

Візуальний супровід побудови перерізів многогранників у підручнику

Н. А. Тарасенкова

Черкаський національний університет ім. Б. Хмельницького, Черкаси, Україна

Corresponding authors. E-mail: ntaras7@ukr.net

Paper received 27.08.17; Revised 30.08.17; Accepted for publication 02.08.17.

Анотація. У статті висвітлено теоретичні аспекти візуального супроводу змісту навчання в підручнику математики та розкрито особливості створення в підручнику дидактично доцільного зорового ряду на прикладі теми «Побудова перерізів многогранників».

Ключові слова: загальноосвітня школа, підручник математики, ілюстративний матеріал, зоровий ряд навчання.

Вступ. Як відомо, у навчальному процесі з математики використовують різноманітні засоби навчання: 1) матеріальні/матеріалізовані (підручник, різноманітні посібники дидактичного, довідкового чи пізнавального спрямування, навчальне обладнання з математики, комп'ютери із відповідним педагогічним програмним забезпеченням); 2) інтелектуальні (загальнолюдський досвід і знання, що втілюються у змісті навчання й відомостях про способи його пізнання й опанування; □ різноманітні історично вироблені знаково-символічні засоби фіксації змісту та діяльності з ним; □ запитання, вправи і задачі як соціально-зумовлені засоби керування навчально-пізнавальною діяльністю учнів; □ індивідуальний набір пізнавальних засобів – □ комплекс наявних у кожного учня знань, навичок і вмінь загальнонавчального й суто предметного характеру, у тому числі математичний тезаурус індивідуума); 3) моторні (побудова дослідів, показ практичної діяльності, демонстрація макетів і конструкцій тощо).

Головним матеріальним засобом навчання був і залишається шкільний підручник. Усі інші матеріальні засоби слугують для підкріплення, розгортання і повної реалізації дидактичних функцій підручника у процесі вивчення шкільного курсу математики.

Оскільки за допомогою засобів навчання утворюється зоровий ряд навчання [6], а головним носієм змісту є підручник, то проблема дидактично виваженої побудови візуального супроводу змісту навчання та його реалізація в підручнику потребує спеціальної уваги. Особливим у цьому плані є зміст кожної теми систематичного курсу стереометрії, що вивчається в старшій школі.

Короткий огляд публікацій із теми. Необхідність наочної підтримки процесу опанування суті навчального математичного змісту зафіксована у відповідному принципі дидактики (Я. А. Коменський, К. Д. Ушинський та ін.), доведена всім досвідом практики навчання математики. Зокрема В. Г. Болтянським [2] виведено формулу унаочнення «ізоморфізм плюс простота», О. М. Леонтєвим розроблено підхід, згідно з яким наочність повинна слугувати зовнішньою опорою внутрішніх дій, які здійснює учень. У руслі цього підходу Н. О. Менчинською, П. Я. Гальперінім, Н. Ф. Талізінною, Л. В. Занковим, З. І. Калмиковою та ін. наочність розглядається на рівні абстрактного та в процесі практичної діяльності. Н. О. Резник [5] пропонує реалізувати принцип наочності у навчанні математики, спираючись на результати психологічних досліджень зорового сприйняття й візуального мислення учнів (Р. Арнхейм, П. Я. Гальперін, Р. Грегори,

Д. Гібсон, М. С. Шехтер та ін.). Завдяки роботам українських методистів-математиків (Г. П. Бевза, М. І. Бурди, З. І. Слєпкань, Г. Ф. Олійника та ін.) вітчизняна методична наука збагатилася значними здобутками в дослідженні проблеми унаочнення навчання математики, зокрема при роз'ясненні сутності математичних абстракцій та зв'язків між ними, при формуванні вміння узагальнювати, при формуванні просторової уяви учнів, при систематизації та структуруванні змісту навчального матеріалу з метою полегшення його запам'ятовування тощо. Однак поза увагою дослідників у галузі дидактики математики залишилася науково-теоретична проблема побудови візуального супроводу змісту навчання в сучасному підручнику математики, у т.ч. його ілюстрування (у широкому смислі).

