104 підручника)

| 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|
| В | Г | Б |

| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|
| 1-Д<br>2-А<br>3-В | а) $6a^2(2a-3)$;<br>б) $(a+b)(5-b)$;<br>в) $(4x-5)(4x+5)$;<br>г) $(2-3a)(9a+2)$ | $-1{,}2$ | а) 940;<br>б) 12 | а) $-7$;<br>б) $-2$, 1, 2;<br>в) |

Додаткове завдання
$-0{,}2$

**Робота з матеріалом підручника**

*Для роботи вдома*: § 10-13; №420, 461, 498, 546.

## Урок 36. Тематична робота (Розв'язування математичних задач)

**Мета**. Перевірити, як учні засвоїли теми «Винесення спільного множника за дужки», «Спосіб групування», «Квадрат двочлена», «Різниця квадратів», як уміють застосовувати теоретичний матеріал до розв'язування задач та вправ.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися записувати й обґрунтовувати формули квадрата двочлена і різниці квадратів, а також виконувати вправи, що передбачають розкладання многочлена на множники способом винесення спільного множника за дужки і способом групування, та використовувати зазначені перетворення під час розв'язування рівнянь і доведення тверджень.

**Методичні вказівки**

Бал, отриманий кожним учнем, має відображати реальні досягнення в опануванні ним конкретної теми. Тематичний контроль бажано проводити комплексно: усне опитування, комп'ютерне тестування, письмові роботи. При цьому треба обов'язково враховувати індивідуальні особливості учнів та їх навчальну діяльність під час вивчення тем, що підлягають контролю. Тестування можна проводити за допомогою індивідуальних тестів. Якщо є можливість, бажано створити банк відповідних завдань і проводити тестування за допомогою комп'ютера. Усне опитування і тестування можна проводити як на уроках, так і в позаурочний час, зручний для учнів і вчителя. Окремі учні можуть бути звільненими від такого виду контролю.

На цьому уроці пропонується робота, що орієнтована на оцінку групи «Розв'язування математичних задач» (друга група результатів). Завдання, аналогічні до поданих у підручнику, містяться у посібнику «Зошит моїх досягнень». Додаткові завдання у цій роботі є необов'язковими і дають змогу учням заробити окремо додаткову оцінку.

Пропонуємо вчителю під час перевірки не лише залишати коментарі чи бали у роботі, а ще й роздрукувати для кожного учня бланк, де зробити відповідні відмітки у таблиці. Таке додаткове формувальне оцінювання письмової роботи допоможе детальніше інформувати батьків і самого учня щодо успіхів у математиці кожної дитини.

Тобто після перевірки роботи вчитель заповнює таблицю (див. нижче) для кожного учня. Вибирає один з чотирьох стовпчиків до кожного завдання і ставить у ньому галочку (чи інший символ).

Тематичне оцінювання на тему: **«Розкладання многочлена на множники»**
Оцінювання групи результатів: **Розв'язування математичних задач**

Прізвище, ім'я учня ______________________________

| | **Форма** | **Виконує правильно** | **Допускає незначні помилки** | **Допускає помилки** | **Не виконав/не виконала** |
|---|---|---|---|---|---|
| **№1.** Запис многочлена у вигляді степеня | тест | | | | |
| **№2.** Добір множника, щоб рівність була правильною | | | | | |
| **№3.** Знаходження значення виразу з 2 змінними | | | | | |
| **№4.** Встановлення відповідності між рівняннями та їх коренями | відповідність | | | | |
| **№5.** Розкладання виразу на множники | | | | | |
| **№6.** Спрощення виразу зі змінною та подальше знаходження його значення | | | | | |
| **№7.** Обчислення значення числового виразу | | | | | |
| **№8.** Знаходження коренів рівнянь | | | | | |
| **Додаткове завдання** | | | | | |
| Доведення, числової рівності | | | | | |

Ми пропонуємо не задавати учням домашнє завдання після написання контрольної роботи.

## Урок 37. Аналіз тематичної роботи.

**Мета.** Проаналізувати виконання учнями попередньої письмової роботи. Здійснити корекцію їхніх знань і вмінь з вивчених тем.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні мають відкоригувати свої знання й уміння розкладу многочленів на множники, виправивши поширені помилки.

**Методичні вказівки**

Вчитель з учнями можна розглянути деякі задачі і вправи, в яких значна частина учнів припустилася помилок.

Повторити теоретичні питання, недосконале знання яких призвело до помилок під час виконання попередньої роботи, перевірити вміння учнів досліджувати ситуації, створювати математичні моделі, інтерпретувати та критично оцінювати результат.

Можна організувати роботу учнів над помилками, визначивши з сильних учнів консультантів для тих, хто отримав низькі бали за першу письмову роботу.

1. Роздайте учням зошити з перевіреною роботою.

2. Запишіть на дошці максимальні бали за кожне виконане правильно завдання.

3. Поясніть, що ви виділили помилки, які були допущені учнями, а також записали кількість балів, що заробив кожен учень.

4. Розгляньте з учнями завдання з роботи, в яких найбільша кількість учнів припустилася помилок або запропонуйте заповнити корекційний бланк (Корекційний бланк №2) чи частини корекційних робіт запропоновані в Зошиті моїх досягнень. Запропонуйте їх виконати учням, що не впорались з завданням. Вчитель може запропонувати учням у відповідному бланку заповнити рядки для тих завдань, в яких були допущені помилки, а потім ще й виконати аналогічні завдання з корекційної роботи (або й всю корекційну роботу). На цьому етапі важливо дізнатися, учень не брався до завдання, бо не встиг чи не знав, як виконати завдання, а також чи усвідомив він допущені ним помилки, чи може тепер виконати завдання правильно.

На основі якісної роботи над помилками та виконання завдань корекційної роботи вчитель може скорегувати оцінку за тематичну роботу. Такий підхід дає змогу учням усвідомлено аналізувати та критично оцінювати виконані ними письмові роботи і навчатися на власних помилках.

5. Розв'яжіть з учнями завдання комбінованого характеру (що вимагають застосування знань з деяких параграфів).

6. Розв'яжіть завдання з логічним навантаженням (ви можете взяти їх з рубрики «Цікаві задачі»).

Також доцільно організувати інші види контролю, зокрема фронтальне опитування учнів з використанням рубрики «Запитань і завдань для самоконтролю» з підручника.

**Робота з підручником**

*Для роботи вдома*: § 10-13; №422, 463, 501, 550.

## Уроки 38–39. Різниця і сума кубів

**Мета.** Довести формули різниці та суми кубів двох виразів і навчити учнів застосовувати ці формули для розкладання многочленів на множники.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися записувати і обґрунтовувати формули різниці й суми кубів та використовувати зазначені перетворення для розкладання многочленів на множники, а також під час розв'язування рівнянь і доведення тверджень.

**Методичні вказівки**

Формули різниці та суми кубів двох виразів належать до формул скороченого множення, але як такі вони застосовуються рідко. Частіше й ефективніше їх використовують для розкладання многочленів на множники.

Щоб учні швидко і впевнено могли розпізнати серед інших двочленів різницю та суму кубів, бажано запропонувати їм підготовчі вправи.

**1.** Запишіть у вигляді кубу одночлена:

а) $27a^3$; б) $8a^3c^6$; в) $0{,}125y^9$; г) $x^{12}y^6$.

**2.** Запишіть у вигляді суми чи різниці кубів двох виразів:

а) $1 - 8y^3$; б) $a^6 + 27$; в) $0{,}064p^9 - 0{,}125$.

**3.** Запишіть у вигляді неповного квадрата суми чи різниці двох виразів:

а) $4 + 2c + c^2$; б) $9p^2 - 6pq + 4q^2$;
в) $1 + 4x^2 + 16x^4$.

**4.** Наведіть приклади суми чи різниці двох виразів та покажіть, як їх можна розкласти на множники.

При виконанні тренувальних вправ спочатку краще вимагати від учнів запису проміжних результатів. Це дасть змогу уникнути значної кількості помилок. Наприклад:

$$125x^6 + 8y^3 = (5x^2)^3 + (2y)^3 =$$
$$= (5x^2 + 2y) \cdot ((5x^2)^2 - 5x^2 \cdot 2y + (2y)^2) =$$
$$= (5x^2 + 2y) \cdot (25x^4 - 10x^2y + 4y^2).$$

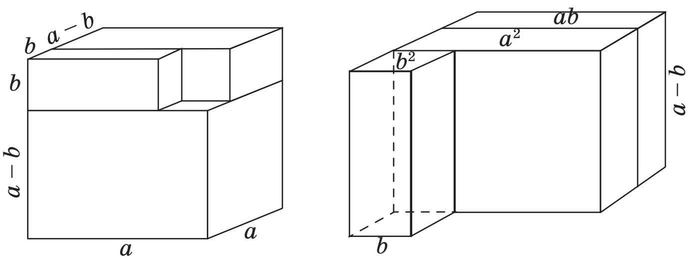
У сильніших класах можна запропонувати учням вивести формули різниці та суми кубів двох виразів іншим, відмінним від підручника, способом. Наприклад, так:

$$x^3 + y^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 - 3x^2y - 3xy^2 =$$
$$= (x + y)^3 - 3xy(x + y) = (x + y)(x^2 - xy + y^2).$$

Формулу «різниці кубів» можна одержати, якщо у формулі «сума кубів» замість $y$ скрізь написати $(-y)$. Кожну з цих формул (тільки для додатних значень змінних) можна вивести геометричним способом.

Якщо з куба із ребром $a$ вирізати куб з ребром $b$, то об'єм залишеного тіла можна визначити двома способами: він дорівнює $a^3 - b^3$ і водночас дорівнює сумі: $a^2(a - b) + ab(a - b) + b^2(a - b)$,

або $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$.




Однак такі питання слід розглядати тільки за умови, що учні засвоїли основний матеріал.

На початку другого уроку можна провести математичний диктант.

**Математичний диктант**

| **Варіант I** | **Варіант II** |
|---|---|
| **1.** Запишіть формулу: | |
| а) квадрата суми $a$ і $c$; | а) квадрата різниці $c$ і $d$; |
| б) різниці квадратів $m$ і $n$; | б) різниці кубів $m$ і $n$; |
| в) кубу різниці $a$ і $b$. | в) суми кубів $m$ і $n$. |
| **2.** Розкладіть на множники: | |
| а) $8 - y^3$; | а) $x^2 - 1$ |
| б) $p^2 - 6p + 9$; | б) $4 + 2c + c^2$; |
| в) $9x^2 - 1$; | в) $1 + 27a^3$; |
| г) $a^3 - 3a^2 + 3a - 1$ | г) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$. |

Учні обмінюються роботами і перевіряють їх. Кращі оцінки можуть бути виставлені в журнал спостережень. Учні, які допустили більше трьох помилок, повинні складати залік з теми «Формули скороченого множення».

За допомогою вправ з підручника відпрацьовуються вміння застосовувати формули суми та різниці кубів у нестандартних умовах.

**Робота з матеріалом підручника**

На першому уроці

*Для роботи вдома*: § 14; №583, 585, 587, 589.

На другому уроці

*Для роботи вдома*: § 14; №591, 593, 595, 597.

**Вказівки і розв'язання задач**

**584.** Доречно запропонувати завдання для виконання парі учнів з різним рівнем вмінь. Це забезпечить підтримку кожному учню, що цього потребує.

**592.** в) Застосувавши формулу різниці кубів, одержимо:

$$125x^3 - y^3 + 28y^3 - 61x^3 =$$
$$= 64x^3 + 27y^3 = (4x)^3 + (3y)^3.$$

При $x = \dfrac{3}{4}$, $y = 1\dfrac{2}{3}$ маємо:

$$\left(4\cdot\frac{3}{4}\right)^3 + \left(3\cdot\frac{5}{3}\right)^3 = 3^3 + 5^3 = 27 + 125 = 152.$$

**594.** а) $x^6 + 1 = 1$; $x^6 = 0$; $x = 0$;

**595.** а) $x^9 + 27 - 26 = 0$; $x^9 + 1 = 0$; $x = -1$.

г) $(x - 2)(x^3 + 8) = x(x^3 + 8)$;

$(x^3 + 8)(x - 2 - x) = 0$;

$x^3 + 8 = 0$; $x = -2$.

**598.** а) *I спосіб.*

$(a + 2)^3 - 8 = (a + 2)^3 - 2^3 =$

$= (a + 2 - 2)((a + 2)^2 + 2(a + 2) + 4) =$

$= a(a^2 + 4a + 4 + 2a + 4 + 4) = a(a^2 + 6a + 12)$.

*II спосіб.*

$(a + 2)^3 - 8 = (a^3 + 6a^2 + 12a + 8) - 8 =$

$= a(a^2 + 6a + 12)$.

**600.** а) $x^3 - y^3 - x + y =$

$= (x - y)(x^2 + xy + y^2) - (x - y) =$

$= (x - y)(x^2 + xy + y^2 - 1)$;

**601.** б) $a^3 - b^3 - a^2 - ab - b^2 =$

$= (a - b)(a^2 + ab + b^2) - (a^2 + ab + b^2) =$

$= (a^2 + ab + b^2)(a - b - 1)$.

**602.** б) $a^{3m-3} + b^{21} = (a^{m-1})^2 + (b^7)^3 =$

$= (a^{m-1} + b^7)(a^{2m-2} - a^{m-1}b^7 + b^{14})$.

**604.** б) $a^8 - b^8 = (a^2)^3 - (b^2)^3 =$

$= (a^2 - b^2)(a^4 + a^2b^2 + b^4) =$

$= (a^2 - b^2)(a^4 + 2a^2b^2 + b^4 - a^2b^2) =$

$= (a^2 - b^2)((a^2 + b^2)^2 - (ab)^2) =$

$= (a^2 - b^2)(a^2 + b^2 - ab) \cdot (a^2 + b^2 + ab)$.

**607.** $(n + 1)^3 - n^3 = (n + 1)^2 + n(n + 1) + n^2 =$

$= n^2 + 2n + 1 + n^2 + n + n^2 = 3n^2 + 3n + 1 =$

$= 3n(n + 1) + 1$.

З двох послідовних чисел $n$ і $n + 1$ одне обов'язково парне. Отже, число виду $3n(n + 1)$ ділиться на 6. Тоді число $3n(n + 1) + 1$ при діленні на 6 дає в остачі 2.

## Уроки 40-42. Застосування різних способів розкладання многочленів на множники

**Мета.** Навчити учнів розкладати на множники такі многочлени, для яких доводиться використовувати одразу кілька способів.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися виконувати вправи, що передбачають розкладання многочлена на множники способом винесення спільного множника за дужки, способом групування, з використанням формул скороченого множення, та застосовувати зазначені перетворення під час розв'язування рівнянь і доведення тверджень.

**Методичні вказівки**

Розпочати кожен з уроків цієї теми бажано з усних вправ, що спрямовані на повторення формул скороченого множення. Наприклад, вчитель може записати на дошці низку завдань.

Спростіть вирази.

**1.** а) $(x-3)(x+3)$;
б) $(2a+1)(2a-1)$;
в) $(x^2+y)(x^2-y)$.

**2.** а) $(a+c)(a+c)$;
б) $(x-y)(x-y)$;
в) $(2 - n^2)(2-n^2)$.

Після цього можна запропонувати учням записати на дошці формули скороченого множення у зворотному напрямку:

$$x^2-y^2=(x+y)(x-y);$$

$$x^2+2xy+y^2=(x+y)(x+y);$$

$$x^2-2xy+y^2=(x-y)(x-y);$$

$$x^3-3x^2y+3xy^2-y^3=(x-y)(x-y)(x-y);$$

$$x^3+3x^2y+3xy^2+y^3=(x+y)(x+y)(x+y)$$

Також можна запропонувати учням усно розв'язати такі вправи.

Розкладіть на множники.

**1.** а) $m^2-16$; б) $144-y2$; в) $a^2-c^2$.

**2.** а) $x^2-2x+1$;
б) $4a^2+4a+1$;
в) $y^2+6y+9$;
г) $25p^2-40pq+16q^3$.

**3.** б) $a^3+3a^2+3a+1$;
в) $x^3-3x^2+3x+1$;
г) $a^3-6a^2b+12ab^2-8b^3$.

На другому/третьому уроках для вироблення міцних навичок бажано пропонувати учням більше усних тренувальних вправ, наприклад, користуючись наперед заготовленою для кількох уроків таблицею.

| № | A | B | C |
|---|---|---|---|
| 1 | $a^2-x^2$ | $x^2+2xy+y^2$ | $a^3-x^3$ |
| 2 | $a^2n^2-1$ | $1-2m+m^2$ | $m^3-1$ |
| 3 | $9-a^2x^2$ | $a^2b^2+2ab+1$ | $8+x^3$ |
| 4 | $4x^2-y^2$ | $a^2b^2-2abx+x^2$ | $27n^3-c^3$ |
| 5 | $25-a^2x^4$ | $0{,}25x^4+x^2-1$ | $a^3x^3+x^3$ |
| 6 | $0{,}16-c^4a^2$ | $\frac{1}{9}c^2-2c+9$ | $a^6-8c^3$ |
| 7 | $4a^4-x^4$ | $0{,}36n^4-1{,}2n^2+1$ | $\frac{c^3}{8}+x^6y^3$ |

Учитель задає клітинку (наприклад, 3А), а викликаний учень, дивлячись на таблицю, дає відповідь: «$(3-ax)(3+ax)$». Таку таблицю можна використовувати на багатьох уроках. Піде на користь, навіть якщо учні одну і ту саму вправу виконають кілька разів.

У сильних класах на третьому уроці бажано звернути увагу на використання формули куба двочлена для розкладання многочленів певного виду на множники. З цією метою доцільно усно розв'язати, наприклад, такі вправи.

Розкладіть на множники:
а) $27+27c+9c^2+c^2$;
б) $a^3-3a^2+3a-1$;
в) $x^6+3x^4+3x^2+1$;
г) $8a^3-12a^2b+6ab^2 - b^3$.

Досі учні розкладали многочлени на множники, користуючись здебільшого тільки якимось одним способом: винесенням множника за дужки, групуванням або за формулою. У цьому параграфі пропонується синтезувати їх знання і вміння для розкладання на множники таких многочленів, коли доводиться послідовно користуватися кількома способами.

Опрацьовуючи тему, бажано довести з учнями кілька тотожностей способом розкладання многочленів на множники. При цьому корисно нагадати, що тотожності можна доводити по-різному. Наприклад, показати, що:

а) права частина тотожно дорівнює лівій:

б) ліва частина тотожно дорівнює правій;

в) різниця обох частин тотожно дорівнює нулю.

Доречно зазначити, що в 7 класі розглядаються тільки простіші вправи. А існують і такі многочлени, які складно розкладати на множники. Щоб учні зрозуміли, про що йдеться, можна запропонувати їм розкласти на множники, наприклад, многочлен $a^5+a+1$. Ймовірно, що ніхто з таким завданням не впорається. На наступному уроці вчитель може показати, як розв'язати задачу:

$$a^5 + a + 1 = a^5 + a^4 - a^4 + a^3 - a^3 + a^2 - a^2 + a + 1 =$$
$$= (a^5 + a^4 + a^3) - (a^4 + a^3 + a^2) + (a^2 + a + 1) =$$
$$(a^2 + a + 1)(a^3 - a^2 + 1).$$

Розпочати урок можна з актуалізації опорних знань учнів за допомогою фронтального опитування.

1. Що означає «розкласти многочлен на множники»?
2. Назвіть основні способи розкладання многочленів на множники.
3. У чому полягає суть винесення спільного множника за дужку?
4. У чому полягає суть способу групування?
5. Як розкласти на множники многочлен за допомогою формул скороченого множення?
6. Які формули скороченого множення ви знаєте?

На цей час учні мають добре знати основні способи розкладання многочленів на множники і вміти їх застосовувати до конкретних вправ.

Основне завдання цих уроків — навчити учнів використовувати різні способи в одному прикладі і правильно застосовувати їх.

Можна дати учням таке **правило-орієнтир**.

1. Винести спільний множник за дужки.
2. Якщо це двочлен, то перевірити, чи не є він різницею квадратів (кубів) чи сумою кубів.
3. Якщо це тричлен, то перевірити, чи не є він квадратом (кубом) двочлена.
4. Якщо многочлен містить членів більш ніж три, то треба спробувати згрупувати їх: а) по два: б) по три і до кожної групи застосувати пп. 1–3.

Вправи в підручнику розташовано в порядку зростання складності (двочлени, тричлени та ін.). Цього порядку бажано дотримуватися і під час розв'язування на уроці.

Щоб виробити в учнів відповідні навички, треба виконати з ними багато тренувальних вправ.

Для колективної роботи можна запропонувати складніші вправи.

Розкладіть на множники:

а) $x^3 + 2x^4 + 4x^2 + 2 + x$;

б) $a^4 - 6a^2c + 9c^2 - 36$;

в) $(2p + 5)^2 - 4 - 5p(5p + 4)$;

г) $a^3 - 12a^2 + 48a - 65$.

*Розв'язання.*

а) $x^3 + x + 2(x^4 + 2x^2 + 1) =$
$= x(x^2 + 1) + 2(x^2 + 1)^2 = (x^2 + 1)(x + 2x^2 + 2)$;

б) $(a^4 - 6a^2c + 9c^2) - 36 = (a^2 - 3c)^2 - 6^2 =$
$= (a^2 - 3c - 6)(a^2 - 3c + 6)$;

в) $((2p + 6)^2 - 2^2) - 5p(2p + 4) =$
$= (2p + 4)(2p + 8) - 5p(2p + 4) =$
$= (2p + 4)(2p + 8 - 5p) = (2p + 4)(8 - 3p)$;

г) $a(a^2 - 12a + 36) + 12a - 72 =$
$= a(a - 6)^2 + 12(a - 6) = (a - 6)(a^2 - 6a + 12)$.

Пояснюючи, які многочлени не можна розкласти на множники, вчителі нерідко допускають помилки, найчастіше — щодо виразу $a^2 + b^2$. Дехто каже, що «сума квадратів двох чисел на множники не розкладається». Але це неправильно, бо, наприклад, сума квадратів чисел 6 і 8 дорівнює 100, а це число на множники розкладається. І таких контрприкладів — безліч. Неправильно також стверджувати, що сума квадратів двох виразів на множники не розкладається. Бо, наприклад, сума квадратів двох виразів $2a^3$ і $6ax^2$ дорівнює $4a^2(a^4 + 9x^4)$.

Питання про те, які вирази не розкладаються на множники, досить складне, до того ж залежить від числової множини, над якою розглядається даний вираз. Наприклад, для семикласників вираз $a^2 - 3$ такий, що на множники не розкладається, а восьмикласники його розкладуть: $a^2 - 3 = \left(a - \sqrt{3}\right)\left(a + \sqrt{3}\right)$.

**Робота з матеріалом підручника**

На першому уроці

*Для роботи вдома*: § 15; №620, 622, 624, 626.

На другому уроці

*Для роботи вдома*: § 15; №628, 630, 632, 635.

На третьому уроці

*Для роботи вдома*: § 15; №637, 639, 641, 643.

**Вказівки і розв'язання задач**

**625.** Учні можуть виконувати завдання в парі. Наприклад перший учень/учениця виконують а) та в), а другий/друга — б) та г). Потім учні обмінюються зошитами і перевіряють роботи один одного.

**631.** в) $ax - a^2 + ax^2 - a^3 =$
$= a(x - a) + a(x - a)(x + a) =$
$= a(x - a)(1 + x + a)$.

**632.** г) $x^2 - 2xy + y^2 + x - y =$
$= (x - y)^2 + (x - y) =$
$= (x - y)(x - y + 1)$.

**633.** Наприклад, $a^6 - c^6$. Запропонуйте учням в парі записати якомога більше таких прикладі, а потім попросіть кожну з груп виписати по одному прикладу на дошці.

**634.** а) $\frac{1}{8}x - 2x^3 = 2x\left(\frac{1}{16} - x^2\right) = 2x\left(\frac{1}{4} - x\right)\left(\frac{1}{4} + x\right)$.

**639.** а) $x^3 + 2x^2 - acx - 2cx - cx^2 + ax^2 =$
$= (x^3 - cx^2) + (2x^2 - 2cx) + (ax^2 - acx) =$
$= x^2(x - c) + 2x(x - c) + ax(x - c) =$
$= x(x - c)(x + 2 + a)$.

**640.** в) $a^2 - 2ac + c^2 - x^2 - 2x - 1 =$
$= (a - c)^2 - (x + 1)^2 =$
$= (a - c - x - 1) \cdot (a - c + x + 1)$.

**645.** а) $y^2(y-2)-(y-2)=0$;
$(y-2)(y-1)(y+1)=0$.

Отже, рівняння має три корені: $y=2$, або $y=1$, або $y=-1$.

**647.** а) $(x+1)^2+(x-1)^2=6\left(\dfrac{x+1+x-1}{2}\right)^2$;

$2x^2+2=6+x^2$;
$x^2-4=0$;
$(x-2)(x+2)=0$.

Отже, маємо два розв'язки: $x=2$ та $x=-2$.

**649.** $(2n+1)^2-(2n-1)^2=$
$=(2n+1+2n-1)(2n+1-2n+1)=8n$.

**650.** $(2n-1)^2=4n^2-4n+1=4n(n-1)+1$. З двох чисел $n$ і $n-1$ одне обов'язково парне. Отже, число $4n(n-1)$ ділиться на 8.

**651.** а) $(x(x+2))^2=(5(x+2))^2$; $(x+2)^2(x^2-5^2)=$
$=0$; $(x+2)^2(x+5)(x-5)=0$.

Отже, рівняння має три корені: $x=-2$, $x=-5$ та $x=5$.

**653.** б) $a^4+4b^4=a^4+4a^2b^2+4b^4-4a^2b^2=$
$=(a^2+ab^2)^2-(2ab)^2=$
$=(a^2+2b^2-2ab)(a^2+2b^2+2ab)$;
в) $x^4+x^2+1=x^4+2x^2+1-x^2=$
$=(x^2+1)^2-x^2=(x^2+x+1)(x^2-x+1)$.

**654.** а) $(a-b)^2+(b-c)^3-(a-c)^3=$
$=((a-c)-(b-c))^3+(b-c)^3-(a-c)^3=$
$=(a-c)^3-3(a-c)^2(b-c)+3(a-c)(b-c)^2-$
$-(b-c)^3+(b-c)^3-(a-c)^3=$
$=-3(a-b)(a-c)(b-c)$;

**655.** а) $y^2(y-8)-(y-8)=0$;
$(y-8)(y-1)(y+1)=0$.

Рівняння має три розв'язки: $y=8$, $y=1$, $y=-1$.

б) $x^3(x-4)-19x(x-4)+30(x-4)=0$;
$(x-4)(x^3-19x+30)=0$;
$(x-4)(x^3-3x^2+3x^2-9x-10x+30)=0$;
$(x-4)(x-3)(x^3+3x-10)=0$;
$(x-4)(x-3)(x^2-2x+5x-10)=0$;
$(x-4)(x-3)(x-2)(x+5)=0$;
$x_1=-5$; $x_2=2$; $x_3=3$; $x_4=4$.

На початку другого уроку доцільно розглянути ключі до тестового завдання, що було запропоновано у якості домашнього завдання.

**Відповіді до тестових завдань №4** (с. 117 підручника)

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Г | А | Г | Б | Б | А | Г | А | Б | Г |

А також після цього можна запропонувати учням тестування

**Тестові завдання**

**Застосування різних способів розкладання многочленів на множники**

_______________________________________________

_______________________________________________

***Варіант I***

| Завдання | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Відповідь | | | | | | | | | | |

**1.** Знайдіть неповний квадрат суми виразів 3 і $x^2$.

а) $9-x^2$; б) $9+x^2$;
в) $(9-x)^2$; г) $9+3x^2+x^4$.

**2.** При якому значенні $x$ вираз $x^2-6x+10$ набуває найменшого значення:

а) $-3$; б) $-4$; в) 3; г) 4?

**3.** Обчисліть $7^{30}\cdot 2^{30}-(14^{15}-1)(14^{15}+1)$.

а) 1; б) $-1$; в) $14^{15}$; г) $14^{30}$.

**4.** Чому дорівнює неповний квадрат різниці виразів $x$ і $3y$?

а) $x^2$; б) $x^2-3xy+9y^2$;
в) $(x-3y)^2$; г) $(3y)^2$.

**5.** Розкладіть на множники многочлен $x^3+64$.

а) $(x-4)(x^2-4x+16)$;
б) $(x+4)(x^2-4x+16)$;
в) $(x+4)(x+4)(x+4)$;
г) $(x+4)^3$.

**6.** Знайдіть значення виразу

$$\left(\frac{x}{4}-3\right)\left(\frac{x^2}{16}+\frac{3x}{4}+9\right),$$

якщо $x=8$.

а) 19; б) $-19$; в) $\dfrac{19}{4}$; г) $-\dfrac{19}{4}$.

**7.** Яке число не є коренем рівняння $5x^3-5x=0$:

а) 5; б)1; в) $-1$; г) 0?

**8.** Скільки одночленів містить многочлен $x^4+4x^3-2x-8$:

а) 1; б) 2; в) 3; г) 4?

**9.** Спростіть вираз $(x^4-5x^2+25)(5+x^2)$.

а) $125+x^6$; б) $125-x^6$;
в) $(5+x)^2$; г) $25-x^2$.

**10.** Число $5^{17}-25^8$ не ділиться на:

а) 4; б) 5; в) 6; г) 20.

**Тестові завдання**

**Застосування різних способів розкладання многочленів на множники**

___________________________________________

___________________________________________

***Варіант II***

| Завдання | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Відповідь | | | | | | | | | | |

**1.** Знайдіть неповний квадрат суми виразів 7 і $x^2$.

а) $49 - x^2$; б) $49 + x^2$;
в) $(49 + x)^2$; г) $49 + 7x^2 + x^4$.

**2.** При якому значенні $x$ вираз $x^2 + 8x + 15$ набуває найменшого значення:

а) $-3$; б) $-4$; в) 3; г) 4?

**3.** Обчисліть $4^{32} \cdot 3^{32} - (12^{16} + 2)(12^{16} - 2)$.

а) 4; б) $-4$; в) $12^{16}$; г) $12^{32}$.

**4.** Чому дорівнює неповний квадрат різниці виразів $x$ і $4c$?

а) $x^2$; б) $x^2 - 4xc + 16c^2$;
в) $(x - 4c)^2$; г) $(4c)^2$.

**5.** Розкладіть на множники многочлен $x^3 + 27$.

а) $(x + 3)(x^2 - 3x + 9)$;
б) $(x - 3)(x^2 - 3x + 9)$;
в) $(x + 3)(x + 3)(x + 3)$;
г) $(x + 3)^3$.

**6.** Знайдіть значення виразу

$$\left(\frac{y}{3}+2\right)\left(\frac{y^2}{9}-\frac{2y}{3}+4\right),$$

якщо $x = -3$.

а) 7; б) $-7$; в) $\frac{7}{3}$; г) $-\frac{7}{3}$.

**7.** Яке число не є коренем рівняння

$$4x^4 - 16x^2 = 0:$$

а) 4; б) 2; в) $-2$; г) 0?

**8.** Скільки одночленів містить многочлен

$$2x^5 + 4x^6 - 12 - 8x + 4x^3:$$

а) 5; б) 6; в) 3; г) 4?

**9.** Спростіть вираз $(x^6 + 3x^3 + 9)(3 - x^3)$.

а) $27 + x^9$; б) $27 - x^9$; в) $(9 + x)^2$; г) $27 - x^2$.

**10.** Число $2^{20} - 8^6$ не ділиться на:

а) 2; б) 3; в) 5; г) 6.

**Тестові завдання**

**Застосування різних способів розкладання многочленів на множники**

___________________________________________

___________________________________________

***Варіант III***

| Завдання | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Відповідь | | | | | | | | | | |

**1.** Знайдіть неповний квадрат суми виразів $x^2$ і 6.

а) $x^4 - 36$; б) $x^4 + 36$;
в) $(x^2 - 36)^2$; г) $x^4 + 6x^2 + 36$.

**2.** При якому значенні $x$ вираз $x - 4x + 7$ набуває найменшого значення:

а) $-3$; б) $-2$; в) 3; г) 2?

**3.** Обчисліть $9^{28} \cdot 2^{38} + (18^{14} + 3)(3 - 18^{14})$.

а) 9; б) $-9$; в) $18^{14}$; г) $18^{28}$.

**4.** Чому дорівнює неповний квадрат різниці виразів $5y$ і $c$?

а) $c^2$; б) $25y^2 - 5yc + c^2$;
в) $(5y - c)^2$: г) $(-5y)^2$.

**5.** Розкладіть на множники многочлен $x^3 - 64$.

а) $(x - 4)(x^2 - 4x + 16)$;
б) $(x - 4)(x^2 + 4x + 16)$;
в) $(x - 4)(x - 4)(x - 4)$;
г) $(x - 4)^3$.

**6.** Знайдіть значення виразу

$$\left(\frac{x}{3}-4\right)\left(\frac{x^2}{9}+\frac{4x}{3}+16\right),$$

якщо $x = 3$.

а) 63; б) $-63$; в) $\frac{63}{3}$; г) $-\frac{63}{3}$.

**7.** Яке число не є коренем рівняння

$$3x - 27x = 0:$$

а) 1; б) 3; в) $-3$; г) 0?

**8.** Скільки одночленів містить многочлен $2x^8 + 4x^3 - 1$?

а) 1; б) 2; в) 3; г) 4;

**9.** Спростіть вираз $(x^4 + 4x + 16)(4 - x^2)$.

а) $64 + x^6$; б) $64 - x^6$;
в) $(16 + x)^2$; г) $16 - x^2$.

**10.** Число $6^{35} - 36^{12}$ не ділиться на;

а) 5; б) 6; в) 7; г) 30.

**Тестові завдання**

**Застосування різних способів розкладання многочленів на множники**

___________________________________________

___________________________________________

***Варіант IV***

| Завдання | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Відповідь | | | | | | | | | | |

**1.** Знайдіть неповний квадрат суми виразів $x^2$ і 8.

а) $x^4 - 64$; б) $x^4 + 64$;
в) $(x^2 + 64)^2$; г) $x^4 + 8x^2 + 64$.

**2.** При якому значенні $x$ вираз $x^2 + 2x + 3$ набуває найменшого значення:

а) –3; б) –1; в) 3; г) 4?

**3.** Обчисліть $5^{40} \cdot 3^{40} + (15^{20} + 4)(4 - 15^{20})$.

а) 16; б) –16; в) $15^{20}$; г) $15^{40}$.

**4.** Чому дорівнює неповний квадрат різниці виразів $4x$ і $a$:

а) $(4x)^2$; б) $16x^2 - 4\,xa + a^2$;
в) $(4x - a)^2$; г) $(-a)^2$?

**5.** Розкладіть на множники многочлен $x^3 - 125$.

а) $(x - 5)(x^2 - 5x + 25)$;
б) $(x - 5)(x^2 + 5x + 25)$;
в) $(x-5)(x-5)(x-5)$;
г) $(x-5)^3$.

**6.** Знайдіть значення виразу

$$\left(\frac{y}{4}+3\right)\left(\frac{y^2}{16}-\frac{3y}{4}+9\right),$$

якщо $y = -8$.

а) 19; б) –19; в) $\frac{19}{4}$; г) $-\frac{19}{4}$.

**7.** Яке число не є коренем рівняння

$$6x^4 - 6x^2 = 0:$$

а) 6; б) 1; в) –1; г) 0?

**8.** Скільки одночленів містить многочлен

$$5x^{12} + x^5 - 2x - 3:$$

а) 1; б) 2; в) 3; г) 4?

**9.** Спростіть вираз $(x^6 + 5x^3 + 25)(5 - x^3)$.

а) $125 + x^9$; б) $125 - x^9$;
в) $(25 + x)^2$; г) $25 - x^2$.

**10.** Число $3^{31} - 27^{10}$ не ділиться на:

а) 2; б) 3; в) 6; г) 7.

## Уроки 43. Розв'язування задач. Самостійна робота

**Мета.** Узагальнити, систематизувати та перевірити знання, здобуті учнями під час вивчення відповідних тем; повторити і закріпити набуті вміння та навички.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення геми учні повинні навчитися записувати і обґрунтовувати формули різниці та суми кубів двох виразів, а також розв'язувати вправи, що передбачають розкладання многочлена на множники кількома способами, та використовувати зазначені перетворення при розв'язуванні рівнянь і доведенні тверджень.

**Методичні вказівки**

Урок бажано розпочати з усних вправ, скориставшись вправами з підручника чи іншими, підібраними для конкретного класу.

Також можна провести аналіз над помилками, що були допущені під час написанні тестових завдань на минутому уроці.

Доцільно розглянути розв'язування вправ, які викликали в учнів труднощі під час виконання домашнього завдання.

Якщо самостійна робота на ст. 116 була запропонована як домашня робота, то необхідно розглянути правильні варіанти відповіді

**Відповіді до самостійної роботи** (с. 116 підручника)

| Варіант | 1 | 3 |
|---|---|---|
| 1 | а) $(3 — a)(9 + 3a + a^2)$;<br>б) $x(x - y)(x - y)$;<br>б) $(2x - 6)(2x + 8)$;<br>г) $(c - 2)(c + 2)(c + 3)$. | $x = -9$ |
| II | б) $(2c - 1)(4c^2 + 2c + 1)$;<br>б) $a^2(a - c)(a - c)$;<br>в) $(3x - 10)(3x + 6)$;<br>г) $(a - 3)(a + 3)(a + 2)$ | $x = -32$ |
| III | а) $(3n + a)(9n^2 - 3na + a^2)$;<br>б) $n^2(m - 1)(m - 1)$;<br>в) $(-5x - 4)(— 5x + 8)$;<br>г) $(x + 5)(x - 1)(x + 1)$ | $x = -2$ |
| IV | а) $(x - 2z)(x + 2zx + 4z^2)$;<br>б) $x^3(x - 1)(x - 1)$;<br>в) $(-x - 4)(-x + 6)$<br>або $(x + 4)(x - 6)$;<br>г) $(n - 4)(n + 4)(n + 2)$ | $x = - 5$ |

На цьому уроці вчитель також може організувати аналогічну самостійну роботу, що розміщена в Зошит моїх досягнень, ст. 24-25.

Якщо учням не було запропоновано такого роду завдання додому, можна провести самостійну роботу на уроці за допомогою завдань з підручника. Одразу повідомте, що учні роботу пишуть для себе, щоб розуміти, з якими завданнями впораються, а яким темам ще бажано додатково приділити увагу. Після того, як учні написали самостійну роботу на основі завдань з підручника, доцільно організувати взаємооцінювання. Учні обмінюються зошитами, виділяють помилки одне одного, обговорюють їх, потім повертають зошити. Учитель озвучує правильні відповіді, щоб учні мали змогу себе перевірити. Запитайте, чи потрібно розглянути якісь із цих завдань у класі?

