Наталія ВАСИЛЕНКО, Володимир ПЕТРОВ, Оксана ТУРАВІНІНА

Математика-0 для педагогічних ВНЗ: вступ до булевої алгебри

Стаття присвячена особливостям вивчення курсу «Математика-0» на прикладі теми «Двійкова алгебра».

Ключові слова: модель, інтерпретація, булева змінна, буле вий алфавіт, байт, машинне слово, булева множина, декартів степінь, кортеж, вектор, булеві координати, булева площина, буле вий простір, алгебра, булеві операції, ізоморфізм, поле характеристики два.

Мета матеріалу: Запропонувати реалізацію ідеї інтеграції курсів математики, інформатики, фізики на прикладі вивчення теми «Двійкова булева алгебра».

Постановка проблеми: Сьогодні двійкова булева алгебра як розділ сучасної прикладної алгебри активно використовується в: математичній логіці, теорії множин, теорії кінцевих геометрій, теорії ймовірностей, теорії і практиці проектування цифрових схем, цифровому зв'язку, програмуванні та в інших областях практичної діяльності.

Сьогодні, на жаль, спостерігається зниження рівня математичної культури випускників середньої школи і студентів першокурсників.

Нині в багатьох ВНЗ, зокрема педагогічних, прийнято читати для студентів шкільний курс математики (ШКМ). Однак, по-перше, якщо цей курс читають викладачі кафедри методики математики або математики-методисти, то такий курс свідомо свідомо недостатньо спрямовує студентів на майбутні профільні курси; по-друге. Розрізненість вивчення його на різних спеціальностях не сприяє систематизації й узагальненню здобутих знань.

На наш погляд, більш адекватним є початковий курс «Математика-0», розрахований на студентів усіх педагогічних спеціальностей. Як прототип подібного курсу можна обрати підручник американських авторів Р. Грехема, Д. Кнута, О. Паташника «Конкретна математика» [4] або вступні курси з комп'ютерної математики для учнів середньої школи типу [1,2].

Запропонований варіант курсу «Математика-0» складається з таких тем:

1. Вступ або обрані теми ШКМ та інформатики.
2. Множини та логіка.
3. Двійкова булева алгебра і цифрові автомати.
4. Дискретна ймовірність.
5. Вектори і матриці.
6. Лінійне програмування.
7. Марковські ланцюги і теорія ігор.
8. Різницеві рівняння.
9. Диференціальні рівняння (ДР).
10. Неперервна ймовірність.
11. Математичне моделювання.

Особливості цього курсу такі:

1. Він може бути основним для таких спеціальностей, у яких математика не належить до профільної дисципліни; для них – це основний курс.

2. Нескладні прикладні й нестандартні задачі мають бути широко представлені, що дасть змогу слухачам підготуватися до вивчення циклу профільних математичних дисциплін.
3. Для студентів, які спеціалізуються в інформатиці, практикум з розв'язування задач доповнюється вимогою доводити відпрацювання типових задач до запису алгоритму і програми на обраній студентом мові програмування.

Зазначені особливості уможливлюють читання курсу «Математика-0» великим потокам студентів, як це прийнято в державних університетах розвинутих країн. Це значно економить бюджетні кошти і зменшує вартість освітніх послуг.

Розглянемо тему «Двійкова булева алгебра (ДБА)», а саме – вступ у **двійкову булеву алгебру і булеві функції.**

Конкретні реалізації ДБА (їх математики називають *моделями*, або *інтерпретаціями*) полегшують засвоєння змісту абстракцій. Ці моделі ДБА генетично пов'язані з реальними задачами, розв'язування яких стимулювало розвиток і впровадження алгебраїчного апарату в практику.

