УДК 373.851

МАКСИМОВ І. І.,
кандидат технічних наук, доцент кафедри вищої математики ДВНЗ «Криворізький національний університет»

СЛОВАК К. І.,
кандидат педагогічних наук, доцент кафедри вищої математики ДВНЗ «Криворізький національний університет»

КОМПЕТЕНТНІСНО ОРІЄНОВАНІ ЗАДАЧІ З ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ У ПІДГОТОВЦІ СТУДЕНТІВ ІНЖЕНЕРНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ

У статті показано доцільність включення у навчання теорії ймовірностей компетентнісно орієнтованих математичних задач як одного із засобів підвищення професійної компетентності майбутніх фахівців. Наведено приклади компетентнісно орієнованих математичних задач з теорії ймовірностей для студентів інженерних спеціальностей.

Ключові слова: *компетентнісно орієновані математичні задачі, теорія ймовірностей, студенти інженерних спеціальностей.*

Постановка проблеми. Багаторічний досвід викладання вищої математики на інженерних спеціальностях ВНЗ надає можливість зробити висновок, що розділ «Теорія ймовірностей» студенти усвідомлюють та засвоюють значно важче ніж інші. Так, підсумкова кількість балів отриманих студентами з теорії ймовірностей за різні роки дещо менша ніж у тих самих студентів з вищої математики. Незважаючи на те, що для розв’язання ймовірнісної задачі зазвичай потрібно лише виконати додавання та множення, більшість студентів стикаються з труднощами щодо вибору формули (математичної моделі) за якою необхідно розв’язати задачу. Саме тому на практичних заняттях з теорії ймовірностей особливу увагу необхідно приділити розв’язуванню компетентнісно орієнтованих задач, що надають можливість акцентувати увагу студентів на логіці розв’язування задачі, аналізі та виділенні необхідних математичних та професійних відомостей, прогнозуванні процесу розв’язування тощо. Розв’язання таких задач полегшує засвоєння навчального матеріалу та сприйняття формул як математичних моделей, за допомогою яких можна провести дослідження та зробити практичні висновки. Інтерпретація умови задачі та отриманої відповіді на «інженерній мові» сприяє кращому розумінню математичних методів та формуванню професійної компетентності майбутніх інженерів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій надав можливість констатувати, що проблема впровадження компетентнісно орієнтованих задач у процес навчання математичних дисциплін є актуальною для наукової спільноти. Зазначена проблема висвітлена у працях Н. А. Тарасенкової, І. М. Богатирьової, О. М. Коломієць, З. О. Сердюк [1], Л. В. Павлової [2], О. В. Харітонової [3], М. В. Дубової, С. В. Маслової [4], С. В. Бас, С. О. Семерікова [5] та інших науковців. У роботах [6; 7] наведено приклади компетентнісно орієнованих математичних задач з окремих розділів теорії ймовірностей і математичної статистики для студентів гірничих спеціальностей, що розроблені з урахуванням реальної виробничої ситуації, зокрема з видобутку та первинної переробки залізної руди. Водночас недостатню увагу приділено питанню розробки системи компетентнісно орієнтованих математичних задач для майбутніх інженерів.

Метою статті є продемонструвати компетентнісно орієнтовані математичні задачі з теорії ймовірностей для студентів інженерних спеціальностей.

Виклад основного матеріалу. У процесі вивчення теорії ймовірностей однією з перших розглядається ймовірність добутку незалежних подій. Якщо ймовірності n незалежних подій позначити через p_i ($i = 1 \div n$), то ймовірність того, що всі ці події відбудуться одночасно дорівнює добутку ймовірностей цих подій:

$$P(A) = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot \ldots \cdot p_n \qquad (1)$$

Наведена формула дуже проста, але важливо показати, як впливає на кінцевий результат, кількість і величина множників. Для цього пропонуємо розглянути наступні задачі.

Задача 1. Вузол складається з трьох деталей, кожна з яких працює протягом гарантійного терміну з ймовірностями 95%, 92% та 90%. Визначити ймовірність того, що вузол відпрацює протягом гарантійного терміну. Так, як вузол працює, коли працюють всі деталі (і перша, і друга, і третя), то необхідно перемножити задані ймовірності: $P(A) = 0{,}95 \cdot 0{,}92 \cdot 0{,}90 = 0{,}7866$ ($\approx 78{,}7\%$).