**Робота з матеріалом підручника**

*Для роботи вдома*: § 14-15; №656, типові завдання (ст. 118)

## Урок 44. Узагальнення і систематизація знань з теми «Застосування різних способів розкладання многочлена на множники»

**Мета.** Узагальнити, систематизувати та перевірити знання, здобуті учнями під час вивчення відповідних тем; повторити і закріпити набуті вміння та навички.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися записувати і обґрунтовувати формули різниці та суми кубів двох виразів, а також розв'язувати вправи, що передбачають розкладання многочлена на множники кількома способами, та використовувати зазначені перетворення при розв'язуванні рівнянь і доведенні тверджень.

**Методичні вказівки**

Якщо учні на минулому уроці писали самостійну роботу, використовуючи Зошит моїх досягнень, то вчитель може запропонувати учням на цьому уроці:

1) зробити роботу над помилками, яку зручно здійснити за допомогою відповідного бланку з Зошиту моїх досягнень (Корекційний бланк 1 — бланк для роботи над помилками, що були допущені в самостійних роботах роботах);

2) написати корекційну роботу, що за структурою і змістом є аналогічною до тієї, що пропонувалась учням.

Наприклад, вчитель може запропонувати учням у відповідному бланку заповнити рядки для тих завдань, в яких були допущені помилки, а потім ще й виконати аналогічні завдання з корекційної роботи (або й всю корекційну роботу).

На основі якісної роботи над помилками та виконання завдань корекційної роботи вчитель може скорегувати оцінку за самостійну роботу.

Такий підхід дає змогу учням усвідомлено аналізувати та критично оцінювати виконані ними письмові роботи і навчатися на власних помилках.

Додому учням пропонувалось розв'язати завдання з рубрики «Типові задачі до тематичного контролю» на ст. 104. Розгляньте з учнями відповіді до завдань та проаналізуйте допущені помилки.

На початку уроку вчитель може запропонувати проаналізувати домашнє завдання або надати ключі до нього.

**Відповіді до типових завдань до контрольної роботи** (с. 118 підручника)

| 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|
| Г | Б | Б |

| 4 | 5° | 6° | 7° | 8° |
|---|---|---|---|---|
| 1 В<br>2 Д<br>3 А | 3,897 | а) $3a^2(ab-2c^2)\times$<br>$\times(a^2b^2+2abc^2+4c^4)$;<br>б) $(5x-y-6)\times$<br>$\times(5x-y+6)$;<br>в) $(2a-b)(2a+b)^2$ | $3a^3+24$ | а) $x=0$,<br>$x=2$,<br>$x=-2$;<br>б) $x=0$,<br>$x=1$,<br>$x=-1$;<br>$x=-3$;<br>в) $x=2$,<br>$x=-2$ |

**Додаткове завдання**

а) $(a^2+2b^2-2ab)(a^2+2b^2+2ab)$

б) $(a^2+1)(a^2+4)$

**Робота з матеріалом підручника**

*Для роботи вдома*: § 14–15; №599, 601, 645, 648.

## Урок 45. Тематична робота №4 (Розв'язування математичних задач)

**Мета.** Перевірити, як учні засвоїли теми: «Різниця кубів» та «Застосування різних способів розкладання многочленів на множники».

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися записувати і обґрунтовувати формули різниці та суми кубів двох виразів, а також розв'язувати вправи, що передбачають розкладання многочлена на множники кількома способами, та використовувати зазначені перетворення при розв'язуванні рівнянь і доведенні тверджень.

**Методичні вказівки**

Бал, отриманий кожним учнем, має відображати реальні досягнення в опануванні ним конкретної теми. Тематичний контроль бажано проводити комплексно: усне опитування, комп'ютерне тестування, письмові роботи. При цьому треба обов'язково враховувати індивідуальні особливості учнів та їх навчальну діяльність під час вивчення тем, що підлягають контролю. Тестування можна проводити за допомогою індивідуальних тестів. Якщо є можливість, бажано створити банк відповідних завдань і проводити тестування за допомогою комп'ютера. Усне опитування і тестування можна проводити як на уроках, так і в позаурочний час, зручний для учнів і вчителя. Окремі учні можуть бути звільненими від такого виду контролю.

Вчитель наприкінці семестру має оцінити три групи результатів кожного учня. II група результатів можна оцінити за допомогою тематичного контролю. А от I і III групи результатів пропонуємо оцінювати за допомогою короткотривалих письмових робіт, що пропонуватимуться учням раз на чверть.

На цьому уроці пропонується робота, що орієнтована на оцінку групи «Розв'язування математичних задач» (друга група результатів). Завдання, аналогічні до поданих у підручнику, містяться у посібнику «Зошит моїх досягнень». Додаткові завдання у цій роботі є необов'язковими і дають змогу учням заробити окремо додаткову оцінку.

Пропонуємо вчителю під час перевірки не лише залишати коментарі чи бали у роботі, а ще й роздрукувати для кожного учня бланк, де зробити відповідні відмітки у таблиці. Таке додаткове формувальне оцінювання письмової роботи допоможе детальніше інформувати батьків і самого учня щодо успіхів у математиці кожної дитини.

Тобто після перевірки роботи вчитель заповнює таблицю (див. нижче) для кожного учня. Вибирає один з чотирьох стовпчиків до кожного завдання і ставить у ньому галочку (чи інший символ).

**Тематичне оцінювання.**

Оцінювання групи результатів: **«Застосування різних способів розкладання многочленів на множники»**

Прізвище, ім'я учня ____________________________________________

| | Форма | Виконує правильно | Допускає незначні помилки | Допускає помилки | Не виконав/не виконала |
|---|---|---|---|---|---|
| **№1.** Розкладання многочлена на множники | тест | | | | |
| **№2.** Розв'язування рівняння | | | | | |
| **№3.** Запис добутку у вигляді многочлена | | | | | |
| **№4.** Встановлення відповідності між виразами та їх розкладами на множники | відповідність | | | | |
| **№5.** Знаходження значення виразу зі змінною | | | | | |
| **№6.** Розкладання многочлена на множники | | | | | |
| **№7.** Запис виразу у вигляді добутку | | | | | |
| **№8.** Розв'язування рівнянь | | | | | |
| **Додаткове завдання** | | | | | |
| Розкладання многочлена на множники | | | | | |

Ми пропонуємо не задавати учням домашнє завдання після написання контрольної роботи.

## Урок 46. Аналіз тематичної роботи. Тематична робота №2 (Опрацювання ситуації і створення математичних моделей, інтерпретація і критичний аналіз результатів)

**Мета.** Проаналізувати виконання учнями попередньої письмової роботи. Здійснити корекцію їхніх знань і вмінь з вивчених тем.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися записувати і обґрунтовувати формули різниці та суми кубів двох виразів, а також розв'язувати вправи, що передбачають розкладання многочлена на множники кількома способами, та використовувати зазначені перетворення при розв'язуванні рівнянь і доведенні тверджень.

**Методичні вказівки**

Вчитель з учнями можна розглянути деякі задачі і вправи, в яких значна частина учнів припустилася помилок.

Повторити теоретичні питання, недосконале знання яких призвело до помилок під час виконання попередньої роботи, перевірити вміння учнів досліджувати ситуації, створювати математичні моделі, інтерпретувати та критично оцінювати результат.

Організувати роботу учнів над помилками, визначивши з сильних учнів консультантів для тих, хто отримав низькі бали за першу письмову роботу.

1. Роздайте учням зошити з перевіреною роботою.

2. Запишіть на дошці максимальні бали за кожне виконане правильно завдання.

3. Поясніть, що ви виділили помилки, які були допущені учнями, а також записали кількість балів, що заробив кожен учень.

4. Розгляньте з учнями завдання з роботи, в яких найбільша кількість учнів припустилася помилок або запропонуйте заповнити корекційний бланк (Корекційний бланк №2) чи частини корекційних робіт запропоновані в Зошиті моїх досягнень. Запропонуйте їх виконати учням, що не впорались з завданням. Вчитель може запропонувати учням у відповідному бланку заповнити рядки для тих завдань, в яких були допущені помилки, а потім ще й виконати аналогічні завдання з корекційної роботи (або й всю корекційну роботу). На цьому етапі важливо дізнатися, учень не брався до завдання, бо не встиг чи не знав, як виконати завдання, а також чи усвідомив він допущені ним помилки, чи може тепер виконати завдання правильно. На основі якісної роботи над помилками та виконання завдань корекційної роботи вчитель може скорегувати оцінку за тематичну роботу. Такий підхід дає змогу учням усвідомлено аналізувати та критично оцінювати виконані ними письмові роботи і навчатися на власних помилках.

5. Запропонуйте написати другу письмову роботу для оцінки першої (Опрацювання ситуації і створення математичних моделей) та третьої (Інтерпретація і критичний аналіз результатів) груп результатів. Завдання для цієї роботи в 2 варіантах містяться в посібнику для учнів «Зошит моїх досягнень». В кожній з таких робіт містяться 8 завдань. Деякі призначено для оцінки першої групи результатів, а деякі для оцінки третьої групи. Вчитель може виставити 2 оцінки учням (за кожну з груп окремо).

Також вчитель може самостійно розробити систему оцінювання трьох різних груп результатів і відповідні види робіт.

Також доцільно організувати інші види контролю, зокрема фронтальне опитування учнів з використанням рубрики «Запитань і завдань для самоконтролю» з підручника.

## Урок 47. Підсумковий урок

**Мета.** Проаналізувати виконання учнями попередніх робіт; узагальнити, систематизувати та здійснити корекцію їхніх знань і вмінь з вивчених тем;

**Вимоги до підготовки учнів.** Учні мають розпізнавати і наводити приклади многочленів; формулювати означення многочлена і подібних членів многочлена, правила множений одночлена і многочлена та двох многочленів; виконувати вправи, що передбачають перетворення добутку одночлена і многочлена, а також добутку двох многочленів у многочлен; записувати і обґрунтовувати формули різниці та суми кубів двох виразів, а також розв'язувати вправи, що передбачають розкладання многочлена на множники кількома способами, та використовувати зазначені перетворення при розв'язуванні рівнянь і доведенні тверджень.

**Методичні вказівки**

Бажано пов'язати теми про розкладання на множника многочленів та натуральних чисел. Операція розкладання на множники обернена до операції множення.

| **Множення** | **Розкладання на множники** |
|---|---|
| $5 \cdot 11 = 55$ | $55 = 5 \cdot 11$ |
| $(a - c)(b + c) = a^2 - c^2$ | $a^2 - c^2 = (a - c)(a + c)$ |
| $x(x - y) = x^2 - xy$ | $x^2 - xy = x(x - y)$ |

Навіщо розкладають натуральні числа і многочлени на множники? Щоб скорочувати дроби і для багатьох інших потреб. Згодом учням доведеться скорочувати, наприклад, такі дроби:

$$\frac{a+x}{a^2+ax},\ \frac{c^2-1}{c+1}.$$

Хто навчиться розкладати многочлени на множники, наведені вправи виконає, не замислюючись:

$$\frac{a+x}{a^2+ax}=\frac{a+x}{a(a+x)}=\frac{1}{a};$$

$$\frac{c^2-1}{c+1}=\frac{(c-1)(c+1)}{c+1}=c-1.$$

Корисно звести в систему всі відомі учням способи розкладання многочленів на множники.

**Способи розкладання многочленів на множники**

**Винесення за дужки** | **Спосіб групування** | **За формулами** | **Інші**

Бажано запропонувати учням навести власні приклади кожного із трьох перших способів. Про «інші способи» слід зазначити, що вони штучні, до яких іноді важко додуматися. Це можна проілюструвати на прикладі **задачі Софі Жермен**.

Довести, що при кожному натуральному $a > 1$ число $a^2 + 4$ є складеним.

*Розв'язання.*

$$a^4 + 4 = a^4 + 4a^2 + 4 - 4a^2 = (a^2 + 2)^2 - (2a)^2 =$$
$$= (a^2 + 2 - 2a)(a^2 + 2 + 2a).$$

Якщо натуральне число $a > 1$, то значення кожного одержаного множника більше за 1.

Отже, число $a^4 + 4$ розкладається принаймні на два відмінні від 1 множники, тому є складеним.

*Примітка.* Якщо цілий вираз зі змінними не розкладається на множники, це не означає, що не розкладається на множники кожне його числове значення.

Існують такі многочлени, які розкласти на множники дуже важко. Спробуйте вдома розкласти на множники такі многочлени:

$$a^{10} + a^5 + 1 =$$
$$= (a^{-2} + a + 1)(a^8 - a^7 + 5^2 - a^4 + a^3 - a + 1);$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc =$$
$$= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc).$$

У сильніших класах за наявності часу можна повідомити учням, що формули «різниці кубів» і «різниці квадратів» є окремим випадком загальної тотожності:

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + ... + ab^{n-2} + b^{n-1}),\ (1)$$

правильної для будь-якого натурального значення $n$. Можна запропонувати учням як додаткове завдання подати в стандартному вигляді многочленів добутки:

а) $(a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$;

б) $(a - b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)$.

Узагальнена формула (1) досить важлива. її часто використовують у курсах вищої математики.

При $b = 1$ з неї відразу одержують формулу суми $n$ членів геометричної прогресії:

$$1+a+a^2+\ldots+a^{n-1}=\frac{a^n-1}{a-1}.$$

Для випадку, коли $n$ – непарне число, підставивши в тотожність (1) $b = -c$, одержуємо формулу, за якою можна розкласти на множники двочлен $a^n + c^n$:

$$a^n + bn^n = (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + ... + b^{n-1}).\ (2)$$

Якщо число $n$ – парне, то подібним способом суму $a^n - b^n$ розкласти на множники не можна.

Правильним є твердження, що при парному $n$ тотожність (2) неправильна.

**Робота з матеріалом підручника**

*Для роботи вдома*: § 14-15; №603, 652, 657, 658.

## Урок 48. Проєкт «Мегасвіт та стандартний вигляд числа»

**Мета.** Показати використання стандартного вигляду числа для дослідження мегасвіту та мікросвіту.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті виконання проєкту учні мають навчитися виконувати пошук інформації, записувати числа у стандартному вигляді, порівнювати їх та виконувати дії з числами у стандартному вигляді.

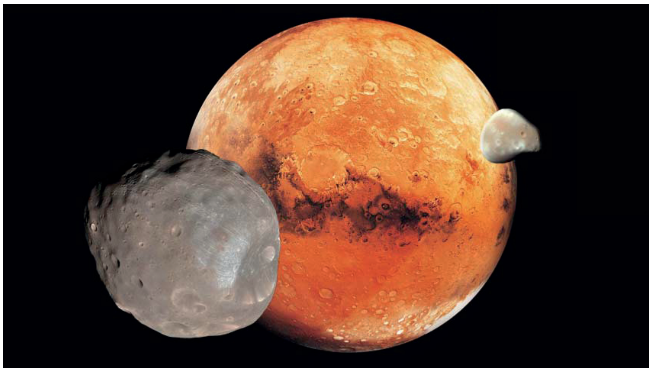
**Методичні вказівки**

Наприкінці семестру може бути запропонована одна з наведених в qr коді до підручника проєктних робіт (*http://inform1.yakistosviti.com.ua/matematyka/algebra-7*), або ж дібрана проєктна робота на іншу тематику вчителем.

Ми пропонуємо виконати з учнями проєктну роботу: «**Мегасвіт та стандартний вигляд числа**». Вона може зайняти не весь урок, а лише його частину. Також вчитель може запропонувати виконати учням не всі завдання проєкту, а лише деякі з них.

Цей проєкт може бути запропонований як під час очного так і під час дистанційного навчання. Якщо у всіх учнів немає доступу до інтернету, то бажано забезпечити цей доступ декільком, які б коментували б кроки, які вони здійснюють.

1. Знайди в інтернеті, які 2 супутники має планета Марс.



а) Запиши масу кожного з них в стандартному вигляді.

б) Порівняй маси цих супутників.

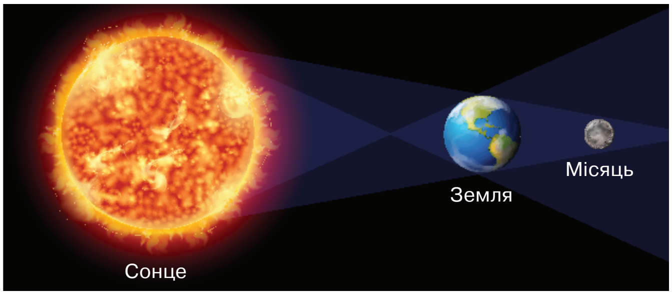
в) Чи однаковий порядок мають значення цих мас?

а) Фобос $1{,}0659 \times 10^{16}$ кг
Деймос $1{,}4762 \times 10^{15}$ кг

б) $1{,}0659 \times 10^{16}$ кг $= 10{,}659 \times 10^{15}$ кг
$10{,}659 \times 10^{15}$ кг $> 1{,}4762 \times 10^{15}$ кг

в) різний.

2. Знайди в інтернеті, яку масу мають Місяць, Земля і Сонце.




а) Порівняй їх масу, записану в стандартному вигляді.

б) Знайди загальну масу:
— Землі і Місяця;
— Землі і Сонця;
— Сонця і Місяця.

в) Знайди, на скільки маса Землі більша за масу Місяця?

г) Якої загальної маси були б 30 000 Сонць?

*Відповіді*

а) Маса Місяця $7{,}3477 \times 10^{22}$ кг
Маса Землі $5{,}97219 \times 10^{24}$ кг
Маса Сонця $1{,}98847 \times 10^{30}$ кг.
Маса Місяця < Маса Землі < Маса Сонця

б) $7{,}3477 \times 10^{22}$ кг $+ 5{,}97219 \times 10^{24}$ кг $=$
$= 7{,}3477 \times 10^{22}$ кг $+ 597{,}219 \times 10^{22}$ кг $=$
$= 604{,}5667 \times 10^{22}$ кг — загальна маса Землі і Місяця

$5{,}97219 \times 10^{24}$ кг $+ 1{,}98847 \times 10^{30}$ кг $=$
$= 5{,}97219 \times 10^{24}$ кг $+ 1988470 \times 10^{24}$ кг $=$
$= 1988475{,}97 \times 10^{24}$ кг — загальна маса Землі і Сонця

$7{,}3477 \times 10^{22}$ кг $+ 1{,}98847 \times 10^{30}$ кг $=$
$= 7{,}3477 \times 10^{22}$ кг $+ 198847000 \times 10^{22}$ кг $=$
$= 198847007 \times 10^{22}$ кг — загальна маса Місяця і Сонця

в) $5{,}97219 \times 10^{24}$ кг $- 7{,}3477 \times 10^{22}$ кг $=$
$= 597{,}219 \times 10^{22}$ кг $- 7{,}3477 \times 10^{22}$ кг $=$
$= 589{,}8713 \times 10^{22}$ кг — різниця мас Землі і Місяця

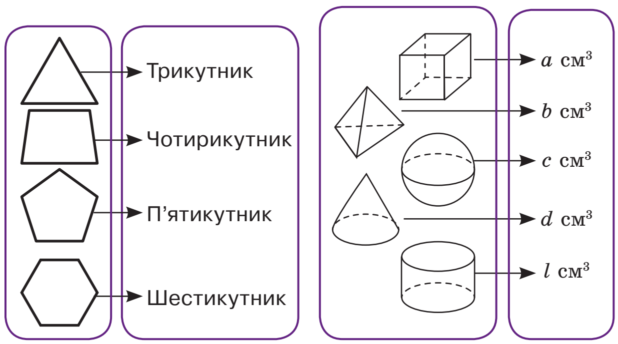
г) $1{,}98847 \times 10^{30}$ кг $\times 30\,000 =$
$= 1{,}98847 \times 10^{30}$ кг $\times 3 \times 10^{4} =$
$= 5{,}96541 \times 10^{34}$ кг

3. Склади задачу, для розв'язування якої необхідно порівнювати, додавати, віднімати, множити чи ділити числа, записані у стандартному вигляді. Запропонуй її своїм однокласникам/однокласницям.

# Розділ 3. Функції

Функція — одне з найважливіших понять сучасної математики. Але неправильно було б намагатися відразу дати учням загальне означення цього поняття і розглядати усі найважливіші властивості функцій різних видів. Тепер під функцією розуміють «будь-яку відповідність, у якій кожному елементу області відправлення відповідає рівно один елемент області прибуття» (Н. Бурбакі).

Область відправлення та область прибуття можуть бути довільними множинами. Функціями є, наприклад, відповідність між геометричними фігурами та їх назвами, між геометричними тілами та їх об'ємами.




Паралельне перенесення, поворот, гомотетія, перетворення подібності — це також функції, бо за таких перетворень кожній точці ставиться у відповідність деяка точка.

В алгебрі розглядають тільки *числові функції* — такі, області визначення і значень яких є числовими множинами. І далі йтиметься лише про такі функції.

Поняття «функція» досить складне для розуміння учнями. Вчителі, які засвоїли курси математичного аналізу і теорії функцій, цих труднощів іноді не відчувають, але об'єктивно вони існують. Учням нелегко зрозуміти, зокрема, що словом «функція» називають різні речі: то відповідність, то залежність, то залежну змінну величину, яка може й не змінюватися. Тому при першому ознайомленні з функціями в 7 класі достатньо сформувати тільки перші уявлення про функцію. Звичайно, коли б на вивчення алгебри відводилось більше годин, то можна було б і в 7 класі дати учням ширші відомості про функції. А намагатися за мінімум часу дати максимум інформації — нереально.

Функцію слід розглядати як засіб математичного моделювання реальних процесів і явищ. У 7 класі розглядаються лінійна функція та її графік. Згодом ці відомості використовуються для графічної ілюстрації розв'язування лінійного рівняння з двома змінними, а також системи двох лінійних рівнянь із двома змінними. Інші види функцій розглядаються у зв'язку з вивченням відповідного матеріалу, що стосується решти змістових ліній курсу. Зокрема, у 8 класі в темах «Раціональні вирази» та «Квадратні корені» учні ознайомлюються з функціями $y=\frac{k}{x}$ і $\sqrt{x}$ та їх властивостями. У 9 класі розглядається квадратична функція. Вивчення її властивостей пов'язується з розв'язуванням квадратних нерівностей.

Таким чином, функціональна лінія пронизує весь курс алгебри основної школи і розвивається в тісному зв'язку з тотожними перетвореннями, рівняннями і нерівностями. Властивості функцій установлюються за їх графіками, тобто на основі наочних уявлень, і лише деякі властивості обґрунтовуються аналітично. У міру оволодіння учнями теоретичним матеріалом кількість властивостей, що підлягають вивченню, поступово збільшується. Під час вивчення функцій чільне місце відводиться формуванню умінь будувати і читати графіки функцій, характеризувати за графіками функцій процеси, які вони описують.

## Уроки 49–50. Що таке функція

**Мета.** Ввести поняття «функції», «області визначення» і «області значень функції»; навчити учнів знаходити значення функції за значенням аргументу; показати способи задання функції.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися наводити приклади функціональних залежностей; пояснювати поняття «область визначення функції» та «область значень функції»; формулювати означення функції; називати і характеризувати способи задання функції; розв'язувати вправи, що передбачають знаходження області визначення функції і значення функції за даним значенням аргументу.

**Методичні вказівки**

Означення функції можна давати різні. Найпоширеніші — через залежність, відповідність, відображення, відношення. Наприклад, починати означення можна так:

«Функцією називається залежність змінної $y$ від $x$...» ;

«Функцією називається відповідність між множинами...»;

«Функцією називається відображення множини $X$ на...»;

«Функцією називається відношення між множинами $X$ і $Y$...».

Тож що таке функція: залежність, відповідність, відображення чи відношення? І те, і те. Для означення, звичайно, вибирають таке поняття, яке краще відоме учням.

Традиційно перед уведенням поняття функції пояснюють залежні й незалежні змінні, або величини. Нерідко навіть наголошують, що «залежну змінну називають функцією». Таке трактування корисне, але надто вузьке. Адже рівності $y = 5 + 0 \cdot x$, $y = 1x$ задають функції (їх графіки — прямі, паралельні осі абсцис), хоча такі змінні $y$ не залежать від $x$.

Семикласникам бажано навести приклади залежних змінних. Але означення краще давати сучасне (через відповідність), щоб учням згодом не довелося переучуватися. Слід наголошувати, що не кожна відповідність називається функцією, а тільки однозначна, тобто така, при якій кожному значенню $x$ відповідає **єдине** значення $y$.

Введення поняття функції у 7 класі передує вивченню ірраціональних чисел. Це викликає певні утруднення під час задання області визначення функції. Щоб поєднати науковість і доступність під час викладу теми «Функція», бажано повідомити учням, що крім раціональних чисел існують числа нераціональні, які разом з раціональними утворюють множину дійсних чисел і заповнюють усю координатну пряму. В підручнику в рубриці «Хочете знати ще більше?» наводиться таке роз'яснення:

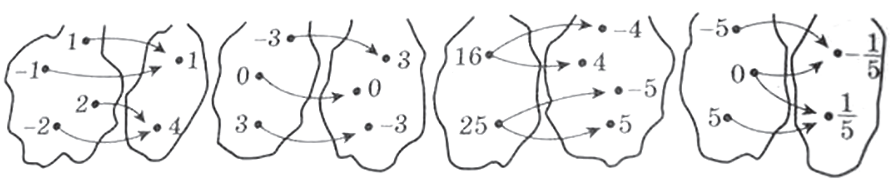
«*На координатній прямій, окрім точок з раціональними координатами, існує безліч таких точок, координати яких — числа нераціональні. Їх називають ірраціональними.*

*Раціональні числа разом з ірраціональними утворюють **множину дійсних чисел (R)**. Докладно з дійсними числами та їх властивостями ви ознайомитеся у 8 класі. А доти, маючи на увазі множину дійсних чисел, будемо використовувати термін «усі числа»*».

Області визначення функцій зручно зображати у вигляді проміжків та їх об'єднань. Однак з позначеннями ($a$; $b$) не слід поспішати, особливо в слабших класах. Адже таким символом учні звикли позначати пари чисел і координати точок. Якщо цим самим символом позначати й множини всіх дійсних чисел $x$, що задовольняють умову $a < x < b$, то для багатьох семикласників це створить значні невиправдані труднощі. Різні види проміжків та їх об'єднання краще розглядати в 9 класі, як це передбачено програмою.

Введення поняття функції радимо здійснити конкретно-індуктивним методом. Теоретичний матеріал висвітлити за підручником. Під час пояснення можна використовувати приклади відповідностей і функцій, що їх наводять учні.

Користуючись малюнком, зверніть увагу учнів на відповідності, що:
1) є функціями (*а*, *б*);
2) не є функціями (*в*, *г*).




*а* *б* *в* *г*

На цьому уроці учні вперше одержують завдання на знаходження значень функції та області визначення функцій. Бажано, щоб учитель розв'язав кілька таких завдань на дошці з поясненням, аби учні мали зразок для виконання аналогічних вправ.

**Приклад 1.** Функцію задано формулою $y = x^2 - 3x$. Знайдіть значення функції, якщо $x$ дорівнює: $-2$; $0$; $2$.

*Розв'язання.*

Якщо $x = -2$, то $y = (-2)^2 - 3 \cdot (-2) = 10$.

Якщо $x = 0$, то $y = 0^2 - 3 \cdot 0 = 0$.

Якщо $x = 2$, то $y = 2^2 - 3 \cdot 2 = -2$.

**Приклад 2.** Знайдіть область визначення функції, заданої формулою:

а) $y = 5x - 1$; б) $y = \frac{3}{x+1}$.

*Розв'язання.*

а) Змінна $x$ може набувати будь-яких значень. Область визначення даної функції — множина всіх (дійсних) чисел.

б) Змінна $x$ може набувати будь-яких значень, за винятком $x = -1$, оскільки при такому значенні $x + 1 = 0$, а на нуль ділити не можна. Область визначення — множина всіх (дійсних) чисел, відмінних від $-1$.

**Робота з матеріалом підручника**

На першому уроці

*Для роботи вдома*: § 16; №671, 673, 675, 677, 681.

На другому уроці

*Для роботи вдома*: § 16; №684, 686, 689, 691.

**Вказівки і розв'язання задач**

**663.** $m = V \cdot \rho$

Маса ($m$) є функцією від об'єму ($V$).

Аргумент $V$. Область визначення – всі додатні числа.

Завдання 663–664 дають змогу посилювати міжпредметні зв'язки і формувати компетентності у галузі природничих наук і технологій.

**669.** $P = 3a$

$P$ є функцією від $a$.

**679.** Учень заплатив за $x$ олівців суму, яка дорівнює $6x$.

У нього залишилося $(50 - 6x)$ (грн.).

Одержимо формулу $y = 50 - 6x$.

Очевидно, що всі значення $x$ — це натуральні числа, і максимальне з них має бути таким, щоб виконувалась умова: $6x < 50$, бо учень не міг купити олівців більш ніж на 50 грн. Максимальне значення $x$ — число 8.

Отже, область визначення даної функції — натуральні числа від 1 до 8 включно, тобто 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

**688.** $\alpha = 0{,}5(180^\circ - \beta)$; $0 < \beta < 180^\circ$.

**690.** $S = 5 - 4t$, де $t$ — час у годинах. Отже, $t$ може набувати довільних значень, більших за нуль. При цьому якщо $5 - 4t \le 0$, тобто $t \ge 1{,}25$, то це означає, що турист проминув місто і почав від нього віддалятися.

$$10 \text{ хв} = \frac{1}{6} \text{ год};$$

$$S = 5 - 4\cdot\frac{1}{6} = 5 - \frac{2}{3} = 4\frac{1}{3} \text{ (км)}.$$

**692.** $x$ дюймів $= 2{,}54x$ см;

$x$ см $= x : 2{,}54$ дюйми.

Учні можуть використовувати калькулятор для складання таблиць.

Завдання 692–693 дають змогу посилювати міжпредметні зв'язки і формувати компетентності у галузі природничих наук і технологій.

**693.** Запропонуйте це завдання для пари учнів.

$y = x : 2{,}21$, де $y$ — маса в кілограмах, а $x$ — маса в фунтах.

$x = 2{,}21y$, де $y$ — маса в кілограмах, а $x$ — маса в фунтах.

**697.** а) Область визначення — усі дійсні числа;

б) область визначення — усі дійсні числа, крім $x = 0$;

в) область визначення — усі дійсні числа, крім $x = -4$;

г) область визначення — усі дійсні числа, крім $x = 0$ і $x = 3$.

ґ) область визначення — усі дійсні числа.

**699.** $S = 100 - \pi x^2$; $0 < x < 5$.

**700.** Запропонуйте групі з 4 попрацювати над цим завданням. Спершу учні в групі обговорюють план розв'язування задачі. Потім одна з пар розв'язує завдання а), друга — завдання б).

а) $S = 70 - \pi x^2$; $0 < x < 3{,}5$;

б) $S = (64 - x^2)\pi$; $0 < x < 8$.

**702.** Завдання вимагає від учнів пошуку даних в Інтернеті, а також побудову графіків за допомогою Майстра діаграм. Варто зазначити, що учні можуть не знайти даних за останні декілька років.

**705.** Нехай велосипедист був у дорозі $t$ год, тоді відстань, яку він подолав за цей час, дорівнюватиме $10t$ км.

За умовою задачі цю саму відстань він міг би проїхати за $(t - 1)$ год, але зі швидкістю 12 км/год.

Маємо рівняння: $10t = 12(t - 1)$, звідси $t = 6$.

Тоді шукана відстань становитиме

$10 \cdot 6 = 60$ (км).

## Уроки 51–52. Графік функції

**Мета.** Ввести поняття «графіка функції»; показати учням, як будувати графіки функцій; навчити учнів за допомогою графіків читати властивості функцій.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися пояснювати поняття «графік функції»; називати і характеризувати способи задання функції; описувати побудову графіка функції, заданої таблично або аналітично; виконувати вправи, що передбачають: побудову графіка функції, з'ясування окремих характеристик функції за її графіком (додатні значення, від'ємні значення, нулі).

**Методичні вказівки**

Перші графіки функцій бажано будувати за точками. Це потрібно, щоб учні краще зрозуміли суть зображення функції за допомогою графіка. Корисно також поступово вчити учнів «читати» графік функції: з'ясовувати, на якому проміжку функція зростає, на якому — спадає, на якому — значення функції додатні і т. д. Учні, звичайно, ще не розуміють, наскільки це важливо, тому доцільно підкреслити, що без уміння читати графіки функцій не можна успішно вивчати математику в старших класах.

Графік — це ще один спосіб задання функції. Учням потрібно показати, як різні способи задання функції пов'язані між собою. За таблицею (формулою) можна побудувати графік, за графіком (формулою) — скласти таблицю. Але бувають випадки, коли функція така, що її не можна задати іншим способом. Наприклад:

а) не можна задати формулою функцію, зображену на кардіограмі;

б) не можна зобразити графічно **функцію Діріхле**:

$$y = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x \text{ — раціональне,} \\ 1, & \text{якщо } x \text{ — ірраціональне.} \end{cases}$$

Перший урок про графіки функцій доцільно розпочати з перевірки засвоєння учнями попереднього теоретичного матеріалу, поставивши такі запитання.

1. Поясніть, як розумієте поняття «функція»?
2. Що називають аргументом функції?
3. Що називають областю визначення функції?
4. Що називають незалежною змінною?
5. Що називають залежною змінною?
6. Як можна задавати функції?
7. Задайте деяку функцію словесно.
8. Наведіть формулу, що задає деяку функцію.
9. Як знаходять область визначення функції, заданої формулою?
10. Укажіть переваги і недоліки задання функції таблицею.

Для актуалізації опорних знань можна запропонувати такі вправи.

**1.** Обчисліть значення функцій для заданих значень аргументу:

| $x$ | −6 | −5 | −4 | −3 | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y = 1 - 2x$ | | | | | | | | | | | | |
| $y = x^2 - 10$ | | | | | | | | | | | | |

**2.** Зобразіть координатну площину і побудуйте на ній точки:

$A(3; -1)$, $C(2; 0)$, $M(3; 1)$,
$P(4; -1)$, $H(0; -2)$, $K(-4; -4)$.

**3.** Запишіть координати точок, зображених на дошці.

**4.** Чому дорівнюють абсциси точок, що належать осі $y$?

**5.** Чому дорівнюють ординати точок, що лежать на осі $x$?

Новий теоретичний матеріал можна пояснити за підручником.

Радимо звернути увагу учнівства на таке:

а) якщо область визначення функції — це множина цілих чисел або її підмножина, то її графік — окремі точки, а не лінія;

б) якщо пряма, паралельна осі $y$, перетинає деяку лінію більш ніж в одній точці, то ця лінія не є графіком функції;

в) якщо функцію задано графічно, то можна встановити окремі її властивості.

Для закріплення матеріалу бажано використати комп'ютерні технології (програмне забезпечення і мультимедійні дошки) для побудови графіків різних функцій та їх демонстрації учням. За допомогою побудованих графіків слід розв'язати кілька задач такого виду.

**1.** За графіком деякої функції установіть:

а) область визначення функції;

б) область значень функції.

**2.** За графіком функції для будь-якого значення аргументу (з області визначення) знайдіть відповідне значення функції, і навпаки.

**3.** За допомогою графіка функції установіть, при яких значеннях аргументу:

а) значення функції додатні (від'ємні);

б) функція зростає (спадає);

в) функція набуває найбільшого (найменшого) значення.

**Робота з матеріалом підручника**

На першому уроці

*Для роботи вдома*: § 17; №719, 721, 723, 725.

На другому уроці

*Для роботи вдома*: § 17; №728, 729, 735, 738.

**Вказівки і розв'язання задач**

**709.** Запропонуйте це завдання для обговорення учням в парі.

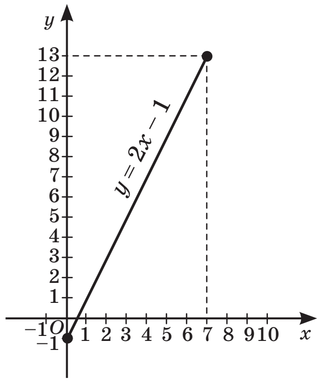
Так, ні, так, ні.

**724.** Запропонуйте завдання групі з 4 учнів. Нехай кожен з них розв'яже одне з 4 завдань.

**726.** б) Складемо таблицю значень функції $y = 2x - 1$, якщо $0 \le x \le 7$.

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | −1 | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 |

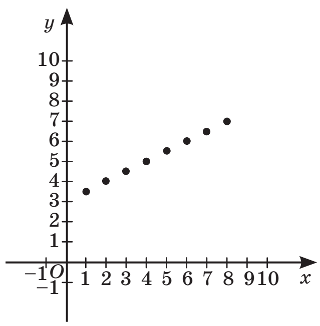
Зобразимо точки, координати яких подано у таблиці, і сполучимо їх відрізком.




**727.** Складемо таблицю значень функції $y = 0{,}5x + 3$ на множині натуральних чисел, не більших від 8.

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 3,5 | 4 | 4,5 | 5 | 5,5 | 6 | 6,5 | 7 |

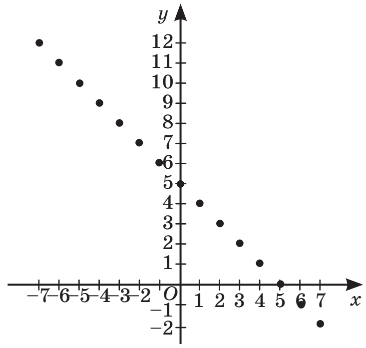
Графік даної функції — 8 точок (мал. 23).



**728.** Складемо таблицю значення функції $y = 5 - x$ на множині цілих чисел, що задовольняють умову $-7 \le x \le 7$.

| $x$ | −7 | −6 | −5 | −4 | −3 | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 | −1 | −2 |

Графік даної функції — 15 точок.



**730.** Запропонуйте це завдання виконати учням самостійно, а потім перевірити в парі один одного.

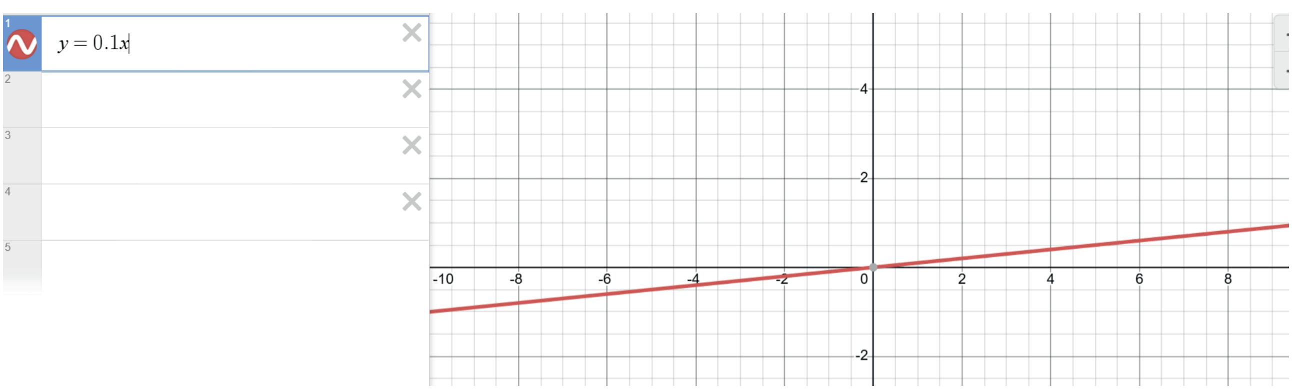
**732.** Запропонуйте завдання для пари учнів. Окрім завдань а) та б), запропонуйте ще знайти швидкість пішохода і велосипеда на кожному з проміжків.