Найбільш перспективною з усіх моделей ДБА є алгебра перемикальних схем, що використовується при проектуванні цифрових схем, вузлів та елементів автоматичних пристроїв та ЕОМ. Розвиток і впровадження цифрової техніки сьогодні – це продукт плідного співробітництва у сфері науково-технічної та інженерно-технологічної практики математиків, фізиків, хіміків, інженерів і техніків. Її реалізація в навчальному процесі досягається ширшим використанням методу проектів [9].

Захисні й керуючі автомати нині застосовуються повсюди. Сама ідея автоматичного керування устаткування і технологічними процесами досить проста. Уявити її можна так. Цифровий автомат – це електронна схема, щ виконує переключення в заданій послідовності вузлів і пристроїв технологічного устаткування. Наприклад, ви наблизилися до дверей супермаркету. Датчики зафіксували це наближення. Сигнал від датчиків надійшов на вхід перемикальної схеми. На виході схеми був вироблений новий сигнал, за допомогою якого включаються механізми, що відкривають двері.

За рівнем складності ДБА легка і доступна для школярів 7-9 класів, а щодо фундаментальності, цінності й важливості для широкого впровадження нині та в майбутньому часу значно перевершує багато традиційних розділів ШКМ.

Методистам і вчителям математики й інформатики ми пропонуємо один із варіантів посилення прикладної спрямованості навчання математики в школі, зближення та інтеграції низки змістовних ліній курсів математики, інформатики, фізики, виробничої праці й технологій.

Ми вважаємо, що базовий курс математики – це «*математика для всіх*». Тому він має складатися з *елементів* сучасної прикладної алгебри через їхню фундаментальність, величезну і постійно зростаючу практичну цінність. Прагматичні аспекти математики треба постійно демонструвати на всіх етапах і рівнях її навчання.

У системі вітчизняної математичної освіти розділ ДБА розробляли:

– професор кафедри геометрії Саратовського державного університету О. Є. Лібер у лекціях з математичної логіки для слухачів Юнацької

математичної школи при механіко-математичному факультеті СДУ (середина 60-х років XX ст.) [6];
- викладач кафедри прикладної математики Кримського державного педагогічного інституту В. М. Касаткін [5];
- відомий московський популяризатор математики І. М. Яглом [8];
- С. У. Гончаренко, І. І. Хаїмзон (Київ) [3].

Джерелом нашої роботи є потреба освітньої практики в інтеграції деяких з тематичних ліній низки шкільних дисциплін. Це сприяє появі нових елективних курсів з комп'ютерної математики і математичних основ інформатики [1,2].

Булева множина і її застосування

Означення 1. Двохелементну множину $B=\{0,1\}$ називатимемо *булевою*, а змінні (з індексами чи без них), що набувають значення з B – *булевими змінними*. Булеву множину $B=\{0,1\}$ в інформатиці, програмуванні та інших областях застосування часто називають *булевим алфавітом*, а булеві змінні – *бітами*.

Елементи 0 і 1 – абстрактні, що можуть позначати:

а) істинність висловлення (хиба – **0**, а істині – **1**);

б) відсутність (**0**) чи наявність (**1**) сигналу на вході чи виході системи зв'язку;

в) належність (**1**) елемента до деякої множини чи до його доповнення (**0**), що дає змогу будувати характеристичну функцію множини. Таке кодування використовується в математиці й практиці програмування;

г) ознака світимості (**1**) чи ні (**0**) пікселя на екрані;

д) ознака виконання (**-1**) чи ні (**-0**) деякої умови;

е) ознака того, сталася (**-1**) чи ні (**-0**) деяка випадкова подія (розділ алгебри випадкових подій у теорії ймовірностей);

ж) цифра (0) і (1) у двійковій системі числення, що використовується у комп'ютерах і т.д.

Перелік можливого застосування булевої множини $B=\{0,1\}$ і булевих змінних можна продовжити.

Означення 2. Нехай n - натуральне число і $B^n = B \times B \times \ldots B$ – *n – а декартовий степінь* булевої множини $B=\{0,1\}$.

