

## АНАЛІЗ КРОС-КОРЕЛЯЦІЙНОГО ЗВ'ЯЗКУ МІЖ БІТКОЇНОМ ТА ФОНДОВИМ РИНКОМ

Соловійов В.<sup>1,3</sup>, Соловійова В.<sup>2</sup>, Матвійчук А.<sup>3,1</sup>, Семеріков С.<sup>1</sup>, Белінський А.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Криворізький державний педагогічний університет, м. Кривий Ріг, Україна

<sup>2</sup>Криворізький економічний інститут, м. Кривий Ріг, Україна

<sup>3</sup>Київський економічний університет імені Вадима Гетьмана, м. Київ, Україна

**Анотація.** У роботі ми досліджуємо крос-кореляційні зв'язки між фондовими і криптовалютними ринками. Показники складності, які можуть служити індикаторами (індикаторами-передвісниками) кризових явищ на обох ринках, отримуються із застосуванням крос-кореляційного аналізу детрендованих флуктуацій. На прикладі фондових індексів S&P 500 і HSI та криптовалюти біткоїн, яка переважно і визначає існування крипторинку, ми оцінюємо динаміку крос-кореляцій на обох ринках. Використовуючи підхід ковзного вікна, ми локалізуємо їх динаміку в часі і визначаємо високий ступінь нелінійності з домінуючою антиперсистентністю в періоди крахів для кожного індексу. Існування індикаторів, що здатні ідентифікувати періоди з високим і низьким ступенем крос-кореляцій для фондового і крипторинків становить перспективи для надійної торгівлі із кількома парами активів та ефективної диверсифікації потенційних ризиків.

**Ключові слова:** фондовий ринок, крипторинку, крос-кореляції, крах, індикатор-передвісник.

## ANALYSIS OF THE CROSS-CORRELATION RELATIONSHIP BETWEEN BITCOIN AND THE STOCK MARKET

Soloviev V.<sup>1,3</sup>, Solovieva V.<sup>2</sup>, Matviychuk A.<sup>3,1</sup>, Semerikov S.<sup>1</sup>, Bielinskyi A.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Computer Science and Applied Mathematics,  
Kryvyi Rih State Pedagogical University, Kryvyi Rih, Ukraine

<sup>2</sup>Department of Information Technologies and Modelling,  
Kryvyi Rih Economic Institute, Kryvyi Rih, Ukraine

<sup>3</sup>Department of Mathematical Modelling and Statistics,  
Kyiv National Economic University named after Vadym Hetman, Kyiv, Ukraine

**Abstract.** In this study, we examine cross-correlation relationships between stock and cryptocurrency markets. The measures of complexity, which can serve as indicators (indicators-precursors) in both markets are retrieved from Detrended Cross-Correlations Analysis (DCCA). On the example of the S&P 500 and HSI stock indices and the Bitcoin cryptocurrency, which mostly determines the existence of the crypto market, we assess the variation of cross-correlations in both markets. Using the sliding window approach, we localize their dynamics across time and indicate a high degree of non-linearity with dominant anti-persistence during crash periods for each index. The existence of indicators that are able to detect the periods of high and low cross-correlations for stock and crypto markets provides prospects for reliable trading with several pairs of assets and effective diversification of their risks.

**Keywords:** stock market, crypto market, cross-correlations, crash, indicator-precursor.

**Вступ.** Після коронавірусної пандемії [1] і під час російсько-української війни [2], децентралізовані фінанси разом із їх одним із найпопулярніших представників – біткоїном (Bitcoin, BTC) – почали привертати неабияку увагу серед політиків, фінансових регуляторів і простих інвесторів, які, незважаючи на регулюючі закони в своїй країні, продовжують допомагати людям, використовуючи переваги децентралізованих фінансових операцій.

Приблизно з червня 2021 року кореляція між фондовим і крипторинками почала демонструвати висхідну тенденцію. Зокрема, це може бути пов'язано зі зростаючим числом фінансових інструментів на крипторинку, що змушує інвесторів вести себе так само, як на фондовому ринку. Оскільки BTC все ще залишається цифровим активом, що продовжує свій розвиток, його коливання є значними, і подальше майбутнє є дискусійним. Таким чином, кореляції між фондовим і крипторинками змінюються з плином часу, демонструючи нелінійну залежність.

**Метою роботи** є побудова крос-кореляційних індикаторів (індикаторів-передвісників) кризових явищ для фондового і криптовалютного ринків.