Завдання 731–732 дають змогу посилювати міжпредметні зв'язки і формувати компетентності у галузі природничих наук і технологій.

**737.** Групі з 4 учнів запропонуйте розподілити між собою графіки, обговорити план розв'язування, а потім самостійно виконати завдання. Після обмінятися зошитами за годинниковою стрілкою і перевірити роботи один одного. По завершенню декілька гру презентують свої результати.

**739.** Учні будують від руки графіки функцій.

**740.** б) Зверніть увагу учнів, що десяткові дроби записуються в Desmos через крапку.




Функція $y = 0{,}1x$ є зростаючою.

Завдання 740–741 дає змогу посилювати міжпредметні зв'язки і формувати інформаційно-цифрову компетентність.

**743.** Підставимо координати точки у формулу, що задає функцію: $5 = 2(-2) + m$, звідси $m = 5 + 4$, $m = 9$.

**744.** $8 = 3k + 2$; $3k = 6$; $k = 2$.

**745.** $O$ (0; 0). Отже, щоб графік функції проходив через цю точку, необхідно, щоб виконувалась рівність $0 = 0^2 - m$, звідси $m = 0$.

**746.** а) З підручника мал. 17.18, *в*;
б) з підручника мал. 17.18, *а*;
в) з підручника мал. 17.18, *б*.

**747.** $(n^2 + 1)^2 - (n^2 - 1)^2 =$
$= (n^2 + 1 + n^2 - 1)(n^2 + 1 - n^2 + 1) = 2n^2 \cdot 2 = 4n^2$.

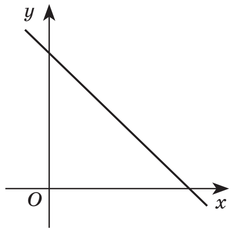
## Уроки 53–54. Лінійна функція

**Мета.** Ввести поняття та показати властивості лінійної функції і прямої пропорційності; навчити учнів будувати графіки цих функцій.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні мають наводити приклади і формулювати означення лінійної функції, розв'язувати вправи, що передбачають побудову графіка лінійної функції і з'ясування окремих характеристик функції за її графіком (додатні значення, від'ємні значення, нулі).

**Методичні вказівки**

Лінійні функції у математиці відіграють досить важливу роль. Означення лінійної функції бувають різні. У підручнику *лінійною* названо кожну *функцію, яку можна задати формулою* $y = kx + b$. Це означає, наприклад, що функція, задана формулою $y = (x + 4) : 2$ або графіком ,поданому на малюнку нижче — лінійна. Графік кожної лінійної функції — пряма.




Строго довести це твердження у 7 класі не можна, тому досить проілюструвати його на прикладах.

Пояснення нового матеріалу можна провести за підручником. Спочатку слід розглянути кілька прикладних задач, а потім увести поняття лінійної функції. Аби переконатися, що учні правильно зрозуміли, про які функції йдеться, бажано запропонувати навести приклади відповідностей між реальними об'єктами, які задаються лінійними функціями.

Для висвітлення властивостей лінійної функції побудувати в одній системі координат графіки функцій $y = 3x$, $y = 3x + 2$, $y = -3x + 2$, $y = 2$ і провести бесіду, поставивши такі запитання.

1. Через яку точку проходить графік функції $y = 3x$?
2. Чи мають спільну точку графіки функцій $y = 3x + 2$, $y = -3x + 2$, $y = 2$?
3. Сформулюйте умову, за якої графік функції $y = ax + b$ проходить через початок координат.
4. Назвіть координати точок перетину з осями координат графіка функції:
а) $y = 3x + 2$; б) $y = -3x + 2$.
5. Сформулюйте умову, за якої графік функції $y = ax + b$ паралельний осі $Ox$.
6. Як змінюються значення функції $y = 3x + 2$ зі збільшенням аргументу? Як називається така функція?
7. Як змінюються значення функції $y = -3x + 2$ зі збільшенням аргументу? Як називається така функція?
8. Сформулюйте умову, за якої функція $y = ax + b$:
а) зростаюча; б) спадна; в) стала.

**Робота з матеріалом підручника**

На першому уроці

*Для роботи вдома*: § 18; №759, 763, 765, тести (с. 151).

На другому уроці

*Для роботи вдома*: § 18; №767, 769, 771, самостійна робота (с. 150).

**Вказівки і розв'язання задач**

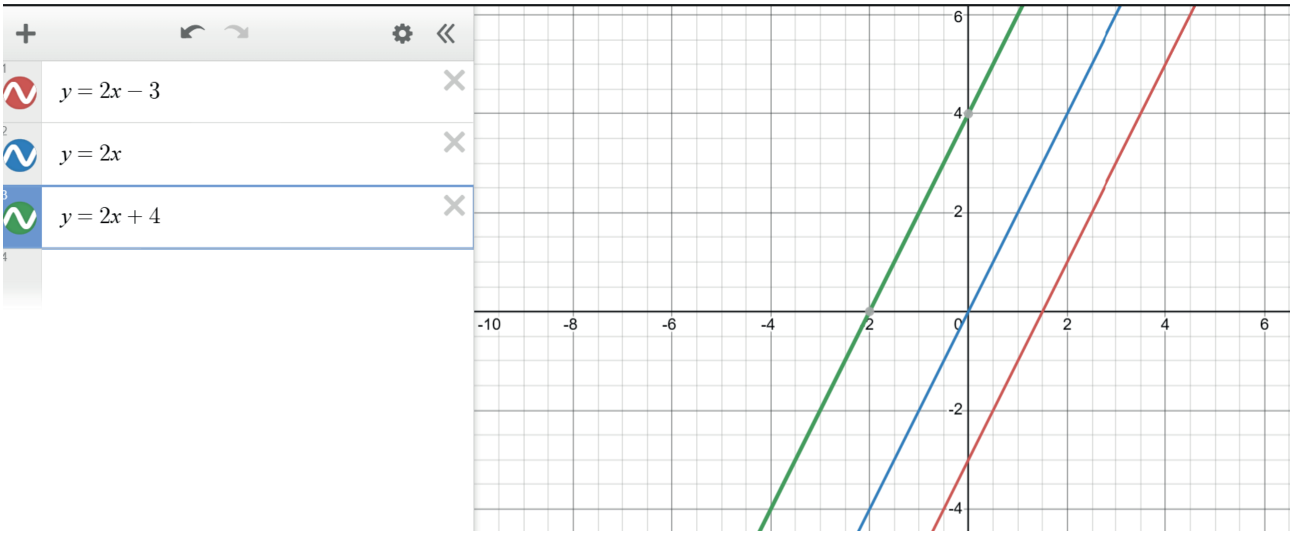
**756.** Учні обговорюють завдання в парі, а також можуть спиратися на матеріал, що викладений в параграфі.

**757.** Учні в парі обговорюють можливість розташування графіка в заданих чвертях, дискутують і потім мають прийти до спільного бачення. По завершенню декілька пар презентують свої відповіді, а інші пари звіряються.

**766.** Це завдання може бути запропоноване для пари учнів. Учні спершу мають розподілити 4 завдання між собою, потім виконати їх самостійно (якщо виникають труднощі, то можуть консультуватися один з одним), а потім перевіряють роботи один одного. По результату декілька пар озвучують точки перетину графіків для кожного із завдань.

**777.** Завдання 777–778 запропоновані для пропедевтики подальшого вивчення теми «Геометричні перетворення графіків функцій» та формування інформаційно-цифрової компетентності.

Попросіть, щоб учні побудували в одній системі координат три різних графіки і проаналізували їх розташування.




Це ж завдання учні також можуть виконати від руки, без використання Desmos Calculator.

**784.** Щоб графік функції проходив через деяку точку, її координати мають задовольняти формулу функції: $4 = -3k - 2$.

Маємо: $-3k = 6$; $k = -2$.

**786.** Якщо графіки двох функцій перетинаються в деякій точці, то її координати мають задовольняти обидві формули. Отже, мають виконуватися рівності:

$$3 = 4k - 1 \text{ і } 3 = 4p + 5.$$

З першого рівняння знаходимо $k = 1$, з другого — $p = -0{,}5$.

**790.** Завдання не є простим для учнів, тому доцільно, щоб учні мали змогу обговорювати кроки розв'язування завдання та допомагати один одному.

Бажано, щоб кожен з учасників обрав собі один з графіків і працював саме над ним. А потім учні в групі обговорили і критично оцінили відповіді.

**791.** б) Нехай пряма $a$ є графіком функції $y = kx + b$.

З мал. 18.13 підручника бачимо, що пряма $a$ перетинає осі координат у точках $(0; -2)$ і $(-4; 0)$.

Підставивши координати першої точки у формулу функції, знайдемо $b$:

$$-2 = 0k + b, \quad b = -2.$$

Підставивши координати другої точки і одержане значення $b$, знайдемо $k$:

$$0 = -4k - 2, \quad k = -0{,}5.$$

Отже, пряма $a$ є графіком функції $y = -0{,}5x - 2$.

Аналогічно знаходимо формулу функції, графіком якої є пряма $b$:

$$4 = 0k + b, \quad b = 4;$$

$$0 = -4k + 4, \quad k = 1.$$

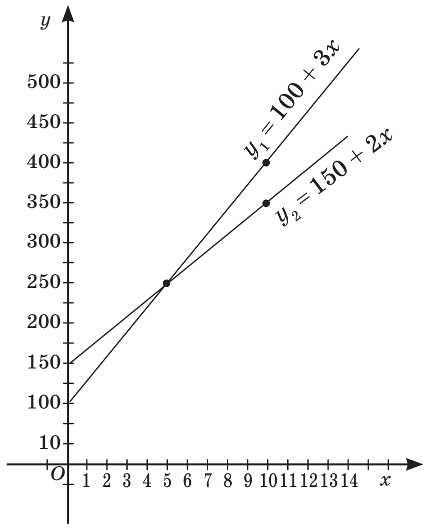
Отже, $y = x + 4$.

**792.** Запропонуйте учням в парі обговорити розв'язування і разом задати залежність формулою $m = 180s$. Ця залежність є прямою пропорційністю.

**794.** а) Для довільної точки $(x; y)$ симетричною відносно осі ординат буде точка $(-x; y)$. Виберемо будь-які дві точки графіка функції $y = x + 4$, наприклад $(0; 4)$ і $(-4; 0)$. Тоді шуканий графік проходитиме через точки $(0; 4)$ і $(4; 0)$. Знайдемо формулу відповідної функції: $4 = 0k + b$, звідси $b = 4$; $0 = 4k + 4$, звідси $k = -1$. Отже, відповідну функцію задає формула $y = -x + 4$.

Учні можуть не знати відношення симетричності відносно прямої, тому їм бажано пояснити це на прикладах.

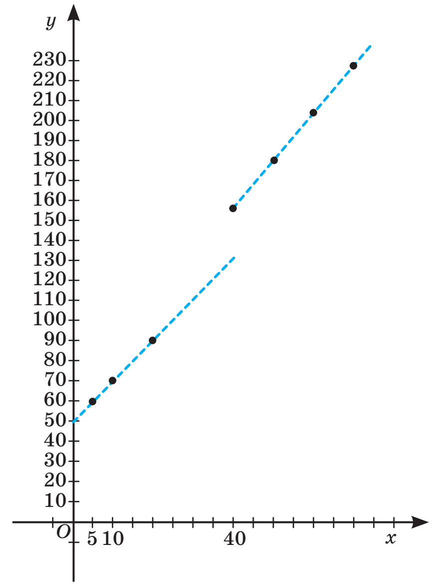
**800.** Якщо побудувати графіки обох функцій, то за ними можна визначити, що для значень аргументу $0 < x < 5$ значення функції $y_1$, будуть менші, ніж значення функції $y_2$. Це означає, що на відстані, менші від 5 км, вигідніше перевозити вантаж першим видом транспорту, а на більші — другим.




**801.** Знайдемо 20 % від суми $(2x + 50)$. Маємо: $(2x + 50) \cdot 0{,}2 = 0{,}4x + 10$. Тоді заробітна плата продавця становитиме:

$$y = \begin{cases} 2x + 50, & 0 < x < 40, \\ 2{,}4x + 60, & x \geq 40. \end{cases}$$

При побудові графіка слід також ураховувати, що аргумент, за умовою задачі, може набувати лише натуральних значень.




**804.** Нехай відстань між населеними пунктами дорівнює $S$ км. Оскільки мотоцикліст проїжджає цю відстань за 1 год, то його швидкість буде $S$ км/год. Тоді швидкість велосипедиста — $\frac{S}{5}$ км/год. Отже, швидкість зближення становитиме $S + \frac{S}{5}$, або $\frac{6}{5}S$ км/год. Нехай об'єкти зустрінуться через $t$ год. Маємо рівняння: $\frac{5}{6}St = S$, звідси $t = \frac{5}{6}$. Отже, зустріч відбудеться через $\frac{5}{6}$ год, або через 50 хв.

На початку другого уроку доцільно розглянути ключі до тестового завдання, що було запропоновано у якості домашнього завдання.

**Відповіді до тестових завдань (ст. 151 з підручника)**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| г | б | г | а | г | б | а | в | г | в |

А також після цього можна запропонувати учням тестування.

**Тестові завдання №5**
**Функція**

________________________________________

________________________________________

***Варіант I***

| Завдання | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Відповідь | | | | | | | | | | |

**1.** Через яку з точок проходить графік функції $y = 2x + 4$:

**А** $A(3; 10)$; **В** $C(8; 15)$;
**Б** $B(4; 18)$; **Г** $D(5; 19)$.

**2.** Графік функції $y = 3x + 9$ перетинає вісь $Ox$ в точці з координатами:

**А** $(0; 0)$; **В** $(0; -3)$;
**Б** $(-3; 0)$; **Г** $(-3; 9)$.

**3.** Графік функції $y = 9 + x$ перетинає вісь $Oy$ в точці з координатами:

**А** $(0; 0)$; **В** $(0; 9)$;
**Б** $(-9; 0)$; **Г** $(-9; 9)$.

**4.** Яка з даних функцій є лінійною?

**А** $y = \frac{x}{3} + 4$; **В** $y = \frac{x^2}{4} - 1$;
**Б** $y = \frac{3}{x} - 6$; **Г** $y = \frac{4}{x^2} + 2$.

**5.** Яка з даних функцій є прямою пропорційністю?

**А** $y = 5x - 7$; **В** $y = 7$;
**Б** $y = 5x$; **Г** $y = 7 - 5x$.

**6.** Графік якої функції проходить через точку $A(0; 0)$?

**А** $y = 3x + 1$; **В** $y = 2 - x$;
**Б** $y = -x - 4$; **Г** $y = 4x$.

**7.** При якому значенні $k$ графік функції $y = kx - 6$ проходить через точку $C(3; -3)$?

**А** 1; **В** 3;
**Б** −1; **Г** −3.

**8.** Які значення $x$ не входять до області визначення функції $y = \frac{-4}{(3+x)x}$?

**А** −3 і 0; **В** 3 і −3;
**Б** 3 і 0; **Г** 3 і −4.

**9.** Який з графіків функцій не перетинає вісь $Ox$?

**А** $y = -x$; **В** $y = 2x - 6$;
**Б** $y = 4$; **Г** $y = 9 - x$.

**10.** Знайдіть значення функції $y = \frac{1}{-3x+1}$ при $x = 0,3$.

**А** 10; **В** 0,1;
**Б** −10; **Г** −0,1.

**Тестові завдання №5**
**Функція**

________________________________________

________________________________________

***Варіант II***

| Завдання | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Відповідь | | | | | | | | | | |

**1.** Через яку з точок проходить графік функції $y = 4x - 2$?

**А** А(6; 11); **В** $C(7; 15)$;
**Б** $B(4; 14)$; **Г** $D(5; 16)$.

**2.** Графік функції $y = -6x + 12$ перетинає вісь $Ox$ в точці з координатами:

**А** $(0; 0)$; **В** $(0; 2)$;
**Б** $(2; 0)$; **Г** $(2; 12)$.

**3.** Графік функції $y = -x - 8$ перетинає вісь $Oy$ в точці з координатами:

**А** $(0; 0)$; **В** $(0; -8)$;
**Б** $(-8; 0)$; **Г** $(-8; 8)$.

**4.** Яка з даних функцій є лінійною?

**А** $y = \frac{6}{x} + 4$; **В** $y = \frac{x^2}{3} + 8$;
**Б** $y = -\frac{x}{6} - 1$; **Г** $y = \frac{3}{x^2} + 2$.

**5.** Яка з функцій є прямою пропорційністю?

**А** $y = 3x + 2$; **В** $y = 2$;
**Б** $y = 3x$; **Г** $y = 2 - 3x$.

**6.** Графік якої функції проходить через точку $A(1; -7)$?

**А** $y = 2x + 1$; **В** $y = 5 + x$;
**Б** $y = -3x - 4$; **Г** $y = -4x$.

**7.** При якому значенні $k$ графік функції $y = 2x - k$ проходить через точку $C(-2; 5)$?

**А** 9; **В** 2;
**Б** −9; **Г** −2.

**8.** Які значення $x$ не входять до області визначення функції $y = \frac{5}{(x-4)(x+1)}$?

**А** −4 ї 1; **В** −4 і −1;
**Б** 4 і −1; **Г** 1 і 4.

**9.** Який з графіків функцій не перетинає вісь $Ox$?

**А** $y = 5 - 3x$; **В** $y = x + 6$;
**Б** $y = 4x$; **Г** $y = 9$.

**10.** Знайдіть значення функції $y = \frac{1}{2x-1}$ при $x = 0,4$.

**А** 5; **В** 0,2;
**Б** −5; **Г** −0,2.

**Тестові завдання №5**
**Функція**

______________________________________________

______________________________________________

***Варіант III***

| Завдання | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Відповідь | | | | | | | | | | |

**1.** Через яку з точок проходить графік функції $y = 3x + 5$?
**А** A(7; 10); **В** $C(8; 15)$;
**Б** $B(4; 20)$; **Г** $D(5; 20)$.

**2.** Графік функції $y = 3x + 18$ перетинає вісь $Ox$ в точці з координатами:
**А** (0; 0); **В** (0; –6);
**Б** (–6; 0); **Г** (–6; 18).

**3.** Графік функції $y = 7 - x$ перетинає вісь $Oy$ в точці з координатами:
**А** (0; 0); **В** (0; 7);
**Б** (7; 0); **Г** (–7; 7).

**4.** Яка з даних функцій є лінійною?
**А** $y=\frac{x}{9}-4$; **В** $y=-\frac{x^2}{5}-1$;
**Б** $y=\frac{9}{x}+3$; **Г** $y=\frac{5}{x^2}-2$.

**5.** Яка з функцій є прямою пропорційністю:
**А** $y = 4x - 3$; **В** $y = 3$;
**Б** $y = 4x$; **Г** $y = 3 - 4x$.

**6.** Графік якої функції проходить через точку $A(-1; 3)$?
**А** $y = -2x+1$; **В** $y = 2 - 3x$;
**Б** $y = x - 4$; **Г** $y = 5x$.

**7.** При якому значенні $k$ графік функції $y = kx + 4$ проходить через точку $C(1; 6)$?
**А** 1; **В** 2;
**Б** –1; **Г** –2.

**8.** Які значення $x$ не входять до області визначення функції $y=\frac{2}{x(x-6)}$?
**А** –6 і 0; **В** 6 і –6;
**Б** 6 і 0; **Г** 6 і 2.

**9.** Який з графіків функцій не перетинає вісь $Ox$?
**А** $y= -x + 8$; **В** $y = 3x + 16$;
**Б** $y = -6$; **Г** $y = 8 - 5x$.

**10.** Знайдіть значення функції $y=\frac{1}{3x-1}$ при $x = 0,5$.
**А** 2; **В** 0,5;
**Б** –2; **Г** –0,5.

**Тестові завдання №5**
**Функція**

______________________________________________

______________________________________________

***Варіант IV***

| Завдання | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Відповідь | | | | | | | | | | |

**1.** Через яку з точок проходить графік функції $y = 3x - 4$?
**А** $A(3; 13)$; **В** $C(6; 14)$;
**Б** $B(4; 16)$; **Г** $D(5; 17)$.

**2.** Графік функції $y = -4x + 12$ перетинає вісь $Ox$ в точці з координатами:
**А** (0; 0); **В** (0; 3);
**Б** (3; 0); **Г** (3; 12).

**3.** Графік функції $y = -6 - x$ перетинає вісь $Oy$ в точці з координатами:
**А** (0; 0); **В** (0; –6);
**Б** (–6; 0); **Г** (–6; 6).

**4.** Яка з даних функцій є лінійною?
**А** $y=-\frac{4}{x}+1$; **В** $y=\frac{x^2}{7}-1$;
**Б** $y=-\frac{x}{4}-7$; **Г** $y=\frac{7}{x^2}+2$.

**5.** Яка з функцій є прямою пропорційністю?
**А** $y = -x - 7$; **В** $y = -7$;
**Б** $y = -x$; **Г** $y = 7 - x$.

**6.** Графік якої функції проходить через точку $A(0; -8)$?
**А** $y = -3x + 1$; **В** $y = 11 - 5x$;
**Б** $y = 7x - 8$; **Г** $y = -3x$.

**7.** При якому значенні $k$ графік функції $y = -3x + k$ проходить через точку $C(-2; 5)$?
**А** 1; **В** 2;
**Б** –1; **Г** –2.

**8.** Які значення $x$ не входять до області визначення функції $y=\frac{-7}{(5+x)(x-2)}$?
**А** –5 і 2; **В** –5 і –2;
**Б** 5 і 2; **Г** 5 і –2.

**9.** Який з графіків функцій не перетинає вісь $Ox$?
**А** $y = 1$; **В** $y = x + 6$;
**Б** $y = 4x - 9$; **Г** $y = -4 - 5x$.

**10.** Знайдіть значення функції $y=\frac{1}{1-4x}$ при $x = 0,3$.
**А** 5; **В** 0,2;
**Б** –5; **Г** –0,2.

## Урок 55. Узагальнення і систематизація знань з теми «Функції»

**Мета.** Узагальнити та систематизувати знання, здобуті учнями під час вивчення тем «Що таке функція», «Графік функції», «Лінійна функція»; повторити і закріпити набуті вміння та навички; підготуватися до тематичної роботи.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися наводити приклади функціональних залежностей і лінійних функцій; пояснювати поняття: «область визначення функції», «область значень функції», «графік функції»; формулювати означення понять: «функція», «лінійна функція»; називати і характеризувати способи задання функції; описувати побудову графіка функції, заданої таблично або аналітично; розв'язувати вправи, що передбачають: знаходження області визначення функції, знаходження значення функції за даним значенням аргументу, побудову графіка лінійної функції; з'ясування окремих характеристик функції за її графіком (додатні значення, від'ємні значення, нулі).

**Методичні вказівки**

Урок можна розпочати з повідомлення про еволюцію математичного поняття функції. Походить цей термін від латинського *functio* — діяльність, виконання. Тепер у такому розумінні це слово так само вживають: говорять, наприклад, які функції мають виконувати вчитель, староста класу, бухгалтер, касир тощо. До математичного поняття функції найближче підійшов *Р. Декарт* (1637). Він, як і інші математики XVII ст., кожну функцію уявляв у вигляді деякої лінії: ордината точки на даній лінії є функцією її абсциси. Таке саме інтуїтивне геометричне тлумачення поняття функції було в *Г. Лейбніца*, якому належить і сам термін (1692). У *І. Ньютона* функція пов'язана з механічними уявленнями. Перше означення функції сформулював *Й. Бернуллі* (1718). *Л. Ейлер* у праці «Вступ до аналізу нескінченних» (1748) уточнив: «Функція змінної кількості є аналітичний вираз, складений якимось чином з цієї змінної кількості й чисел або сталих кількостей».

Отже, до другої половини XVIII ст. поняття функції пов'язувалось або із геометричним її зображенням, або з аналітичним.

Уже на початку XIX ст. математики С. Лакруа (1810), Б. Больцано (1817, 1830), М. І. *Лобачевський* (1834), *П. Діріхле* (1837) роблять спроби дати більш загальне означення поняття функції.

Нехай є дві числові множини $X$ і $Y$. Якщо зазначено закон або правило, за яким кожному елементу $x \in X$ ($x$ з множини $X$) ставиться у відповідність якийсь елемент $y \in Y$ ($y$ з множини $Y$), то кажуть, що на множині $X$ задана функція $f$ і пишуть $y = f(x)$. Множина $X$ — це область визначення, або область існування функції $f(x)$, а множина $Y$ — область значень функції; $x$ — незалежна змінна, або аргумент, $y$ — залежна змінна, або функція. Якщо кожному $x$ відповідає одне значення $y$, то функція однозначна, якщо декілька (іноді навіть нескінченна кількість) — многозначна.

Так трактували поняття функції у середині XX ст. Згодом його ще розширили й уточнили. Насамперед відкинули поняття многозначної функції. Функціями тепер вважають лише однозначні відповідності. По-друге, нині розглядають не тільки числові функції, області визначення й області значень яких — числові множини. Найзагальніше означення функції запропоновано групою математиків, відомих під псевдонімом *Н. Бурбакі*.

Систематизацію знань учнів можна провести у формі фронтальної бесіди за допомогою таких запитань і завдань.

**1.** Що таке функція? Що таке аргумент функції?

**2.** Що таке графік функції? Які ви знаєте графіки функцій?

**3.** Які існують способи задання функцій? Назвіть переваги і недоліки кожного з них.

**4.** Які функції називають лінійними? Сформулюйте їх властивості.

**5.** Якою формулою задається пряма пропорційність? Сформулюйте її властивості.

**6.** За якої умови графік функції $y = ax + b$ проходить через початок координат?

**7.** За якої умови графік функції $y = ax + b$ паралельний осі $Ox$?

**8.** Яка функція називається зростаючою?

**9.** Яка функція називається спадною?

Далі переходьте до усних вправ, скориставшись вправами з підручника чи іншими, підібраними для конкретного класу.

Також можна провести аналіз над помилками, що були допущені під час написанні тестових завдань на минулому уроці.

Доцільно розглянути розв'язування вправ, які викликали в учнів труднощі під час виконання домашнього завдання.

Якщо самостійна робота на с. 150 була запропонована як домашня робота, то необхідно розглянути правильні варіанти відповіді

**Відповіді до самостійної роботи (с. 150 підручника)**

| Варіант | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| I | а) $y = 5$<br>б) $y = 15$ | В | а) 3; −3;<br>б) −2; 4. | а) $R$;<br>б) $x \neq -3$ |
| II | а) $y = 34$<br>б) $y = 19$ | А | а) −4; 8;<br>б) 1; 2. | а) $R$;<br>б) $x \neq 2$ |

На цьому уроці вчитель також може організувати аналогічну самостійну роботу, що розміщена в «Зошиті моїх досягнень», с. 32–33.

Якщо учням не було запропоновано такого роду завдання додому, можна провести самостійну роботу на уроці за допомогою завдань з підручника. Одразу повідомте, що учні роботу пишуть для себе, щоб розуміти, з якими завданнями впораються, а яким темам ще бажано додатково приділити увагу. Після того, як учні написали самостійну роботу на основі завдань з підручника, доцільно організувати взаємооцінювання. Учні обмінюються зошитами, виділяють помилки одне одного, обговорюють їх. Учитель озвучує правильні відповіді, щоб учні мали змогу себе перевірити. Запитайте, чи потрібно розглянути якісь із цих завдань у класі?

**Робота з матеріалом підручника**

*Для роботи вдома*: § 16–18; №773, 776, «Типові задачі до контрольної роботи» (с. 152)

## Урок 56. Тематична робота (Розв'язування математичних задач)

**Мета.** Перевірити, як учні засвоїли теми «Що таке функція», «Графік функції», «Лінійна функція»; повторити і закріпити набуті вміння та навички; підготуватися до контрольної роботи.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися наводити приклади функціональних залежностей і лінійних функцій; пояснювати поняття: «область визначення функції», «область значень функції», «графік функції»; формулювати означення понять: «функція», «лінійна функція»; називати і характеризувати способи задання функції; описувати побудову графіка функції, заданої таблично або аналітично; розв'язувати вправи, що передбачають: знаходження області визначення функції, знаходження значення функції за даним значенням аргументу, побудову графіка лінійної функції, з'ясування окремих характеристик функції та її графіком (додатні значення, від'ємні значення, нулі).

**Методичні вказівки**

Перед уроком або на його початку надайте учням ключі до завдання, яке вони виконували для підготовки до тематичної роботи (с. 152).

**Відповіді до типових завдань до контрольної роботи (с. 152 підручника)**

| 1 | 2 | 3 | 4° | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Г | В | В | 1Г<br>2В<br>3Д | а) 6; 4; −2;<br>б) 5; 2; 1;<br>в) (0;4), (2;0);<br>г) $x < 2$. | $x \neq 0$,<br>$x \neq 5$ | (1;2) | $y = -1{,}5x$ | $P = 4x + 4$<br>$x > 0$<br>$P > 4$<br>Якщо $x = 1$, то $P = 8$. |

Бал, отриманий кожним учнем, має відображати реальні досягнення в опануванні ним конкретної теми. Тематичний контроль бажано проводити комплексно: усне опитування, комп'ютерне тестування, письмові роботи. При цьому треба обов'язково враховувати індивідуальні особливості учнів та їх навчальну діяльність під час вивчення тем, що підлягають контролю. Тестування можна проводити за допомогою індивідуальних тестів. Якщо є можливість, бажано створити банк відповідних завдань і проводити тестування за допомогою комп'ютера. Усне опитування і тестування можна проводити як на уроках, так і в позаурочний час, зручний для учнів і вчителя. Окремі учні можуть бути звільненими від такого виду контролю.

На цьому уроці пропонується робота, що орієнтована на оцінку групи «Розв'язування математичних задач» (друга група результатів). Завдання, аналогічні до поданих у підручнику, містяться у посібнику «Зошит моїх досягнень». Додаткові завдання у цій роботі є необов'язковими і дають змогу учням заробити окремо додаткову оцінку.

Пропонуємо вчителю під час перевірки не лише залишати коментарі чи бали у роботі, а ще й роздрукувати для кожного учня бланк, де зробити відповідні відмітки у таблиці. Таке додаткове формувальне оцінювання письмової роботи допоможе детальніше інформувати батьків і самого учня щодо успіхів у математиці кожної дитини.

Тобто після перевірки роботи вчитель заповнює таблицю (див. нижче) для кожного учня. Вибирає один з чотирьох стовпчиків до кожного завдання і ставить у ньому галочку (чи інший символ).

**Тематичне оцінювання на тему: «Функція»**
**Оцінювання групи результатів: Розв'язування математичних задач**
**Прізвище, ім'я учня** ______________________________

| | Форма | Виконує правильно | Допускає незначні помилки | Допускає помилки | **Не виконав/не виконала** |
|---|---|---|---|---|---|
| **№1.** Добір точки, через яку проходить графік функції | тест | | | | |
| **№2.** Визначення, чи перетинає графік функції одну з осей координат | | | | | |
| **№3.** Запис залежності формулою | | | | | |
| **№4.** Знаходження значення функції за відомого значення аргументу | відповідність | | | | |
| **№5.** Побудова графіка функції та знаходження за ним деяких значень функцій, аргументу, точок перетину з осями координат тощо | | | | | |
| **№6.** Знаходження точок перетину графіка функції з осями координат без побудови самого графіка | | | | | |
| **№7.** Побудова в одній системі координат двох графіків та знаходження точки їх перетину. | | | | | |
| **№8.** Задання формулою лінійної функції, графік якої відповідає певним умовам | | | | | |
| **Додаткове завдання** | | | | | |
| Побудова графіка функції і симетричного йому графіка | | | | | |

Ми пропонуємо не задавати учням домашнє завдання після написання контрольної роботи.

## Урок 57. Аналіз тематичної роботи

**Мета.** Проаналізувати виконання учнями попередньої письмової роботи. Здійснити корекцію їхніх знань і вмінь з вивчених тем.

**Вимоги до підготовки учнів.** На цьому уроці має відбутися коригування учнівських знань, умінь та навичок, що стосуються тем «Функція», «Графік функції» та «Лінійна функція», виправивши допущені помилки.

**Методичні вказівки**

Вчитель з учнями можна розглянути деякі задачі і вправи, в яких значна частина учнів припустилася помилок.

Повторити теоретичні питання, недосконале знання яких призвело до помилок під час виконання попередньої роботи, перевірити вміння учнів досліджувати ситуації, створювати математичні моделі, інтерпретувати та критично оцінювати результат.

Можна організувати роботу учнів над помилками, визначивши з сильних учнів консультантів для тих, хто отримав низькі бали за першу письмову роботу.

1. Роздайте учням зошити з перевіреною роботою.

2. Запишіть на дошці максимальні бали за кожне виконане правильно завдання.

3. Поясніть, що ви виділили помилки, які були допущені учнями, а також записали кількість балів, що заробив кожен учень.

4. Розгляньте з учнями завдання з роботи, в яких найбільша кількість учнів припустилася помилок.

5. Запропонуйте заповнити корекційний бланк (Корекційний бланк №2) чи частини корекційних робіт запропоновані в Зошиті моїх досягнень. Запропонуйте їх виконати учням, що не впорались з завданням. Вчитель може запропонувати учням у відповідному бланку заповнити рядки для тих завдань, в яких були допущені помилки, а потім ще й виконати аналогічні завдання з корекційної роботи (або й всю корекційну роботу). На цьому етапі важливо дізнатися, учень не брався до завдання, бо не встиг чи не знав, як виконати завдання, а також чи усвідомив він допущені ним помилки, чи може тепер виконати завдання правильно. На основі якісної роботи над помилками та виконання завдань корекційної роботи вчитель може скорегувати оцінку за тематичну роботу. Такий підхід дає змогу учням усвідомлено аналізувати та критично оцінювати виконані ними письмові роботи і навчатися на власних помилках.

6. Розв'яжіть з учнями завдання комбінованого характеру (що вимагають застосування знань з деяких параграфів).

7. Розв'яжіть завдання з логічним навантаженням (ви можете взяти їх з рубрики «Цікаві задачі»).

Також доцільно організувати інші види контролю, зокрема фронтальне опитування учнів з використанням рубрики «Запитань і завдань для самоконтролю» з підручника.

**Робота з підручником**

*Для роботи вдома*: § 16–18; №696, 697, 740, 743, 778.

# Розділ 4. Лінійні рівняння з однією змінною

Рівняння потрібні для розв'язування задач, а перетворювання виразів — для розв'язування складніших рівнянь. Розширюються знання про вирази — розширюються і види рівнянь та методи їх розв'язування, а відтак і клас задач, які можуть розв'язувати учні.

Що таке рівняння? Іноді наводять таке означення: «Рівність, яка справедлива при будь-яких значеннях змінних, називається тотожністю. Якщо рівність справедлива тільки при деяких значеннях змінних, то її називають рівнянням». Таке трактування застаріле. У сучасній математиці розрізняють рівняння і тотожності — залежно від словесних доповнень, якими супроводжуються ці рівності, а не від виду рівностей. Одну й ту саму рівність можна вважати і рівнянням, і тотожністю. Наприклад, можна пропонувати такі завдання:

а) розв'яжіть рівняння

$$(x-3)(x-4)=(x-2)(x-6)+x;$$

б) доведіть тотожність

$$(x-3)(x-1)=(x-2)(x-6)+x.$$

$f(x)=g(x)$ — {
- Рівняння, якщо запитується, при яких значеннях $x$ значення $f(x)$ і $g(x)$ рівні;
- тотожність, якщо стверджується, що при всіх значеннях $x$ із деякої множини $f(x)=g(x)$.

Рівняння і тотожність — істотно різні поняття. Тотожність — це твердження, яке може бути правильним або неправильним. Із тотожностей $A=B$ і $B=C$ випливає, що $A=C$. Рівняння не є твердженням, воно не може бути правильним чи неправильним. Із рівнянь $A=B$ і $B=C$ не випливає, що $A=C$.

Рівняння — досить широке поняття. Рівняння бувають векторні, диференціальні, інтегральні, функціональні тощо. Зрозуміло, що семикласникам не можна дати загального означення. Їм досить сказати, що *рівність, яка містить невідомі числа, позначені буквами, називається рівнянням*. Це не означення, а зрозумілий для семикласників опис найпростіших рівнянь. Він уточнюватиметься, наповнюватиметься новим змістом у старших класах під час розгляду квадратних, тригонометричних, показникових, логарифмічних та інших видів рівнянь.

Тема «Лінійні рівняння з однією змінною» викладена в підручнику традиційно. У ній розглядається матеріал, який значною мірою уже відомий учням. Добре, якщо перший урок буде присвячено повторенню того, що учні вже знають про рівняння і способи їх розв'язування. Важливо виробити в учнів уміння розв'язувати рівняння, що зводяться до лінійних, і прикладні задачі, що їх можна розв'язувати за допомогою таких рівнянь.

В підручнику рівняння також розглядається як математична модель задачі. Зокрема, математичні моделі задач на рух, роботу та деякі інші.

## Уроки 58–60. Загальні відомості про рівняння

**Мета.** Повторити найважливіші відомості про рівняння; згадати зміст понять «рівняння» та «корінь рівняння»; сформувати в учнів уміння встановлювати, чи є вказане число коренем заданого рівняння; повторити відомі способи розв'язування рівнянь; ввести поняття рівносильних рівнянь та розкрити їх зміст на конкретних прикладах; сформулювати основні властивості рівнянь та показати застосування до розв'язування рівнянь; виробити в учнів навички розв'язування рівнянь з цілими та дробовими коефіцієнтами.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися розпізнавати рівняння з однією змінною серед даних рівнянь; наводити приклади рівнянь: пояснювати, шо таке корінь рівняння, що означає «розв'язати рівняння»; розв'язувати деякі видити рівнянь з однією змінною; розпізнавати рівносильні рівняння і використовувати основні властивості рівнянь.

**Методичні вказівки**

В алгебрі особливо велику роль відіграють рівняння. Тож ми повторимо те, що ви вже знаєте про рівняння. (*За підручником можна пояснити теоретичний матеріал.*)

У підручнику наводиться трактування поняття «рівняння», відоме учням з попередніх класів: **«Рівняння — це рівність, яка містить невідомі числа, позначені буквами»**. Звичайно, учитель може доповнити таке означення, наприклад, словами «якщо ставиться запитання, при яких значеннях цих букв рівність стає правильною числовою рівністю». Але треба розуміти, що навіть з доповненням воно не є строгим означенням поняття «рівняння». Для семикласників не можна навести загального означення рівняння, якому відповідали б функціональні, диференціальні та багато інших видів рівнянь. У підручнику розглядаються тільки найпростіші рівняння, тож намагатися давати загальне означення цьому поняттю не слід.