Задача 2. Розглянемо аналогічну задачу, в якій кожна з трьох деталей деякого вузла працює без відмови впродовж гарантійного терміну з вірогідністю 95%, 92% та 20%. Тоді $P(A) = 0{,}95 \cdot 0{,}92 \cdot 0{,}20 = 0{,}1748$ ($\approx 17{,}5\%$).

Розглядаючи запропоновані задачі дуже важливо акцентувати увагу студентів на двох важливих моментах: 1) так як кожен множник менше одиниці, то надійність будь-якого пристрою (схеми, конвеєра, технологічного ланцюжка тощо) зменшується зі збільшенням кількості деталей (чим більше деталей, тим менше надійність); 2) порівнюючи результати обчислень першої та другої задач легко бачити, що зниження надійності деякої деталі призводить до пропорційного зниження надійності всього вузла.

Якщо n незалежних подій мають однакові ймовірності $P(A) = p_i$ ($i = 1 \div n$), то ймовірність того, що вони відбудуться одночасно дорівнює:

$$P(A) = p^n \qquad (2)$$

Задача 3. Екзаменаційний білет містить п’ять завдань. Студент вивчив 80% необхідного матеріалу. Знайти ймовірність отримання «п'ятірки» (для цього необхідно виконати всі завдання).

Скористаємося формулою (2):

$$P(A) = (0{,}8)^5 = 0{,}32768 \qquad (\approx 33\%)$$

Аналізуючи результат обчислень доходимо висновку, що серед усіх студентів, які вивчили 80% відсотків навчального матеріалу, *тільки третя частина отримає п’ятірку*. Таким чином, для більш гарантованого отримання п’ятірки необхідно вивчити більше 80% начального матеріалу. Щоб визначити скільки ж відсотків матеріалу необхідно вивчити, щоб отримати п’ятірку з ймовірністю не менше ніж 90% необхідно розв’язати наступну нерівність:

$$P^5 \geq 0{,}9 \quad \rightarrow \quad P^5 \geq \sqrt{0{,}9} \quad \rightarrow \quad P \geq 0{,}98$$

Отже, щоб скласти екзамен на п’ятірку з ймовірністю не менш ніж 90% необхідно вивчити не менше ніж 98% навчального матеріалу.

Задача 4. Деякий механізм (вузол) складається з 5 деталей, кожна з яких надійно працює протягом гарантійного терміну з ймовірністю не менше 90%. Визначити ймовірність того, що весь механізм буде працездатним протягом гарантійного терміну.

За формулою (2) маємо:

$$P(A) = (0{,}8)^5 = 0{,}32768 \qquad (\approx 32{,}8\%)$$

Аналогічно робимо висновок про те, що тільки третя частина вузлів надійно працює, а для підвищення надійності роботи вузла до 90% необхідно підвищити надійність роботи всіх деталей не менше ніж до 98%.

Таким чином, третя і четверта задачі мають однакову числову відповідь та аналогічні висновки, адже їх математична модель (2) однакова.

Іноді на певному етапі розвитку технології неможливо підвищити надійність роботи окремої деталі, проте до механізму висуваються певні вимоги щодо надійності. У такому випадку (по можливості) необхідно обмежити кількість деталей, що входять до нього (так як при збільшенні n зменшується надійність роботи).

Задача 5. Деталі, що входять до певного механізму працюють протягом гарантійного терміну з ймовірністю 99,5%. З якого найбільшого числа деталей може складатися механізм, якщо необхідно, щоб він пропрацював протягом гарантії з ймовірністю не менше 98%.

Іншими словами необхідно, щоб протягом гарантійного терміну вийшло з ладу не більше 2 деталей із 100, а їх якість була такою, щоб тільки 5 із 1000 необхідно замінити протягом гарантійного терміну.

Визначимо кількість деталей з нерівності отриманої за допомогою формули (2): $(0{,}995)^n \geq 0{,}98$. У найпростіших випадках n можна визначити методом підбору підставляти значення n = 1, 2, 3… доти поки нерівність почне виконуватися. У загальному ж випадку вказану нерівність доцільно розв’язати за допомогою логарифмування:

$$\ln (0{,}995)^n \geq \ln (0{,}98)$$
$$n \cdot \ln (0{,}995) \geq \ln (0{,}98)$$
$$n \leq \ln (0{,}98) : \ln (0{,}995)$$

У останній нерівності знак нерівності змінився на протилежний так як натуральний логарифм числа меншого за одиницю є від’ємне число. Порахувавши значення у правій частині нерівності отримуємо $n \leq 4{,}03$, а отже $n = 4$ (найбільше ціле число із знайденого проміжку). Таким чином, при зазначених в умові задачі вимогах механізм повинен містити не більше ніж 4 деталі.