**Постановка задачі.** Для дослідження ступеня крос-кореляцій між такими складними нелінійними системами як фондовий та крипторинки, було взято за основу найбільш капіталізовані та розвинені фондові ринки США і Китаю, представленими індексами Standard and Poor's 500 (S&P 500) і Hang Seng (HSI), з ринком криптовалют, найбільшим представником якого є BTC. Досліджувані дані були завантажено з сайту Yahoo! Finance [3] за період з 14 вересня 2014 року по 22 травня 2022 року для того аби данні ряди можна було б співставляти один з одним. Побудова індикаторів-передвісників кризових явищ на обох ринках здійснювалась на основі мультифрактального крос-кореляційного аналізу детрендованих флуктуацій (Detrended cross-correlation analysis, DCCA).

**Детрендований крос-кореляційний метод.** Ідея DCCA представляє змогу оцінити крос-кореляційні характеристики, отримані на основі степеневих крос-кореляцій часових рядів [4]. Для подальших розрахунків ми враховуємо два часові ряди  $\{x_i | i = 1, 2, \dots, N\}$  та  $\{y_i | i = 1, 2, \dots, N\}$  і визначаємо їх профіль (накопичення)  $X(i) = \sum_{k=1}^i [x_k - \langle x \rangle]$  та  $Y(i) = \sum_{k=1}^i [y_k - \langle y \rangle]$ , де  $\langle \cdot \rangle$  – це середнє значення досліджуваного ряду.

Далі, поділивши ряд на  $N_s \equiv \text{int}(N/s)$  сегментів  $v$ , що не перетинаються, однакової довжини (масштабу)  $s$ , ми аналізуємо, як поводить себе коваріація відхилень двох систем:  $f^2(v, s) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{X[(v-1)s+i] - \tilde{X}^v(i)\} \times \{Y[(v-1)s+i] - \tilde{Y}^v(i)\}$ , де  $\tilde{X}^v(i)$  та  $\tilde{Y}^v(i)$  – це інтерполюючі поліноми порядку  $m$ , визначені для кожної підпоследовності  $v$ .

Оскільки  $N$  не завжди ділиться націло на  $s$ , у кінці ряду завжди може залишитися залишок. Для врахування відкинутої частини, ми матимемо повторити вищезгадану процедуру, починаючи з кінця ряду.

Таким чином, ми отримаємо  $2N_s$  сегментів  $v$  ( $v = 1, \dots, 2N_s$ ).

Як результат, ми розраховуємо функцію флуктуацій  $F_{DCCA}^2(s)$  для діапазону різних часових масштабів  $s$ . Функція флуктуацій розраховується як  $F_{DCCA}^2(s) = (1/2N_s) \sum_{v=1}^{2N_s} f^2(v, s)$

Аналізуючи залежність  $F_q(s)$  від  $s$  у подвійному логарифмічному масштабі, ми можемо визначити скейлінгову поведінку функції флуктуацій. Зокрема, якщо досліджувані часові ряди мають крос-кореляційну степеневу залежність, тоді  $F_{DCCA}(s) \propto s^{h_{xy}}$ , де  $h_{xy}$  представляє собою крос-кореляційний скейлінговий показник, який є узагальненням класичного показника Херста [5].

Даний показник поводить себе схожим чином:

1. Якщо  $h_{xy} > 0.5$ , крос-кореляції між рядами представляються персистентними (трендостійкими): ріст (спад) у динаміці одного часового ряду супроводжується ростом (спадом) у динаміці іншого ряду.
2. Якщо  $h_{xy} < 0.5$ , крос-кореляції між рядами представляються антиперсистентними: із ростом в одному ряді ймовірним є спад у динаміці іншого ряду.
3. Якщо  $h_{xy} \approx 0.5$ , поведінка обох рядів нагадує випадкове блукання (значення двох систем не корелюють між собою).
4. Якщо  $h_{xy} > 1$ , обидва ряди представляються сильно корельованими та нестационарними.

За винятком крос-кореляційного показника Херста, використовуючи класичний DCCA алгоритм, ми можемо розрахувати стандартний коефіцієнт крос-кореляцій  $\rho_{DCCA}(s)$  між рядами, що може бути визначений як  $\rho_{DCCA}(s) = F_{DCCA}^2(s) / F_{DFAx}(s) \times F_{DFAy}(s)$  [6], де  $F_{DCCA}^2(s)$  – це  $F_q(s)$  для  $q = 2$ ;  $F_{DFA}(s)$  – стандартна функція детрендованих флуктуацій, а  $-1 \leq \rho_{DCCA}(s) \leq 1$  [7]. Аналогічно класичному коефіцієнту кореляцій,  $\rho_{DCCA} = 1$  показує, що ряди позитивно корельовані і рухаються синхронно;  $\rho_{DCCA} = -1$  означає, що ряди

поводять себе антиперсистентно по відношенню один до одного;  $\rho_{DCCA} = 0$  свідчить про незалежність двох рядів один від одного.