Під час уроку бажано повторити зміст твердження «число $a$ задовольняє рівняння». На конкретних прикладах продемонструвати учням, що існують рівняння, які мають різну кількість коренів. Особливу увагу слід звернути на рівняння, що мають безліч коренів або не мають їх зовсім. Варто вимагати від учнів аргументації таких випадків. З цією метою можна запропонувати вправи з підручника, які містяться в рубриці «Виконайте усно», та інші, зокрема такі.

**1.** Знайдіть корінь рівняння:

а) $x - 2= 5$;

б) $7x = 21$;

в) $3x + 15 = 0$.

**2.** Які з чисел −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3 задовольняють рівняння:

а) $x(x + 3) = 0$;

б) $(x -1)(x + 1) = 0$;

в) $x(x - 3)(x + 2) = 0$;

г) $x(x - 1) = x$?

Скільки коренів має кожне з рівнянь?

**3.** Поясніть, чому рівняння $2x + 5 = 2x + 3$ не має коренів.

**4.** Доберіть кілька чисел, які задовольняють рівняння $3x - x = 2x$. Скільки коренів має таке рівняння?

**5.** Складіть рівняння, що має: а) один; б) два; в) три; г) жодного; ґ) безліч коренів.

На першому уроці бажано провести фронтальне опитування за допомогою таких запитань.

1. Що називається рівнянням?
2. Що називається коренем рівняння?
3. Скільки коренів може мати рівняння?
4. Що означає «розв'язати рівняння»?
5. Як знайти невідомий доданок?
6. Як знайти невідомий множник?

Наприкінці першого уроку можна провести математичний диктант.

**Математичний диктант**

**1.** Допишіть речення:

а) Рівняння — це рівність, яка містить….

б) Коренем рівняння називається число, яке….

в) Розв'язати рівняння — це означає….

**2.** На дошці записано рівняння $5x - 3 = 4 + x$.

а) Випишіть члени цього рівняння;

б) напишіть праву частину рівняння;

в) напишіть ліву частину рівняння.

**3.** Складіть рівняння, яке має:

а) один корінь $x = 3$;

б) безліч коренів;

в) жодного кореня;

г) два корені: $x = 0$ і $x = -1$.

**4.** Запишіть корені рівняння:

**А** $5x = 20$; **В** $-3x = 0$;

**Б** $x - 7 = 0$; **Г** $x + 2 = 3$.

Поняття рівносильності рівнянь використовується у школі впродовж усіх років навчання. Тому його бажано одразу сформулювати чітко й однозначно, не обмежуючись лише коротким означенням. Потрібно наголосити, що рівносильність це відношення (співвідношення), таке як рівність, паралельність, перпендикулярність. Рівносильними можуть бути два чи більше рівнянь, але не одне. Зміст цього поняття можна розкрити і так. Два рівняння рівносильні тільки тоді, коли кожний корінь одного з них є коренем другого і навпаки: кожний корінь другого є також коренем першого рівняння. Рівняння, які не мають коренів, так само вважаються рівносильними. У деяких посібниках рівносильними називають рівняння, які мають спільні корені. На нашу думку, таке означення невдале, бо учні можуть неправильно зрозуміти. Наприклад, рівняння

$$(x - 2)(x + 3)(x - 5) = 0 \text{ і } (x - 2)(x + 3) = 0$$

мають спільні корені 2 і −3, але не рівносильні.

Строго довести основні властивості рівнянь у 7 класі не можна, бо учням ще не відомі навіть записи рівнянь у загальному вигляді: $f(x) = g(x)$ чи $F(x) = 0$. Тому доводиться обмежуватись ілюстративними прикладами.

Іноді вчителі ще в 6 класі формулюють таку властивість: «Якщо до обох частин рівняння додати або від обох частин рівняння відняти число або вираз, що містить невідоме, то дістанемо правильне рівняння». Таке формулювання невдале з двох причин. По-перше, рівняння не висловлювання, тому воно не може бути правильним або неправильним. По-друге, якщо, наприклад, до рівняння $4x = 8$ додати вираз $\frac{1}{x-2}$, то отримаємо рівняння, що не рівносильне даному.

Під час виконання вправ для осмислення та закріплення теоретичного матеріалу бажано розглянути такі питання.

1. Як звести подібні доданки?

2. Який закон використовується при розкритті дужок?

3. Яке рівняння дістанемо в результаті: а) зведення подібних доданків; б) розкриття дужок?

4. Як переносять члени рівняння з однієї частини в іншу, щоб дістати рівняння, рівносильне даному?

5. Чи отримаємо рівносильне рівняння в результаті множення (ділення) даного рівняння на додатне чи від'ємне число?

Розв'язування рівнянь на перших етапах бажано виконувати, вказуючи, яка з основних властивостей використовується.

Засвоєння теоретичного матеріалу на другому уроці слід перевірити, поставивши такі запитання.

1. Що називається рівнянням?
2. Що називається коренем рівняння?
3. Скільки коренів може мати рівняння?
4. Що означає «розв'язати рівняння»?
5. Як звести подібні доданки?
6. Який закон використовується для розкриття дужок?
7. Які рівняння називають рівносильними?
8. Сформулюйте основні властивості рівнянь.

Наприкінці другого уроку учням можна запропонувати навчальну самостійну роботу на два варіанти.

**Самостійна робота**

***Варіант I***

**1.** Чи задовольняє число 1,5 рівняння:
а) $3x + 1{,}9 = 6{,}4$;
б) $x(2x - 3) = 0$?
Чи рівносильні ці рівняння?

**2.** Розв'яжіть рівняння:
а) $x - 6 = 5(x - 2)$;
б) $4{,}5x - 5 = 4x - 1{,}5$;
в) $\frac{1}{3}x - 6 = \frac{2}{3} - x$.

***Варіант II***

**1.** Чи задовольняє число 2,5 рівняння:
а) $3x + 2{,}3 = 9{,}8$:
б) $x(2x - 5) = 0$?
Чи рівносильні ці рівняння?

**2.** Розв'яжіть рівняння:
а) $3(x - 1) = 5 - x$:
б) $2{,}5 - 3{,}2x = 1{,}8x$;
в) $\frac{1}{5}x - 6 = \frac{3}{5} - x$.

**Робота з матеріалом підручника**

На першому уроці
*Для роботи вдома*: § 19; №812, 816, 820, 822.
На другому уроці
*Для роботи вдома*: § 19; №826, 828, 831, 833.

**Вказівки і розв'язання задач**

**807.** Учні в парі обговорюють, чому кожне з рівнянь не має розв'язків. Це завдання сприяє не лише кращому розумінню теми, а й розвитку зв'язного мовлення. Саме тому дуже важливо не лише дати можливість обмінятися учням своїми думками і прийти до спільного бачення, а й потім дати можливість декільком учням на весь клас пояснити кожне з завдань.

**813.** Гра для групи з 3 учасників і учасниць. Учні мають зіграти хоча б одне коло, щоб кожен з них побув в ролі того, хто розв'язує сконструйоване іншими рівняння. Це завдання допомагає також учням зрозуміти, що за буквами $a$ та $c$ можуть «ховатися» числа, що в подальшому допоможе для розв'язування рівнянь з параметром.

**818.** Запропонуйте 4 учням об'єднатися в групу. Спершу вони всі разом мають перевірити, чи є коренем рівняння число $-2$, обговорити, як виконується ця вправа. А після цього кожен обирає одне з решти 4 чисел і визначити, чи є воно коренем заданого рівняння. Потім групи звіряють свої відповіді.

**824.** Запропонуйте кожному з учнів у парі за схемою скласти задачу. Потім учні обмінюються умовами задач і розв'язують їх. Після цього автор задачі перевіряю розв'язання задачі напарником.

**829.** В другому рядку частини коду допущена помилка, замість $a$ мало бути $-a$.
Мало бути: «надати $x$ значення $k/-a$»

**830.** д) *I спосіб*. Помножимо обидві частини рівняння на НСК знаменників, тобто на 4:

$$3(12 - x) = 6.$$

Знайдемо невідомий множник:
$12 - x = 6 : 3$, або $12 - x = 2$.
З останнього рівняння знаходимо $x$ як невідомий від'ємник:

$$x = 12 - 2;\ x = 10.$$

*II спосіб*. Знайдемо невідомий множник:

$$12 - x = \frac{3}{2} : \frac{3}{4};$$

$12 - x = 2$, звідси $x = 10$.

*III спосіб*. Розкриємо дужки: $9-\frac{3}{4}x=\frac{3}{2}$,

звідси $\frac{3}{4}x=9-\frac{3}{2}$; $\frac{3}{4}x=\frac{15}{2}$; $x=\frac{15}{2}:\frac{3}{4}$.

$x=10$.

**832.** б) Помножимо обидві частини рівняння на НСК знаменників.

Маємо: $2(5x-4)=3(7-x)+3x+1$;

$10x-8=21-3x+3x+1$;

$10x=30$;

$x=3$.

**834.** Нехай шукане число $x$.

Тоді перша різниця дорівнюватиме $135-x$, а друга — $83-x$.

Маємо рівняння $135-x-3(83-x)$, звідси $2x=114$, $x=57$.

**835.** *Арифметичний спосіб*. Якщо 70 биків — це дві третини цілого, то третина становить 35 биків, а ціле $35 \cdot 3=105$ биків. У свою чергу, 105 биків становлять третину шуканого. Отже, шукане таке: $105 \cdot 3=315$ (биків).

За *малюнком* маємо, що череда складається із 9 частин, у кожній з яких $70:2=35$ (биків). Отже, загалом биків: $35 \cdot 9=315$.

*Алгебраїчний спосіб*. Позначимо кількість усієї худоби через букву $x$. Тоді її третина дорівнюватиме $\frac{1}{3}x$, а дві третини від третини — $\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{1}{3}x\right)$.

За умовою задачі можемо скласти рівняння: $\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{1}{3}x\right)=70$, звідси $x=315$.

**836.** б) $3 \cdot 2x=5 \cdot 18$;

$6x=90$;

$x=90:6$;

$x=15$.

ґ) $m^2=16$.

Методом підбору визначаємо, що $m=4$ або $m=-4$.

**842.** а) Якщо $x=-8$ є коренем рівняння, то підставивши його у рівняння, одержимо рівняння відносно $a$:

$3a \cdot (-8)+96=0$;

$-24a+96=0$;

$-24a=-96$;

$a=-96:(-24)$;

$a=4$.

**844.** Запропонуйте парі учнів розділити між собою завдання, обговорити способи їх розв'язування, самостійно розв'язати, а потім перевірити один одного.

а) Розв'яжемо перше рівняння: $2x-2=4-x$; $3x=6$; $x=2$.

Підставимо знайдений корінь у друге рівняння і розв'яжемо його відносно $a$.

Маємо: $2a=2+a$; $a=2$.

б) З другого рівняння маємо, що $x=0$.

З першого рівняння: $ax=0$.

Якщо $a=0$, то рівняння має безліч коренів.

Якщо $a \neq 0$, то $x=0$.

Рівняння рівносильні, якщо $a \neq 0$.

**848.** а) Оскільки $x^2 \geq 0$, то рівняння $x^2=k$ не матиме коренів при $k<0$.

б) $|x|=-k$. Оскільки $|x| \geq 0$, то рівняння не матиме коренів при $k>0$.

в) $k+2x=2x-6$; $k=-6$. При всіх інших значеннях $k$ одержимо хибну числову рівність. Отже, рівняння не матиме коренів при $k \neq -6$.

**851.** а) $80=8 \cdot 10=2^3 \cdot 2 \cdot 5=2^4 \cdot 5$.

б) $1024=2^2 \cdot 256=2^2 \cdot 2^2 \cdot 64=2^4 \cdot 2^6=2^{10}$.

в) $1001=7 \cdot 143=7 \cdot 11 \cdot 13$.

**852.** $$\left(\frac{43}{10}\cdot\frac{3}{43}+\frac{58}{5}\cdot\frac{9}{4}\right)\cdot\frac{4}{11}=$$

$$=\left(\frac{3}{10}+\frac{261}{10}\right)\cdot\frac{4}{11}=\frac{24\cdot 4}{10}=\frac{96}{10}=9{,}6.$$

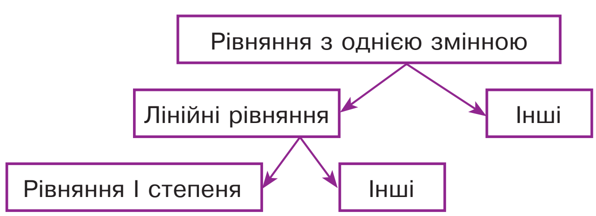
## Уроки 61–63. Лінійні рівняння

**Мета.** Ввести поняття лінійного рівняння та рівняння першого степеня з однією змінною; показати, що рівняння першого степеня з однією змінною є частинним випадком лінійного; виробити в учнів навички розв'язування лінійних рівнянь із різними коефіцієнтами.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися розпізнавати лінійне рівняння серед даних рівнянь; наводити приклади лінійних рівнянь; розв'язувати лінійні рівняння з однією змінною і рівняння, що зводяться до них.

**Методичні вказівки**

Слід розрізняти лінійні рівняння і рівняння першого степеня. Обсяг останнього поняття вужчий від обсягу першого. Рівняння і першого степеня — частинниий випадок лінійного рівняння.



Нерідко лінійні рівняння ототожнюють з такими, що зводяться до лінійних. Чи можна вважати лінійними, наприклад, рівняння:

$$14x - 6 = 15,$$

$$3x + 7 = 10 + x,$$

$$0{,}5(x + 1) = 0{,}5x + 4?$$

Деякі автори відносять їх до лінійних, але це неправильно. Їх можна було б вважати лінійними, якщо б пропонувалось таке означення: «Лінійним називається рівняння, яке *можна звести* до рівняння вигляду $ax = b$». А що означає «звести»? Адже і рівняння $2^3x \cdot 4 = 1$ можна «звести» до рівняння вигляду $3x = 4$. Аналіз подібних фактів приводить до висновку, що лінійним краще називати тільки рівняння вигляду $ax = b$. Усі інші наведені вище рівняння не лінійні, а такі, що зводяться до них.

Чи є лінійними рівняння $2|x| = 1$, $|3x| = 5$? Ні. Якщо є час, можна запропонувати учням розв'язати кілька подібних рівнянь. Але називати їх лінійними не треба, бо це суперечило б означенню лінійного рівняння.

Розв'язування рівнянь, які зводяться до лінійних, зручно записувати в стовпчик, переносячи невідомі в ліву частину, а відомі — в праву. Коментувати перетворення можна усно.

До тренувальних вправ бажано включати хоча б два-три рівняння, які не мають жодного розв'язку або мають безліч розв'язків.

Теоретичний матеріал треба висвітлити відповідно до підручника.

Учням можна запропонувати таку схему:

$$\text{Рівняння } ax = b \rightarrow \begin{cases} \text{має 1 корінь, якщо } a \neq 0; \\ \text{має безліч коренів, якщо } a = 0 \text{ і } b = 0; \\ \text{не має коренів, якщо } a = 0 \text{ і } b \neq 0. \end{cases}$$

На конкретних прикладах показати учням, що послідовність дій під час розв'язування складніших рівнянь може бути різною і щоразу бажано вибирати найраціональнішу.

**Приклад 1.** Розв'яжіть рівняння

$$\frac{1}{3}x + \frac{3}{2} = -\frac{1}{6} - \frac{1}{3}(x + 5).$$

*Розв'язання.*

Помножимо праву і ліву частини рівняння на 6 (найменше спільне кратне знаменників 3, 2 і 6):

$2x + 9 = -1 - 3(x + 5),$

$2x + 9 = -1 - 3x - 15,$

$2x + 3x = -1 - 15 - 9,$

$5x = -25,$

$x = -5.$

**Приклад 2.** Розв'яжіть рівняння

$$\frac{1}{5}(x - 3) + 3 = \frac{3}{5}(15 + 2x) - 7.$$

*Розв'язання.*

Розкриємо дужки: $\frac{1}{5}x - 1 + 3 = 9 + \frac{6}{5}x - 7,$

$\frac{1}{5}x - \frac{6}{5}x = 9 - 7 + 1 - 3,$

$-x = 0,$

$x = 0.$

На другому уроці можна організувати роботу учнів у робочих зошитах або з виконання додаткових вправ. Засвоєння теоретичних знань можна перевірити за допомогою таких запитань.

1. Сформулюйте означення лінійного рівняння.
2. Скільки розв'язків має лінійне рівняння?
3. Чи мають корені рівняння: $0x = -3$; $0x = 0$?
4. Як розв'язати рівняння $ax = b$, якщо $a \neq 0$?
5. Сформулюйте означення рівняння першого степеня з однією змінною.
6. Скільки розв'язків може мати рівняння першого степеня з однією змінною?

**Додаткові вправи**

**1.** Розв'яжіть лінійні рівняння:

а) $5x = -15$;

б) $0{,}1x = 32$;

в) $0x = 7$;

г) $10x = 1$;

ґ) $0x = 0$.

Яке з цих рівнянь є рівнянням першого степеня із однією змінною?

**4.** Допишіть після знака рівності таке число або таку змінну $x$, щоб висловлювання було правильним.

Рівняння $3x + 5 - x = ...$ має один корінь.

Рівняння $3x + 2(5 - 1{,}5x) = ...$ має безліч коренів.

Рівняння $5x + 3 - x = ...$ не має коренів.

**Робота з матеріалом підручника**

На першому уроці

*Для роботи вдома*: §20; №862, 864, 868, 870.

На другому уроці

*Для роботи вдома*: §20; №872, 874, 876, 891.

На третьому уроці

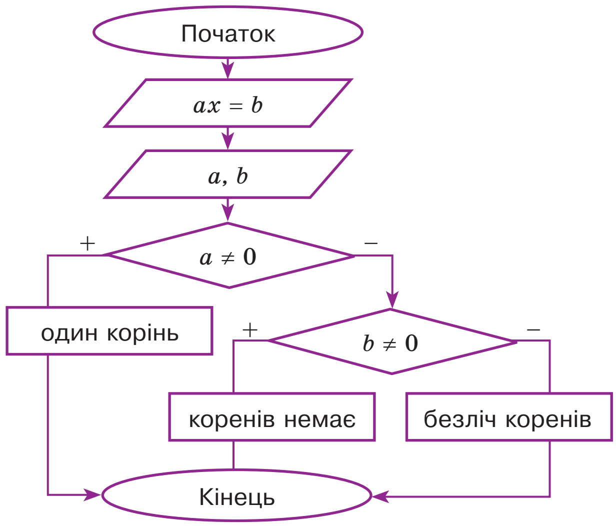
*Для роботи вдома*: § 20; №879, 881, 883, 893.

**Вказівки і розв'язання задач**

**856.** Повідомлення 1: «Рівняння має безліч коренів».

Завдання 856, 865 запропоновані для формування інформаційно-цифрової компетентності.

**865.** Блок-схема мала мати такий вигляд




**866.** Запропонуйте завдання групі з трьох учнів. Нехай кожен з них вибере одне з трьох рівнянь та зведе його до виду $ax = b$. Після цього колективно учні групи встановлюють відповідність між рівняннями та кількістю їх коренів.

**871.** в) Розкриємо дужки:

$$\frac{10}{3}-2x+\frac{2}{3}+3x=2x-1;$$

$4 + x = 2x - 1;$

$x = 5.$

**872.** б) Помножимо обидві частини рівняння на 5.

Маємо: $3(6 + 7x) - 10x = 2(4 + 3x) + 15;$

$18 + 21x - 10x = 8 + 6x + 15;$

$5x = 5;$

$x = 1.$

**875.** Запропонуйте парі учнів розв'язати задачу разом (обговорити кроки її розв'язання, а потім реалізувати їх). Нехай учні складуть спершу план, декілька груп озвучать складені ними плани, а потім кожна з пар візьметься за розв'язання задачі. Наприкінці обов'язково декілька пар озвучують хід розв'язання та отриманий результат.

Нехай перше (більше) число дорівнює $x$, тоді друге $(x - 6)$.

Складемо рівняння: $5x - 40 = 4(x - 6)$, звідси $x = 40 - 24$; $x = 16$.

Отже, більше число дорівнює 16, а менше — $16 - 6 = 10$.

**876.** Нехай менше число $x$, тоді більше — $6x$.

Маємо рівняння: $6x - 37 = x + 73$, звідси $5x = 110$, $x = 22$.

Друге число дорівнює: $6 \cdot 22 = 132$.

**878.** а) $|x| = 12 - 5;$

$|x| = 7,$

звідси $x = 7$, або $x = -7$.

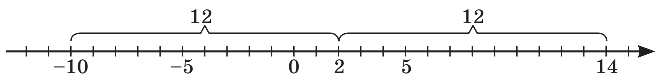
**879.** в) $x = -4$.

б) *I спосіб*. За означенням модуля $x - 2 = 12$, або $x - 2 = -12$,

отже, $x = 14$, або $x = -10$.

*II спосіб*. Використаємо графічну інтерпретацію поняття модуля: якщо $x_1$ і $x_2$ — точки числової прямої, то $|x_1 - x_2|$ — це відстань між ними.

Отже, $|x-2|$ можна розглядати як відстань між точками $A(2)$ і $B(x)$.




Мал. 1

г) $|x-1| = 3-7;$ $|x-1| = -4,$ отже, рівняння не має коренів.

**884.** а) $x = \dfrac{5}{a^2+3}$. Знаменник дробу ні при яких значеннях $a$ не перетворюється на нуль. Отже, для будь-якого значення $a$ можна обчислити значення даного виразу, яке і буде коренем рівняння.

**885.** в) Після перетворень одержимо:

$(a^2 + 2)x = 2;$ $x = \dfrac{3}{a^2+2}$. Знаменник дробу ні при яких значеннях $a$ не перетворюється в нуль. Отже, для будь-якого значення $a$ можна обчислити значення даного виразу, яке і буде коренем рівняння.

**886.** б) Розв'яжемо рівняння відносно $x$. Маємо: $x = \dfrac{5}{k+3}$.

Отже: 1) рівняння має єдиний корінь при всіх значеннях $k$, окрім $k = -3$;

2) $k = -3$;

3) таких значень $k$ немає.

**888.** В групі з трьох учнів кожен обирає одне з трьох рівнянь. Потім учнів обмінюються записами за годинниковою стрілкою

**889.** *Перший спосіб*. Користуючись мал. 20.3 з підручника (с. 168), складемо рівняння:

$$\frac{x+150}{2}+150=x, \text{ або } x+150+300=2x,$$

звідси $x = 450$. Тоді вся риба важить:

$$2(450 + 150) = 1200 \text{ (г)}.$$

*Другий спосіб*. Нехай тулуб важить $x$ г, тоді голова важить $\left(150+\frac{1}{2}x\right)$ г, а голова з хвостом — $\left(150+\frac{1}{2}x+150\right)$ г.

Маємо рівняння: $x=150+\frac{1}{2}x+150$, звідси $x = 600$.

Отже, тулуб важить 600 г, голова —

$$150+\frac{1}{2}600=450 \text{ (г)},$$

а вся риба $600 + 450 + 150 = 1200$ (г).

## Уроки 64–66. Розв'язування задач за допомогою рівнянь

**Мета.** Навчити учнів перекладати задачу зі звичайної мови на мову алгебраїчну (створювати математичну модель задачі); складати відповідне цій задачі рівняння і правильно трактувати його розв'язки.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися характеризувати етапи розв'язування задачі за допомогою рівняння; розв'язувати текстові задачі за допомогою лінійних рівнянь з однією змінною.

**Методичні вказівки**

Рівняння — основний засіб розв'язування багатьох задач. Для того і вивчають рівняння, щоб розв'язувати задачі. З простішими прикладами застосування рівнянь до розв'язування задач учні ознайомлені ще в попередніх класах. У 7 класі слід повторити цей матеріал, поновити вміння і систематизувати знання.

В підручнику рівняння розглядається як математична модель задачі. Учням бажано пояснити, що можна скласти безліч математичних моделей до однієї задачі й навпаки — різні за змістом задачі можуть мати однакові математичні моделі. Оскільки тема уроку пов'язана з розв'язуванням рівнянь, то до переважної кількості задач варто складати моделі у вигляді рівнянь. Слід мати на увазі, що інколи скласти рівняння до задачі допомагають інші моделі: таблиці, схеми, діаграми тощо. Іноді за допомогою рівняння розв'язують не всю задачу, а тільки її частину.

У підручнику пропонуються задачі двох видів: без різнойменних величин і з різнойменними величинами (на рух, роботу тощо). Краще починати із задач першого виду, зокрема на знаходження двох чисел за їх сумою і відношенням, сумою і різницею.

Цікавими є історичні задачі. Розв'язуючи їх, учні не тільки відпрацьовують відповідні вміння, а й ознайомлюються з розвитком математики в різні часи і в різних народів. Правильне використання історичних задач у навчальному процесі сприяє підвищенню інтересу до математики та загальної культури учнів.

Текстові задачі традиційно викликають труднощі в учнів. Для полегшення розв'язування таких задач доцільно звернути увагу на послідовність їх виконання за допомогою рівняння, а саме:

1) вибрати невідоме і позначити його буквою;
2) через цю букву виразити всі інші невідомі;
3) скласти рівняння;
4) розв'язати рівняння;
5) перевірити одержаний розв'язок за умовою задачі (можна усно).

Згодом учням потрібно показати, що в деяких випадках доцільніше позначати через змінну $x$ не ту величину, яку потрібно знайти, а іншу. Це дає змогу значно спростити розв'язання.

Може виявитись, що учням важко складати рівняння за умовою задачі. Тоді бажано провести відповідну підготовчу роботу, запропонувати їм, наприклад, такі вправи.

Запишіть у вигляді рівності твердження:
а) число 7 на 2 менше від числа 9;
б) число $a$ на $b$ менше від $c$;
в) число $5x$ на 3 більше, ніж $2x$;
г) $3c$ менше від $a$ втричі;
ґ) якщо $a$ зменшити на $b$, то стане 7.

Запишіть у вигляді рівності трьома способами:
а) значення $7x - 2$ більше від $3x$ на 7;
б) $3x + 5$ на 3 менше від $8x$;
в) $x - 4$ удвічі більше, ніж $5 - x$;
г) $2y + 3$ становить $\frac{1}{3}$ від $6x$;
ґ) 25 % від $3x + 5$ становлять $2x$.

Нехай двоцифрове число має $a$ десятків і $b$ одиниць. Запишіть:
а) суму цифр цього числа:
б) різницю між даним числом і сумою його цифр;
в) число, записане тими самими цифрами, але в зворотному порядку.

**Робота з матеріалом підручника**

На першому уроці

*Для роботи вдома*: § 21; №902, 905, 908, 946.

На другому уроці

*Для роботи вдома*: § 21; №910, 912, 915, тестові завдання на с. 182.

На третьому уроці

*Для роботи вдома*: § 21; №919, 922, 926, самостійна робота на с. 181.

**Вказівки і розв'язання задач**

**894.** Важливо, щоб учні навчились розрізняти абстрактні і прикладні задачі. Спершу вчитель може запропонувати декілька прикладів таких задач, а потім попросіть учнів самих навести приклади кожного з видів задач. Дуже корисно, коли учні абстрактну задачу перетворюють на прикладну і навпаки (використовуючи однакові дані).

**914.** Коли дочка народилася, матері було 26 років. Нехай потрібне вікове співвідношення буде досягнуто через $x$ років.

Тоді матері буде $(26 + x)$ років, а дочці — $x$ років.

Отже, маємо рівняння:

1) $26 + x = -3x$; 2) $26 + x = 2x$.

З першого рівняння знаходимо $x = 13$. Отже, дочка буде втричі молодшою від матері через 1 рік.

З другого рівняння маємо: $x = 26$. Отже, дочка буде вдвічі молодшою від матері через $26 - 11 = 14$ (років).

**900.** Запропонуйте завдання для групи з 3 учнів. Спершу учні роблять умовивід щодо того, що всі задачі є абстрактними, а потім обирають собі по 1 задачі і розв'язують її. Наприкінці учні обмінюються зошитами за годинниковою стрілкою і перевіряють роботи один одного.

**901.** Бажано, щоб учні запам'ятали певний алгоритм роботи над прикладною задачею. Спершу вони декілька разів її читають, далі намагаються записати скорочений запис умови або скласти схему, потім складають план розв'язування, поступово переходять до складання рівняння до задачі, розв'язують його, критично оцінюють отриманий результат і лише після того визначають відповідь саме до прикладної задачі. Звісно, що згодом якісь етапи учні можуть пропускати, але на першому уроці важливо детально розібрати всі кроки.

Це завдання дає змогу перевірити, чи вміють учні діяти за вже готовим планом.

**903.** Цю задачу бажано пропонувати вже після того, як буде розглянута задача 901. Це дасть змогу учням мати уявлення про оформлення плану, про який йдеться в задачі.

**907.** Зверніть увагу учнів, що до цієї задачі вже надано план на сторінці 176.

Запропонуйте учням в парі проаналізувати наданий план і на його основі скласти рівняння до задачі. Також ви можете попросити декілька пар озвучити складені рівняння для всього класу. Добре, якщо пари озвучать правильні, але різні за записом рівняння. Це дасть змогу обговорити, що до однієї задачі можна скласти декілька рівнянь, але це не впливатиме на розв'язок.

**915.** Через $x$ років батькові буде $(40 + x)$ років, а синові — $(10 + x)$ років. Тоді батько буде в три рази старший від сина, тобто $(10 + x) \cdot 3 = 40 + x$, звідси $x = 5$.

**917.** *І спосіб*. Нехай матері зараз $x$ років.

Тоді в позаминулому році їй було $(x - 2)$ років, а дочці — $\frac{x-2}{5}$; в наступному році матері буде $(x + 1)$ років, а дочці — $\frac{x+1}{4}$.

Різниця між віком дочки у наступному і позаминулих роках становить 3 роки.

Отже, маємо рівняння: $\frac{x-2}{5}+3=\frac{x+1}{4}$, з якого знаходимо вік матері $(x = 47)$.

Вік дочки можна знайти двома способами: $\frac{47-2}{5}+2=11$, або $\frac{47+1}{4}-1=11$.

*ІІ спосіб*. Якщо позначити через $x$ вік дочки, то з аналогічних міркувань одержимо рівняння $5(x - 2) + 3 = 4(x + 1)$, звідси $x = 11$. Тоді вік матері становитиме $5(11 - 2) + 2 = 47$ (років).

**918.** *І спосіб*. Якщо в першому будинку $x$ поверхів, то в другому — $(x - 12)$.

Тоді маємо рівняння: $x : (x - 12) = 8 : 5$,

$8(x - 12) = 5x$,

$3x = 96$;

$x = 32$.

Отже, в першому будинку 32 поверхи, в другому — $32 - 12 = 20$ (поверхів).

*ІІ спосіб*. Як видно з діаграми, кількість поверхів у І будинку складається з 8 рівних частин, у ІІ — з 5 таких самих частин. Різниця частин: $8 - 5 = 3$. Отже, на 3 частини припадає 12 поверхів.

Тоді на 1 частину припадає:

$12 : 3 = 4$ (поверхи);

на вісім — $4 \cdot 8 = 32$ (І будинок);

на п'ять частин — $4 \cdot 5 = 20$ (ІІ будинок).

**919.** Нехай матері $x$ років.

Маємо рівняння: $x : (x - 20) = 7 : 2$.

Звідси $x = 28$.

**920.** Складемо таблицю.

Маємо рівняння: $3x = 2{,}5(x + 10)$, звідси $x = 50$.

Тоді пройдена відстань дорівнює

$$3 \cdot 50 = 150 \text{ (км)}.$$

| Рух поїзда | Відстань, км | Швидкість, км/год | Час, год |
|---|---|---|---|
| За розкладом | $S$ | $x$ | 3 |
| З більшою швидкістю | $S$ | $x + 10$ | 2,5 |

За цією самою таблицею можна скласти й інше рівняння: $\frac{s}{3} = \frac{s}{2{,}5} - 10$, звідси $0{,}5\,s = 75$; $s = 150$.

**921.** Запропонуйте учням розв'язати задачу у парі.

Якщо коефіцієнт пропорційності $k$, то швидкість катера за течією така:

$$25k + 2k = 27k \text{ (км/год)},$$

а проти течії — $(25k - 3k) = 23k$ (км/год).

Нехай шуканий час $t$.

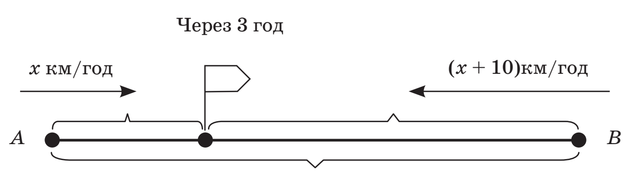
Тоді відстань, що її пройшов катер за течією, дорівнює $3\frac{5}{6} \cdot 27k$ км, а проти течії — $t \cdot 23k$ км.

Маємо рівняння: $3\frac{5}{6} \cdot 27k = t \cdot 23k$, звідси $t = \frac{23 \cdot 27k}{6 \cdot 23k} = \frac{27}{6} = 4\frac{1}{2}$, тобто 4 год 30 хв.

**922.** За схемою складаємо рівняння:
$3x + 3(x + 10) = 450$, звідси $x = 70$.

Отже, швидкість одного автомобіля — 70 км/год, він подолав $70 \cdot 3 = 210$ (км).

Тоді відстань, яку проїхав другий автомобіль, становить $450 - 210 = 240$ (км),
або $(70 + 10) \cdot 3 = 240$ (км).




**923.** Нехай швидкість одного автомобіля — $x$ км/год. Тоді пройдена ним відстань становитиме $1{,}5x$ км, а другий автомобіль проїхав $(1{,}5x - 30)$ км.

Складаємо рівняння: $1{,}5x + 1{,}5x - 30 = 210$, звідси $x = 80$.

Щоб знайти швидкість другого автомобіля, визначимо пройдений ним шлях:

$$210 - 80 \cdot 1{,}5 = 90 \text{ (км)}.$$

Тоді його швидкість дорівнюватиме:

$$90 : 1{,}5 = 60 \text{ (км/год)}.$$

**925.** *I спосіб.* Швидкість катера проти течії становить $20 - 2 = 18$ (км/год). Швидкість за течією: $20 + 2 = 22$ (км/год). Нехай $x$ км — між пристанями. Тоді проти течії катер ішов $\frac{x}{18}$ год, а за течією — $\frac{x}{22}$ год. Разом це становитиме 5 год.

Маємо рівняння: $\frac{x}{18} + \frac{x}{22} = 5$, звідси
$11x + 9x = 5 \cdot 198$, або $x = 49{,}5$ км.

*II спосіб.* Позначимо час руху за течією через $x$ год, тоді в інший бік він рухався $(5 - x)$ год.

Знайдемо відстань між пристанями:
$22x$ і $18(5 - x)$.

Маємо рівняння: $22x = 18(5 - x)$,
або $22x + 18x = 90$ і $x = 2{,}25$ (год).

Відстань між пристанями дорівнює

$$22 \cdot 2{,}25 = 49{,}5 \text{ (км)}.$$

**927.** Нехай шукане число $x$. Маємо рівняння:

$$(x + 4) : (x + 19) = 8 : 19.$$

За властивістю пропорції $8(x + 19) = 11(x + 4)$,
$8x + 152 = 11x + 44$,
$3x = 108$;
$x = 36$.

**928.** Нехай перша цифра шуканого числа $x$, тоді друга дорівнюватиме $(8 - x)$. Якщо цифри поміняти місцями, утвориться число $10(8 - x) + x$, яке на 18 більше, ніж дане, тобто $10x + (8 - x)$.

Маємо рівняння:

$$10(8 - x) + x - 18 = 10x + (8 - x), \text{ звідси } x = 3.$$

Якщо 3 — перша цифра числа, тоді друга буде: $8 - 3 = 5$, а саме число 35.

**929.** Якщо до трицифрового числа $x$ зліва дописати цифру 8, то одержимо число $8000 + x$. Складемо рівняння: $8000 + x + 619 = 40x$, звідси $x = 221$.

**930.** Нехай шукане число $x$. Тоді нове число: $4000 + (x \cdot 10 + 4)$. Отже, маємо рівняння:

$$4000 + x \cdot 10 + 4 = 54. \text{ Звідси } x = 91.$$

**931.** Якщо до деякого числа $x$ дописати справа цифру 9 і число $2x$, то одержимо число

$$10x + 9 + 2x = 633, \text{ звідси } x = 52.$$

**935.** Складемо таблицю.

| Рух теплохода | Відстань, км | Швидкість, км/год | Час, год |
|---|---|---|---|
| За розкладом | $x$ | 32 | $\frac{x}{32}$ |
| З більшою швидкістю | $x$ | 32 – 5 | $\frac{x}{32-5}$ |

Різниця у часі становить 25 хв, або $\frac{5}{12}$ год.

Маємо рівняння: $\frac{x}{32-5}-\frac{x}{32}=\frac{5}{12}$.

Розв'яжемо рівняння:

$$\frac{32x-27x}{27\cdot 32}=\frac{5}{12};\quad \frac{5x}{9\cdot 3\cdot 8\cdot 4}=\frac{5}{4\cdot 3};\quad x=72.$$

Тоді відстань між портами становить

$$216 + 72 = 288\ (\text{км}).$$

**938.** *І спосіб.* Нехай $x$ уболівальників становлять одну частину. Тоді в команди А — $3x$ уболівальників, у команди В — $2x$ уболівальників.

Після переходу уболівальників з команди А в команду В в команді А залишиться $(3x - 8)$ уболівальників, у команді В — $(2x + 8)$.

Маємо рівняння: $(3x - 8) : (2x + 8) = 5 : 6$,

$5(2x + 8) = 6(3x - 8)$,

$8x = 88$;

$x = 11$.

Отже, у команді А буде $3 \cdot 11 - 8 = 25$ (уболівальників), у команді В — $2 \cdot 11 + 8 = 30$ (уболівальників).

*ІІ спосіб.* Якщо через $x$ позначити шукану кількість уболівальників команди А, то 1 частину становитимуть $\frac{x}{5}$ уболівальників. Тоді на уболівальників команди В буде припадати 6 таких частин, тобто $6\cdot\frac{x}{5}$ уболівальників.

Ураховуючи решту умов задачі, складаємо рівняння: $(x+8)\left(\frac{6x}{5}-8\right)=3:2$,

$$3\left(\frac{6x}{5}-8\right)=2(x+8),$$

$$\frac{18x}{5}-24=2x+16;$$

$$3\frac{3}{5}x-2x=40;$$

$$1\frac{3}{5}x=40;$$

$$x=40\cdot\frac{5}{8};$$

$$x=25.$$

Тоді в команді В буде $6\cdot\frac{25}{5}=30$ (уболівальників).

**939.** Учням запропонований скорочений запис умови задачі, що є моделлю до задачі. Запропонуйте учням у парі спершу сформулювати умову цієї задачі, а потім розв'язати її.