Загальним питанням ілюстрування підручників присвячено чимало досліджень (Андреєва В. А., Зуєв Д. І., Поздєєва С. І., Чавтараєва М. М. та ін.). Однак спеціальних досліджень, присвячених ілюструванню підручника математики для старшої школи, нами не виявлено.

Мета статті: розглянути теоретичні аспекти візуального супроводу змісту навчання в підручнику математики та розкрити особливості створення в підручнику дидактично доцільного зорового ряду на прикладі теми «Побудова перерізів многогранників».

Виклад основного змісту. У навчанні математики термін «ілюстрування» використовується у двох різних значеннях. В одному з них ілюстрування означає наведення прикладів (поняття, факту чи способу діяльності). Таке ілюстрування не обов'язково пов'язане із унаочненням. У шкільному курсі математики існує багато понять, приклади яких є досить абстрактними об'єктами. Так, для поняття арифметичної прогресії будь-яка конкретна числова послідовність із відповідною характеристичною властивістю виступає її прикладом, але чи є він наочним? Майже усі об'єкти, для конструювання яких використовується математична мова, мають досить незначний наочний потенціал. Незважаючи на це, вони залишаються прикладами, а їх наведення – ілюструванням.

Із поняттям унаочнення найтісніше пов'язане ілюстрування у його другому значенні. Саме тут підкреслюється важливість не будь-якої матеріалізації, а такого уречевлення математичних абстракцій, яке дозволяє вивести назовні істотне для безпосереднього чуттєвого сприймання. Ілюстрування у цьому смислі виражається через певних носіїв, зокрема, в ілюстра-

тивному матеріалі підручників, наочності та роздавальному матеріалі, що застосовує вчитель на уроці.

Ілюстративний матеріал підручників і посібників разом з іншими їх позатекстовими компонентами (апаратом організації засвоєння та апаратом орієнтування) призначений для того, щоб забезпечувати найповніше засвоєння учнями навчального змісту, поданого в підручнику.

У книгознавстві поняття ілюстративного матеріалу застосовують у широкому смислі. До нього відносять увесь загал невербальних засобів, що використовуються у підручнику. Прийнято виділяти 12 жанрів ілюстративного матеріалу: 1) предметні, 2) художньо-образні (сюжетні), 3) документальні, 4) технічні ілюстрації, 5) карти, 6) діаграми, 7) схеми, 8) плани, 9) креслення, 10) інструктивно-методичні ілюстрації, 11) графіки, 12) декоративні ілюстрації [3, 177]. Фактично, кожного представника ілюстративного матеріалу вважають ілюстрацією у широкому розумінні.

Однак, на нашу думку, геометричний рисунок (схема, діаграма, графік тощо) і сюжетний малюнок (зображення реального предмета чи репродукція художнього твору, фотографія) несуть різне дидактичне навантаження у навчанні математики. Передаючи зміст графічними засобами, вони по-різному впливають на процес пізнання, зокрема через те, що у перших з них емоційний фактор не відіграє істотної ролі, а для других саме через нього вдається посилити наочність змісту. Крім того, одні з них виступають предметом вивчення, а інші використовуються лише як допоміжні засоби. Отже, з позицій психолого-семіотичного підходу й теорії навчання математики у поняття ілюстрації треба вкладати спеціальний смисл. До ілюстрацій доцільно віднести той невербальний матеріал, який побудовано на художньо-образній основі. Саме їх доцільно називати «малюнками».

Серед ілюстрацій, що використовуються в підручниках і посібниках з математики, доцільно виділити дві групи. До першої з них треба включити ті ілюстрації, що несуть певний навчальний зміст, а до другої – ті, що лише декорують текст. На нашу думку, збільшення кількості декоративних ілюстрацій не підсилить дидактичних можливостей підручника. Зовсім іншим є наше ставлення до навчальних ілюстрацій. Ми вважаємо, що опора на художньо-образну основу дозволяє навчальним ілюстраціям реалізувати певні освітні функції. Тут доречно процитувати Д. І. Зуєва: «Цілком очевидно, що образотворчі засоби, мова яких на відміну від мови словесної не має жорсткого нормативного зв'язку між знаком та його значенням, надають безмежних можливостей для особистісного, індивідуального, творчого сприйняття об'єкта, можуть стати при вмілому використанні одним із найважливіших факторів включення у процес пізнання емоцій учня» [3, 158].