**Результати.** Для вимірювання ступеня крос-кореляцій між S&P 500, HSI і BTC, ми представляємо порівняльну динаміку визначених показників, розрахованих з використанням підходу ковзного вікна [8, 9], разом з досліджуваними рядами. Наведені нижче рисунки включають такі показники, як:

- коефіцієнт крос-кореляцій  $\rho_{DCCA}$  для довгострокових (250 днів –  $\rho_{last}$ ) та середньострокових (125 днів –  $\rho_{middle}$ ) залежностей;
- узагальнений крос-кореляційний коефіцієнт Херста ( $h_{xy}$ );

Очікується, що зазначені індикатори поведуть себе особливим чином під час кризових явищ: зростатимуть чи спадатимуть.

Крос-кореляційні показники були розраховані з наступними параметрами:

- ковзне вікно довжиною 250 днів та часовим кроком в 1 день;
- $m = 2$  для знаходження локальних трендів у  $f^2(v, s)$ ;
- часовий масштаб  $s$  варіюється від 10 до 1000 днів для всього часового ряду та від 10 до 250 днів при побудові індикаторів із використанням ковзного вікна.

Наш аналіз на основі крос-кореляційного коефіцієнта  $\rho_{DCCA}$  при різних часових масштабах показує, що крос-кореляції між фондовими індексами і BTC представлені слабкими в короткостроковій перспективі (менше 100 днів), але мають тенденцію до збільшення протягом більшого періоду. Як і очіувалося, для фондового ринку, і S&P 500, і HSI демонструють високу ступінь кореляції на усіх часових шкалах. Використовуючи алгоритм ковзного вікна, ми маємо змогу відстежувати, як нелінійна динаміка двох систем, що знаходяться в залежності один від одного, змінюється з часом.

На рисунку 1 представлена динаміка коефіцієнта  $\rho_{DCCA}$  для пар S&P 500-BTC, HSI-BTC та S&P 500-HSI.

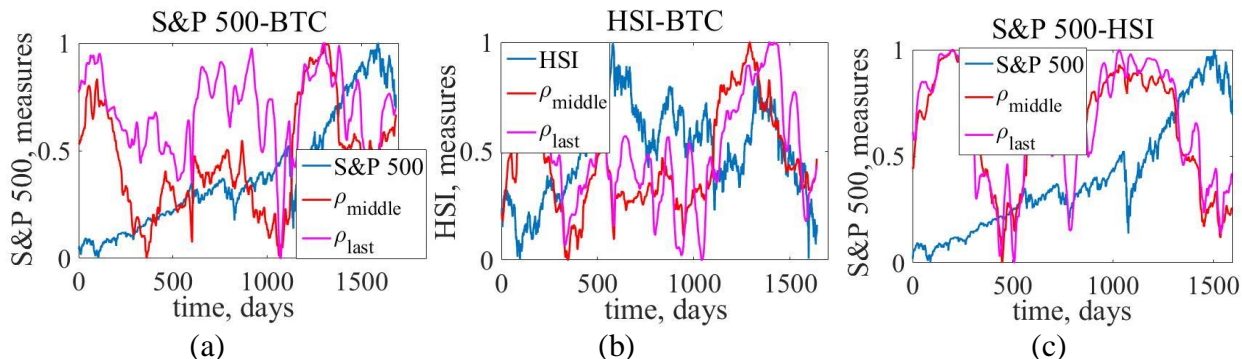


Рисунок 1 – Порівняльна динаміка S&P 500 та HSI із середньостроковими та довгостроковими крос-кореляційними коефіцієнтами  $\rho_{DCCA}$ , що були розраховані для пар: S&P 500-BTC (a), HSI-BTC (b) та S&P 500-HSI (c)

Помітна довгострокова кореляція спостерігається для періодів, починаючи з 2018 року. Для кризи, викликаної пандемією коронавірусу, ця кореляція також спостерігається. До кінця 2021 року як середньострокові, так і довгострокові коефіцієнти крос-кореляцій знижувалися, і далі їх динаміка почала демонструвати тенденцію до зростання.