Задача 6. Телевізор складається із 100 деталей, кожна з яких працює протягом гарантійного терміну з ймовірністю 99%. Визначити ймовірність того, що телевізор не вийде з ладу протягом гарантійного терміну.

За формулою (2) маємо: $P(A) = (0{,}99)^{100} = 0{,}37$ (37%). Для більшості викладачів та студентів на цьому розв’язання задачі закінчилося. Проте, якщо проаналізувати отриманий результат, то маємо, що лише при 1% ненадійних деталей отримаємо 67% ненадійних телевізорів, для ремонту яких необхідно створити широку мережу гарантійних майстерень, що в свою чергу значно підвищить їх вартість. Слід зазначити, що зі збільшенням кількості деталей телевізора, надійність його роботи зменшується. Так, якщо кількість деталей збільшити вдвічі, надійність зменшиться втричі: $P(A) = 0{,}99^{200} = 0{,}134$ (13,4%). Таким чином, перед інженерами постає одна з найважливіших задач: як підвищити надійність роботи складних пристроїв (телевізора, автомобіля, комп’ютера тощо), що містять велику кількість деталей. Так, наприклад, підвищення ймовірності надійності роботи кожної деталі телевізора до 99,9% призводить до підвищення надійності роботи телевізора до 90%: $P(A) = (0{,}999)^{100} = 0{,}9$ (90%). У цьому випадку тільки 10% (у 6,3 рази менше) телевізорів будуть ремонтуватися в гарантійних майстернях за рахунок підприємства що їх виготовило. При підвищенні надійності роботи деталі до 99,99% (вийде з ладу одна деталь зі 10000) знаходимо ймовірність: $P(A) = (0{,}9999)^{100} = 0{,}99$ (99%). Таким чином, якщо протягом гарантійного терміну вийде з ладу один телевізор зі ста, то необхідність створення мережі гарантійних майстерень зникає (значно дешевше закласти таку заміну у ціну телевізора). Таким чином, ціна телевізора може підвищуватися за рахунок собівартості деталей більш високої якості, однак досвід показує, що через декілька років після удосконалення технології та налагодження масового виробництва собівартість деталей значно знижується. Крім того, із формули (2) випливає, що надійність роботи складних систем може бути підвищена за рахунок зменшення кількості деталей (спрощення схеми телевізора). Так, наприклад, при зменшенні кількості деталей зі 100 до 50 при різній надійності роботи деталей, кількість телевізорів, що потребують гарантійного ремонту або заміні на новий знижується вдвічі. Принцип «простота та надійність» було взято на озброєння японськими інженерами у 60-70 роках минулого століття для виробництва радіоелектроніки та автомобілів, що надало можливість не тільки підвищити надійність продукції, а й здешевити її вартість. Останні роки аналогічно діють автовиробники з Китаю. За основу беруть надійні японські двигуни і максимально спрощують конструкцію кузова та підвіски. В результаті отримують автомобіль, зовні схожий на японський або німецький, але значно дешевше. Якість деталей може бути у десятки разів нижчою, але за рахунок зменшення кількості деталей надійність всієї конструкції знижується у меншій мірі.

Крім того, формула (2) може використовуватися у дослідженні надійності роботи при послідовному з'єднанні елементів та аналізу поточної технології (конвеєрного виробництва). Для наочності розглянемо приклад з послідовним з'єднанням ламп у гірлянді.

Задача 7. Новорічна гірлянда складається із 40 лампочок. Ймовірність того, що лампочка не вийде з ладу складає 95%. Знайти надійність роботи гірлянди.