Зрозуміло, що репродукції художніх шедеврів мають найбільший естетичний потенціал. Наприклад, для ілюстрування навчального матеріалу, що стосується симетрії, рівності й подібності геометричних фігур, найдоцільніше використовувати саме художні твори. Такою самою силою естетичного впливу наділені й фотографії. Вони також приносять значну користь й особливо тоді, коли відображають певні дії, що відпо-

відають змісту навчального матеріалу та які виконують учні відповідного віку. Під час «читання» таких ілюстрацій в учнів неодмінно виникатиме яскраве відчуття співучасті в цій діяльності. А це, своєю чергою, підсилює навчальне значення ілюстрації. Отже, включення таких, спеціальних фотографій до ілюстративного матеріалу підручника, на нашу думку, є необхідним.

Проте у навчанні математики в якості художньо-образних ілюстрацій можуть використовуватись і певною мірою схематизовані образотворчі малюнки, наприклад, такі, як ілюстрація рівняння за допомогою терезів. Причому в деяких випадках потрібно віддавати перевагу саме таким ілюстраціям, оскільки художні твори можуть розпорошувати увагу учнів, відволікати їх від основного змісту навчального матеріалу.

Відомості про просторову форму планіметричних і стереометричних об'єктів та відповідних геометричних понять відображають не тільки в означеннях і термінах, а й у певних графічних оболонках – геометричних рисунках, які виконують у деякій площині. За психолого-семіотичними характеристиками зображення геометричних фігур є невербальними знаково-символічними засобами (ЗСЗ), які відносяться до виду просторових іконічних двовимірних ЗСЗ. Оскільки у таких ЗСЗ через їх форму виражаються й певні змістові характеристики геометричних фігур (наприклад, топологічні, проєктивні властивості), то зображення геометричних фігур інакше можна називати *графічними інтерпретаціями* цих понять.

У навчанні математики зображення геометричних фігур (їх графічні інтерпретації) виступають як предмет вивчення (зокрема в курсі геометрії), так і в супроводжувальній функції – як візуальні опори у пізнавально-перетворювальній діяльності учнів. В обох випадках істотними є, принаймні, три моменти. По-перше, важливим є те, яким чином учням подаються геометричні конфігурації – чи задаються вони у готовому вигляді, чи створюються учнями власноруч (за певними правилами або на свій розсуд). По-друге, значимим є те, якого типу виконуються зображення – точні чи наближені до точних, а також способи їх побудови та необхідні для цього набори засобів. А по-третє, вагомим є те, яким є зображення, що опрацьовується («читається») учнем – візуально вірогідним чи візуально спотвореним, оскільки в останньому випадку конфлікти між логічним і візуальним стають неминучими. Кожну із названих характеристик, а також їх комплекс необхідно враховувати під час побудови процесу навчання та його організаційно-методичного забезпечення.

На геометричних рисунках нерідко відображають в усталених позначеннях певні відомості про властивості тих фігур, які утворюють зображену конфігурацію. Наприклад, спеціальним знаком позначають прямиий кут, однаковою кількістю рисок – рівні відрізки, а однаковою кількістю дужок – рівні кути. Такий рисунок несе не тільки графічні, а й логічні, змістові відомості. Отже, його доцільно називати *змістово-графічною інтерпретацією*.

Змістово-графічна інтерпретація будь-якого математичного поняття чи факту являє собою матеріалізовану згорнуту змістову структуру. Якщо в учнів сфор-

мовано певний досвід, то упізнання факту на такій інтерпретації здійснюється на найвищому рівні кодування – смислового. Завдяки матеріалізації закодованого змісту відпадає необхідність постійно утримувати його в оперативній пам'яті впродовж аналізу, наприклад, умови задачі та її розв'язування – до нього можна повернутися в будь-який час. Що більше матеріалізовано математичних фактів на змістово-графічній інтерпретації, то легшим і швидшим може стати аналіз задачі та пошук її розв'язання. Зрозуміло, що тут важливе значення має відповідний досвід учнів.