Іншими словами, B^n – це множини всіх кінцевих послідовностей (кортежів) з n елементів, кожний з яких може бути або символом **0**, або символом **1**.

Вправа.
1. Визначте число $|B^n|$ елементів множини B^n.
2. Двоє грають у теніс до чотирьох перемог: скільки існує різних варіантів зміни рахунку в ході такої гри по партіях? У тенісі нічиїх не буває.
3. В урні є чорні й білі кулі. Чотири гравці виймають випадковим чином по одній кулі. Опишіть множину елементарних подій, якщо успішним результатом вважається вибір білих куль тільки двома з них.
4. Скількома способами можна прочитати слово «АЛІСА», пересуваючись за схемою лише вправо и вниз?

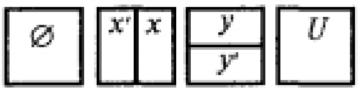
А	Л	І	С	А
Л	І	С	А	
І	С	А		
С	А			
А				

Інтерпретація елементів декартового степеня *B*.

Теоретико-множинна інтерпретація B^n

Нехай $U=\{u_1, u_2,\ldots,u_n\}$ – n – елементна множина, елементи u_i $(1\leq i \leq n)$ якої ми пронумерували (проіндексували) числами від 1 до n. Тоді кортеж $(b_1, b_2,\ldots,b_n)$ з B^n задає підмножину X множини U за правилом: елемент u_i множини U належить підмножині X, якщо $b_i=1$. Якщо ж $b_i=0$, то елемент u_i не належить X, *а* належить його доповненню в множині U.

Порожню множину $\varnothing$, множини X, Y та їхні доповнення X', Y', а також універсальну множину U графічно представимо у вигляді таких схем (мал. 1).



Мал. 1

Арифметична інтерпретація B^n

На кортеж $(b_1, b_2,\ldots,b_n)$ з B^n можна дивитися як на ціле число, записане в двійковій системі числення. Таким чином, цьому кортежу ми ставимо у відповідність натуральне число

$$I(b) = b_1 2^{n-1} + b_2 2^{n-2} + \ldots + b_n 2^0.$$

У результаті ми одержали взаємно однозначну відповідність між кортежами $b=(b_1, b_2,\ldots,b_n)$ з B^n і множиною всіх натуральних чисел від 0 для $b_0=(0, 0,\ldots,0)$ до $b_n=(1, 1,\ldots 1)$.

Тренінг у переведенні дво- і тризначних чисел з 2-ї у 10-ву систему і навпаки дуже корисний. Він забезпечить потрібний рівень засвоєння елементарних фактів (абетки) теорії.

Приклад.

Нехай $b = (10110)$ – кортеж з B^5. Тоді натуральне число, що відповідає цьому кортежу, буде таким $N(b)=(1\cdot 2^4 + 0\cdot 2^3 + 1\cdot 2^2 + 1\cdot 2^1 + 0\cdot 2^0)_{10}=((1\cdot 2+0)\cdot 2+1)\cdot$ $\cdot 2+0=(22)_{10}$.

Враховуючи, що вага поточного розряду вдвічі більша ваги розряду-сусіда праворуч, ми одержуємо алгоритм для переведення числа з двійкової системи в десяткову. У даному випадку зазначені обчислення виконують за схемою Горнера:

$$a_0\cdot p^n + a_1\cdot p^{n-1} + \ldots + a_{n-1}\cdot p + a_n =$$
$$= (\ldots((a_0\cdot p + a_1)\cdot p + a_2)\cdot p + \ldots + a_{n-1})\cdot p + a_n.$$

Це переведення можна навчитися виконувати автоматично за допомогою алгоритму «цифра за цифрою». Результат необхідно записувати за давньоєврейською системою письма справа наліво.