**940.** Нехай швидкість першого велосипедиста — $x$ км/год.

У першому випадку пройдена ним відстань до зустрічі становитиме $1{,}5x$ км, а другим велосипедистом — $(36 - 1{,}5x)$ км.

Звідси швидкість другого: $\frac{36-1{,}5x}{1{,}5}$ км/год, або $(24 - x)$ км/год.

В іншому випадку відстань, яку подолає перший велосипедист, становитиме $x\cdot(1{,}25+0{,}5)$ км, або $1{,}75x$ км, а другий до зустрічі подолає $(24 - x)\cdot 1{,}25$ км, що в сумі становить 36 км.

Отже, маємо рівняння:

$$1{,}75x + (24 - x)\cdot 1{,}25 - 36,\ \text{звідси}\ x = 12.$$

Тоді швидкість другого велосипедиста дорівнюватиме $24 - 12 = 12$ (км/год).

**941.** Визначимо час, упродовж якого вертоліт перебував у повітрі:

12 год 45 хв – 5 год 30 хв – 30 хв = 6 год 45 хв, або $6\frac{3}{4}$ год. Якщо відстань між містами $A$ і $B$ $x$ км, то політ з $A$ у $B$ тривав $\frac{x}{250}$ год, а в зворотному напрямку — $\frac{x}{200}$ год, що разом становить $6\frac{3}{4}$ год. Отже, маємо рівняння: $\frac{x}{250}+\frac{x}{200}=6\frac{3}{4}$ звідси $x = 750$ (км).

**942.** Нехай у букеті було $x$ квіток.

Тоді в жертву Шиві принесено $\frac{x}{3}$, Вішну — $\frac{x}{5}$, Сонцю — $\frac{x}{6}$, Бхавані — $\frac{x}{4}$, вчителеві — 6.

Маємо рівняння: $\frac{x}{3}+\frac{x}{5}+\frac{x}{6}+\frac{x}{4}+6=x$,

звідси $20x + 12x + 10x + 15x + 360 = 60x$,

$57x + 360 = 60x$,

$x = 120$.

**943.** Нехай у Піфагора було $x$ учнів. Тоді $\frac{x}{2}$ з них вивчали математику, $\frac{x}{4}$ — музику, $\frac{x}{7}$ — мовчали і ще було 3 жінки. Маємо рівняння:

$\frac{x}{2}+\frac{x}{4}+\frac{x}{7}+3=x$, звідси $14x + 7x + 4x + 84 = 28x$, $x = 28$.

**945.** Нехай більше число дорівнює $x$, тоді менше $(100 - x)$.

Отже, маємо: $x$ — ділене, $(100 - x)$ — дільник, 4 — неповна частка, 5 — остача.

На основі зв'язку між цими компонентами складаємо рівняння:

$x = (100 - x) \cdot 4 + 5$,

або $x = 400 - 4x + 5$,

звідси $5x = 405$; $x = 81$.

Тоді друге число дорівнюватиме: $100 - 81 = 19$.

На третьому уроці розгляньте з учнями ключі до тестових завдань, що були запропоновані як домашнє завдання.

**Відповіді до тестових завдань (с. 182 підручника)**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| г | б | в | а | в | в | в | а | в | г |

Також на третьому уроці можна запропонувати аналогічне тестування.

**Тестові завдання №6**
**Лінійні рівняння**

_______________________________________________

_______________________________________________

***Варіант І***

| Завдання | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Відповідь | | | | | | | | | | |

**1.** Яке з рівнянь є рівнянням першого степеня з однією змінною?

**А** $x - y = 8$; **В** $-3x = 6$;
**Б** $0y = 2$; **Г** $4x = y$.

**2.** Яке рівняння не задовольняє число 3?

**А** $3x = 9$; **В** $0x = 0$;
**Б** $3 - x = 0$; **Г** $x + 3 = 0$.

**3.** Яке рівняння не має коренів?

**А** $2x = 2$; **В** $3x - x = 4$;
**Б** $0x = 2$; **Г** $5x = 0$.

**4.** Яке з чисел є коренем рівняння $4x - 6 = 3$?

**А** $\frac{9}{4}$; **В** $\frac{4}{9}$;
**Б** $-\frac{9}{4}$; **Г** $-\frac{4}{9}$.

**5.** Яке рівняння має тільки один корінь?

**А** $2x + 3 = 3x$; **В** $|x| = 2$;
**Б** $0x = 4$; **Г** $x(1 + 3x) = 0$.

**6.** Розв'яжіть рівняння $4x + 11 = 6x - 4$ і вкажіть його корінь:

**А** 7,5; **В** 3,5;
**Б** −7,5; **Г** −3,5.

**7.** Рівняння $4 - x = 2(x - 3)$ має розв'язків:

**А** безліч; **В** один;
**Б** жодного; **Г** два.

**8.** Яке з рівнянь рівносильне рівнянню $5x = -10$?

**А** $5x - 10 = 0$; **В** $5x : 10 = 0$;
**Б** $5x + 10 = 0$; **Г** $5x \cdot 10 = 0$.

**9.** При якому значенні $a$ рівняння $|x| = a$ має єдиний корінь?

**А** 2; **В** 0;
**Б** −2; **Г** 1.

**10.** При якому значенні $a$ рівняння $(a - 2)x = 2 - a$ має безліч коренів?

**А** 2; **В** 0;
**Б** −2; **Г** 1.

**Тестові завдання №6**
**Лінійні рівняння**

______________________________________________

______________________________________________

***Варіант II***

| Завдання | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Відповідь | | | | | | | | | | |

**1.** Яке з рівнянь є рівнянням першого степеня з однією змінною?

**А** $3z + x = 0$; **В** $0x = 4$;
**Б** $y + 4 = 0$; **Г** $x = -y$.

**2.** Яке рівняння не задовольняє число 5?

**А** $2x = 10$; **В** $5 - x = 0$;
**Б** $x + 5 = 0$; **Г** $0x = 0$.

**3.** Яке рівняння не має коренів?

**А** $0x = 0$; **В** $0x = 12$;
**Б** $16 : 4 = x$; **Г** $x + x = 8$.

**4.** Яке з чисел є коренем рівняння $4 - 6x = 3$?

**А** $\frac{1}{6}$; **В** $\frac{6}{1}$;
**Б** $-\frac{1}{6}$; **Г** $-\frac{6}{1}$.

**5.** Яке рівняння має тільки один корінь?

**А** $0x = -8$; **В** $x = 1 + x$;
**Б** $x^2 = 0$; **Г** $3(x - 5)x = 0$.

**6.** Розв'яжіть рівняння $5x + 13 = 7x - 4$ і вкажіть його корінь:

**А** $-8{,}5$; **В** $4{,}5$;
**Б** $8{,}5$; **Г** $-4{,}5$.

**7.** Рівняння $x(x - 1) + 1 = 1$ має розв'язків:

**А** безліч; **В** один;
**Б** жодного; **Г** два.

**8.** Яке з рівнянь рівносильне рівнянню $4x - 12 = 0$?

**А** $4x = 12$; **В** $-4x = 12$;
**Б** $4x = -12$; **Г** $x = -12 : 4$.

**9.** При якому значенні $a$ рівняння $3|x| = a$ має єдиний корінь?

**А** 0; **В** $-3$;
**Б** $-1$; **Г** 3.

**10.** При якому значенні $a$ рівняння $(a - 3)x = 3 - a$ має безліч коренів?

**А** 0; **В** 3;
**Б** 6; **Г** $-3$.

**Тестові завдання №6**
**Лінійні рівняння**

______________________________________________

______________________________________________

***Варіант III***

| Завдання | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Відповідь | | | | | | | | | | |

**1.** Яке з рівнянь є рівнянням першого степеня з однією змінною?

**А** $z - 3y = 1$; **В** $x - 3 = 0$;
**Б** $0z = 1$; **Г** $2x = 5z$.

**2.** Яке рівняння не задовольняє число 4?

**А** $3x = 12$; **В** $0x = 0$;
**Б** $4 - x = 0$; **Г** $x + 4 = 0$.

**3.** Яке рівняння не має коренів?

**А** $3x = 6$; **В** $3 = 0x$;
**Б** $-x = 3 : 6$; **Г** $x + 4x = 0$.

**4.** Яке з чисел є коренем рівняння $2x - 5 = 2$?

**А** $\frac{2}{7}$; **В** $\frac{7}{2}$;
**Б** $-\frac{2}{7}$; **Г** $-\frac{7}{2}$.

**5.** Яке рівняння має тільки один корінь?

**А** $x = 1 + x$; **В** $x^2 = 9$;
**Б** $-5x = 0$; **Г** $(x - 2)x = 0$.

**6.** Розв'яжіть рівняння $3x - 7 = 5x + 8$ і вкажіть його корінь:

а) $7{,}5$;
б) $-7{,}5$;
в) $5{,}5$;
г) $-5{,}5$.

**7.** Рівняння $2x - 2(x - 3)$ має розв'язків:

**А** безліч; **В** один;
**Б** жодного; **Г** два.

**8.** Яке з рівнянь рівносильне рівнянню $3x = 15$?

**А** $3x - 15 = 0$; **В** $3x \cdot 15 = 0$;
**Б** $3x + 15 = 0$; **Г** $3x : 15 = 0$.

**9.** При якому значенні $a$ рівняння $|x| = a - 1$ має єдиний корінь?

**А** 7; **В** 1;
**Б** $-7$; **Г** 0.

**10.** При якому значенні $a$ рівняння $(a + 2)x = 2 + a$ має безліч коренів?

**А** 2; **В** 0;
**Б** $-2$; **Г** $-4$.

**Тестові завдання №6**
**Лінійні рівняння**

______________________________________________

______________________________________________

***Варіант IV***

| Завдання | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Відповідь | | | | | | | | | | |

**1.** Яке з рівнянь є рівнянням першого степеня з однією змінною?

**А** $x + y = 4$; **В** $-x = y$;
**Б** $0t = 7$; **Г** $2y = 0$.

**2.** Яке рівняння не задовольняє число $-3$?

**А** $-3x = 9$; **В** $0x = 3$;
**Б** $3 + x = 0$; **Г** $x + 3 = 0$.

**3.** Яке рівняння не має коренів?

**А** $-5x = 10$; **В** $6x - 3x = 0$;
**Б** $8 : 16 = x$; **Г** $-5 = 0x$.

**4.** Яке з чисел є коренем рівняння $5 + 6x = -2$?

**А** $\frac{7}{6}$; **В** $\frac{6}{7}$;
**Б** $-\frac{7}{6}$; **Г** $-\frac{6}{7}$.

**5.** Яке рівняння має тільки один корінь?

**А** $|x| = 5$; **В** $|x| = 0$;
**Б** $3x^2 = -27$; **Г** $(2x - 3)x = 0$.

**6.** Розв'яжіть рівняння $7x + 1 = 14 + 5x$ і вкажіть його корінь:

**А** 7,5; **В** 6,5;
**Б** –7,5; **Г** –6,5.

**7.** Рівняння $3(1 - x) = -3x + 3$ має розв'язків:

**А** безліч; **В** один;
**Б** жодного; **Г** два.

**8.** Яке з рівнянь рівносильне рівнянню $6x + 18 = 0$?

**А** $x = 18 : 6$; **В** $6x = -18$;
**Б** $6x = 18$; **Г** $6x - 18 = 0$.

**9.** При якому значенні $a$ рівняння має єдиний корінь?

**А** 0; **В** 5;
**Б** –5; **Г** 1.

**10.** При якому значенні $a$ рівняння $(a + 3)x = 3 + a$ має безліч коренів?

**А** 0; **В** 3;
**Б** –1; **Г** –3.

## Урок 67. Узагальнення і систематизація знань з теми «Рівняння»

**Мета.** Узагальнити та систематизувати знання, здобуті учнями під пас вивчення тем «Загальні відомості про рівняння», «Рівносильні рівняння», «Лінійні рівняння». «Розв'язування задач за допомогою рівняння»; повторити і закріпити набуті вміння та навички; підготуватися до тематичної роботи.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися розпізнавати рівняння з однією змінною серед даних рівнянь; наводити приклади рівнянь: пояснювати, що таке «корінь рівняння», що означає «розв'язати рівняння»; розв'язувати окремі види рівнянь з однією змінною; розпізнавати лінійне рівняння серед даних рівнянь; наводити приклади лінійних рівнянь; розв'язувати лінійні рівняння з однією змінною і рівняння, що зводяться до них; характеризувати етапи розв'язування задачі за допомогою рівняння; розв'язувати тестові задачі за допомогою лінійних рівнянь з однією змінною.

**Методичні вказівки**

Завершуючи вивчення розділу «Рівняння», бажано узагальнити і систематизувати здобуті на попередніх уроках знання. Це можна зробити у вигляді своєрідного повторення та розв'язування задач. Або виписати відповідні терміни на дошці й запропонувати учням записати їх у зошит і навести приклади.

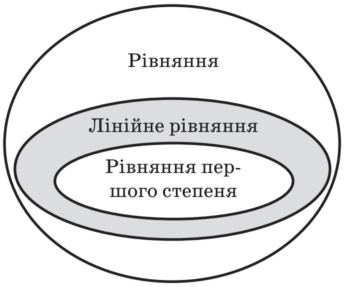
| Поняття | Приклади |
|---|---|
| Рівняння | |
| Корінь рівняння | |
| Рівносильні рівняння | |
| Рівняння першого степеня | |
| Лінійні рівняння | |

На цьому уроці можна пропонувати учням, наприклад, і такі записи:

• $ax - b$ — рівняння першого степеня, якщо $a \neq 0$; лінійне рівняння, якщо $a$ — довільне число;

• $ax + b = cx + d$ — рівняння, яке зводиться до лінійного.

Корисно пропонувати і діаграму (с. 91), яка ілюструє співвідношення між поняттями: рівняння, лінійне рівняння та рівняння першого степеня. При цьому бажано показувати, як слід розуміти такі діаграми: кожне рівняння першого степеня є лінійним, але не кожне лінійне рівняння є рівнянням першого степеня. Поняття «лінійне рівняння» загальніше, ніж «рівняння першого степеня».




Якщо клас підготовлений, можна на такому уроці дещо «забігти» вперед. Наприклад, сказати, що кожне рівняння з однією змінною можна записати у вигляді $A(x) = B(x)$, де $A(x)$ — ліва, а $B(x)$ — права частини рівняння. Можна зазначити, що згодом учні вивчатимуть багато інших видів рівнянь: з двома змінними, другого степеня і т. ін. На такі попередні «забігання» учитель затрачає 2–3 хв, а користь від них велика: учні в цей час особливо уважні.

Далі переходьте до усних вправ, скориставшись вправами з підручника чи іншими, підібраними для конкретного класу.

Також можна провести аналіз над помилками, що були допущені під час написанні тестових завдань на минутому уроці.

Доцільно розглянути розв'язування вправ, які викликали в учнів труднощі під час виконання домашнього завдання.

Якщо самостійна робота на с. 181 була запропонована як домашня робота, то необхідно розглянути правильні варіанти відповіді

На цьому уроці вчитель також може організувати аналогічну самостійну роботу, що розміщена в «Зошиті моїх досягнень», с. 38–39.

Якщо учням не було запропоновано такого роду завдання додому, можна провести самостійну роботу на уроці за допомогою завдань з підручника. Одразу повідомте, що учні роботу пишуть для себе, щоб розуміти, з якими завданнями впораються, а яким темам ще бажано додатково приділити увагу. Після того, як учні написали самостійну роботу на основі завдань з підручника, доцільно організувати взаємооцінювання. Учні обмінюються зошитами, виділяють помилки один одного, обговорюють їх, потім повертають зошити. Учитель озвучує правильні відповіді, щоб учні мали змогу себе перевірити. Запитайте, чи потрібно розглянути якісь із цих завдань у класі?

**Відповіді до завдань до самостійної роботи (с. 181 підручника)**

| Варіант | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| I | а) $x$=2;<br>б) $x_1$=5; $x_2$=-5;<br>в) $x = 3{,}7$. | При $a = 3$ | $v_1 = 70$ км/год<br>$v_2 = 80$ км/год |
| II | а) $x$=2;<br>б) $x_1$=4; $x_2$=-4;<br>в) $x = 2$. | При $a = 2$ | $v_1 = 70$ км/год,<br>$v_2 = 85$ км/год |
| III | а) $x$=3;<br>б) $x_1$=3; $x_2$=-3;<br>в) $x = 6$. | При $a = 1$ | $v_1 = 75$ км/год,<br>$v_2 = 87$ км/год |

**Робота з матеріалом підручника**

*Для роботи вдома*: § 19-21; №928, 931, типові завдання (ст. 183)

## Урок 68. Тематична робота (Розв'язування математичних задач)

**Мета.** Перевірити, як учні засвоїли теми «Загальні відомості про рівняння». «Рівносильні рівняння», «Лінійні рівняння», «Розв'язування задач за допомогою рівняння» і як уміють застосовувати теоретичний матеріал до розв'язування вправ та задач.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися розпізнавати лінійне рівняння серед даних рівнянь: наводити приклади лінійних рівнянь; розв'язувати лінійні рівняння з однією змінною і рівняння, що зводяться до них; характеризувати етапи розв'язування задачі за допомогою рівняння; розв'язувати текстові задачі за допомогою лінійних рівнянь з однією змінною.

**Методичні вказівки**

На початку уроку вчитель може запропонувати проаналізувати домашнє завдання або надати ключі до нього.

**Відповіді до типових завдань до контрольної роботи (с. 183 підручника)**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| В | Б | Г | 1Г<br>2Б<br>3А<br>4Д | 126 і 42 книжки | а) $x = -6$<br>б) $x = 2$<br>в) $x = 1$ | 30 км/год | $\frac{1}{3}$ | $x_1 = 1{,}4$<br>та<br>$x_2 = 2{,}2$ |

Бал, отриманий кожним учнем, має відображати реальні досягнення в опануванні ним конкретної теми. Тематичний контроль бажано проводити комплексно: усне опитування, комп'ютерне тестування, письмові роботи. При цьому треба обов'язково враховувати індивідуальні особливості учнів та їх навчальну діяльність під час вивчення тем, що підлягають контролю. Тестування можна проводити за допомогою індивідуальних тестів. Якщо є можливість, бажано створити банк відповідних завдань і проводити тестування за допомогою комп'ютера. Усне опитування і тестування можна проводити як на уроках, так і в позаурочний час, зручний для учнів і вчителя. Окремі учні можуть бути звільненими від такого виду контролю.

Вчитель наприкінці семестру має оцінити три групи результатів кожного учня. II група результатів можна оцінити за допомогою тематичного контролю. А от I і III групи результатів пропонуємо оцінювати за допомогою короткотривалих письмових робіт, що пропонуватимуться учням раз на чверть.

На цьому уроці пропонується робота, що орієнтована на оцінку групи «Розв'язування математичних задач» (друга група результатів). Завдання, аналогічні до поданих у підручнику, містяться у посібнику «Зошит моїх досягнень». Додаткові завдання у цій роботі є необов'язковими і дають змогу учням заробити окремо додаткову оцінку.

Пропонуємо вчителю під час перевірки не лише залишати коментарі чи бали у роботі, а ще й роздрукувати для кожного учня бланк, де зробити відповідні відмітки у таблиці. Таке додаткове формувальне оцінювання письмової роботи допоможе детальніше інформувати батьків і самого учня щодо успіхів у математиці кожної дитини.

Тобто після перевірки роботи вчитель заповнює таблицю (див. нижче) для кожного учня. Вибирає один з чотирьох стовпчиків до кожного завдання і ставить у ньому галочку (чи інший символ).

**Тематичне оцінювання.**
**Оцінювання групи результатів** «Лінійні рівняння з однією змінною»
**Прізвище, ім'я учня** ____________________

| | Форма | Виконує правильно | Допускає незначні помилки | Допускає помилки | **Не виконав/не виконала** |
|---|---|---|---|---|---|
| **№1.** Розпізнавання лінійного рівняння серед решти | тест | | | | |
| **№2.** Знаходження кореня рівняння | | | | | |
| **№3.** Знаходження значення параметра, за якого коренем рівняння є задане число | | | | | |
| **№4.** Встановлення відповідності між рівняннями та кількістю їх розв'язків | відповідність | | | | |
| **№5.** Розв'язування прикладної задачі на складання рівняння | | | | | |
| **№6.** Розв'язування рівнянь | | | | | |
| **№7.** Розв'язування прикладної задачі на рух | | | | | |
| **№8.** Знаходження значення параметра, за якого рівняння є рівносильними | | | | | |
| **Додаткове завдання** | | | | | |
| Розв'язування рівняння з модулем | | | | | |

Ми пропонуємо не задавати учням домашнє завдання після написання контрольної роботи.

## Урок 69. Аналіз тематичної роботи. Тематична робота №2 (Опрацювання ситуації і створення математичних моделей, інтерпретація і критичний аналіз результатів)

**Мета.** Проаналізувати виконання учнями попередньої письмової роботи. Здійснити корекцію їхніх знань і вмінь з вивчених тем.

**Вимоги до підготовки учнів.** На цьому уроці має відбутися коригування учнівських знань, умінь та навичок, що стосуються тем «Загальні відомості про рівняння», «Лінійні рівняння» та «Розв'язування задач за допомогою рівнянь», виправивши допущені помилки.

**Методичні вказівки**

Вчитель з учнями можна розглянути деякі задачі і вправи, в яких значна частина учнів припустилася помилок.

Повторити теоретичні питання, недосконале знання яких призвело до помилок під час виконання попередньої роботи, перевірити вміння учнів досліджувати ситуації, створювати математичні моделі, інтерпретувати та критично оцінювати результат.

Організувати роботу учнів над помилками, визначивши з сильних учнів консультантів для тих, хто отримав низькі бали за першу письмову роботу.

1. Роздайте учням зошити з перевіреною роботою.

2. Запишіть на дошці максимальні бали за кожне виконане правильно завдання.

3. Поясніть, що ви виділили помилки, які були допущені учнями, а також записали кількість балів, що заробив кожен учень.

4. Розгляньте з учнями завдання з роботи, в яких найбільша кількість учнів припустилася помилок.

5. Запропонуйте заповнити корекційний бланк (Корекційний бланк №2) чи частини корекційних робіт запропоновані в Зошиті моїх досягнень. Запропонуйте їх виконати учням, що не впорались з завданням. Вчитель може запропонувати учням у відповідному бланку заповнити рядки для тих завдань, в яких були допущені помилки, а потім ще й виконати аналогічні завдання з корекційної роботи (або й всю корекційну роботу). На цьому етапі важливо дізнатися, учень не брався до завдання, бо не встиг чи не знав, як виконати завдання, а також чи усвідомив він допущені ним помилки, чи може тепер виконати завдання правильно. На основі якісної роботи над помилками та виконання завдань корекційної роботи вчитель може скорегувати оцінку за тематичну роботу. Такий підхід дає змогу учням усвідомлено аналізувати та критично оцінювати виконані ними письмові роботи і навчатися на власних помилках.

6. Запропонуйте написати другу письмову роботу для оцінки I і IIIгруп результатів.

На цьому уроці також можна провести письмову роботу для оцінки першої (Опрацювання ситуації і створення математичних моделей) та третьої (Інтерпретація і критичний аналіз результатів) груп результатів. Завдання для цієї роботи в 2 варіантах містяться в посібнику для учнів «Зошит моїх досягнень». В кожній з таких робіт містяться 8 завдань. Деякі призначено для оцінки першої групи результатів, а деякі для оцінки третьої групи. Вчитель може визначати рівні досягнень учнів чи ставити 2 оцінки учням (за кожну з груп окремо).

Також вчитель може самостійно розробити систему оцінювання трьох різних груп результатів і відповідні види робіт.

Також доцільно організувати інші види контролю, зокрема фронтальне опитування учнів з використанням рубрики «Запитань і завдань для самоконтролю» з підручника.

**Робота з матеріалом підручника**

*Для роботи вдома*: § 19–21; №934, 943, 885, 837.

# Розділ 5. Системи лінійних рівнянь

Спочатку бажано навести приклади рівнянь з двома змінними, з'ясувати, що розв'язком такого рівняння є пара чисел (упорядкована), зазначити, що слово «корінь» до таких рівнянь не застосовують і що основні властивості рівнянь з однією змінною поширюються також на рівняння з двома змінними.

Перед уведенням поняття «системи рівнянь» слід дати учням уявлення про графік рівняння з двома змінними. Оскільки семикласники вже вивчили теми «Функція» і «Графік функції», то поняття «графік рівняння» краще вводити, використовуючи поняття «графік функції», а графік лінійного рівняння з двома змінними — відповідно поняття «графік лінійної функції». До речі, історично поняття графіка рівняння з'явилось раніше; Р. Декарт розглядав графіки рівнянь, а не графіки функцій.

Твердження про те, що графіком кожного рівняння першого степеня з двома змінними є пряма, у 7 класі строго довести не можна, оскільки учні ще не знають властивостей подібних трикутників. Тому тут обмежуються кількома прикладами. На їх основі формулюють висновки про те, що система двох таких рівнянь може мати:

а) один розв'язок (графіки рівнянь перетинаються);

б) безліч розв'язків (графіки рівнянь суміщаються);

в) не мати жодного розв'язку (графіки рівнянь паралельні).

У деяких підручниках стверджується, що «лінійне рівняння з двома змінними має безліч розв'язків, за винятком деяких прикладних задач». Це неправильно. Бажано розрізняти розв'язки рівнянь і розв'язки прикладних задач. Кожне рівняння першого степеня з двома змінними завжди має безліч розв'язків. Навіть кожне лінійне рівняння з двома змінними, за винятком рівняння $0x + 0y = c$, де $c \neq 0$, має безліч розв'язків.

Графічний спосіб розв'язування систем рівнянь розглядається першим, оскільки він дає змогу порівняно легко з'ясувати багато важливих питань, які виникають під час розв'язування системи рівнянь і які без графіків з'ясувати було б надто важко. Зрозуміло, що розв'язуючи систему рівнянь графічним способом, визначають тільки наближені значення розв'язків. Якщо перевірка показує, що знайдена пара чисел задовольняє дану систему рівнянь, можна стверджувати, що ця пара чисел є точним розв'язком.

## Уроки 70–71. Рівняння з двома змінними

**Мета.** Ввести поняття «рівняння з двома змінними» і «розв'язок рівняння з двома змінними». Навчити учнів знаходити декілька розв'язків рівняння з двома змінними та перевіряти, чи є задана пара розв'язком даного рівняння.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися наводити приклади рівняння з двома змінними та лінійного рівняння з двома змінними; формулювати означення лінійного рівняння з двома змінними та розв'язку рівняння з двома змінними.

### Методичні вказівки

Тема про рівняння з двома змінними багато в чому подібна до теми про рівняння з однією змінною. Тому перед її вивченням корисно повторити цей матеріал. Пояснюючи новий матеріал, бажано звертати увагу учнів на цю подібність. Зокрема, можна навести таку схему.

**ЛІНІЙНІ РІВНЯННЯ**

- **З однією змінною**
  - **Першого степеня**: $ax = b$ при $a \neq 0$
  - **Інші**: $ax = b$ при $a = 0$
- **З двома змінними**
  - **Першого степеня**: $ax + by = c$ при $a \neq 0$ і $b \neq 0$
  - **Інші**: $ax + by = c$ при $a = 0$ або $b = 0$

Крім цього, наголосити, що всі властивості рівнянь з однією змінною правильні й для рівнянь з двома змінними.

Корисно також повідомити учням, що рівняння з двома змінними можуть бути не тільки лінійними. Можна зазначити, що бувають рівняння з трьома і більшим числом змінних, однак такі зауваження краще робити після пояснення основного матеріалу. Головне — домогтись, щоб учні зрозуміли, що таке рівняння з двома змінними, що його розв'язком є пара (упорядкована) чисел, що ці числа НЕ називають коренями, що кожне лінійне рівняння з двома змінними, за винятком випадку $0x + 0y = c$, де $c \neq 0$, завжди має безліч розв'язків.

Твердження про рівносильність рівнянь з двома змінними у 7 класі довести не можна, тому достатньо обмежитися одним-двома прикладами.

Урок можна розпочати з розв'язування конкретної прикладної задачі і в такий спосіб увести поняття рівняння з двома змінними. Потім сформулювати означення лінійного рівняння з двома змінними та рівняння першого степеня з двома змінними. Щоб учні краще засвоїли ці поняття і добре розрізняли їх, бажано на дошці записати рівняння виду:

1) $x - 2y = 3$;  4) $x^2 + 4y^2 = -5$;
2) $2x + 3y = 0$;  5) $-x + 0y = 9$;
3) $0x + y = 0$;  6) $x^3 - y = 0$

і запропонувати учням установити, які з рівнянь є:

а) лінійними:
б) рівняннями першого степеня:
в) нелінійними.

По можливості ці рівняння варто залишати на дошці й послідовно використовувати у ході уроку в таких завданнях.

**1.** Чи є серед виписаних рівнянь таке, розв'язком якого є пара чисел:

**а)** (0; 0);  **в)** (2; 2)?
**б)**(−1; −1);

**2.** Знайдіть три розв'язки рівняння:

**а)** №1;  **в)** №6.
**б)** №5;

**3.** Скільки розв'язків має рівняння:

**а)** №2;  **в)** №4?
**б)** №3;

Бажано кілька разів звернути увагу учнів на запис розв'язків рівнянь з двома змінними. Наголосити, що на першому місці пари записують змінну $x$, а на другому — змінну $y$.

**Робота з матеріалом підручника**

На першому уроці

*Для роботи вдома*: § 22; №955, 956, 960, 962.

На другому уроці

*Для роботи вдома*: § 22; №964, 966, 968, 971.

**Вказівки і розв'язання задач**

**950.** Учні працюють в парі і мають за 2 хвилини по черзі називати пари чисел, що є розв'язками рівняння. Чим більше вони зможуть назвати таких пар, тим краще.

**958.** Дидактична гра для 3 учнів. Кожен з учнів має побути в ролі того, хто записує рівняння.

**965.** Запропонуйте 4 учням об'єднатися в групу, обговорити завдання та хід його виконання, розподілити підзавдання між собою, виконати їх, а потім перевірити один одного. По завершенню декілька груп озвучують свої результати. Зверніть увагу на обговорення учнів у групі. Деяким групам знадобиться підказка щодо першого кроку.

б) $5c + c = 12$, $6c = 12$, $c = 2$.

**966.** в) $n^2 + 4(-n) = 0$, $n(n - 4) = 0$, $n = 0$, або $n = 4$.

**970.** Запропонуйте учням в парах розв'язати це завдання на доведення та декільком парам озвучити свій хід думок на весь клас.

**975.** б) Перепишемо рівняння у вигляді $y^2 + (x - 3)^2 = 0$. Рівняння має розв'язок, якщо обидва доданки дорівнюють нулю. Отже, розв'язком рівняння є пара чисел (3; 0).

г) $4x^2 + y^2 + 2 - 4x + 2y = 0$;
$(4x^2 - 4x + 1) + (y^2 + 2y + 1) = 0$;
$(2x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 0$.

Отже, розв'язком рівняння є пара чисел (0,5; −1).

**979.** 1А, 2В, 3Г.

**980.** а) Перепишемо рівняння у вигляді $x = 13 - 4y$. Надаючи $y$ послідовно натуральних значень, знайдемо відповідні значення $x$. Результати запишемо у таблицю:

| $y$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| $x$ | 9 | 5 | 1 | −3 |

Отже, рівняння має лише три розв'язки з натуральними значеннями обох змінних:

(9; 1), (5; 2), (1; 3).

**984.** б) Підставивши розв'язок у дане рівняння, одержимо рівняння відносно $a$:

$$3 \cdot 2 - 2a^2 = 6;\ 2a^2 = 0;\ a = 0.$$

**985.** Запропонуйте завдання для групи з 3 учнів. Спершу учні разом обговорюють умову, самостійно складають моделі до кожної з трьох задач, потім перевіряють моделі один одного і лише після цього самостійно розв'язують кожен свою задачу. Після цього учням доцільно обмінятися зошитами, перевірити розв'язування один одного і також озвучити отримані відповіді на клас.

а) Нехай шукане число $10x + y$.

Складемо рівняння: $10x + y = 2(x + y)$, або $8x = y$.

За умовою задачі, змінна у може набувати значень 0, 1,2,..., 9, а $x$ — лише натуральних значень від 1 до 9.

Тоді умові задачі задовольняє лише один розв'язок рівняння: (1; 8).

Отже, шукане число — 18.

**987.** За умовою задачі складаємо рівняння: $10x + y = 2{,}5xy$.

Виразимо з цього рівняння $y$ через $x$: $y = \dfrac{-10x}{1-2{,}5x}$.

Надаючи змінній $x$ натуральних значень від 1 до 9, знаходимо, що умову задачі задовольняє лише пара чисел (2; 5).

Отже, шукане число — 25.

**989.** Нехай потрібно взяти $x$ труб завдовжки 7 м і $y$ труб — завдовжки 8 м. Тоді довжина всього трубопроводу буде $7x + 8y = 67$.

Виразимо з цього рівняння $y$ через $x$.

Кількість труб виражається натуральним числом.

Отже, $67 - 7x$ має бути додатним числом і ділитися націло на 8, а для цього $x$ має бути непарним числом, меншим за 9.

Значення $x = 1$, $x = 3$, $x = 7$ не підходять.

Якщо $x = 5$, то $y = 4$. Отже, треба взяти 5 труб по 7 м і 4 труби — по 8 м.

**990.** Нехай у хлопчика $x$ монет вартістю 2 грн і $y$ монет — вартістю 5 грн. Тоді задача зводиться до того, щоб знайти натуральні розв'язки рівняння $2x + 5y = 37$. Щоб полегшити перебір, виразимо $y$ через $x$: Очевидно, для того щоб змінна $y$ набувала натуральних значень, число $(x - 1)$ повинно ділитися на 5, тобто $x$ має набувати значень: 1, 6, 11, 16,.... $5n + 1$ і т. д.

Складаємо таблицю:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | 1 | 6 | 11 | 16 | 21 |
| $y$ | 7 | 5 | 3 | 1 | −1 |

Умові задачі задовольняють такі розв'язки: (1; 7), (6; 5), (11; 3), (16: 1).

**993.** г) Складемо лінійне рівняння з двома змінними, тобто рівняння виду $ax + by = c$.

Це рівняння мають задовольняти координати обох точок, тобто виконуватися рівності: $2a + b = c$ і $a - b = c$.

Праві частини обох рівностей однакові, тому мають бути однаковими й ліві: $2a + b = a - b$, звідси $a = -2b$.

Надамо одній зі змінних конкретне значення і знайдемо другу.

Нехай $b = -2$, тоді $a = 4$. Залишається знайти $c$.

Наприклад, з другої рівності маємо:

$$c = 4 - (-2) = 6.$$

Отже, шукане рівняння може бути таким: $4x - 2y = 6$.

Його можна скоротити на 2: $2x - y = 3$.

**995.** а) *I спосіб*. У правій частині перемножимо многочлени і зведемо подібні доданки:

$$4a^4 - 4a^3 + 2a^2 - 4a^3 - 4a^2 - 2a + 2a^2 + 2a + 1 = \\ = 4a^4 + 1.$$

*II спосіб*.

$$4a^2 + 1 = 4a^4 + 4a^2 + 1 - 4a^2 = (2a^2 + 1) - (2a)^2 = \\ = (2a^2 - 2a + 1)(2a^2 + 2a + 1).$$

**1011.** Якщо $a = 1$, рівняння набуває вигляду $0x = 0$. Така рівність справджується при будь-яких значеннях змінної.

**1012.** $x = \dfrac{a-4}{3}$. Вираз у правій частині має смисл при будь-яких значеннях змінної $a$. Отже, задане рівняння при будь-яких значеннях $a$ матиме розв'язок.

## Уроки 72–73. Графік лінійного рівняння з двома змінними

**Мета.** Сформувати в учнів уявлення про графік лінійного рівняння з двома змінними; навчити їх будувати графіки таких рівнянь і визначати аналітично та графічно, чи належить указана точка заданому графіку.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися будувати графіки лінійного рівняння з двома змінними.

**Методичні вказівки**

Найважливіше у розглядуваному параграфі — твердження, що графік кожного рівняння першого степеня з двома змінними — пряма. Довести семикласникам це твердження як теорему неможливо хоча б тому, що вони ще не знають властивостей подібних трикутників. Тому доводиться обмежуватися ілюстративними прикладами.

Чи тільки графік рівняння першого степеня є прямою? Ні. Пряма, паралельна будь-якій осі координат, — графік лінійного рівняння, а не першого степеня. І не лише лінійного. Наприклад, графік рівняння $2x + 1 - 2xy = 0$ — та сама пряма, яка є графіком лінійного рівняння $0x + y = 2$, бо ці два рівняння рівносильні. Зрозуміло, що в 7 класі подібних прикладів розглядати не варто. Семикласникам пропонуються тільки первісні уявлення про графіки рівнянь, а саме ті, які потрібні для ілюстрації геометричного способу розв'язування систем двох лінійних рівнянь. Тому давати їм багато відомостей про графіки не слід, особливо в слабких класах.

Перевірити виконання домашнього завдання можна з допомогою таких питань і завдань.

**1.** Сформулюйте означення та наведіть приклади:

а) лінійного рівняння з двома змінними;

б) рівняння першого степеня з двома змінними;

в) розв'язку рівняння з двома змінними.

**2.** Знайдіть два будь-яких розв'язки рівняння:

**а)** $x + 3y = b$;

**б)** $-2x + y = 5$;

**в)** $7x + 3y = 10$.

**3.** Скільки розв'язків має рівняння:

**а)** $x^2 + y^2 = 5$;

**б)** $x - y = -1$;

**в)** $5x^2 + y^2 = 0$;

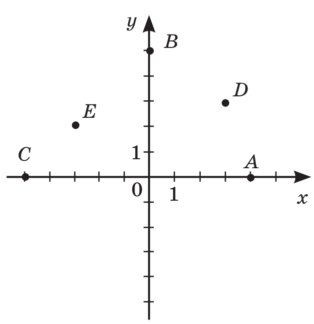
**г)** $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = -1$;

**ґ)** $0 \cdot x + 3y = 6$?

Теоретичний матеріал слід пояснювати за підручником. Щоб переконатися, що учні вільно володіють поняттями «координатна площина» та «координати точки», можна запропонувати самостійну роботу на 5–7 хв за підготовленими картками на папері в клітинку.

**1.** Запишіть координати точок:

$A(;)$, $B(;)$, $C(;)$, $D(;)$, $E(;)$.




**2.** Побудуйте точки:

$K(1;\ 2)$, $L(3;\ 4)$, $M(0;\ 5)$, $N(-1;\ 3)$, $P(4;\ -2)$, $S(5{:}-5)$.

Під час пояснення звернути увагу на таке.