У процесі опрацювання змістово-графічних інтерпретацій опрацювання візуалізованих логічних відомостей та оперування ними нерідко відбувається без розгортання їхнього змісту в словесній формі. Інакше кажучи, тут функціонує візуальне мислення. Отже, цілеспрямоване формування в учнів відповідних розумових прийомів треба вважати одним із найважливіших завдань навчання математики в школі. Для цього необхідним є тривале розосереджене формування таких складових візуально-оперативного досвіду учнів, як: уміння зчитувати (розпізнавати, декодувати) дані зі змістово-графічної інтерпретації; уміння установлювати фоново-об'єктні відношення між графічними елементами рисунка, а також між позначеними на ньому даними; уміння абстрагуватися від графічного фону й фонових даних на інтерпретації; уміння оцінювати змістову повноту інтерпретації, тобто уміння знаходити, щонайменше, один спосіб розв'язування задачі; уміння доповнювати рисунок додатковими елементами; уміння виявляти необхідність додаткової побудови та ряд інших умінь.

У відношенні до тексту підручника навчальний ілюстративний матеріал можна поділити на *провідний*, *рівнозначний* та *обслуговуючий*.

Провідний навчальний матеріал (частіше ми його називаємо *опорним*) призначений для того, щоб розкрити зміст навчання, замінюючи основний текст підручника. За його допомогою учні можуть «здобувати знання із самого наочного об'єкта» (Л. В. Занков).

До навчального ілюстративного матеріалу другого типу відносяться *рівнозначні навчальні ілюстрації та інтерпретації*. У підручниках та навчальних посібниках з математики вони використовуються тоді, коли текст без ілюстрації/інтерпретації буде незрозумілим учням, так само як ілюстрація/інтерпретація буде неясною без тексту. Саме до такого ілюстративного матеріалу найчастіше звертаються вчителі на уроках математики, виконуючи їх у вигляді демонстраційних плакатів чи роздавального матеріалу.

Однак при цьому нерідко відбувається змішування понять, коли до рівнозначних ілюстрацій відносять увесь загал геометричних рисунків, графіків функцій тощо, якими супроводжують навчальні тексти у шкільних підручниках з математики. На нашу думку, із цим погодитися не можна. По-перше, графічні та змістово-графічні інтерпретації математичних понять і фактів не будуються на художньо-образній основі. Отже, їх взагалі не можна відносити до поняття «ілю-

страція». По-друге, вони виконують інші функції у навчанні математики. Зокрема рівнозначні навчальні ілюстрації для учнів ніколи не виступають об'єктами засвоєння, тоді як графічні чи змістово-графічні інтерпретації досить часто виводяться на рівень об'єктів засвоєння, особливо у навчанні геометрії. Наприклад, під час вивчення геометричних фігур (відрізка, променя, кута, трикутника, особливих видів трикутників тощо) учні мають опанувати не лише їх означення, а й навчитись розпізнавати та будувати відповідні зображення, що є графічними чи змістово-графічними інтерпретаціями цих понять.

Не менш важливу роль у навчанні математики відіграє *обслуговуючий навчальний ілюстративний матеріал*. Він призначений для того, щоб доповнювати, конкретизувати, розкривати, емоційно підсилювати зміст тексту. Нерідко обслуговуючу ілюстрацію/інтерпретацію утворюють два компоненти – певне зображення та відповідний запис.

Особливим типом ілюстративного матеріалу треба вважати ті ілюстрації/інтерпретації, які виступають візуальною основою умов задач.