За формулою (2) матимемо: $P(A) = (0{,}95)^{40} = 0{,}128$ (12,8%). Таким чином, із ладу не вийде тільки одна гірлянда із восьми. Навіть при надійності роботи ламп з ймовірністю 99%, ймовірність того, що гірлянда не вийде з ладу протягом гарантійного терміну складає $P(A) = (0{,}99)^{40} = 0{,}67$ (67%). Аналогічні значення будуть і для конвеєрного виробництва. Тобто, якщо у процесі поточного виробництва для складання деякої деталі використовується 40 послідовних незалежних операцій, то простій або збій у кожній операції всього на 1% часу призводить до того, що конвеєр буде повноцінно працювати тільки 67% часу, а за добу конвеєр буде простоювати вісім годин. Якщо втрати часу на кожній операції складають 5%, то конвеєр буде ефективно працювати тільки на 12,8% (три години на добу).

Таким чином, аналіз та моделювання формул (1–2) надав можливість зробити важливі висновки щодо організації виробництва та шляхів підвищення надійності складних пристроїв та технологічних ланцюжків: надійність роботи деякої системи підвищується при підвищенні надійності роботи окремих елементів ($p_i \to 1$) або зменшенні кількості елементів (за рахунок спрощення конструкції).

Висновки. Отже, у підготовці професійно компетентних інженерів особливу роль відіграють компетентнісно орієнтовані математичні задачі, використання яких надає можливість зрозуміти, пояснити та обґрунтувати процеси, що відбуваються в організації виробництва за останні сто років. Розглянуті у статті задачі демонструють лише використання двох формул теорії ймовірностей проте, перспективним напрямом подальших досліджень є розробка системи компетентнісно орієнтованих математичних задач для студентів інженерних спеціальностей, що охоплювала б всі теми даного розділу.

Список використаної літератури

1. Тарасенкова Н. А. Засоби перевірки математичної компетентності в основній школі / Н. А. Тарасенкова, І. М. Богатирьова, О. М. Коломієць, З. О. Сердюк // Science and education a new dimension. – III (26), Issue: 71. – Budapest: SCASPEE, 2015. – P. 21-25.
2. Павлова Л. В. Познавательные компетентностные задачи как средство формирования предметно-профессиональной компетентности будущего учителя / Л. В. Павлова // Известия государственного педагогического университета им. А. И. Герцена. – СПб: Изд-во РГПУ им. А. И. Герцена. – 2009. – №113. – С. 72-79.

3. Харитонова О. В. Развитие учебно-познавательной компетентности старшеклассников на уроках геометрии: дисс. … канд. пед. наук: 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (математика, уровень общего образования) / Харитонова Ольга Владимировна , Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена. – Санкт-Петербург, 2006. – 167 с.
4. Дубова М. В. Целевой и содержательный аспект понятия «компетентностная задача» / Дубова М. В., Маслова С. В. // Вестник Волжского университета им. В.Н. Татищева. – 2011. – № 8. Режим доступу : http://cyberleninka.ru/article/n/tselevoy-i-soderzhatelnyyaspekt-ponyatiya-kompetentnostnaya-zadacha
5. Семеріков С. О. До питання про компетентнісні задачі / С. О. Семеріков, К. І. Словак, С. В. Бас // Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ*плюс – 2015»: матеріали ІІ Міжнародної науково-методичної конференції (3-4 грудня 2015 р., м. Суми) / Упорядник Чашечникова О. С. – Суми : Мрія, 2015. – С. 108–110.
6. Максимов І. І. Компетентнісно орієнтовані задачі як засіб формування професійної компетентності майбутніх гірничих інженерів / Максимов Іван, Словак Катерина // Наукові записки. Серія : Проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти. – Кропивницький : РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2017. – Випуск 11. – Частина 4. – С. 34–39.
7. Максимов І. І. Щодо розробки компетентнісно орієнтованих задач для студентів гірничих спеціальностей / Максимов Іван, Словак Катерина // Проблеми та інновації в природничо-математичній, технологічній і професійній освіті : матеріали IV Міжнародної науково-практичної онлайн-інтернет конференції, м. Кропивницький 10-21 квітня 2017 р. / За заг. ред. М. І. Садового, О. В. Гурянової, Д. В. Гриня, О. М. Трифонової. – Кропивницький : РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2017. С.106-108.