Наприклад, для числа$(123)_{10}$ ми пишемо шаблон: $(123)_{10}$ = (_ _ _ _ _ _ _ _)$_2$ і починаємо рахувати за такою схемою:

1. Цифра молодшого розряду числа 123 непарна. Отже, при першому діленні числа 123 на 2 ми одержимо непарний залишок 1. Записуємо його, віднімаємо від числа 123 (одержимо 122) і поділимо 122 на 2. Одержимо 61.
2. З числом 61 поводимось так само, як з числом 123. Число 61 непарне. Отже, друга цифра результату – це 1. Віднімаючи 1 від 61, одержимо число 60. Поділимо 60 на 2. Одержуємо в частці 30.
3. Число 30 парне (ділиться на 2 без залишку). Отже, третя цифра результату буде 0 і т. д.

У ході обчислень одержуємо:

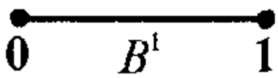
– на першому кроці $(123)_{10}$=(_ _ _ _ _ _ _1)$_2$;
– на другому – $(123)_{10}$=(_ _ _ _ _ 11)$_2$;
– потім $(123)_{10}$=(_ _ _ 0111)$_2$,…, $(123)_{10}=(1110111)_2$.

Отриманий результат корисно перевіряти зворотним переведенням його до запису в 10-ву систему числення.

Геометрична інтерпретація B^n

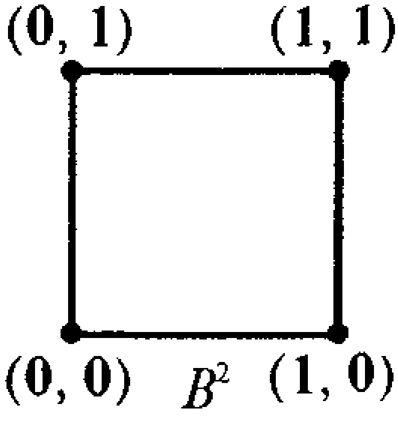
Якщо розглянути графічне представлення 1, 2, 3 і 4 вимірних одиничних кубів, то кортеж $b = (b_1, b_2,\ldots,b_n)$ задає вершини цього куба. При $n > 4$ наочність геометричних образів для нетренованого інтелекту втрачається.

При $n = 1$ множину $B = \{0,1\}$ будемо уявляти у вигляді відрізка AB координатної вісі з кінцями $A(0)$ та $B(1)$ (мал. 2) і з булевими координатами 0 і 1, відповідно.



Мал. 2

При $n = 2$ B^2 уявлятимемо у вигляді квадрата на звичайній координатній площині з вершинами в точках з координатами(0,0), (0,1), (1,1), (1,0) відповідно (мал. 3). Квадрат будемо обходити за годинниковою стрілкою.



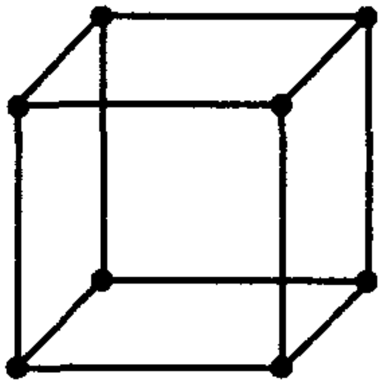
Мал. 3

Таким чином, можна вважати, що B^2 отримують з B^1 зміщенням у перпендикулярному напрямку відрізка B^1 – геометричного образу булевої множини на координатній прямій.

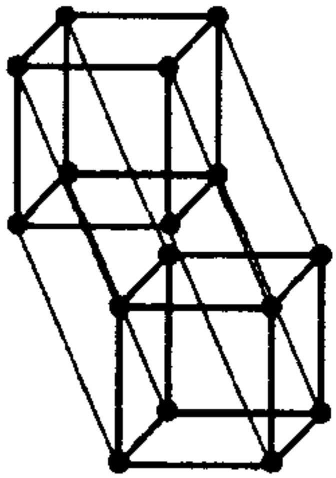
Продовжуючи ці побудови, ми отримаємо геометричні образи трьох- (B^3) та чотирьох- (B^4) вимірних кубів.