У навчанні побудов перерізів многогранників найбільше використовуються рівнозначні графічні інтерпретації, особливо на етапі розкриття послідовності дій відповідного способу діяльності. Однак, якщо на уроці учні стають свідками й співучасниками створення остаточного рисунка, що є розв'язком задачі, то в підручнику наявність лише такого, результатного рисунка не лише не допоможе учням якісно опанувати відповідний навчальний зміст, а й може нанести відчутну шкоду. Справді, результатна інтерпретація є графічно переважаною, а учні мають недостатній візуально-оперативний досвід для якісного опрацювання таких зображень. За таких умов учню треба мати занадто високу мотивацію, щоб не покинути роботу з підручником, а «розібратися» із зображенням, відстеживши послідовність дій даного способу діяльності. Практика показує, що нині таких учнів обмаль. Саме тому в підручнику вкрай важливо дидактично виважено вибудовувати зоровий ряд. Для цього потрібно: 1) покроково візуалізувати процес розв'язування; 2) у навчальному тексті застосувати топографічну зосередженість, коли графічні й відповідні текстові фрагменти розташовуються в безпосередній близькості; 3) на кожному кроці вивільняти зображення від зайвих елементів, які на попередньому кроці будувались як допоміжні й не будуть використовуватись на даному кроці.

Наведемо приклад доцільного оформлення в підручнику розв'язання класичної задачі на побудову перерізу многогранника методом слідів.

З а д а ч а. Побудуйте переріз чотирикутної призми площиною, яка проходить через три довільні точки, що лежать на різних гранях цієї призми.

Р о з в' я з а н н я. Нехай $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – дана чотирикутна призма, α – січна площина. Позначимо довільну точку K на грані $ABB_1 A_1$, точку M на грані $CDD_1 C_1$ і точку L на грані $ADD_1 A_1$ (рис. 1).

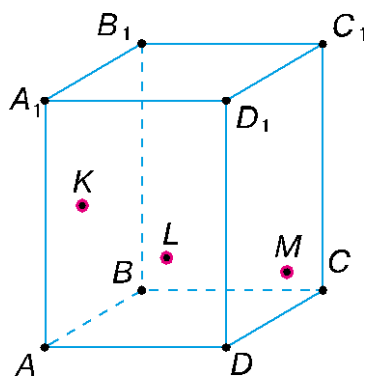


Рис. 1.

1. З точок K, L до площини основи $ABCD$ проведемо перпендикуляри KK_1, LL_1 .

Проведемо прямі KL і K_1L_1 .

Точка їх перетину належить сліду січної площини α , позначимо її X_1 (рис. 2).

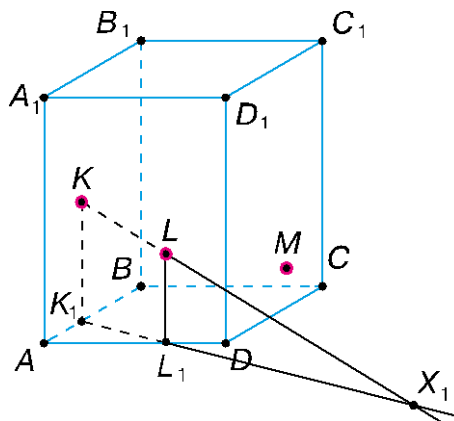


Рис. 2.

2. З точки M до площини основи $ABCD$ проведемо перпендикуляр MM_1 .

Проведемо прямі LM і L_1M_1 .

Точка їх перетину належить сліду січної площини α , позначимо її X_2 .

Через точки X_1 і X_2 проведемо пряму l (рис. 3).

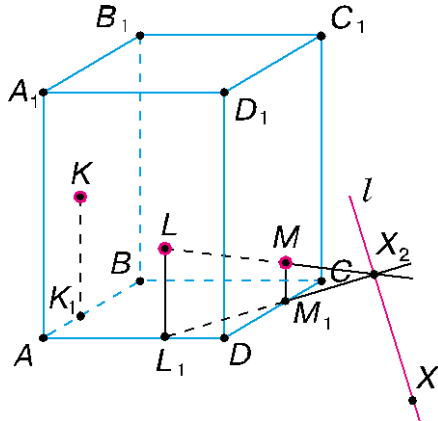


Рис. 3.

3. Продовжимо ребро AD основи $ABCD$ призми до перетину з прямою l – отримаємо точку X_3 .

Вона також належить сліду січної площини α (рис. 4).