References

1. Tarasenkova, N. A., Bogatyreva, I. M., Kolomiets, O. M. & Serdiuk, Z. O. (2015). Facilities of verification of mathematical competence at basic school. *Science and education a new dimension, 71*, 21-25 (in Ukr.)
2. Pavlova, L.V. (2009). Cognitive competency problems as a way of forming of the future mathematics teachers' professional subject competence. *Yzvestyia hosudarstvennoho pedahohycheskoho unyversyteta ym. A. Y. Hertsena, 113 (The News of the State Pedagogical University A. I. Herzen, 113)*, 72-79 (in Rus.)
3. Kharitonova, O. V. (2006). The development of learning and cognitive competence in high school geometry lessons (Doctoral dissertation). *The Herzen State Pedagogical University of Russia*, Saint Petersburg, Russia (in Rus.)
4. Dubova, M. V. & Maslova, S. V. (2011). Aim and pithy aspect of the concept of «Competence task». *Vestnik Volzhskogo universiteta im. V. N. Tatischeva, 8* (*Bulletin of the Volga University named after V. N. Tatishcheva)*, 8. Retrieved from http://cyberleninka.ru/article/n/tselevoy-i-soderzhatelnyyaspekt-ponyatiya-kompetentnostnaya-zadacha (in Rus.)
5. Semerikov, S. O., Slovak, K. I. & Bass S. V. (2015, December 3–4). On the question of competency problem. *Rozvytok intelektual'nyh umin' i tvorchyh zdibnostej uchniv ta studentiv u procesi navchannja dyscyplin pryrodnycho-matematychnogo cyklu, ITM*pljus-2015 (The development of intellectual skills and creative abilities of students in the study subjects natural mathematical cycle, ITM*plus-2015)*, 108-110 (in Ukr.)
6. Maximov, Ivan, & Slovak, Kateryna (2017). Competence oriented tasks as means of formation of professional competence of future mining engineers. *Naukovi zapysky. Seriia : Problemy metodyky fizyko-matematychnoi i tekhnolohichnoi osvity, 11(4) (Scientific notes. Series: Problems of Methodology of Physical-Mathematical and Technological Education, 11(4))*, 34–39 (in Ukr.)
7. Maximov, Ivan, & Slovak, Kateryna (2017, April 10–21). As for the development of competence-oriented tasks for students of mining specialties. *Problemy ta innovatsii v pryrodnycho-matematychnii, tekhnolohichnii i profesiinii osviti (Problems and innovations in natural, mathematical, technological and vocational education)*, 106–108 (in Ukr.)

MAXIMOV I.,
Doctor of Philosophy (Technical Sciences), Associate Professor of Higher Mathematics Department, SIHE «Kryvyi Rih National University»
SLOVAK K.,
Doctor of Philosophy (Pedagogical Sciences), Associate Professor of Higher Mathematics Department, SIHE «Kryvyi Rih National University»

Competently oriented tasks on the theory of probabilities in teaching students of engineering specialties

Abstract. Introduction. Many years of experience in teaching higher mathematics in engineering specialties of universities shows that the section «Theory of Probabilities» students understand and absorb much more difficult than others. Thus, the total number of points received by students in theory of probability for different years is slightly less than in the same students in higher mathematics. Despite the fact that in order to solve a probabilistic problem, it is usually only necessary to perform addition and multiplication, most students face difficulties in choosing a formula (mathematical model) for which it is necessary to solve the problem. Overcoming this problem is achieved through the introduction of competently oriented mathematical tasks. The solution of such tasks make facilitates the assimilation of the educational material and the perception of formulas as mathematical models. Interpretation of the condition task and the received response in the «engineering language» promotes a better understanding of mathematical methods and the formation of professional competence of future engineers.

Purpose. Demonstrate competently oriented mathematical tasks in theory of probability for students of engineering specialties.

Results. The work of scientists devoted to the problem of the development and implementation of competently oriented mathematical tasks in the teaching of mathematical disciplines is analyzed. Competently oriented mathematical tasks in theory of probability are developed and the methodology of their use in teaching engineering students is shown.

Conclusion. Competently oriented mathematical tasks take a special place in the training of professionally competent engineers, which let to understand, explain, substantiate, make conclusions on the organization of production and ways of increasing the reliability of complex devices and process chains. The problems considered in this article demonstrate only the use of two formulas of theory of probability, however, a promising direction for further research is the development of a system of competently oriented mathematical problems for engineering students what covers all topics of the section.

Keywords: *Competently oriented mathematical tasks, theory of probability, students of engineering specialties.*