- Графіком кожного рівняння першого степеня з двома змінними є пряма.
- Щоб побудувати цей графік, досить знати дві точки, що належать йому.
- Щоб знайти точки, через які проходить графік, найкраще використати точки перетину графіка з осями координат ($x = 0$: $y = ?$; $y = 0$: $x = ?$) або дві будь-які інші точки. Ці точки зручно записати до таблички:

| | | |
|---|---|---|
| $x$ | 0 | |
| $y$ | | 0 |

або

| | | |
|---|---|---|
| $x$ | | |
| $y$ | | |

- Якщо пряма проходить через деяку точку, то координати цієї точки задовольняють рівняння даної прямої, тобто перетворюють його в правильну рівність.

На другому уроці бажано надати учням можливість побудувати якомога більше графіків. Це зручно зробити за допомогою готових шаблонів з координатними площинами (щоб учні не витрачали час на побудову системи координат). Коли кожен учень працює з шаблонами з завданнями, у вчителя є змога допомогти побудувати графіки слабшим учням і перевірити роботу інших.

Труднощі в учнів викликає побудова графіків лінійних рівнянь, у яких один з коефіцієнтів ($a$ чи $b$) дорівнює нулю. Учням бажано наголосити на такому:

$y = b$ — пряма, паралельна осі $Ox$, проходить через точку $(0;\ b)$;

$x = a$ — пряма, паралельна осі $Oy$, проходить через точку $(a;\ 0)$.

**Робота з матеріалом підручника**

На першому уроці

*Для роботи вдома*: § 23; №1005, 1007, 1009, 1011.

На другому уроці

*Для роботи вдома*: § 23; №1013, 1016, 1019, 1021.

**Вказівки і розв'язання задач**

**997.** По черзі розглядайте кожне з підзавдань. Пропонуйте учням за технологією «мікрофон» озвучувати відповіді.

**1006.** Запропонуйте завдання групі з 3 учнів. Кожен вибирає одне з трьох завдань. Завдання такого роду, де одну змінну потрібно виразити через іншу корисні не лише як підготовка до розв'язування систем рівнянь способом підстановки, а й як база для подальшого розв'язування кількісних задач з фізики.

**1008.** Учні мають побудувати п'ять точок на координатній прямій і побачити, що всі вони лежать на одній прямій.

**1015.** Запропонуйте учням попрацювати в парі над цим завданням. Спершу учні обговорюють план розв'язування задачі, а потім обирають по 2 підзавдання кожен і розв'язують їх. Наприкінці обмінюються зошитами та перевіряють один одного.

**1028.** а) Рівняння рівносильне рівнянню $y = 2$. Графіком такого рівняння є пряма, паралельна осі абсцис, яка проходить через точку (0; 2). Іншими словами, графік рівняння утворюють усі точки виду $(x; 2)$, де $x$ набуває довільних значень.

б) Рівняння рівносильне рівнянню $x = 3$. Графіком є пряма, паралельна осі ординат, яка проходить через точку (3; 0).

**1030.** Завдання орієнтоване на те, щоб ознайомити учнів з тим, що графік рівняння теж можна побудувати за допомогою Desmos Calculator. Зберігається вимога, що десяткові дроби в цьому ресурсі записуються через крапку. Після того, як учні запишуть своє лінійне рівняння, попросіть їх проаналізувати форму запису рівнянь та взаємне розташування графіків. Нехай деякі учні спробують сформулювати свої гіпотези і озвучити їх.

**1031.** а) Обираємо довільні значення числових коефіцієнтів біля змінних і, враховуючи координати заданої точки, обчислюємо значення вільного члена.

$5 \cdot 4 + 2 \cdot 3 = 20 + 6 = 26$; $5x + 2y = 26$.

$1 \cdot 4 - 4 \cdot 3 = 4 - 12 = -8$; $x - 4y = -8$.

$-3 \cdot 4 + 7 \cdot 3 = -12 + 21 = 9$; $-3x + 7y = 9$.

**1033.** а) Рівняння, графік якого проходить через початок координат, має вигляд $ax + by = 0$, або $y = -\frac{a}{b}x$, де $-\frac{a}{b}$ — числовий коефіцієнт. Позначимо його через $k$. Підставивши координати заданої точки, знайдемо значення коефіцієнта біля змінної $x$: $2 = k \cdot 2$, $k = 1$.

Отже, шукане рівняння: $y = x$, або $x - y = 0$.

**1035.** а) Будемо шукати рівняння у вигляді $y = kx + b$. Підставивши координати точки $B$, знайдемо $b$: $1 = 0k + b$, $b = 1$.

Тепер потрібно в рівнянні $y = kx + 1$ знайти значення коефіцієнта $k$.

Використаємо координати точки $A$:

$$0 = -3k + 1, \text{ звідси } k = \frac{1}{3}.$$

Отже, шукане рівняння: $y = \frac{1}{3}x + 1$.

Якщо почленно помножити його на 3, то одержимо рівняння $-x + 3y = 3$.

**1038.** а) Рівняння, графік якого паралельний графіку рівняння $2x - y = 0$, має вигляд $2x - y = c$. Враховуючи, що його мають задовольняти координати заданої точки, знайдемо $c$:

$$c = 2 \cdot 4 - 2,\ c = 6.$$

Отже, шукане рівняння: $2x - y = 6$.

**1040.** Так.

Ні. Дане рівняння задовольнятимуть розв'язки рівняння $x - 2 = y - 3$, або $x - y = -1$, та розв'язки рівняння $x - 2 = 3 - y$, або $x + y = 5$.

**1041.** а) Перепишемо рівняння у вигляді $x^2 = (3y)^2$.

Дане рівняння задовольнятимуть розв'язки двох рівнянь: $x = 3y$ та $x = -3y$.

Отже, графік рівняння складається з двох прямих.

**1043.** а) $x^2 - 8^2 = 0$;
$(x - 8)(x + 8) = 0$;
$x = 8$, або $x = -8$;

б) $(x - 2)^2 - 5^2 = 0$;
$(x - 7)(x + 3) = 0$;
$x = 7$, або $x = -3$.

## Уроки 74–75. Системи рівнянь

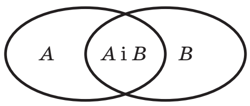
**Мета.** Ввести поняття «системи рівнянь з двома змінними» та її розв'язку; навчити учнів графічно розв'язувати такі системи.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися наводити приклади системи двох лінійних рівнянь з двома змінними; формулювати означення розв'язку системи двох лінійних рівнянь з двома змінними; описувати способи розв'язування системи двох лінійних рівнянь з двома змінними; розрізняти системи двох лінійних рівнянь з двома змінними, що мають: один розв'язок, безліч розв'язків, не мають розв'язків; розв'язувати системи двох лінійних рівнянь з двома змінними графічним способом.

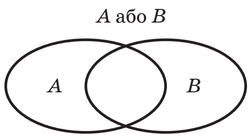
**Методичні вказівки**

Пояснити, що розуміють під системою рівнянь, найкраще за допомогою відповідної задачі. Розв'язати кілька перших систем рівнянь з двома змінними бажано графічним методом. Хоч він і не найраціональніший, та дає можливість знаходити тільки наближені значення розв'язків, але графічний метод наочно ілюструє суть справи і дає змогу проаналізувати питання про кількість розв'язків системи рівнянь.

Крім систем рівнянь у математиці розглядають також сукупності рівнянь (їх позначають квадратною дужкою). Про системи рівнянь говорять тоді, коли вимагається знайти пари чисел, які задовольняють **обидва** рівняння: перше **і** друге. Про сукупність говорять, коли шукають такі пари чисел, які задовольняють **хоча б одне** з даних рівнянь: перше **або** друге. Сполучники «і» та «або» в математиці, логіці та інших науках чітко розрізняють, заміняти один з них іншим не можна. Елементи множин $A$ і $B$ становлять перетин цих множин (мал. 29), а елементи множин $A$ або $B$ — становлять об'єднання цих множин (мал. 30).




Мал. 29




Мал. 30

У 7 класі програма не передбачає ознайомлення семикласників із сукупностями рівнянь.

Тематичний матеріал слід пояснити за підручником. Треба звернути увагу учнів на:

- правильність і актуальність запису системи: рівняння записується одне під одним, $x$ — під $x$, $y$ — під $y$;
- розв'язок системи є розв'язком кожного з її рівнянь;
- система лінійних рівнянь з двома змінними може мати один або безліч розв'язків, або зовсім їх не мати;
- графічний спосіб дає наближені розв'язки, тому їх потрібно перевіряти.

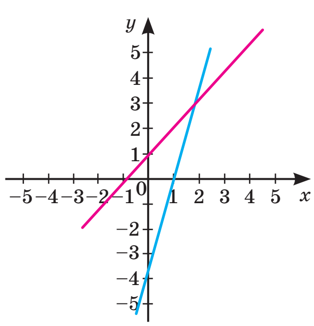
Радимо розглянути приклади систем, що мають дробові розв'язки. Необхідно показати, як правильно записати ці розв'язки.

$$\begin{cases} 10x-2y=7, \\ -5x+4y=4. \end{cases}$$

| $x$ | 0 | 0,7 |
|---|---|---|
| $y$ | −3,5 | 0 |

| $x$ | 0 | 4 |
|---|---|---|
| $y$ | 1 | 6 |

Якщо учні запишуть відповідь: «$x=1$; $y=2,5$». то їм потрібно запропонувати зробити перевірку, яка покаже, що ці числа не є розв'язками системи. І тому відповідь має бути такою: $x\approx 1$, $y\approx 2,5$.




Після цього можна поставити так і запитання.

**1.** Які недоліки має графічний спосіб розв'язування системи?

**2.** Які його переваги?

Якщо учні не зможуть відповісти на запитання, то вчитель повинен наголосити, що перевага графічного методу полягає в його наочності. А для знаходження самих розв'язків існують інші методи, з якими учні ознайомляться на наступних уроках. Особливе значення цей метод має при розв'язуванні нелінійних систем рівнянь.

Після цього можна розв'язати такі системи:

а) $\begin{cases} 2x-3y=7, \\ 3x-6=0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} y+2=0, \\ x+3y+5=0. \end{cases}$

**Робота з матеріалом підручника**

На першому уроці

*Для роботи вдома*: §24; №1050, 1052, 1053, 1056.

На другому уроці

*Для роботи вдома*: §24; №1060, 1062, 1064, 1066.

**Вказівки і розв'язання задач**

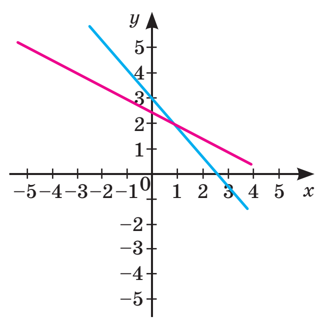
**1049.** Група з 3 учнів спершу обговорюють, як потрібно розв'язувати такого виду задачі, потім обирають кожен по одному з підзавдань, розв'язують його, обмінюються зошитами за годинниковою стрілкою та перевіряють роботи один одного.

**1051.** Запропонуйте завдання для пари учнів. Спершу вони можуть скласти 2 системи рівнянь разом, а потім закріпити уміння, працюючи самостійно з рештою двома розв'язками.

**1055.** б)

| $x$ | 1 | 5 |
|---|---|---|
| $y$ | 2 | −3 |

| $x$ | 1 | 4 |
|---|---|---|
| $y$ | 2 | 5 |




*Відповідь*: (1; 2).

**1057.** а)

| $x$ | 2 | 3 |
|---|---|---|
| $y$ | 4 | 0 |

| $x$ | 3 | 2 |
|---|---|---|
| $y$ | 0 | 4 |

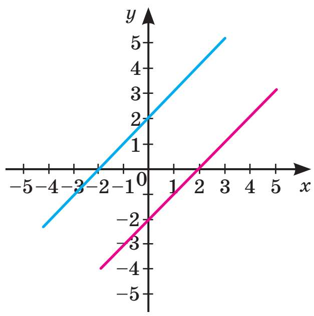
Графіки обох рівнянь проходять через дві ті самі точки: (2; 4) і (3; 0), тому вони суміщаються.

*Відповідь*: система має безліч розв'язків.

б)

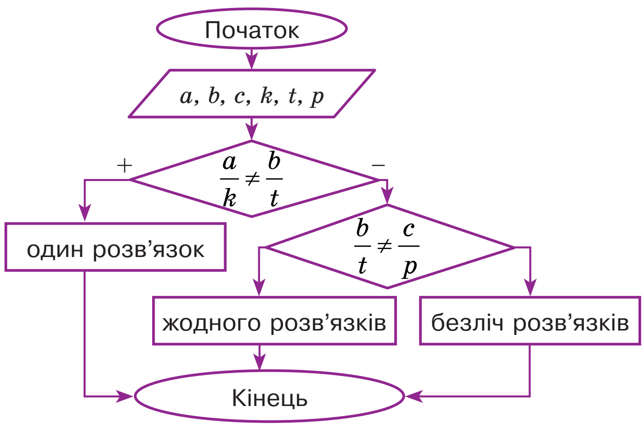
| $x$ | 0 | 2 |
|---|---|---|
| $y$ | 2 | 0 |

| $x$ | 0 | 2 |
|---|---|---|
| $y$ | −2 | 0 |




*Відповідь*: система розв'язків не має.

**1058.**




**1061.** а) Коли б система мала розв'язок, це означало б, що вираз $8x + 2y$ при одних і тих самих значеннях змінних дорівнює і 15, і 35. А це неможливо. Тому система не має розв'язків.

**1065.** Запропонуйте завдання для групи з 3 учнів. Спершу вони утворюють 3 системи, потім розподіляють їх між собою, розв'язують їх та перевіряють один одного.

**1068.** Запропонуйте спершу групі з 3 учнів розв'язати завдання а). Кожен з учнів обирає одне з 3 підзавдань (1-3), розв'язує його, потім учні обмінюються зошитами і перевіряють один одного.

Аналогічно учні працюють і з завданням б), але вже обирають номер від 1 до 3, якого до того в них не було.

**1070.** а) Система рівнянь матиме один розв'язок, якщо графіки рівнянь, що утворюють систему, мають одну спільну точку. Отже, відповідні прямі не повинні співпадати або бути паралельними. Прямі співпадатимуть, якщо $\frac{1}{a} = \frac{3}{1}$, звідси $a = \frac{1}{3}$. У цьому випадку система матиме безліч розв'язків.

б) 1) При $a \neq 14$ система матиме один розв'язок.

2) При $a = 14$ система матиме безліч розв'язків.

**1071.** а)

1) Система не матиме розв'язків, якщо $-\frac{b}{2} = 3$ (у такому разі графіки рівнянь системи будуть паралельними прямими), звідси $b = -6$.

2) При $b \neq -6$ система матиме єдиний розв'язок.

б)

1) Система не матиме розв'язків, якщо $\frac{2}{b} = \frac{4}{8}$, звідси $b = 4$.

2) При $b \neq 4$ система матиме єдиний розв'язок.

**1073.** а) Знайдемо пару чисел, які задовольняють два перших рівняння, тобто розв'яжемо систему $\begin{cases} 3x - 2y = -1, \\ 5x - 3y = 2. \end{cases}$

Побудувавши графіки обох рівнянь, знаходимо, що розв'язком даної системи може бути пара чисел (7; 11). Перевіримо:

$3 \cdot 7 - 2 \cdot 11 = 21 - 22 = -1;$

$5 \cdot 7 - 3 \cdot 11 = 35 - 33 = 2.$

Отже, дійсно, (7; 11) — розв'язок даної системи. Цей розв'язок має задовольняти і третє рівняння вихідної системи.

Підставимо його в третє рівняння і розв'яжемо одержане рівняння відносно $k$:

$2 \cdot 7 + 11k = 25;$

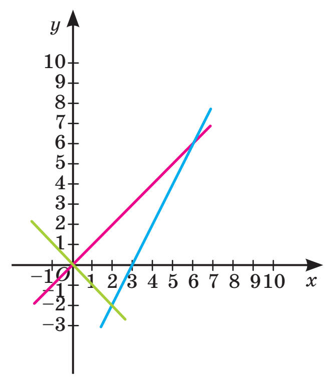
$14 + 11k = 25;$

$11k = 11;$

$k = 1.$

**1074.** а) Перепишемо перше рівняння у вигляді $(x - y)(x + y) = 0$. Графіком цього рівняння будуть дві прямі: $x - y = 0$ і $x + y = 0$.

Дані прямі перетинаються з прямою, що є графіком другого рівняння, в точках (2; −2) і (6; 6). Перевірка показує, що ці пари чисел дійсно є розв'язками системи.




**1078.** Нехай на одну частину припадає $x$ кг.

Тоді за умовою задачі складаємо рівняння:

$17x + 2x + x = 200,$

$x = 10.$

Отже, міді потрібно 170 кг, цинку — 20 кг, олова — 10 кг.

## Уроки 76–78. Розв'язування систем лінійних рівнянь способом підстановки

**Мета.** Сформувати в учнів уміння розв'язувати системи двох лінійних рівнянь з двома невідомими способом підстановки.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися розв'язувати системи двох лінійних рівнянь з двома змінними способом підстановки.

**Методичні вказівки**

Розгляд аналітичних методів розв'язування систем рівнянь найкраще починати зі способу підстановки, оскільки з логічного погляду він найбільш зрозумілий. Цей спосіб загальний: так можна розв'язувати не тільки системи двох лінійних рівнянь з двома змінними, а й нелінійних і таких, що мають більш ніж дві змінні.

У підручнику немає теоретичного обґрунтування способу, бо воно багатьом семикласникам недоступне. А інтуїтивно зрозуміло: в системі рівнянь однакові змінні позначають рівні числа. У розглядуваному в підручнику прикладі змінну $x$ виражено через $y$. Бажано зауважити учням, що розв'язуючи систему рівнянь способом підстановки, можна будь-яку змінну виразити через іншу змінну з будь-якого рівняння і підставити одержаний вираз замість тієї самої змінної в інше рівняння. Тому розв'язування системи рівнянь способом підстановки можна здійснювати кількома прийомами. Зрозуміло, що всі вони дають одну й ту саму відповідь.

Пояснити зміст теоретичного матеріалу можна за підручником або запропонованими презентаціями. На конкретному прикладі розібрати всі етапи розв'язування системи цим способом і показати можливі способи оформлення.

Поширеними є два способи оформлення розв'язань систем рівнянь. Проілюструємо їх на прикладі розв'язування такої системи:

$$\begin{cases} 3x+y=16, \\ 2x-3y=7. \end{cases}$$

*Розв'язання.*

*I спосіб*

$$\begin{cases} y=16-3x, \\ 2x-3y=7; \end{cases} \begin{cases} y=16-3x, \\ 2x-3(16-3x)=7; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=16-3x, \\ 2x+9x=55; \end{cases} \begin{cases} y=16-3x, \\ 11x=55; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=16-3x, \\ x=5; \end{cases} \begin{cases} y=16-3\cdot5, \\ x=5; \end{cases} \begin{cases} y=1, \\ x=5. \end{cases}$$

*II спосіб*

$$\begin{cases} y=16-3x. \\ 2x-3(16-3x)=7, \end{cases}$$

$2x + 9x = 55$,
$11x = 55$,
$x = 5$,
$y = 16 - 3 - 5 = 16 - 15 = 1$.
*Відповідь*: (5; 1).

Кращим є II спосіб, оскільки потребує менше записів. Утім, учитель може запропонувати використовувати будь-який спосіб оформлення. А ще потрібно звернути увагу учнів на те, що виражати краще ту змінну, коефіцієнт при якій дорівнює одиниці (якщо такий існує). Отримавши відповідь, бажано (хоч іноді) усно перевірити, чи задовольняє розв'язок систему.

Під час виконання вправ потрібно розглянути окремі випадки.

а) $\begin{cases} 2x+3y=7, \\ y=3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} -3x+5y=3, \\ 3x=4y. \end{cases}$

**Робота з матеріалом підручника**

На першому уроці

*Для роботи вдома*: § 25; №1083, 1085, 1102.

На другому уроці

*Для роботи вдома*: § 25; №1087, 1089, 1092, 1103.

На третьому уроці

*Для роботи вдома*: § 25; №1095, 1096, 1098, 1104.

**Вказівки і розв'язання задач**

**1093.** в) *I спосіб*. Розкриємо дужки і зведемо подібні доданки: $\begin{cases} \frac{1}{12}x+\frac{7}{12}y=5, \\ \frac{5}{12}x-\frac{3}{12}y=6. \end{cases}$

Помножимо кожне рівняння на 12:

$$\begin{cases} x+7y=60, \\ 5x-3y=72; \end{cases} \begin{cases} x=60-7y, \\ 5(60-7y)-3y=72. \end{cases}$$

З другого рівняння маємо: $38y = 228$; $y = 6$.

Тоді $x = 18$.

*Відповідь*: (18; 6).

*II спосіб*. Спростимо обидва рівняння системи:

$$\begin{cases} 4(x+y)-3(x-y)=60, \\ (x+y)+4(x-y)=72; \end{cases} \begin{cases} x+7y=60, \\ 5x-3y=72. \end{cases}$$

$x = 60 - 7y$,
$300 - 35y - 3y = 72$,
$-38y = -228$,
$y = 6$,
$x = 60 - 42 = 18$.
*Відповідь*: (18; 6).

**1096.** а) Перше рівняння системи помножимо на 20 (або застосуємо основну властивість пропорції); з другого рівняння зручно виразити $x$ через $y$:

$$\begin{cases}4(2x-5)=5(y-3),\\ x-2y=2;\end{cases}$$

$$\begin{cases}8x-5y=5,\\ x=2+2y;\end{cases}$$

$8(2+2y)-5y=5;$
$11y=-11;$
$y=-1;$
$x=2+2\cdot(-1);$
$x=0.$

*Відповідь*: (0; –1)

в) $\begin{cases}3(y-1)-4(x+1)=24,\\ 3(x+3)-4(y+1)=-48;\end{cases}$ $\begin{cases}3x-4x=31,\\ 3x-4y=-53;\end{cases}$

$$x=\frac{3y-31}{4};$$

$$3\cdot\frac{3y-31}{4}-4y=-53;$$

$3(3y-31)-16y=-212;$
$-7y=-119;$
$y=17;$

$$x=\frac{3\cdot17-31}{4}=\frac{51-31}{4}=5.$$

*Відповідь*: (5; 17).

**1100.** Перепишемо систему у вигляді:

$$\begin{cases}3x+y+z=42,\\ 4y+x+z=32,\\ 5z+x+y=40.\end{cases}$$

Виразимо з другого рівняння $x$ через $y$ і $z$ та підставимо в третє:

$$x=32-4y-z;$$

$$5z+32-4y-z+y=40;$$

$$4z-3y=8.$$

Помножимо друге рівняння на 3, виразимо $3x$ через $y$ і $z$ та підставимо в перше рівняння:

$$12y+3x+3z=96;$$

$$3x=96-12y-3z;$$

$$96-12y-3z+y+z=42:$$

$$11y+2z=54.$$

Одержали систему двох рівнянь з двома змінними:

$$\begin{cases}4z-3y=8,\\ 11y+3z=54.\end{cases}$$

Розв'язавши її, одержимо: $y=4$, $z=5$.

Підставивши ці значення у будь-яке рівняння, знайдемо $x$:

$x=32-4\cdot4-5,$
$x=11.$

*Відповідь*: (11; 4; 5).

**1101.** З другого рівняння виразимо $z$ і підставимо в третє. Тоді перше і третє рівняння утворять систему двох рівнянь з двома змінними:

$$\begin{cases}5x+3y=65,\\ 3x+8y=101.\end{cases}$$

Розв'язавши систему, одержимо: $x=7$, $y=10$. Тоді $z=9$.

*Відповідь*: (7; 10; 9).

**1102.** Шуканий многочлен можна знайти як невідомий доданок (від суми відняти відомий доданок):

$5y^4+y^3-2y^2+8-(3y^4-12y^2+5)=2y^4+y^3+3.$

## Уроки 79–81. Розв'язування систем лінійних рівнянь способом додавання

**Мета.** Сформувати в учнів уміння розв'язувати системи двох лінійних рівнянь з двома змінними способом додавання.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися розв'язувати системи двох лінійних рівнянь з двома змінними способом додавання.

**Методичні вказівки**

Спосіб додавання здебільшого буває найкращим з усіх способів розв'язування систем рівнянь. Щоб його обґрунтувати теоретично, треба було б довести такі дві теореми.

**1.** Якщо будь-яке рівняння системи замінити рівносильним рівнянням, то одержимо систему рівнянь, рівносильну даній.

**2.** Якщо будь-яке рівняння системи замінити сумою або різницею даних рівнянь, то одержимо систему рівнянь, рівносильну даній.

Доведення цих теорем семикласникам малодоступні, тому в підручнику їх немає. Поняття «сума рівнянь» і «різниця рівнянь» учням також можна не повідомляти, а обмежитися поясненнями, які є в підручнику.

Якщо система містить рівняння із дробовими коефіцієнтами, можна розв'язувати їх як системи із цілими коефіцієнтами або замінити рівносильною системою рівнянь із цілими коефіцієнтами. Наприклад, вправу №1127 (а) можна розв'язувати кількома способами.

*I спосіб.* $\left\{\begin{aligned} &\frac{a}{3}+\frac{b}{4}=5,\\ &a-\frac{b}{2}=5; \end{aligned}\right.\left|\begin{aligned} &\\ &\frac{1}{2}\end{aligned}\right.$ $\quad \begin{array}{c} \left\{\begin{aligned} &\frac{a}{3}+\frac{b}{4}=5,\\ &\frac{a}{2}-\frac{b}{4}=\frac{5}{2}; \end{aligned}\right. \\ \hline \frac{a}{3}+\frac{a}{2}=\frac{15}{2}, \end{array}$

$2a + 3a = 45$, $a = 9$, $9-\frac{b}{2}=5$, $b = 8$.

*II спосіб.* $\left\{\begin{aligned} &\frac{a}{3}+\frac{b}{4}=5,\\ &a-\frac{b}{2}=5; \end{aligned}\right.\left|\begin{aligned} &3\\ &\end{aligned}\right.$ $\quad \begin{array}{c} \left\{\begin{aligned} &a+\frac{3}{4}b=15,\\ &a-\frac{b}{2}=5; \end{aligned}\right. \\ \hline \frac{3}{4}b+\frac{b}{2}=10. \end{array}$

$3b + 2b = 40$, $b = 8$, $a - 4 = 5$, $a = 9$.

*III спосіб.* $\left\{\begin{aligned} &\frac{a}{3}+\frac{b}{4}=5,\\ &a-\frac{b}{2}=5; \end{aligned}\right.\left|\begin{aligned} &12\\ &2\end{aligned}\right.$ $\quad \left\{\begin{aligned} &4a+3b=60,\\ &2a-b=10; \end{aligned}\right.\left|\begin{aligned} &\\ &3\end{aligned}\right.$

$\begin{array}{c} \left\{\begin{aligned} &4a+3b=60,\\ &6a+3b=30; \end{aligned}\right. \\ \hline 10a=90. \end{array}$

$a = 9$, $18 - b = 10$, $b = 8$.

*Відповідь*: (9; 8).

Учням пропонується розв'язувати тим способом, який їм здається найкращим.

За підручником або презентацією пояснити суть способу додавання для розв'язування систем лінійних рівнянь. Спочатку розглянути випадки, коли коефіцієнти при одній зі змінних рівні або відрізняються лише знаком, потім — коли домножимо лише одне рівняння, а в кінці — коли треба домножити обидва рівняння. Записувати розв'язання можна так, як подано в підручнику.

**Робота з матеріалом підручника**

На першому уроці

*Для роботи вдома*: § 26; №1110, 1112, 1116, 1136.

На другому уроці

*Для роботи вдома*: § 26; №1114, 1118, 1123, 1138.

На третьому уроці

*Для роботи вдома*: § 26; №1126, 1128, 1131, 1140.

**Вказівки і розв'язання задач**

**1134.** а) Якщо додати всі рівняння системи, то матимемо:

$2(x + y + z) = 12$, або $x + y + z = 6$.

Віднімемо від утвореного рівняння кожне рівняння системи:

$\begin{array}{c} \left\{\begin{aligned} &x+y+z=6,\\ &x+y=3; \end{aligned}\right. \\ \hline z=3, \end{array} \quad \begin{array}{c} \left\{\begin{aligned} &x+y+z=6,\\ &x+z=4; \end{aligned}\right. \\ \hline y=2, \end{array} \quad \begin{array}{c} \left\{\begin{aligned} &x+y+z=6,\\ &y+z=5; \end{aligned}\right. \\ \hline x=1. \end{array}$

$z = 3$, $y = 2$, $x = 1$.

*Відповідь*. (1; 2; 3).

в) $\left\{\begin{aligned} &7x+6y+7z=100,\\ &x-2y+z=0,\\ &3x+y-2z=0; \end{aligned}\right.$ $\left\{\begin{aligned} &7x+6y+7z=100,\\ &-7x+14y-7z=0,\\ &3x+y-2z=0; \end{aligned}\right.$

$\left\{\begin{aligned} &7x+6y+7z=100,\\ &20y=100,\\ &3x+y-2z=0. \end{aligned}\right.$

З другого рівняння знайдемо $y$: $y = 5$. Тоді

$\left\{\begin{aligned} &7x+7z=70,\\ &3x-2z=-5; \end{aligned}\right.$ $\left\{\begin{aligned} &2x+2z=20,\\ &3x-2z=-5; \end{aligned}\right.$

$x = 15$, $x = 3$; $z = 7$.

*Відповідь*. (3; 5; 7).

**1135.** а) $\left\{\begin{aligned} &2x+3y=11,\\ &3x+2z=13,\\ &3y+4z=29; \end{aligned}\right.$ $\left\{\begin{aligned} &2x+3y=11,\\ &-6x-4z=26,\\ &3y+4z=29; \end{aligned}\right.$

$\begin{array}{c} \left\{\begin{aligned} &2x+3y=11,\\ &-6x+3y=3; \end{aligned}\right. \\ \hline 8x=8,\\ x=1, \end{array}$

$3y = 11 - 2x = 11 - 2 = 9$, $y = 3$;

$2z = 13 - 3x = 13 - 3 = 10$, $z = 5$.

*Відповідь*. (1; 3; 5).

## Уроки 82–83. Розв'язування задач складанням системи рівнянь

**Мета.** Навчити учнів складати математичну модель задачі у вигляді системи рівнянь та розв'язувати її.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися розв'язувати задачі за допомогою систем двох лінійних рівнянь із двома змінними.

**Методичні вказівки**

У результаті опрацювання цього параграфа учні повинні навчитися складати системи рівнянь для розв'язування таких текстових задач, умови яких можна розділити на дві частини, кожній з них відповідає лінійне рівняння з двома тими самими змінними.

Кожну задачу, яку можна розв'язати за допомогою системи двох лінійних рівнянь з двома змінними, можна розв'язати, склавши тільки одне рівняння з однією змінною. Це корисно повідомити учням, і наприкінці навчального року слід дозволяти самостійно вибирати спосіб розв'язування. Але щоб сформувати уміння складати системи рівнянь за умовами задач, спочатку бажано пропонувати учням розв'язувати їх, складаючи системи рівнянь.

Корисно запропонувати учням розв'язати складанням систем рівнянь задачі, які раніше вони розв'язували за допомогою рівняння з однією змінною (задачі №901–943). Є в підручнику кілька задач, які можна розв'язувати за допомогою системи трьох рівнянь з трьома змінними. Кмітливим учням можна запропонувати розв'язати кілька таких задач складанням системи рівнянь, хоч це не передбачено програмою.

Учням бажано показувати, як за умовами задач складати системи рівнянь. Оформляти розв'язання можна не тільки за підручником, а, наприклад, у такий спосіб.

**Задача.** Два олівці та три зошити коштують 130 грн, а три олівці й два зошити — 120 грн. Скільки коштують один олівець і один зошит?

Нехай $x$ — ціна олівця, $y$ — ціна зошита.

$2x + 3y$ — ціна 2 олівців і 3 зошитів.

$3x + 2y$ — ціна 3 олівців і 2 зошитів (усе в гривнях).

Тоді

$$\begin{cases} 2x+3y=130, \\ 3x+2y=120; \end{cases} \begin{vmatrix} 2 \\ -3 \end{vmatrix} \quad \begin{cases} 4x+6y=260, \\ -9x-6y=-360; \end{cases}$$

$$-5x=-100;$$

$$x=20.$$

$40 + 3y = 130;$

$3y = 90;$

$y = 30.$

*Відповідь*: 20 грн і 30 грн.

**Робота з матеріалом підручника**

Залежно від рівня математичної підготовки учнів класу і кількості тижневих годин, що відводяться на вивчення алгебри, вчитель може довільно вибрати необхідну кількість із запропонованих у підручнику задач, пропонувати для розв'язування задачі переважно одного рівня, а решту використовувати для індивідуальних занять.

На першому уроці

*Для роботи вдома*: § 27; №1143, 1146, 1148, 1150.

На другому уроці

*Для роботи вдома*: § 27; №1152, 1154, типові завдання для контрольної роботи.

**Вказівки і розв'язання задач**

**1157.**

| | 8 років тому | Тепер |
|---|---|---|
| Антон | $x$ | $x + 8$ |
| Настя | | $2x$ |

$2x + x + 8 = 17,$

$3x = 9,$

$x = 3.$

Насті зараз — 6 років, Антону — 11.

**1164.** Якщо віл коштує $x$ таєлів, а баран — $y$ таєлів, то

$$5x + 2y = 11 \text{ і } 2x + 8y = 8.$$

Розв'язавши систему отримаємо:

$$x = 2,\ y = 0{,}5.$$

5 волів коштують $5 \cdot 2 = 10$ (таєлів).

За них можна купити $10 : 0{,}5 = 20$ баранів.

**1180.** Оскільки тіла зустрічаються через кожні 6 с, то це означає, що за 6 с перше тіло проходить на 90 м більше, ніж друге.

Якщо швидкість другого тіла — $x$ м/с, то швидкість першого — $4x$ м/с.

Отже, $6(4x - x) = 90$, звідси $x = 5$ м/с — швидкість другого тіла, $4x = 20$ м/с — швидкість першого тіла.

На початку другого уроку доцільно розглянути ключі до тестового завдання, що було запропоновано у якості домашнього завдання.

**Відповіді до тестових завдань №7 (с. 228 підручника)**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| б | а | а | г | в | а | б | б | а | а |

А також на другому уроці можна запропонувати учням тестування.

**Тестові завдання №7**
**Системи лінійних рівнянь із двома змінними**

___________________________________________

___________________________________________

***Варіант І***

| Завдання | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Відповідь | | | | | | | | | | |

**1.** На графіку функції $4x - 3y = 7{,}2$ взято точку з абсцисою $x = 0{,}3$. Яка ордината цієї точки?

**а)** 2; **в)** 0,3;
**б)** −2; **г)** −0,3.

**2.** Розв'язком якого рівняння є пара чисел (4; 2)?

**а)** $3x - 8y = 7$; **в)** $-5x - 7y = 10$;
**б)** $2x + y = 10$; **г)** $7x + y = 12$.

**3.** Яке з рівнянь не має розв'язків?

**а)** $x^4 - y^4 = -1$; **в)** $x^6 + y^6 = -2$;
**б)** $x^4 + 5y^2 = 0$; **г)** $x^2 + 3y^2 = 4$.

**4.** Який з графіків рівнянь не є графіком функції?

**а)** $y = x^3$; **в)** $x = -y$;
**б)** $y = 5$; **г)** $x = -3$.

**5.** При якому значенні $a$ графік рівняння $3x + ay = 6$ проходить через точку (−2; 3)?

**а)** 4; **в)** 3;
**б)** −4; **г)** −3.

**6.** Знайдіть координати точки перетину графіків рівнянь $2x - y = 1$, $x + 2y = 13$.

**а)** (3; 5); **в)** (3; −5);
**б)** (−3; −5); **г)** (−3; 5).

**7.** Скільки спільних точок мають графіки рівнянь: $5x - 4y = 6$ і $10x - 8y = 12$?

**а)** одну; **в)** жодної;
**б)** дві; **г)** безліч.

**8.** Які розв'язки має система рівнянь (1)*?

**а)** (6; −2); **в)** (−6; −2);
**б)** (−2; 6); **г)** (−2; −6).

**9.** Які розв'язки має система рівнянь (2)*?

**а)** (4; 4); **в)** (−2; −2);
**б)** (−4; −4); **г)** (2; 2).

**10.** При яких значеннях $a$ система рівнянь (3)* має безліч розв'язків?

**а)** −7; **в)** 28;
**б)** 7; **г)** −28.

**Тестові завдання №7**
**Системи лінійних рівнянь із двома змінними**

___________________________________________

___________________________________________

***Варіант ІІ***

| Завдання | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Відповідь | | | | | | | | | | |

**1.** На графіку рівняння $6x + 2y = 12{,}4$ взято точку з абсцисою $x = 0{,}4$. Яка ордината цієї точки?

**а)** 5; **в)** 0,4;
**б)** −5; **г)** −0,4.

**2.** Розв'язком якого рівняння є пара чисел (3; −2)?

**а)** $4x - 6y = 7$; **в)** $-5x - 7y = -1$;
**б)** $2.x + 3y= 10$; **г)** $7x + 8y = 12$.

**3.** Яке з наведених рівнянь не має розв'язків?

**а)** $x^2 - y^2 = -3$; **в)** $3x^6 + y^6 = -2$;
**б)** $x^4 + 7y^2 = 0$; **г)** $x^2 + 3y^2 = 4$.

**4.** Який з графіків рівнянь не є графіком функції?

**а)** $y = 3x$; **в)** $x = 2y$;
**б)** $y = -1$; **г)** $x = 9$.

**5.** При якому значенні а графік рівняння $ax + 3y = 6$ проходить через точку (3; −2)?

**а)** 4; **в)** 3;
**б)** −4; **г)** −3.

**6.** Знайдіть координати точки перетину графіків рівнянь $4x + 3y = 2$, $-2x + 2y = 6$.

**а)** (1; 2); **в)** (1; −2);
**б)** (−1; 2); **г)** (−1; −2).

**7.** Скільки спільних точок мають графіки рівнянь $5x - 4y = 6$ і $10x + 8y = 12$?

**а)** одну; **в)** жодної;
**б)** дві; **г)** безліч.

**8.** Які розв'язки має система рівнянь (1)*?

**а)** (10; −3); **в)** (10; 3);
**б)** (3; 10); **г)** (−3; −10).

**9.** Які розв'язки має система рівнянь (2)*?

**а)** (3; 3); **в)** (−3; 3);
**б)** (−3; −3); **г)** (3; −3).

**10.** При яких значеннях $a$ система рівнянь (3)* має безліч розв'язків?

**а)** −4; **в)** 36;
**б)**4; **г)** −36.

**Тестові завдання №7**
**Системи лінійних рівнянь із двома змінними**

______________________________________________

______________________________________________

***Варіант III***

| Завдання | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Відповідь | | | | | | | | | | |

**1.** На графіку рівняння $-4x + 2y = 5{,}2$ взято точку з ординатою $y = 0{,}6$. Яка абсциса цієї точки?

**а)** 1; **в)** 0,6;
**б)** –1; **г)** –0,6.

**2.** Розв'язком якого рівняння є пара чисел (–1; 2)?

**а)** $3x + 4y = -7$; **в)** $-5x - 7y = -9$;
**б)** $6x + 4y = 10$; **г)** $7x - 3y = 1$.

**3.** Яке з наведених рівнянь не має розв'язків?

**а)** $x^3 - y^3 = -8$; **в)** $x - y = -2$;
**б)** $x^4 + 5y^2 = 0$; **г)** $x^2 + 3y^2 = -4$.

**4.** Який з графіків рівнянь не є графіком функції?

**а)** $y = x^4$; **в)** $x = y$;
**б)** $y = 4$; **г)** $x = 3$.

**5.** При якому значенні $a$ графік рівняння $4x - ay = 8$ проходить через точку (1; –2)?

**а)** 2; **в)** 3;
**б)** –2; **г)** –3.

**6.** Знайдіть координати точки перетину графіків рівнянь $5x - 2y = 11$, $2x + y = 8$.

**а)** (3; 2); **в)**(3;–2);
**б)** (–3; 2); **г)** (–3;–2).

**7.** Скільки спільних точок мають графіки рівнянь $5x - 4y = 6$ і $10x - 8y = 7$?

**а)** одну; **в)** жодної;
**б)** дві; **г)** безліч.

**8.** Які розв'язки має система рівнянь (1)*?

**а)** (9; –2); **в)** (9; 2);
**б)** (–2; 9); **г)** (2; 9).

**9.** Які розв'язки має система рівнянь (2)*?

**а)** (6; 6); **в)** (–6; 6);
**б)** (–6; –6); **г)** (–6; 6).

**10.** При яких значеннях $a$ система рівнянь (3)* має безліч розв'язків?

**а)** –8; **в)** 4;
**б)** 8; **г)** –4.

**Тестові завдання №7**
**Системи лінійних рівнянь із двома змінними**

______________________________________________

______________________________________________

***Варіант IV***

| Завдання | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Відповідь | | | | | | | | | | |

**1.** На графіку рівняння $2x - 5y = 7{,}5$ взято точку з ординатою $y = 0{,}5$. Яка абсциса цієї точки?

**а)** 5; **в)** 0,5;
**б)** –5; **г)** –0,5.

**2.** Розв'язком якого рівняння є пара чисел (–3; –2)?

**а)** $3x - 8y = 7$; **в)** $-5x - 7y = 10$;
**б)** $2x + 3y = 11$; **г)** $7x + y = 23$.

**3.** Яке з рівнянь не має розв'язків?

**а)** $x - y = -3$; **в)** $x^6 + y^6 = -2$;
**б)** $x^4 - 5y^2 = 0$; **г)** $x^2 + 3y^2 = 4$.

**4.** Який з графіків рівнянь не є графіком функції?

**а)** $y = -x^3$; **в)** $x = 7y$;
**б)** $y = -5$; **г)** $x = 8$.

**5.** При якому значенні $a$ графік функції $-ax + 4y = 8$ проходить через точку (–2; 1)?

**а)** 2; **в)** 3;
**б)** –2; **г)** –3.

**6.** Знайдіть координати точки перетину графіків рівнянь $-2x + 5y = -25$, $x - 2y = 11$.

**а)** (5; 3); **в)** (5; –3);
**б)** (–5; 3); **г)** (–5; –3).

**7.** Скільки спільних точок мають графіки рівнянь $x - 5y = 3$ і $x - 10y = 1$?

**а)** одну; **в)** жодної;
**б)** дві; **г)** безліч.

**8.** Які розв'язки має система рівнянь (1)*?

**а)** (11; –1); **в)** (–11; –1);
**б)** (–1; 11); **г)** (–1; –11).

**9.** Які розв'язки має система рівнянь (2)*?

**а)** (4; 4); **в)** (–4; 4);
**б)** (–4; –4); **г)**(4; –4).

**10.** При яких значеннях а система рівнянь (3)* має безліч розв'язків?

**а)** –5; **в)** 2;
**б)** 5; **г)** –2.

## Урок 84. Узагальнення і систематизація знань з теми «Системи рівнянь»

**Мета.** Узагальнити та систематизувати знання, здобуті учнями під час вивчення тем «Рівняння із двома змінними». «Графік лінійного рівняння з двома змінними», «Системи рівнянь» «Спосіб підстановки», «Спосіб додавання», «Розв’язування задач складанням системи рівнянь»; повторити і закріпити набуті вміння та навички; підготуватися до тематичної роботи.