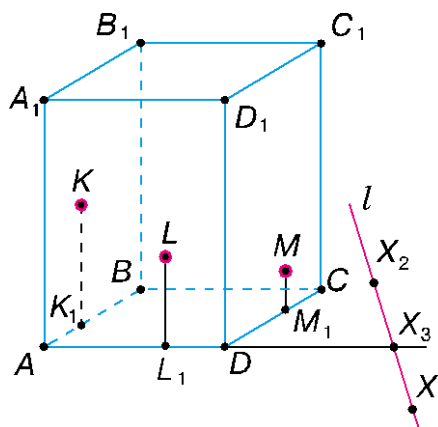


Рис. 4.

4. Точки L і X_3 лежать у площині грані ADD_1A_1 .

Проведемо через ці точки пряму.

У перетині з ребром DD_1 отримаємо точку P .

У перетині з ребром AA_1 отримаємо точку Q .

Точки P і Q належать січній площині α (рис. 5).

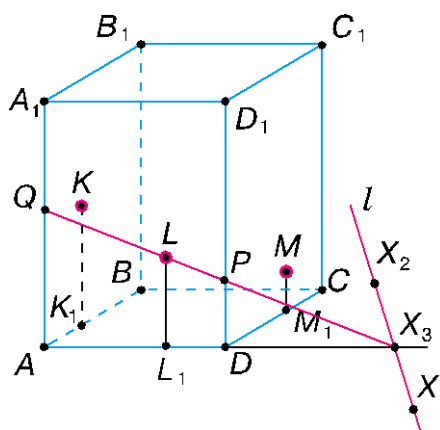


Рис. 5.

5. Через точки Q і K у площині грані ABB_1A_1 проведемо пряму.

У перетині із ребром BB_1 отримаємо точку N .

Точка N також належить січній площині α (рис. 6).

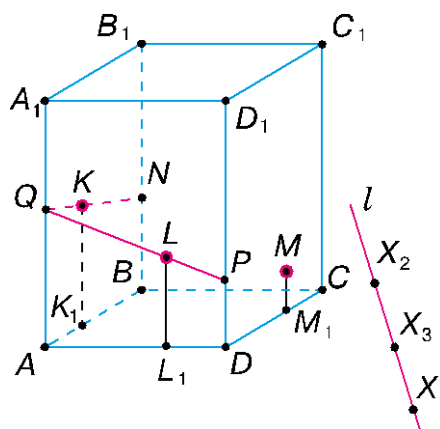


Рис. 6.

6. Через точки P і M у площині грані CDD_1C_1 проведемо пряму.

У перетині із ребром CC_1 отримаємо точку O .

Точка O також належить січній площині α (рис. 7).

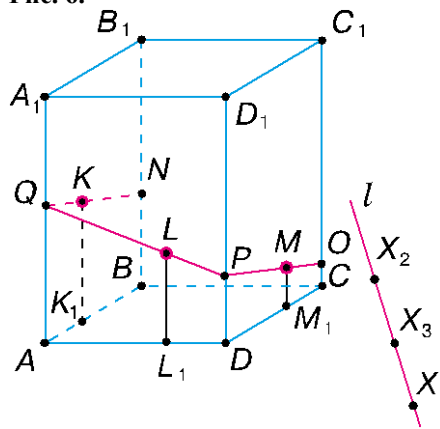


Рис. 7.

7. Сполучимо точки N і O .

Чотирикутник $PQNO$ – шуканий переріз (рис. 8).

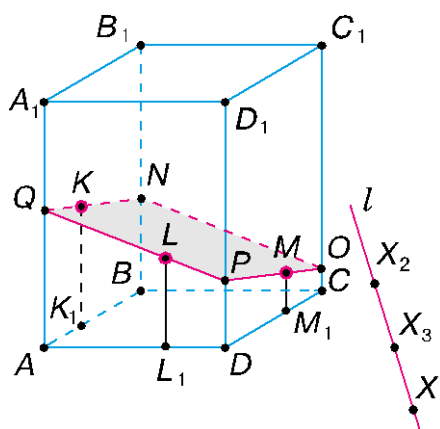


Рис. 8.