На рисунку 2 представлено порівняльну динаміку крос-кореляційного коефіцієнта Херста, розрахованого для пар S&P 500-BTC, HSI-BTC та S&P 500-HSI.

Крос-кореляційний показник Херста спадав під час найбільш помітних обвалів на фондових ринках. Те саме ми бачимо і щодо висхідної тенденції. Тому більшу частину часу BTC поведив себе асиметрично по відношенню до фондових індексів. Також для HSI і S&P 500 при значних крахах  $h_{xy}$  вказує на антиперсистентну поведінку обох індексів.

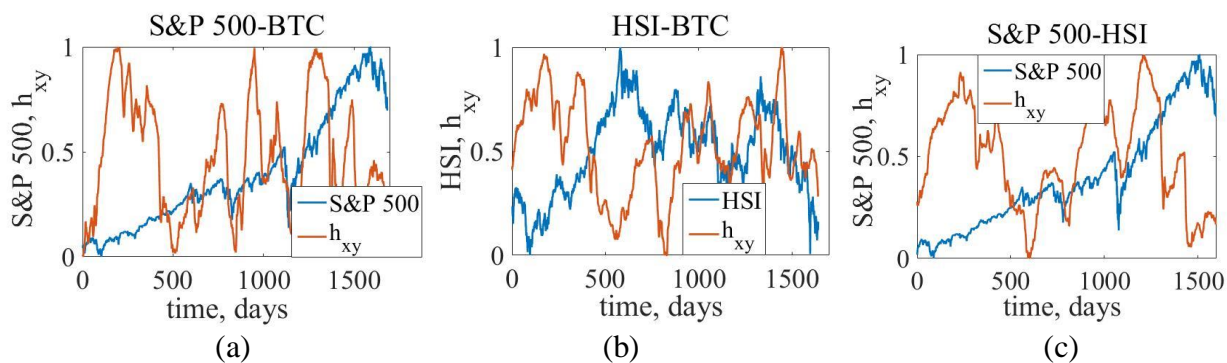


Рисунок 2 – Порівняльна динаміка S&P 500, HSI та  $h_{xy}$ , що були розраховані для пар: S&P 500-BTC (a), HSI-BTC (b) та S&P 500-HSI (c)

**Висновки.** У цій роботі ми проаналізували крос-кореляційні характеристики фондового і криптовалютного ринків із використанням крос-кореляційного аналізу детрендованих флуктуацій. На прикладі S&P 500, HSI та BTC ми показали, що більшу частину часу динаміка фондових індексів та криптовалютного ринку залишалася антиперсистентною під час кризових подій. Проте за останні роки ступінь їх взаємної кореляції почав зростати. Як і очікувалося, індекси S&P і HSI є сильно корельованими, незважаючи на деякі відмінності в їх структурі.

#### Список використаних джерел

1. Katsiampa P., Yarovaya L., Zięba D. High-frequency connectedness between Bitcoin and other top-traded crypto assets during the COVID-19 crisis. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*. 2022. ISSN 1042-4431. P. 101578.
2. Aysan A. F., Demir E., Gozgor G., Lau C.K.M. Effects of the geopolitical risks on Bitcoin returns and volatility. *Research in International Business and Finance*. 2019. No. 47. P. 511–518.
3. The official page of “Yahoo! Finance”. URL: <https://finance.yahoo.com>.
4. Podobnik B., Stanley H. Detrended cross-correlation analysis: A new method for analyzing two nonstationary time series. *Phys. Rev. Lett.* 2008. No. 100. P. 084102.
5. Hurst H. E. Long-term storage capacity of reservoirs. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*. 1951. No. 116 (1). P. 770–799.
6. Zebende G. DCCA cross-correlation coefficient: Quantifying level of cross-correlation. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*. 2011. No. 390 (4). P. 614–618.
7. Mosaic organization of DNA nucleotides / C. K. Peng, S. V. Buldyrev, S. Havlin et al. *Phys. Rev. E*. 1994. No. 49 (2). P. 1685–1689.
8. Bielinskyi A. O., Serdyuk O. A., Semerikov S. O., Soloviev V. N. Econophysics of cryptocurrency crashes: a systematic review. *Machine Learning for Prediction of Emergent Economy Dynamics*. 2021. Vol. 3048. ISSN 1613-0073. P. 31–133.
9. Irreversibility of financial time series: a case of crisis / A. O. Bielinskyi, S. V. Hushko, A. V. Matviychuk et al. *Machine Learning for Prediction of Emergent Economy Dynamics*. 2021. Vol. 3048. ISSN 1613-0073. P. 134–150.