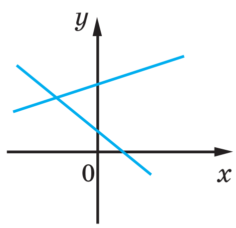
**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися наводити приклади: рівняння з двома змінними, лінійного рівняння з двома змінними, системи двох лінійних рівнянь із двома змінними; формулювати означення: лінійного рівняння із двома змінними, розв’язку рівняння з двома змінними, розв’язку системи двох лінійних рівнянь із двома змінними; описувати способи розв’язування системи двох лінійних рівнянь із двома змінними; розрізняти системи двох лінійних рівнянь із двома змінними, що мають: один розв’язок, безліч розв’язків, не мають розв’язків; розв’язувати: системи двох лінійних рівнянь із двома змінними вказаними у змісті способами, задачі за допомогою систем двох лінійних рівнянь із двома змінними.

**Методичні вказівки**

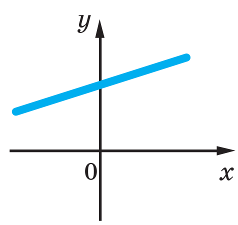
Закінчуючи вивчення системи рівнянь, бажано провести узагальнювальне повторення розділу. Зокрема наголосити, що розв’язком рівняння з двома змінними чи системи таких рівнянь є пара чисел, а графіком рівняння першого степеня з двома змінними — пряма. Узагальнити знання про кількість розв’язків системи лінійних рівнянь можна за допомогою схеми.

**Система лінійних рівнянь першого степеня може:**

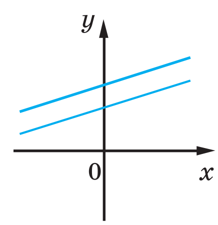
**мати один розв’язок**




**мати безліч розв’язків**




**не мати жодного розв’язку**




Чимало учнів уважають, що система двох рівнянь із двома змінними завжди має 0, 1 або безліч розв’язків. Це неправильно. Щоб внести корективи в таке розуміння, як контрприклад, можна розглянути систему: $\begin{cases} x^2+y^2=25, \\ x^2-y^2=7, \end{cases}$ розв’язання якої семикласникам зрозуміти неважко. Дана система має 4 розв’язки: (4; 3), (4;–3), (–4; 3), (–4; –3).

Іноді учні вважають, що існують тільки три способи розв’язування системи рівнянь: графічний, підстановки і додавання. Корисно виправити таке розуміння. Названі способи — найважливіші, проте є й інші. Зокрема, вираження однієї змінної з обох рівнянь. Наприклад, систему рівнянь $\begin{cases} 3x-2y=13, \\ 2x-3y=7 \end{cases}$ можна розв’язати так:

$$x=\frac{13+2y}{3},\ \ x=\frac{7+3y}{2},$$

$$\frac{13+2y}{3}=\frac{7+3y}{2}, \ldots .$$

У вищій математиці користуються визначниками (детермінантами).

Іноді доводиться розв’язувати системи рівнянь із трьома змінними. Якщо є резервний час, можна розв’язати кілька таких систем, наприклад:

$$\begin{cases} x+y+z=6, \\ 2x+3y-2z=25, \\ 3x-2y-3z=5. \end{cases}$$

Якщо учні на минулому уроці писали самостійну роботу, використовуючи Зошит моїх досягнень, то вчитель може запропонувати учням на цьому уроці:

1) зробити роботу над помилками, яку зручно здійснити за допомогою відповідного бланку із Зошита моїх досягнень (Корекційний бланк 1 – бланк для роботи над помилками, що були допущені у самостійних роботах роботах);

2) написати корекційну роботу, що за структурою і змістом є аналогічною до тієї, що пропонувалась учням.

Наприклад, учитель може запропонувати учням у відповідному бланку заповнити рядки для тих завдань, у яких були допущені помилки, а потім ще й виконати аналогічні завдання з корекційної роботи (або й усю корекційну роботу).

На основі якісної роботи над помилками та виконання завдань корекційної роботи вчитель може скоригувати оцінку за самостійну роботу.

Такий підхід дає змогу учням усвідомлено аналізувати та критично оцінювати виконані ними письмові роботи і навчатися на власних помилках.

Додому учням пропонувалось розв'язати завдання з рубрики «Типові задачі до тематичного контролю» на с. 229. Розгляньте з учнями відповіді до завдань та проаналізуйте допущені помилки.

На початку уроку вчитель може запропонувати проаналізувати домашнє завдання або надати ключі до нього.

**Відповіді до типових завдань до тематичної роботи №7 (с. 229 підручника)**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| В | Б | В | 1А<br>2Г<br>3В | (2; −4) | а) (3; 8)<br>б) (1;-1) | 20 гусей,<br>30 кролів | $a = 2$,<br>$b = -1$ | 600 м$^3$,<br>900 м$^3$ |

**Робота з матеріалом підручника**

*Для роботи вдома*: § 22–27 №1157, 1160, 1167, 1170.

## Урок 85. Тематична робота №7

**Мета.** Перевірити, як учні засвоїли теми «Рівняння з двома змінними», «Графік лінійного рівняння з двома змінними», «Системи рівнянь», «Спосіб підстановки», «Спосіб додавання», «Розв'язування задач складанням системи рівнянь» і як уміють застосовувати теоретичний матеріал до розв'язування вправ та задач.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися наводити приклади: рівняння з двома змінними, лінійного рівняння з двома змінними, системи двох лінійних рівнянь із двома змінними; формулювати означення: лінійного рівняння з двома змінними, розв'язку рівняння з двома змінними, розв'язку системи двох лінійних рівнянь із двома змінними; описувати способи розв'язування системи двох лінійних рівнянь із двома змінними; розрізняти системи двох лінійних рівнянь із двома змінними, що мають: один розв'язок, безліч розв'язків, не мають розв'язків; розв'язувати: системи двох лінійних рівнянь із двома змінними вказаними способами, задачі за допомогою систем двох лінійних рівнянь із двома змінними.

**Методичні вказівки**

Бал, отриманий кожним учнем, має відображати реальні досягнення в опануванні ним конкретної теми. Тематичний контроль бажано проводити комплексно: усне опитування, комп'ютерне тестування, письмові роботи. При цьому треба обов'язково враховувати індивідуальні особливості учнів та їх навчальну діяльність під час вивчення тем, що підлягають контролю. Тестування можна проводити за допомогою індивідуальних тестів. Якщо є можливість, бажано створити банк відповідних завдань і проводити тестування за допомогою комп'ютера. Усне опитування і тестування можна проводити як на уроках, так і в позаурочний час, зручний для учнів і вчителя. Окремі учні можуть бути звільненими від такого виду контролю.

Вчитель наприкінці семестру має оцінити три групи результатів кожного учня. II групу результатів можна оцінити за допомогою тематичного контролю. А от I і III групи результатів пропонуємо оцінювати за допомогою короткотривалих письмових робіт, що пропонуватимуться учням раз на чверть.

На цьому уроці пропонується робота, що орієнтована на оцінку групи «Розв'язування математичних задач» (друга група результатів). Завдання, аналогічні до поданих у підручнику, містяться у посібнику «Зошит моїх досягнень» (с. 48–51). Додаткові завдання у цій роботі є необов'язковими і дають змогу учням заробити окремо додаткову оцінку.

Пропонуємо вчителю під час перевірки не лише залишати коментарі чи бали у роботі, а ще й роздрукувати для кожного учня бланк, де зробити відповідні відмітки в таблиці. Таке додаткове формувальне оцінювання письмової роботи допоможе детальніше інформувати батьків і самого учня щодо успіхів у математиці кожної дитини.

Тобто після перевірки роботи вчитель заповнює таблицю (див. нижче) для кожного учня. Вибирає один із чотирьох стовпчиків до кожного завдання і ставить у ньому галочку (чи інший символ).

**Тематичне оцінювання.**
**Оцінювання групи результатів** «Системи лінійних рівнянь із двома змінними»
**Прізвище, ім'я учня** ______________________________

| | Форма | Виконує правильно | Допускає незначні помилки | Допускає помилки | Не виконав/ не виконала |
|---|---|---|---|---|---|
| **№1.** Знаходження точки, через яку проходить графік рівняння | тест | | | | |
| **№2.** Визначення значення змінної за якого пара чисел є розв'язком рівняння | | | | | |
| **№3.** Знаходження точки перетину графіка функції з віссю | | | | | |
| **№4.** Встановлення відповідності між рівнянням та розміщенням його графіка на координатній площині | відповідність | | | | |
| **№5.** Розв'язування системи рівнянь графічно | | | | | |
| **№6.** Знаходження розв'язків системи рівнянь | | | | | |
| **№7.** Розв'язування прикладної задачі | | | | | |
| **№8.** Знаходження значення коефіцієнтів рівняння, якщо відомі 2 точки, через які проходить його графік | | | | | |
| **Додаткове завдання** | | | | | |
| При якому значенні параметра система не має розв'язків? | | | | | |

Ми пропонуємо не задавати учням домашнє завдання після написання контрольної роботи.

## Урок 86. Аналіз тематичної роботи

**Мета.** Проаналізувати виконання учнями попередньої письмової роботи. Здійснити корекцію їхніх знань і вмінь із вивчених тем.

**Вимоги до підготовки учнів.** На цьому уроці має відбутися коригування учнівських знань, умінь та навичок, що стосуються тем «Рівняння з двома змінними», «Графік лінійного рівняння з двома змінними», «Системи рівнянь», «Спосіб підстановки», «Спосіб додавання», «Розв'язування задач складанням системи рівнянь», виправивши допущені помилки.

**Методичні вказівки**

Вчитель з учнями може розглянути деякі задачі і вправи, у яких значна частина учнів припустилася помилок.

Повторити теоретичні питання, недосконале знання яких призвело до помилок під час виконання попередньої роботи, перевірити вміння учнів досліджувати ситуації, створювати математичні моделі, інтерпретувати та критично оцінювати результат.

Організувати роботу учнів над помилками, визначивши із сильних учнів консультантів для тих, хто отримав низькі бали за першу письмову роботу.

1. Роздайте учням зошити з перевіреною роботою.

2. Запишіть на дошці максимальні бали за кожне виконане правильно завдання.

3. Поясніть, що ви виділили помилки, які були допущені учнями, а також записали кількість балів, що заробив кожен учень.

4. Розгляньте з учнями завдання з роботи, у яких найбільша кількість учнів припустилася помилок.

5. Запропонуйте заповнити корекційний бланк (Корекційний бланк №2) чи частини корекційних робіт, запропоновані в Зошиті моїх досягнень. Запропонуйте їх виконати учням, що не впорались із завданням. Учитель може запропонувати учням у відповідному бланку заповнити рядки для тих завдань, у яких були допущені помилки, а потім ще й виконати аналогічні завдання з корекційної роботи (або й всю корекційну роботу). На цьому етапі важливо дізнатися, чи учень не брався до завдання, бо не встиг, чи не знав, як виконати завдання, а також чи усвідомив він допущені ним помилки, чи може тепер виконати завдання правильно. На основі якісної роботи над помилками та виконання завдань корекційної роботи вчитель може скоригувати оцінку за тематичну роботу. Такий підхід дає змогу учням усвідомлено аналізувати та критично оцінювати виконані ними письмові роботи і навчатися на власних помилках.

6. Розв'яжіть з учнями завдання комбінованого характеру (що вимагають застосування знань із деяких параграфів).

7. Розв'яжіть завдання з логічним навантаженням (ви можете взяти їх з рубрики «Цікаві задачі»).

Також доцільно організувати інші види контролю, зокрема фронтальне опитування учнів з використанням рубрики «Запитання і завдання для самоконтролю» з підручника.

## Урок 87. Підсумковий урок

**Мета.** Узагальнити і систематизувати знання з теми «Рівняння з двома змінними», «Графік лінійного рівняння з двома змінними», «Системи рівнянь», «Спосіб підстановки», «Спосіб додавання», «Розв'язування задач складанням системи рівнянь» і як уміють застосовувати теоретичний матеріал до розв'язування вправ та задач.

**Вимоги до підготовки учнів.** На цьому уроці має відбутися коригування, узагальнення і систематизація учнівських знань, умінь та навичок, що стосуються тем «Рівняння з двома змінними», «Графік лінійного рівняння з двома змінними», «Системи рівнянь», «Спосіб підстановки», «Спосіб додавання», «Розв'язування задач складанням системи рівнянь».

**Методичні вказівки**

Можна розпочати урок із фронтального опитування або мінітесту (усного чи письмового):

- Що таке рівняння з двома змінними?
- Яким чином визначити, чи є точка розв'язком рівняння?
- Яка фігура є графіком рівняння виду $ax + by = c$?
- Що називають системою двох лінійних рівнянь із двома змінними?
- Що означає розв'язати систему рівнянь?
- Як можна визначити графічно, скільки розв'язків має система?
- Чи може система мати розв'язок, якщо графіки її рівнянь — паралельні прямі? Поясни.
- У яких випадках система рівнянь має нескінченну кількість розв'язків?
- Поясни, у чому різниця між способом підстановки і способом додавання розв'язування систем рівнянь.
- Який з методів доцільніше застосувати, якщо в одному з рівнянь одна зі змінних вже виражена?
- Як перевірити, чи є певна пара чисел розв'язком даної системи?

Далі доцільно учням запропонувати обрати в групі для кожної з наданих систем спосіб розв'язування. Завдання орієнтоване на те, щоб учні розглянули різні способи розв'язування систем лінійних рівнянь, а саме: підстановка, додавання та множення на число з подальшим додаванням. Кожну із запропонованих систем на картках найкраще розв'язувати за допомогою одного із цих методів.

**Картки-завдання**

| | | |
|---|---|---|
| A<br>$\begin{cases} y = 2x \\ y = -6x + 4 \end{cases}$ | B<br>$\begin{cases} 4x - 3y = 6 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$ | C<br>$\begin{cases} 2x + 5y = 34 \\ x + 2y = 14 \end{cases}$ |
| D<br>$\begin{cases} m = -2n - 3 \\ m = n \end{cases}$ | E<br>$\begin{cases} 5x + y = 16 \\ -5x + 3y = 8 \end{cases}$ | F<br>$\begin{cases} 2x - 5y = 5 \\ 5x + 2y = 17 \end{cases}$ |
| G<br>$\begin{cases} 3x + 4y = 18 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$ | H<br>$\begin{cases} 2x + 3y = 9 \\ x - 3y = -3 \end{cases}$ | I<br>$\begin{cases} 4x - 3y = 11 \\ 3x - 5y = -11 \end{cases}$ |
| J<br>$\begin{cases} c = 3d - 5 \\ 2d + 5c = 60 \end{cases}$ | K<br>$\begin{cases} 2q + r = 7 \\ 3q - r = 3 \end{cases}$ | L<br>$\begin{cases} 6x + 3y = 33 \\ 5x + 2y = 17 \end{cases}$ |

Ось інструкції, які вчитель може надати учням перед початком роботи із запропонованими картками:

1. Працюйте разом у групах по чотири учні.

2. Ваша група отримає набір карток із завданнями. Розсортуйте картки та згрупуйте їх за найбільш раціональними способом розв'язування системи рівнянь:

1) підстановка, 2) додаванням, 3) множення на число з подальшим додаванням.

3. Кожен учень вибирає по одній картці з кожної з трьох стопок та розв'язує запропоновану на ній систему на окремому аркуші.

4. Після того як кожен розв'яжете три свої системи він обмінюється записами з іншим учнем групи. Той своєю чергою вносить пропозиції до отриманих записів.

5. На основі коментарів автор змінює свою роботу. Обміняйтеся записами ще раз, якщо це необхідно, щоб переконатися, що робота виконана правильно.

6. Дайте групою відповіді на підсумкове запитання: який спосіб розв'язування можна застосувати до кожної запропонованої системи? Відповідь проілюструйте розв'язаними прикладами. (Можете розподілити свою роботу так, щоб кожний учасник групи по черзі писав пояснення.)

7. Буде зібрано розв'язання кожного та кінцеві відповіді вашої групи.

Далі переходьте до розв'язування прикладних задач за допомогою систем рівнянь. Щоб учні не боялися прикладних задач, доцільно розібрати з ними, як працювати з текстом задачі: читати кілька разів, розбивати на підзадачі, подавати ту саму текстову інформацію в іншому вигляді (моделювати) тощо. Варто виділяти типові практичні ситуації, для розв'язання яких найчастіше використовується певна математична модель. Якщо у більшості учнів є проблема зі створенням самої моделі до задачі, то можна запропонувати низку задач, до яких учні мають лише записати відповідну модель.

За необхідності з учнями пригадайте алгоритм створення моделі у вигляді системи лінійних рівнянь для розв'язування текстових задач.

Для розвитку креативності учнів важливо залучати їх до складання власних прикладних задач (за виразом, рівнянням, графіком, схемою, малюнком тощо).

**Робота з матеріалом підручника**

*Для роботи вдома*: § 22–27 №1173, 1175, 1188, 1189.

# Розділ 6. Стохастика

У сучасному інформаційному суспільстві люди постійно працюють із даними, як у буденному житті, так і в різних професіях. Сучасна освіта вимагає не лише засвоєння базових арифметичних та алгебраїчних навичок, а й формування в учнів умінь аналізувати, інтерпретувати та використовувати інформацію, що подається у вигляді даних. У початковій школі виокремлена змістова лінія «Робота з даними», яку необхідно продовжувати і в середній школі. У модельній програмі «Алгебра, 7–9 класи» авторського колективу М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова, Д. В. Васильєва пропонується вивчати елементи стохастики в кожному з класів, постійно актуалізуючи та поглиблюючи знання учнів із цього розділу математики.

**Елементи стохастики в 7–9 класах**

| | |
|---|---|
| **7 клас** | Побудова та аналіз різних видів діаграм.<br>Опитування та систематизація данних у таблиці.<br>Вибірка. Середнє арифметичне вибірки.<br>Середнє значення величини.<br>Поняття комбінаторної задачі.<br>Правила додавання і множення для комбінаторних задач.<br>Поняття ймовірності. Ймовірність неможливої, достовірної та випадкової події |
| **8 клас** | Збирання та систематизація данних.<br>Частотна таблиця.<br>Діаграми.<br>Вибірка. Середнє арифметичне, мода вибірки.<br>Комбінаторні задачі.<br>Поняття ймовірності |
| **9 клас** | Основи комбінаторики.<br>Правила розв'язування комбінаторних задач.<br>Елементи статистики.<br>Способи подання даних і їх обробки.<br>Розмах, медіана, середнє арифметичне, мода вибірки.<br>Частота і ймовірність випадкової події |

Розділ «Стохастика» є важливою складовою навчальної програми з алгебри для 7 класу, адже він допомагає учням оволодіти основами обробки даних, розумінням ймовірнісних процесів та комбінаторних методів. Ці знання не лише розвивають логічне мислення, а й формують практичні навички, необхідні для повсякденного життя та подальшого навчання.

Для ефективного вивчення цього розділу важливо використовувати інтерактивні методи, практичні завдання, реальні приклади з життя учнів та міжпредметні зв'язки. Це допоможе зробити матеріал зрозумілим, цікавим і корисним, а також підготує учнів до успішного засвоєння більш складних математичних понять у майбутньому.

## Урок 88. Відсоткові розрахунки

**Мета.** Актуалізувати знання учнів про відсотки та розв'язування 3 видів задач на відсотки. Навчити учнів розв'язувати задачі на розчини і сплави.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні мають навчитися розв'язувати задачі на відсотки, зокрема задачі на розчини і сплави.

**Методичні вказівки**

Відсотки дуже часто трапляються в житті сучасної людини. І доцільно вивчати їх впродовж більшого проміжку часу.

Навчання відсотків є природним початком для розгляду статистичних понять, оскільки відсотки широко застосовуються для порівняння величин, обчислення змін і представлення часток у різних контекстах. Важливо, щоб учні зрозуміли не лише механіку обчислень, а й зміст, що стоїть за відсотками, — як спосіб вираження відношень і пропорцій.

У параграфі підібрані різноманітні задачі на відсотки, зокрема і найпростіші 3 види задач на відсотки, а також задачі на розчини і сплави. Особливу увагу в 7 класі пропонуємо приділити задачам на розчини і сплави (с. 233 підручника). Зверніть увагу учнів, що такі задачі зручно розв'язувати за допомогою допоміжної моделі – таблиці. А також на те, що маса розчину дорівнює сумі мас його складових.

Бажано також повідомити і додатковий міжпредметний (фізика, хімія) матеріал. Наприклад, якщо змішати $m$ грамів солі і $n$ грамів води, то утвориться розчин, маса якого дорівнює $m + n$, але якщо змішати $m$ літрів солі і $n$ літрів води, то утвориться розчин, об'єм якого буде менший ніж $m + n$.

Щоб викладення цієї теми зацікавило учнів, можна побудувати його на основі роботи банківської системи. Комерційні банки виконують дві основні функції: 1) зберігають грошові вклади; 2) надають кредити (позики). Якщо розмістити у банку грошовий вклад, то банк виплачує вкладнику певну суму грошей за те, що користується його капіталом для надання позик.

**Робота з матеріалом підручника**

*Для роботи вдома*: § 28 №1196, 1198 1199, 1203.

**Вказівки і розв'язання задач**

**1211.** Один з можливих способів.

1) $40 - 32 = 8$ – різниця

2) $8 : 32 = 0,25 = 25\%$

*Відповідь*: 40 більше за 32 на 25%.

**1214.**

| | Маса | Відсотковий вміст |
|---|---|---|
| Мідь | | 45% |
| Срібло | | |
| Сплав | 15 кг | |

1) Знайдемо, масу міді: $15 \cdot 0,45 = 6,75$ (кг)

2) Знайдемо масу срібла: $15 - 6,75 = 8,25$ (кг)

Нехай додаємо $x$ кг срібла.

| | Маса | Відсотковий вміст |
|---|---|---|
| Мідь | 6,75 | 30% |
| Срібло | $8,25 + x$ | |
| Сплав | $15 + x$ | |

У новому сплаві 30% міді:

$(15 + x) \cdot 0,3 = 6,75$

$4,5 + 0,3x = 6,75$

$0,3x = 2,25$

$x = 7,5$ (кг)

*Відповідь*: потрібно додати 7,5 кг срібла.

**1219.**

З діаграми знаємо, що у першому сплаві 20% олова та 80% міді, а у другому сплаві: 30% олова та 70% міді.

| | Маса, кг | Відсотковий вміст олова | Маса олова |
|---|---|---|---|
| I сплав | $x$ | 20% | $0,2x$ |
| II сплав | $y$ | 30% | $0,3y$ |
| Остаточний сплав | 200 | 24% | $0,24 \cdot 200$ |

$$\begin{cases} x + y = 200, \\ 0,2x + 0,3y = 0,24 \cdot 200 \end{cases}$$

$x = 200 - y$

$0,2(200 - y) + 0,3y = 48$

$40 - 0,2y + 0,3y = 48$

$0,1y = 8$

$y = 80$

$x = 120$

*Відповідь*: 120 кг першого сплаву і 80 кг другого сплаву.

**1224.** З 1 т руди вилучили 400 кг домішок. Отримали 600 кг руди.

Якщо у домішках було 12% заліза, то

$400 \cdot 0,12 = 48$ (кг) — маса заліза, яку вилучили.

Нехай початковий вміст заліза $x$, тоді після вилучення домішок вміст заліза став $x + 0,2$

| | Маса руди | Вміст заліза | Маса заліза |
|---|---|---|---|
| Було | 1000 | $x$ | $1000x$ |
| Стало | 600 | $x + 0,2$ | $1000x - 48$ |

$600(x + 0,2) = 1000x — 48$

$600x + 120 = 1000x - 48$

$120 + 48 = 1000x - 600x$

$400x = 168$

$x = 0,42$

$1000 \cdot 0,42 - 48 = 420 - 48 = 372$ (кг)

*Відповідь*: 372 кг.

**1236.** г) Координати точок $E$ і $F$ задовольняють рівняння прямої $y = kx + p$, а тому:

$$\begin{cases} k + p = 2, \\ 3k + p = 3; \end{cases}$$

тоді $2k = 1$, $k = 0,5$, а $p = 1,5$.

Отже рівняння прямої має вигляд: $y = 0,5x + 1,5$.

## Урок 89–90. Збір та аналіз даних

**Мета.** Актуалізувати знання учнів про різні види діаграм. Навчити учнів збирати, аналізувати, систематизувати дані, ознайомити їх з поняттям «вибірка», «частотна таблиця».

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні мають вміти читати і будувати різні види діаграм, аналізувати дані, характеризувати вибірки, устатковувати частотні таблиці.

**Методичні вказівки**

Вивчення параграфів «Відсоткові розрахунки», «Збір та аналіз даних» дають змогу учням у процесі навчання аналізувати інформацію з різних джерел, у тому числі й інтернету. У процесі вивчення цих тем школярі проводитимуть опитування, аналізуватимуть актуальні дані, систематизуватимуть дані в частотних таблицях, читатимуть і будуватимуть діаграми й інфографіки, а також характеризуватимуть вибірки. Усе це посилить розуміння учнів, для чого потрібні математичні компетентності у житті.

Статистика як наука про збір, обробку та аналіз даних дозволяє учням навчитися працювати з інформацією, отримувати з неї корисні висновки і приймати обґрунтовані рішення. Вивчення основ статистики сприяє розвитку критичного мислення, вмінню інтерпретувати графіки, таблиці, діаграми, а також розуміти варіативність і закономірності у навколишньому світі.

**Робота з матеріалом підручника**

*Для роботи вдома*: § 29 №1207, 1243, 1246, 1248.

*Для роботи вдома*: § 29 №1210, 1249, 1251, 1253.

**Вказівки і розв'язання задач**

**1243.** Середнє арифметичне

**1247.** Найменше значення: 2. Найбільше значення: 6

Середнє арифметичне:

$$(2 + 5 + 4 + 5 + 3 + 2 + 2 + 2 + 4 + \\ + 5 + 5 + 6 + 5 + 6 + 5) : 15 \approx 4{,}07$$

**1250.**

а) $39 \cdot 3 + 41 \cdot 3 + 43 \cdot 6 = 117 + 123 + 258 = 498$

Середнє арифметичне: $498 : 12 = 41{,}5 \approx 42$

**1255.** а) Математика:

$$(6 + 10 + 4 + 7 + 8 + 4 + 9 + 10 + \\ + 6 + 8 + 5 + 9 + 10) : 13 \approx 7$$

Англійська мова:

$(4 \cdot 1 + 6 \cdot 3 + 7 \cdot 2 + 8 \cdot 4 + 9 \cdot 4 + 10 \cdot 2) : 16 \approx 8$

Географія: $(5 + 6 + 7 + 8 + 27 + 10) : 8 \approx 8$

б) Математика: $\min = 4$, $\max = 10$

Англійська мова: $\min = 4$, $\max = 10$

Географія: $\min = 5$, $\max = 10$

в) так, може змінити оцінку

**1259.** Найменше: 21.

Найбільше: 26,5

Середнє арифметичне:

$$(21 \cdot 1 + 21{,}5 \cdot 3 + 22 \cdot 4 + 22{,}5 \cdot 5 + 23 \cdot 7 + \\ + 23{,}5 \cdot 11 + 24 \cdot 8 + 24{,}5 \cdot 9 + 25 \cdot 5 + 25{,}5 \cdot 2 + \\ + 26 \cdot 2 + 26{,}5 \cdot 1): 60 = 1375 : 60 \approx 22{,}92$$

## Урок 91. Комбінаторні задачі

**Мета.** Навчити учнів розв'язувати комбінаторні задачі

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні сформувати уявлення про розв'язування комбінаторних задач, зокрема за допомогою логічних міркувань.

**Методичні вказівки**

Вивчення теми «Комбінаторні задачі» посилює зв'язок шкільного предмета алгебри з життям, а також допомагає учням розвинути варіативне мислення і створити необхідну базу для подальшого засвоєння теорії ймовірностей. Комбінаторика, у свою чергу, дає інструменти для обчислення кількості можливих варіантів у різних ситуаціях, що є основою для подальшого вивчення ймовірності та статистики. Вона розвиває логіку, увагу до деталей і системне мислення.

**Робота з матеріалом підручника**

*Для роботи вдома*: § 30 №1272, 1274, 1277, 1279.

**Вказівки і розв'язання задач**

**1273.** Усі можливі варіанти черги

О – Т – І
О – І – Т
Т – О – І
Т – І – О
І – О – Т
І – Т – О

Всього 6 варіантів.

а) Ігор на першому місці у 2 варіантах

І – О – Т
І – Т – О

б) Олег не на останньому місці у 4 варіантах

О – Т – І
О – І – Т
Т – О – І
І – О – Т

**1274.** Є 3 міста: Варшава, Краків, Гданськ.

Кількість можливих маршрутів дорівнює:

$$3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

Варіанти маршрутів:

Варшава – Краків – Гданськ
Варшава – Гданськ – Краків
Краків – Варшава – Гданськ
Краків – Гданськ – Варшава
Гданськ – Варшава – Краків
Гданськ – Краків – Варшава

*Відповідь*: 6 маршрутів.

**1280.** Є 3 види посипок і 5 видів морозива: бананове, шоколадне, лимонне, полуничне, ванільне.

Кількість варіантів: $5 \cdot 3 = 15$

*Відповідь*: 15 варіантів морозива з посипкою.

**№1281.** Є 2 види тканини: блакитна та зелена.

Потрібно оббити 3 предмети: диван, крісло та стілець.

Кожен предмет можна оббити 2 способами.

Кількість варіантів:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

*Відповідь*: 8 варіантів оббивок.

**№1292.** Одноцифрові прості числа:

2, 3, 5, 7 (усього 4).

Кількість усіх дробів: $4 \cdot 4 = 16$

Але треба виключити дроби $\frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{5}{5}, \frac{7}{7}$.

$$16 - 4 = 12$$

*Відповідь*: 12 дробів.

**1293.** Номер має 7 цифр і починається з 127.

Перші 3 цифри фіксовані:

127 _ _ _ _

Залишається 4 цифри, кожна з яких може бути 0, 1, 2,..., 9 (загалом 10 варіантів).

Кількість номерів:

$$10^4 = 10\,000$$

*Відповідь*: В.

## Урок 92–93. Поняття ймовірності. Ймовірність неможливої, достовірної та випадкової події

**Мета.** Сформувати в учнів уявлення про поняття «неможливої події», «достовірної події», «випадкової події» та «ймовірність події».

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні повинні навчитися розрізняти «неможливу подію», «достовірну подію» та «випадкову подію», а також знаходити ймовірності кожної з цих видів подій.

**Методичні вказівки**

Вивчення теми «Поняття ймовірності. Ймовірність неможливої, достовірної та випадкової події» допоможе учням розвинути навички прогнозування і побачити, що деякі події у житті є закономірними.

Теорія ймовірностей вводить учнів у світ випадкових подій і допомагає усвідомити, як оцінювати шанси на настання тих чи інших подій. Знання про ймовірність є фундаментом для розуміння ризиків, прогнозів і прийняття рішень у невизначених ситуаціях.

Під час розв’язування задач учні керуються лише однією формулою:

$$P(A) = \frac{\text{кількість сприятливих для події A результатів}}{\text{кількість всіх можливих результатів}}$$

Перед тим, як застосувати формулу, запропонуйте учням озвучити всі можливі результати і всі сприятливі результати.

**Робота з матеріалом підручника**

На першому уроці

*Для роботи вдома*: § 31 №1299, 1306, 1307, тест на с. 257.

На другому уроці

*Для роботи вдома*: § 31 №1311, 1313, 1316, с. 258.

**Вказівки і розв’язання задач**

**1314.** Кількість ручок: синіх — 10, фіолетових — 4, червоних — 8, зелених — 5.

Усього: $10 + 4 + 8 + 5 = 27$ ручок.

Ймовірність витягнути червону ручку:

$$P = \frac{\text{кількість червоних}}{\text{загальна кількість}}$$

$$P = \frac{8}{27}$$

*Відповідь*: $\frac{8}{27}$.

**1319.** Є 3 картки: Д, І, М.

Загалом варіантів: $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$.

Усі можливі варіанти:

ДІМ ДМІ ІДМ ІМД МДІ МІД

Слово «ДІМ» утворюється лише в одному випадку.

Ймовірність витягнути картку зі словом ДІМ

$$P = \frac{1}{6}$$

*Відповідь*: $P = \frac{1}{6}$.

**1320.** Усього деталей — 100. Вид А — 28. Вид В — 36. Решта — Вид С.

Потрібно знайти ймовірність вибрати А або В.

Кількість сприятливих випадків:

$28 + 36 = 64$ — деталь виду А або В.

$$P = \frac{64}{100}$$

*Відповідь*: 64%.

**1321.** Усього олівців: 42. З них червоних 14, синіх 16, а решта — зелені.

$42 - 14 - 16 = 12$ – зелених олівців.

Ймовірність взяти олівець, який не червоний і не синій (тобто зелений олівець):

$$P = \frac{\text{кількість зелених}}{\text{загальна кількість}}$$

$$P = \frac{12}{42} = \frac{2}{7}$$

*Відповідь*: $\frac{2}{7}$.

**1326.** Зверніть увагу! Йде мова про справжні українські слова, які можна утворити з букв слова Україна. Тобто спершу учні мають виписати всі такі слова і знайти їх кількість. І лиш потім приступати до розв'язування задачі на основі формули:

$$P(A) = \frac{\text{кількість сприятливих для події А результатів}}{\text{кількість всіх можливих результатів}}$$

На початку другого уроку доцільно розглянути ключі до тестового завдання, що було запропоновано у якості домашнього завдання.

**Відповіді до тестових завдань №8 (с. 257 підручника)**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| в | б | а | г | в | г | б | а | в | г |

## Урок 94–95. Узагальнення і систематизація знань

**Мета.** Узагальнити та систематизувати знання, здобуті учнями під час вивчення тем «Відсоткові розрахунки», «Збір та аналіз даних», «Комбінаторні задачі» «Поняття ймовірності», повторити і закріпити набуті вміння та навички; підготуватися до контрольної роботи.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні мають уміти наводити приклади: випадкових, достовірних та неможливих подій; частотних таблиць; формулювати означення: відсотка, вибірки, найбільшого і найменшого значення вибірки, середнього арифметичного значення вибірки; описувати способи розв'язування задач на відсотки, комбінаторних задач, задач на обчислення ймовірності; розрізняти випадкові, достовірні та неможливі події.

**Методичні вказівки**

Для проведення узагальнення і систематизації можна запропонувати учням на основі матеріалу «Головне в розділі» (https://yakistosviti.com.ua/userfiles/NUSH_7-9/7_klas/Math/Algebra/05_Golovne_Rozd-5.pdf) створити інфографіку чи записати цікаве відео.