Висновки. Як бачимо, наведене оформлення розв'язання задачі потребує в підручнику досить багато місця. І тут виникає серйозна проблема для авторів підручників та видавців: автори намагаються слідувати дидактичним вимогам, а видавцеві потрібно не вийти за межі допустимого обсягу навчальної книги для відповідного класу. Тому, на жаль, існує думка, що ілюстративний матеріал не варто широко використовувати у підручниках з математики для старшої школи. Проте психологами (Б. Г. Ананьєв та ін.) ще в

70-х роках минулого століття переконливо доведено, що навіть студенти віком 17–25 років у процесі навчання мають гостру потребу в опорі на чуттєво-образну основу. Ми цілком поділяємо думку Д. І. Зуєва, який зазначає [3, 161], що треба вважати особливо небезпечними спроби обґрунтувати необхідність зменшення обсягу підручників за рахунок скорочення в них ілюстративного матеріалу. Наведений нами приклад красномовно свідчить на підтвердження даної тези.

ЛІТЕРАТУРА

1. Андреева В. А. Особенности системы иллюстрирования в дизайн-концепции школьного учебника // Текст. Книга. Книгоиздание. – 2013. – № 1 (3).
2. Болтынский В. Г. Функции учебного оборудования и организация поиска решения задач // Сов. педагогика. – № 10. – 1975. – С. 40-47.
3. Зуев Д. Д. Школьный учебник. – М.: Педагогика, 1983. – 240 с.
4. Поздеева С. И. Иллюстративный материал школьного учебника как средство визуализации и коммуникации // Научно-педагогическое обозрение. – 2016. – № 4 (14).
5. Резник Н. А. Методические основы обучения математике в средней школе с использованием средств развития
6. Тарасенкова Н. А. Теоретико-методичні основи використання знаково-символьних засобів у навчанні математики учнів основної школи : дис. д-ра пед. н. : 13.00.02 / Тарасенкова Ніна Анатоліївна. – Черкаси, 2003. – 630 с.
7. Чавтараева М. М. Функции иллюстраций в учебниках начальной школы // Вестник дагестанского научного центра Российской академии образования. – 2013. – № 1. – С. 76-79.

REFERENCES

1. Andreeva V. A. Features of the illustration system in the design concept of a school textbook // Text. Book. Book publishing. – 2013. – No. 1(3).
2. Boltynsky V. G. Functions of educational equipment and organization of the search for solving problems // Sov. Pedagogika. – No. 10. – 1975. – P. 40-47.
3. Zuev D. D. School textbook. – Moscow: Pedagogika, 1983. – 240 p.
4. Pozdeeva S. I. Illustrative material of the school textbook as a means of visualization and communication // Pedagogical Review. – 2016. – No. 4 (14).
5. Reznik N. A. Methodological bases of teaching mathematics in high school using means of development of visual
6. Tarasenkova N. A. The theoretic-methodical principles of using of the sign and symbolic means in teaching mathematics of the basic school students: thesis / Bohdan Khmelnytsky National University at Cherkasy. – Cherkasy, 2003. – 630 p.
7. Chavtaraeva M. M. Functions of Illustrations in Elementary School Textbooks // Vestnik Dagestan Scientific Center of the Russian Academy of Education. – 2013. – No. 1. – P. 76-79.

Visual support of constructing a plane cross section of polyhedrons in a textbook

N. A. Tarasenkova

Abstract. In the article the theoretical aspects of visual support of the content of teaching in the textbook of mathematics are highlighted and the peculiarities of creation in the textbook of the didactically appropriate visual series on the example of the topic "Construction of plane cross section of polyhedrons" are revealed.

Keywords: secondary school, textbook of mathematics, illustrative material, visual support of training.

Визуальное сопровождение построения сечений многогранников в учебнике

Н. А. Тарасенкова

Аннотация. В статье освещаются теоретические аспекты визуального сопровождения содержания образования, представленного в учебнике математики, и раскрыты особенности создания в учебнике дидактично целесообразного зрительного ряда на примере темы «Построение сечений многогранников».

Ключевые слова: общеобразовательная школа, учебник математики, иллюстративный материал, визуальное сопровождение обучения.