Також бажано провести узагальнювальне повторення, акцентуючи увагу на міжпредметних зв'язках та прикладному значенні теми. Адже стохастика є інструментом для аналізу реального світу, прийняття рішень в умовах невизначеності та підгрунтям для фінансової грамотності.

Використайте на цьому уроці реальні дані для статистичного аналізу (наприклад, оцінки учнів класу за семестр або дані про погоду). Запропонуйте учням розв'язати одну комплексну задачу, яка об'єднує всі 4 теми (наприклад: знайти ймовірність того, що випадково обраний клієнт банку, спираючись на статистику минулих років, відкриє депозит під певний відсоток, обравши один із кількох тарифних планів).

Якщо учні на минулому уроці писали самостійну роботу, використовуючи Зошит моїх досягнень, то вчитель може запропонувати учням на цьому уроці:

1) зробити роботу над помилками, яку зручно здійснити за допомогою відповідного бланку з Зошиту моїх досягнень (Корекційний бланк 1 – бланк для роботи над помилками, що були допущені в самостійних роботах);

2) написати корекційну роботу, що за структурою і змістом є аналогічною до тієї, що пропонувалась учням.

Наприклад, вчитель може запропонувати учням у відповідному бланку заповнити рядки для тих завдань, у яких були допущені помилки, а потім ще й виконати аналогічні завдання з корекційної роботи (або й усю корекційну роботу).

На основі якісної роботи над помилками та виконання завдань корекційної роботи вчитель може скоригувати оцінку за самостійну роботу.

Такий підхід дає змогу учням усвідомлено аналізувати та критично оцінювати виконані ними письмові роботи і навчатися на власних помилках.

Додому учням пропонувалось розв'язати завдання з рубрики «Типові задачі до тематичного контролю» на с. 258. Розгляньте з учнями відповіді до завдань та проаналізуйте допущені помилки.

На початку уроку вчитель може запропонувати проаналізувати домашнє завдання або надати ключі до нього.

**Відповіді до типових завдань до тематичної роботи №8 (с. 258 підручника)**

<table>
<tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th><th>7</th><th>8</th><th>9</th></tr>
<tr><td>В</td><td>Г</td><td>Г</td><td>1В<br>2А<br>3Б</td><td><table><tr><td>Оцінка</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td></tr><tr><td>Частота</td><td>2</td><td>4</td><td>3</td><td>4</td><td>2</td></tr></table>Середній бал Олега дорівнює 9.</td><td>а) 6<br>б) 27<br>Парних 4<br>Непарних 2</td><td>синя</td><td>І — 350 г<br>ІІ — 250 г</td><td>ціна на стіл знизилася,<br>а на стільці — підвищилася</td></tr>
</table>

**Робота з матеріалом підручника**

*Для роботи вдома*: § 28–31 №1207, 1257, 1282, 1285.

## Урок 96. Тематична робота (Розв'язування математичних задач)

**Мета.** Перевірити, як учні засвоїли теми «Відсоткові розрахунки», «Збір та аналіз даних», «Комбінаторні задачі» «Поняття ймовірності», і як уміють застосовувати теоретичний матеріал до розв'язування вправ та задач.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні мають уміти наводити приклади: випадкових, достовірних та неможливих подій; частотних таблиць; формулювати означення: відсотка, вибірки, найбільшого і найменшого значення вибірки, середнього арифметичного значення вибірки; описувати способи розв'язування задач на відсотки, комбінаторних задач, задач на обчислення ймовірності; розрізняти випадкові, достовірні та неможливі події.

**Методичні вказівки**

Бал, отриманий кожним учнем, має відображати реальні досягнення в опануванні ним конкретної теми. Тематичний контроль бажано проводити комплексно: усне опитування, комп'ютерне тестування, письмові роботи. При цьому треба обов'язково враховувати індивідуальні особливості учнів та їх навчальну діяльність під час вивчення тем, що підлягають контролю. Тестування можна проводити за допомогою індивідуальних тестів. Якщо є можливість, бажано створити банк відповідних завдань і проводити тестування за допомогою комп'ютера. Усне опитування і тестування можна проводити як на уроках, так і в позаурочний час, зручний для учнів і вчителя. Окремі учні можуть бути звільненими від такого виду контролю.

Вчитель наприкінці семестру має оцінити три групи результатів кожного учня. II групу результатів можна оцінити за допомогою тематичного контролю. А от I і III групи результатів пропонуємо оцінювати за допомогою короткотривалих письмових робіт, що пропонуватимуться учням раз на чверть.

На цьому уроці пропонується робота, що орієнтована на оцінку групи «Розв'язування математичних задач» (друга група результатів). Завдання, аналогічні до поданих у підручнику, містяться у посібнику «Зошит моїх досягнень». Додаткові завдання у цій роботі є необов'язковими і дають змогу учням заробити окремо додаткову оцінку.

Пропонуємо вчителю під час перевірки не лише залишати коментарі чи бали у роботі, а ще й роздрукувати для кожного учня бланк, де зробити відповідні відмітки у таблиці. Таке додаткове формувальне оцінювання письмової роботи допоможе детальніше інформувати батьків і самого учня щодо успіхів у математиці кожної дитини.

Тобто після перевірки роботи вчитель заповнює таблицю (див. нижче) для кожного учня. Вибирає один із чотирьох стовпчиків до кожного завдання і ставить у ньому галочку (чи інший символ).

**Тематичне оцінювання.**
**Оцінювання групи результатів** «Стохастика»
**Прізвище, ім'я учня** ______________________________

| | **Форма** | **Виконує правильно** | **Допускає незначні помилки** | **Допускає помилки** | **Не виконав / не виконала** |
|---|---|---|---|---|---|
| **№1.** Знаходження ймовірності випадкової події | тест | | | | |
| **№2.** Знаходження кількості способів обрати 2 об'єкти | | | | | |
| **№3.** Знаходження відсотку від числа | | | | | |
| **№4.** Встановлення відповідності між подією та її ймовірністю | відповідність | | | | |
| **№5.** Знаходження невідомого вибірки за заданого середнього арифметичного вибірки | | | | | |
| **№6.** Задача на розчини і сплави | | | | | |
| **№7.** Комбінаторна задача | | | | | |
| **№8.** Задача на відсотки | | | | | |
| **Додаткове завдання** | | | | | |
| Знаходження деяких даних, якщо відома ймовірність події | | | | | |

Ми пропонуємо не задавати учням домашнє завдання після написання контрольної роботи.

## Урок 97. Аналіз тематичної роботи. Тематична робота №2 (Опрацювання ситуації і створення математичних моделей, інтерпретація і критичний аналіз результатів)

**Мета.** Перевірити, як учні засвоїли теми «Відсоткові розрахунки», «Збір та аналіз даних», «Комбінаторні задачі» «Поняття ймовірності», і як уміють застосовувати теоретичний матеріал до розв'язування вправ та задач.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті вивчення теми учні мають уміти наводити приклади: випадкових, достовірних та неможливих подій; частотних таблиць; формулювати означення: відсотка, вибірки, найбільшого і найменшого значення вибірки, середнього арифметичного значення вибірки; описувати способи розв'язування задач на відсотки, комбінаторних задач, задач на обчислення ймовірності; розрізняти випадкові, достовірні та неможливі події.

**Методичні вказівки**

Вчитель з учнями може розглянути деякі задачі і вправи, у яких значна частина учнів припустилася помилок.

Повторити теоретичні питання, недосконале знання яких призвело до помилок під час виконання попередньої роботи, перевірити вміння учнів досліджувати ситуації, створювати математичні моделі, інтерпретувати та критично оцінювати результат.

Організувати роботу учнів над помилками, визначивши із сильних учнів консультантів для тих, хто отримав низькі бали за першу письмову роботу.

1. Роздайте учням зошити з перевіреною роботою.

2. Запишіть на дошці максимальні бали за кожне виконане правильно завдання.

3. Поясніть, що ви виділили помилки, які були допущені учнями, а також записали кількість балів, що заробив кожен учень.

4. Розгляньте з учнями завдання з роботи, у яких найбільша кількість учнів припустилася помилок.

5. Запропонуйте заповнити корекційний бланк (Корекційний бланк №2) чи частини корекційних робіт запропоновані в Зошиті моїх досягнень. Запропонуйте їх виконати учням, що не впорались із завданням. Вчитель може запропонувати учням у відповідному бланку заповнити рядки для тих завдань, у яких були допущені помилки, а потім ще й виконати аналогічні завдання з корекційної роботи (або й усю корекційну роботу). На цьому етапі важливо дізнатися, учень не брався до завдання, бо не встиг чи не знав, як виконати завдання, а також чи усвідомив він допущені ним помилки, чи може тепер виконати завдання правильно. На основі якісної роботи над помилками та виконання завдань корекційної роботи вчитель може скоригувати оцінку за тематичну роботу. Такий підхід дає змогу учням усвідомлено аналізувати та критично оцінювати виконані ними письмові роботи і навчатися на власних помилках.

6. Запропонуйте написати другу письмову роботу для оцінки I і III груп результатів.

На цьому уроці також можна провести письмову роботу для оцінки першої (Опрацювання ситуації і створення математичних моделей) та третьої (Інтерпретація і критичний аналіз результатів) груп результатів. Завдання для цієї роботи у 2 варіантах містяться в посібнику для учнів «Зошит моїх досягнень». У кожній з таких робіт містяться 8 завдань. Деякі призначено для оцінки першої групи результатів, а деякі для оцінки третьої групи. Вчитель може визначати рівні досягнень учнів чи ставити 2 оцінки учням (за кожну з груп окремо).

Також вчитель може самостійно розробити систему оцінювання трьох різних груп результатів і відповідні види робіт.

Також доцільно організувати інші види контролю, зокрема фронтальне опитування учнів із використанням рубрики «Запитання і завдання для самоконтролю» з підручника.

**Робота з матеріалом підручника**

*Для роботи вдома*: § 28–31; №1210, 1259, 1289, 1291.

## Урок 98–102. Повторення

Уроки повторення доцільно використати, щоб пригадати всі теми, що вивчались упродовж року. Наприклад, можна повторювати матеріали розділів:

*Урок 1* – Цілі вирази
*Урок 2* – Розкладання многочленів на множники
*Урок 4* – Лінійні рівняння і їх системи
*Урок 3* – Функції, Стохастика, самостійна робота навчального характеру з Зошиту моїх досягнень (с. 60–61)
*Урок 5* – Тематична робота №9 із Зошита моїх досягнень (с. 62–65)

Звертаємо вашу увагу, що річна оцінка не коригується, а виставляється на основі двох семестрових. Тож запропоноване повторення не впливає на оцінки учнів і проводиться суто з навчальною метою. Для перевірки робіт радимо застосовувати самооцінювання чи взаємооцінювання учнів.

Задачний матеріал для розвязування на уроках можна обрати з підручника на с. 259–265. Для класів, що мають більше тижневе навантаження, також можна використовувати задачі підвищеної складності (https://inform1.yakistosviti.com.ua/assets/media/matematika-7-klas/Algebra/7kl_Algebra_zadachi%20skladni.pdf).

**Розв’язування задач підвищеної складності**

**1405.** Нехай у кошику було спочатку $x$ яєць. Коли взяли половину всіх яєць, у ньому залишилося $\frac{x}{2}$ яєць. Це перша остача. Кожного наступного разу брали $\frac{x}{4}$, $\frac{x}{8}$, $\frac{x}{10}$ яєць.

Отже, $x-\frac{x}{2}-\frac{x}{4}-\frac{x}{8}-\frac{x}{10}=10,$

звідси $16x - 8x - 4x - 2x - x - 10$, $x = 160$.

*Відповідь*: було 160 яєць.

**1406.** Нехай бабуся купила всього $x$ стрічок. Старшій онуці вона дала $\frac{x}{2}-\frac{1}{2}$ м, залишилось: $x-\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{2}\right)=\frac{x}{2}+\frac{1}{2}$; середній онуці: $\frac{1}{2}\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}$ м, залишилось: $\frac{x}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}=\frac{x}{4}-\frac{1}{4}$; наймолодшій онуці — решту: половину від $\frac{x}{4}=\frac{1}{4}$ і ще метр. Виходить, що $\frac{1}{2}\left(\frac{x}{4}-\frac{1}{4}\right)=1,$ звідси $x = 9$.

*Відповідь*: 9 м.

*Примітка*. За умовою задачі можна скласти рівняння: $\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\left(\frac{x}{4}-\frac{1}{4}\right)+1=x,$

але його розв’язувати важче.

**1407.** Якщо менше число становить — $x$, то більше — $x + 35$. Ділене $a$, дільник $b$, частка $q$ і остача $r$ пов’язані між собою рівністю $a = bq + r$. У даному випадку $x + 35 = x \cdot 4 + 2$, звідси $x = 11$. Тоді $x + 35 = 46$.

*Відповідь*: 46 і 11.

**1408.** Припустимо, що книжка коштувала $x$ грн. Тоді перший учень мав $(x - 35)$, другий — $(x - 40)$ грн, а в обох разом було $(2x - 75)$ грн; 0,4 вартості книжки становлять $0{,}4x$. Отже,

$$2x - 75 - x = 0{,}4x, \text{ звідси } x = 125.$$

*Відповідь*: 125 грн.

**1409.** Нехай було всього $n$ чоловік і кожен мав заплатити $c$ грн. Тоді $nc = 4000$ і $(n - 3) \cdot 2.5c = 400$, звідси $nc = (n - 3) \cdot 2{,}5c$, $n = 5$.

*Відповідь*: усього було 5 чоловік.

*Примітка*. Інші міркування приводять до рівняння $\frac{1}{n-3}=\frac{2{,}5}{n}$, яке можна розв’язати, застосувавши основну властивість пропорції.

**1410.** 0,6 км/год = 0,01 км/хв. Нехай відстань дорівнює $x$ км. Від $A$ до $B$ зв’язківець ішов зі швидкістю $\frac{x}{35}$ км/хв, а назад зі швидкістю $\frac{x}{30}$ км/хв. Оскільки значення $\frac{x}{30}$ більше на 0,01, то маємо рівняння: $\frac{x}{30}-\frac{x}{35}=0{,}01,$ звідси $x = 2{,}1$.

*Відповідь*: 2,1 км.

**1411.** Нехай відстань між селом і містом дорівнює $x$ км. До міста велосипедист їхав $\frac{x}{12}$ год, а з міста — $\frac{x}{10}$ год. У дорозі він був $\left(\frac{x}{12}+\frac{x}{10}\right)$ год, або 2,2 год (бо 15 − 8 − 4,8 = 2,2).

Отже, $\frac{x}{12}+\frac{x}{10}=2{,}2,$ звідси $x = 12$.

*Відповідь*: 12 км.

**1412.** Ідеться про числа виду $\overline{abcabc}$. Кожне з них можна подати у вигляді $\overline{abc}\cdot 1000+\overline{abc}$, або $\overline{abc}\cdot 1001$.

Оскільки 1001 =7 · 11 · 13, то і дане число ділиться на 7, 11 і 13.

**1413.** У задачі допущено помилку, в її умові замість $z$ надруковано 2.

Оскільки $y$ є середнім арифметичним $x$ і $z$, то

$$2y = x + z. \text{ Тоді } x^2 + z^2 + 4y^2 + 2xz - 4xy - 4yz =$$
$$= (x^2 + 2xz + z^2) + 4y^3 - 4y(x + z) =$$
$$= 4y^2 + 4y^4 - 8y^2 = 0.$$

**1414.** Якщо НСД шуканих чисел дорівнює 87, то ці числа: $87m$ і $87n$, де $m$ і $n$ — взаємно прості натуральні числа. Оскільки $87m + 87n = 522$, або $m + n = 6$, то такими можуть бути тільки 1 і 5 або 5 і 1.

$87 \cdot 1 = 87$, $87 \cdot 5 = 435$.

*Відповідь*: 87 і 435.

**1415.** Нехай $\overset{+}{x}$ і $\overset{-}{x}$ — кількості хлопців, які розв’язали задачу і які не розв’язали її. Так само і для дівчат: $\overset{+}{д}$ і $\overset{-}{д}$. Оскільки $\overset{+}{x}=\overset{-}{д}$, то правильна рівність: $\overset{+}{x}+\overset{+}{д}=\overset{-}{д}+\overset{+}{д}$. Тих і тих було порівну.

**1418.** Розглядаючи рух річки і юнака відносно плоту, відразу можна стверджувати, що $a = b$.

**1417.** 8 л, 5 л і 5 л.

**1418.** 1800 грн і 2700 грн.

**1419.** 25 км. Мається на увазі, що кожен з велосипедистів їхав зі сталою швидкістю.

**1420.** Припустимо, що першого сплаву треба взяти $x$ кг, а другого — $y$ кг. У них першого металу міститься відповідно $\frac{1}{3}x$ кг і $\frac{3}{7}y$ кг, а другого — $\frac{2}{3}x$ кг і $\frac{4}{7}y$ кг. У третьому сплаві першого металу буде $\left(\frac{1}{3}x+\frac{3}{7}y\right)$ кг, а другого — $\left(\frac{2}{3}x+\frac{4}{7}y\right)$ кг. Оскільки вони відносяться як 15 : 22, то

$$\left(\frac{1}{3}x+\frac{3}{7}y\right):\left(\frac{2}{3}x+\frac{4}{7}y\right)=15:22.$$

За властивістю пропорції,

$$\left(\frac{1}{3}x+\frac{3}{7}y\right)\cdot 22=\left(\frac{2}{3}x+\frac{4}{7}y\right)\cdot 15,$$

звідси $\frac{6}{7}x=\frac{8}{3}y$, або $\frac{x}{y}=\frac{9}{28}$.

*Відповідь*: 9 частин і 28 частин.

**1421.** За змістом задачі можна скласти таблицю.

| Ім'я | Роки | |
|---|---|---|
| | Було | Тепер |
| Мері | $x$ | 24 |
| Анна | 12 | $x$ |

Оскільки різниця років Мері та Анни незмінна, то $x - 12 = 24 - x$, звідси $x = 18$.

*Відповідь*: 18 років.

**1422.** Припустимо, що Чарльз одержить $x$ овець. Альфред має одержати на 25 % більше від нього, тобто $1{,}25x$ овець. Це на 20 % більше від 3600 овець. Тобто $1{,}25x = 1{,}2 \cdot 3600$, звідси $x = 3456$.

*Відповідь*: 3456 овець.

**1423.** Припустимо, що Метив'є мав $x$ франків і $y$ сантимів, тобто $(x + 0{,}01y)$ франків. Залишилось у нього $\frac{y}{5}$ франків і $x$ сантимів, тобто $\frac{y}{5}+0{,}01x$ франків. Оскільки залишилась тільки п'ята частина грошей, то $5\left(\frac{y}{5}+0{,}01x\right)=x+0{,}01y$, звідси $0{,}99y = 0{,}95x$, або $y=\frac{95}{99}x$. Число $y$ натуральне і менше ста, тому $x = 99$, $y = 95$. Виходить, що Метив'є мав усього 99,95 франків. За вечерю він заплатив $\frac{4}{5}$ цієї суми: $\frac{4}{5}\cdot 99{,}95=79{,}96$.

*Відповідь*: заплатив 79 франків і 96 сантимів.

**1424.** Нехай кожен дорослий мав $x$ дітей. Тоді в Ісхана було: $x$ дітей, $x^2$ внуків, $x^3$ правнуків, $x^4$ праправнуків. Отже.

$$1 + x + x^2 + x^3 + x^4 = 2801,$$
$$\text{або } x + x^2 + x^3 + x^4 = 2800.$$

Розклавши на множники ліву і праву частини рівняння, дістанемо:

$$x(x + 1)(x^2 + 1)= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7.$$

Значення $x$ має бути більшим за 5, бо $5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 < 2800$, і меншим за 10, оскільки $10^4 > 2800$. Отже, $x = 8$ не задовольняє рівняння, а $x = 7$ — задовольняє.

*Відповідь*: 7 дітей.

**1425.** Нехай у череді всього $x$ волів, $y$ корів, $z$ телят. Тоді:

$$\begin{cases} x+y+z=100, \\ 10x+5y+0{,}5z=100; \end{cases} \quad \begin{cases} x+y+z=100, \\ 20x+10y+z=200, \end{cases}$$

звідси $19x + 9y = 100$, $y=\frac{1}{9}(100-19x)$,

або $y=9+\frac{19(1-x)}{9}$.

Число $y$ — натуральне, тоді $1 - x$ має ділитися на 9. Це можливо тільки тоді, коли $x = 1$. Отже, $y = 9$, $z = 90$.

*Відповідь*: 1 віл, 9 корів. 90 телят.

**1426.** Йдеться про натуральне число $a$. Оскільки $a^{20}=a\cdot a^{19}=\underbrace{a+a+\ldots+a}_{a^{19}\text{ разів}}$, то число доданків має бути $a^{19}$.

*Відповідь*: $a^{19}$.

*Примітка*. Для цілих значень $a$ задача потребує додаткових досліджень. Якщо $a = 0$, то число доданків може бути будь-яким: якщо $a < 0$, то задача не має розв'язків.

**1427.** Система = 1419857.

**1428.** *Відповідь*.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | т | | | | |
| | | т | | о | | м | | |
| | | е | | т | | і | | |
| м | н | о | г | о | ч | л | е | н |
| е | | р | | ж | | ь | | а |
| н | | е | | н | | я | | з |
| ш | | м | | і | | р | | в |
| е | р | а | | с | | д | в | а |
| | я | | | т | | | | |
| | д | і | л | ь | н | и | к | |

## Урок 103–105. Проєкти

На сторінці (https://inform1.yakistosviti.com.ua/assets/media/matematika-7-klas/Algebra/7kl_Algebra_Proekty.pdf) запропоновано 7 проєктів, які можна виконувати продовж року.

*Проєкт* 1. **Мегасвіт та стандартний вигляд числа**

*Проєкт* 2. **Геометрична інтерпретація виразів зі змінними. Множення двочлена на двочлен.**

*Проєкт* 3. **Виділення повного квадрата**

*Проєкт* 4. **Функції**

*Проєкт* 5. **Українські художники**

*Проєкт* 6. **Побудова малюнків за допомогою графіків рівнянь**

*Проєкт* 7. **Опитування**

Три перших проєкти вже були розглянуті в цьому методичному посібнику на сторінках 30, 43 та 62.

Розглянемо проєкти 4–7.

### Проєкт 4. Функції

**Мета.** Показати, як математичне поняття «функція» використовується для опису реальних процесів у побуті, економіці, фізиці та астрономії. Розвинути вміння задавати функції трьома способами (формулою, таблицею, графіком), аналізувати область визначення та презентувати результати своєї роботи

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті виконання проєкту учні мають навчитися:

виділяти незалежну змінну (аргумент) та залежну змінну (функцію) в текстових задачах; записувати словесні залежності у вигляді математичних формул (наприклад, $y = kx$); складати таблиці значень для заданих функцій; будувати та правильно обмежувати графіки функцій відповідно до реальних умов задачі (промінь, відрізок або набір ізольованих точок); відрізняти функціональні залежності від нефункціональних.

**Методичні вказівки**

Проєкт найкраще запропонувати учням після вивчення способів задання функції та побудови графіка лінійної функції.

**Проєкт 4. Функції**

1. Опиши формулою одну з поданих залежностей:
   - Витрати родини на оренду квартири продовж 5 місяців, якщо щомісячна оренда становить 20 000 грн.
   - Відстань, яку долає автомобіль, що рухається із середньою швидкістю 50 км/год продовж 4 годин.
   - Вартість мережива, що не довше 8 м, якщо його ціна 200 грн за 1 метр.

   Чи є функціями ці залежності?
2. Задай ці залежності таблицею.
3. Побудуй відповідний графік.
4. Розмісти результати своєї роботи на одному аркуші і презентуй їх.
5. Задай формулою рік появи комети, яка з'являється кожні 75 років і яка була зафіксована в 1985 році.

У **завданні 1** учень має обрати лише одну з трьох залежностей для детального дослідження (завдання 1–4). Завдання 5 і 6 є спільними для всіх і вимагають творчого підходу.

**Варіант А** (Оренда): $V(n) = 20\,000 \cdot n$, *де* $V$ *— загальні витрати у грн,* $n$ *— кількість місяців.*

$$n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

**Варіант Б** (Рух): $S(t) = 60 \cdot t$, *де* $S$ *— відстань у км,* $t$ *— час у годинах.*

$$0 \le t \le 4.$$

**Варіант В** (Покупка): $C(x) = 200 \cdot x$, *де* $C$ *— вартість у грн,* $x$ *— довжина мережива у метрах.*

$$0 < x \le 8.$$

Усі три залежності є функціями, оскільки кожному значенню незалежної змінної (місяць, час, довжина) відповідає *одне і тільки одне* значення залежної змінної (витрати, відстань, вартість).

**Завдання 2.** Задання залежності таблицею.

Залежно від обраного варіанта, учень складає таблицю:

Для **Варіанта А** (Оренда):

| $n$ (місяці) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $V$ (грн) | 20 000 | 40 000 | 60 000 | 80 000 | 100 000 |

Для **Варіанта Б** (Рух): (*беремо зручні ключові точки*)

| $t$ (год) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $S$ (км) | 0 | 50 | 100 | 150 | 200 |

Для **Варіанта В** (Покупка):

| $x$ (метри) | 1 | 2 | 4 | 6 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|
| $C$ (грн) | 200 | 400 | 800 | 1200 | 1600 |

**Завдання 3.** Побудова графіка.

**Важливо!** Варто наголосити на різниці між *неперервними* величинами (час, відстань, довжина) та *дискретними* (місяці оренди). Це впливає на те, чи з'єднувати точки на графіку суцільною лінією.

**Варіант А.** Графіком буде набір із 5 ізольованих точок, оскільки ми не платимо за «півтора» місяці.

**Варіант Б.** Графіком буде суцільний відрізок, що починається в точці (0; 0) і закінчується в точці (4; 200).

**Варіант В.** Графіком також буде відрізок (або інтервал, якщо не враховувати 0 метрів), оскільки можна відрізати, наприклад, 1,5 метра.

**Завдання 4.** Оформлення та презентація результатів

**Завдання 5.** Комета Галлея (чи подібна до неї) з'являється кожні 75 років і була зафіксована у 1985 році.

Щоб знайти будь-який рік її появи у минулому чи майбутньому, складемо формулу:

$y(n) = 1985 + 75n$, де $y$ — рік появи комети, $n \in \mathbb{Z}$.

*Якщо $n = 1$, то наступний рік:*

$$1985 + 75 = 2060.$$

*Якщо $n = -1$, то попередній рік:*

$$1985 - 75 = 1910.$$

**Завдання 6.** Учні придумують власні життєві залежності і пропонують класу визначити, чи є вони функціями.

*Приклади*

Є функцією (однозначна відповідність):

- Залежність суми чека від кількості однакових тістечок, куплених у буфеті.
- Залежність температури повітря надворі від часу доби (конкретній годині відповідає лише одна температура).

НЕ є функцією (немає однозначної відповідності):

- Залежність зросту учня від його віку (у 14 років у різних учнів може бути різний зріст — одному значенню віку відповідає багато значень зросту).
- Залежність довжини сторін прямокутника від його площі (площу 24 см² можуть мати прямокутники $4 \cdot 6$, $3 \cdot 8$, $2 \cdot 12$).

## Проєкт 5. Українські художники

**Мета.** Показати використання систем лінійних рівнянь із двома змінними як інструменту для створення шифрів та головоломок; ознайомити учнівство з історією українського мистецтва; розвинути уміння знаходити потрібну інформацію та презентувати результати роботи.

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті виконання проєкту учні мають навчитися:

застосовувати різні способи (додавання, підстановка) для розв'язування систем лінійних рівнянь; виконувати тотожні перетворення виразів (розкриття дужок, зведення подібних доданків); здійснювати пошук інформації в інтернеті щодо видатних українських художників та їхніх творів; створювати власні математичні моделі (рівняння та системи) для кодування інформації.

**Методичні вказівки**

Цей проєкт найкраще проводити як підсумкову або позакласну роботу після вивчення теми «Системи лінійних рівнянь із двома змінними» або наприкінці року для повторення вивченого.

Проєкт складається з аналітичної (розв'язування) та творчої (пошук і створення власних завдань) частин.

***Поради***

*Завдання №2 (розв'язування систем) виконується безпосередньо на уроці.*

*Завдання №3 (доповідь про художників) можна задати як випереджальне домашнє завдання або запропонувати учням знайти інформацію з телефонів прямо під час уроку.*

*Завдання №4 (створення власних шифрів) може стати чудовим домашнім проєктом із подальшою виставкою робіт у класі.*

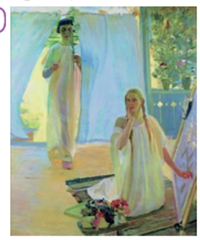
**Завдання 2.**

2. Для того, щоб знайти, хто автор кожної з наступних картин, розв'яжи системи рівнянь.

$$\begin{cases} 2(a-1{,}5b)+9=20 \\ a-3b=8-b \end{cases} \qquad \begin{cases} 10c+2d+3=16+7c \\ 2(c-d)=5-c \end{cases}$$

Встанови відповідність між буквами (a–d) та числами, що розташовані біля кожної з картин, щоб знайти, хто з художників яку картину намалював.

–5

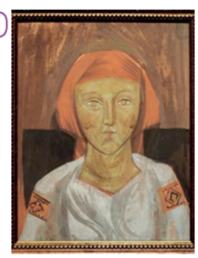


Благовіщення

–2

Пилярі

2



Українка

3

Червоний захід

$b = -5 \rightarrow$ перша картина «Благовіщення»

$a = -2 \rightarrow$ друга картина «Пилярі».

$d = 2 \rightarrow$ картина «Українка»

$c = 3 \rightarrow$ картина «Червоний захід».

**Завдання 3.** Презентація

| Картина | Художник | Коротка довідка для презентації |
|---|---|---|
| **«Благовіщення»** | Олександр Мурашко | Видатний український живописець, педагог, один із фундаторів Української академії образотворчого мистецтва |
| **«Пилярі»** | Олександр Богомазов | Український графік і живописець, яскравий представник світового авангарду (кубофутуризму) |
| **«Українка»** | Казимир Малевич | Художник-авангардист українсько-польського походження, засновник супрематизму |
| **«Червоний захід»** | Архип Куїнджі | Видатний пейзажист родом з Маріуполя. Майстер світла, чиї картини світяться так реалістично, що глядачі часто шукали лампочку за полотном |

У **завданні 4** учням пропонується стати авторами подібних завдань. Для учнів, які мають низький рівень досягнень або для учнів з ООП можна запропонувати алгоритм виконання такого завдання.

Алгоритм:

1. Оберіть 3–4 улюблені картини українських митців (наприклад, Марії Примаченко, Івана Марчука, Катерини Білокур, Тараса Шевченка).

2. Придумайте довільні числа (коди), які відповідатимуть кожній картині (наприклад, $x = 4$, $y = -1$).

3. Складіть систему рівнянь, яка матиме саме ці корені.

Беремо рівняння $x + y = ?$ (підставляємо $4 + (-1) = 3$). Перше рівняння: $x + y = 3$.

Беремо рівняння $2x - y = ?$ (підставляємо $2 \cdot 4 - (-1) = 9$). Друге рівняння: $2x - y = 9$.

4. Оформіть завдання на аркуші формату А4 з роздрукованими мініатюрами картин та запропонуйте сусіду по парті розв'язати ваш математично-мистецький квест.

## Проєкт 6. Побудова малюнків за допомогою графіків рівнянь

**Мета.** Показати практичне використання лінійних рівнянь із двома змінними для створення цифрових зображень; дослідити поняття обмеження області визначення та області значень функцій; розвивати просторову уяву та навички роботи з графічними онлайн-калькуляторами (Desmos).

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті виконання проєкту учні мають навчитися:

будувати графіки лінійних рівнянь виду $x = a$, $y = b$, $y = kx + b$ на координатній площині; аналізувати готове зображення на предмет симетрії; обчислювати реальні розміри об'єктів за допомогою масштабу; кодувати візуальну інформацію мовою математичних рівнянь і навпаки.

**Методичні вказівки**

Цей проєкт ідеально підходить для підсумкового уроку з теми «Лінійні рівняння з двома змінними та їх графіки». Робота містить елементи STEM-освіти, поєднуючи математику з інформатикою та дизайном.

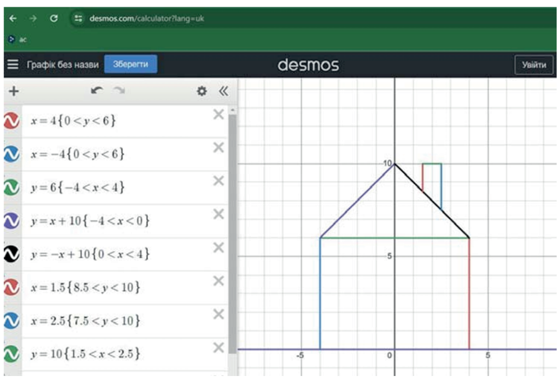
Проєкт можна виконувати як в комп'ютерному класі (кожен учень за ПК/планшетом), так і дистанційно. Для учнів, які не мають доступу до інтернету, *Desmos* можна замінити на міліметровий папір, лінійку та олівці.

Завдання 3

Варто проводити в парах: це чудово розвиває навички комунікації та взаємоперевірки.

**Проєкт 6. Побудова малюнків за допомогою графіків рівнянь**

1. За допомогою графічного калькулятора Desmos Calculator з графіків рівнянь створено ось такий малюнок.




**Хід виконання та розв'язання завдань проєкту**

Доцільно розпочати з аналізу готового малюнка. Учитель пропонує учням уважно розглянути малюнок, створений у Desmos, та відповісти на запитання.

1) Чи є цей малюнок симетричним?

а) відносно осі ординат ($OY$): Ні. Хоча стіни та дах будинку симетричні відносно осі $OY$ ($x = 0$), але наявність димаря лише з правого боку порушує загальну симетрію зображення.

б) відносно осі абсцис ($OX$): Ні. Малюнок розташований переважно у верхній півплощині, нижня частина відсутня.

в) відносно початку координат (0;0): Ні.

2) Обчислення висоти будинку (масштаб: 1 од. відрізок = 0,8 м):

а) з дахом: Найвища точка даху знаходиться на рівні $y = 10$, а основа будинку на рівні $y = 0$. Довжина становить 10 одиниць.

$$(10 \cdot 0{,}8 \text{ м} = 8 \text{ метрів})$$

б) без даху: Стіни будинку закінчуються на рівні $y = 6$. Довжина становить 6 одиниць.

$$(6 \cdot 0{,}8 \text{ м} = 4{,}8 \text{ метрів}).$$

3) Що прописано у фігурних дужках?

У фігурних дужках {... } задано обмеження. Вони перетворюють нескінченні прямі на обмежені відрізки. Наприклад, запис $x = 4$ $\{0 < y < 6\}$ означає: побудувати вертикальну пряму $x = 4$, але залишити від неї лише ту частину, де координата $y$ лежить у межах від 0 до 6 (це права стіна будинку).

Лише після такого аналізу доцільно пропонувати учням придумати власний простий малюнок (наприклад, кораблик, ялинку чи літеру свого імені) та записати код для нього.

Приклад очікуваного результату від учня (Малюнок «Вітрильник»):

Палуба: $y = 2$ $\{-3 < x < 3\}$

Дно човна: $y = 0$ $\{-1{,}5 < x < 1{,}5\}$

Лівий борт: $y = -1{,}33x - 2$ $\{-3 < x < -1{,}5\}$

Правий борт: $y = 1{,}33x - 2$ $\{1{,}5 < x < 3\}$

Щогла: $x = 0$ $\{2 < y < 8\}$

Вітрило 1: $y = -2x + 8$ $\{0 < x < 3\}$

Вітрило 2: $y = 2$ $\{0 < x < 3\}$

**Математична гра «Шифрувальник» (Робота в парах)**

Цей етап закріплює розуміння зв'язку між графіком та рівнянням в ігровій формі.

1. **Гравець 1 (Дизайнер):** Бере аркуш у клітинку (з накресленою системою координат) і малює фігуру, яка складається із 4–6 прямих відрізків. Записує координати кінців цих відрізків на чернетці, щоб потім перевірити напарника.

2. **Гравець 2 (Програміст):** Отримує малюнок і має скласти для нього математичний код (систему рівнянь з обмеженнями у фігурних дужках, як у завданні 1).

3. **Обмін:** Учні міняються ролями. Тепер Гравець 1 отримує *лише рівняння* (без малюнка) від Гравця 2 і має побудувати за ними графік.

4. **Перевірка:** Пара порівнює оригінальний малюнок із тим, що вийшов за рівняннями. Якщо вони збігаються — мета досягнута!

### Проєкт 7. Опитування

**Мета.** Показати практичне застосування елементів статистики для збору, обробки та візуалізації реальних даних. Сприяти командній роботі учнів та популяризації української сучасної та класичної музики та літератури

**Вимоги до підготовки учнів.** У результаті виконання проєкту учні мають навчитися: самостійно проводити опитування (збирати дані); систематизувати дані та складати частотні таблиці; знаходити статистичні характеристики (моду); візуалізувати дані за допомогою стовпчастих і кругових діаграм; презентувати результати роботи у форматі інфографіки.

**Методичні вказівки**

Цей проєкт найкраще проводити на етапі закріплення теми «Початкові відомості про статистику». Вчитель ділить клас на 5 робочих груп, кожна з яких отримує свій напрямок дослідження:

Група 1: Улюблена українська музична група.

Група 2: Улюблений український співак.

Група 3: Улюблена українська співачка.

Група 4: Улюблений український письменник.

Група 5: Улюблена українська письменниця

***Поради***

*Очне навчання: Учні можуть провести опитування на перерві, використовуючи аркуші для опитування.*

*Дистанційне навчання: Опитування зручно реалізувати через Google Форми, а стіннівку оформити на спільній віртуальній дошці (наприклад, Padlet, Miro або Canva).*

*Роботу можна розділити на два етапи: збір даних (домашнє завдання) та обробка й візуалізація (робота на уроці).*

Останній етап проєкту — об'єднання результатів усіх 5 груп у єдиний творчий продукт.

*Можлива структура стіннівки:*

1. Заголовок. Яскрава назва в центрі або зверху ватману.

2. Блоки груп. Ватман або екран візуально ділиться на 5 частин (музичні гурти, співаки, співачки, письменники, письменниці).

3. Наповнення кожного блоку:

- надрукована або акуратно накреслена частотна таблиця;
- стовпчаста або кругова діаграма (можна наклеїти кольорові аплікації);
- виділена *мода* (наприклад: *«Абсолютний лідер класу серед письменників — Сергій Жадан!»*);
- коротка цікава довідка або фото переможця (моди) у цій категорії.

4. Загальний висновок. Коротке резюме від класу про те, які жанри музики чи літератури є найпопулярнішими серед молоді їхнього віку.

Після завершення проєкту стіннівка вивішується в кабінеті математики або шкільному коридорі як демонстрація міжпредметних зв'язків математики з іншими предметами.