Булевий куб B^3 ми отримаємо зміщенням булевого B^2 квадрата у напрямку, перпендикулярному до його площини. Координати вершин B^3 отримаємо з координат квадрата B^2 додаванням третьої координати: (0,0,0), (0,1,0), (1,1,0), (1,0,0), (0,0,1), (0,1,1), (1,1,1), (1,0,1) (мал. 4).

Зміщенням в уявлений четвертий вимір, перпендикулярно до кожного з трьох напрямків ребер B^3, ми отримаємо «наочне» представлення булевого куба B^4 розмірності 4 (мал. 5). Цю ідею можна продовжувати далі. При $n > 4$ наочність геометричних образів втрачається. Але професійні математики з цією проблемою справляються.



Булевий куб B^3
Мал. 4



Булевий куб B^4
Мал. 5

Кортежі виду $b = (b_1, b_2,\ldots,b_n)$ іноді називають *векторами з булевими координатами*. Значення n прийнято називати *розміром булевих векторів,* або кортежів. Векторна термінологія дає змогу математикам та інженерам будувати кінцеві геометрії координатно-векторним методом і переносити простим пере формулюванням загальновідомі факти зі шкільної геометрії та векторної алгебри в нову область. Кінцеві геометрії над B^n широко застосовуються в теорії й практиці побудови кодів, стійких до перешкод.

Типовими кортежами для сучасних комп'ютерів є кортежі довжини $n = 8$ (їх називають байтами), $n = 16, 32,\ldots$(такі кортежі називають *машинними словами*).

Алгебраїчні операції на *B*

Означення 3. Під алгеброю розумітимемо множину з визначеними на ній операціями.

Нашою найближчою метою є побудова однієї з найпростіших алгебр на булевій множині $B = \{0,1\}$. Ми повторимо. В деякому сенсі, свій власний шлях прилучення до математики в школі. При цьому лише темп просування буде дещо вищим.

На булевій множині $B = \{0,1\}$ ми насамперед розглянемо дві бінарні операції: додавання і множення однозначних чисел у двійковій системі числення.

Почнемо з арифметичних операцій додавання і множення однозначних чисел у двійковій системі. Їх в інформатиці й комп'ютерних науках прийнято називати *бітами*.

Додавання однозначних чисел у двійковій системі числення можна задати таблицею (табл. 1).

Таблиця 1

Додавання і множення бітів у двійковій системі числення

Операнд 1	0	0	1	1	0	0	1	1
Операція	$\oplus$	$\oplus$	$\oplus$	$\oplus$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$
Операнд 2	0	1	0	1	0	1	0	1
Результат	0	1	1	0	0	0	0	1

Означення 4. Сума двох булевих змінних $x \oplus y$ дорівнює 1 тоді і тільки тоді, коли $x \neq y$, а в інших випадках сума їх дорівнює 0. Цю операцію називатимемо *додаванням по модулю два.*

Означення 5. Добуток двох булевих змінних $x \times y$ дорівнює 1 тоді і тільки тоді, коли $x = y = 1$, а в інших випадках він дорівнює 0.

Ця операція збігається з операцією кон'юнкції (синонім: операція «І») в інформатиці, логіці та програмуванні. Тому знак операції «×» часто заміняють на «&» або опускають, як це прийнято в елементарній алгебрі.

У математиці ми мали справу з операціями над одним операндом. Пригадайте операції зміни знака у числах x, піднесення числа x до степеня та ін. Такі операції в математиці називають *унарними*.

Нам корисно ввести ще одну булеву операцію x', яка є унарною.

Означення 6. Під інверсією x' булевої змінної x розумітимемо перехід від значення x до його додаткового значення за правилом: якщо $x = 0$, то значення $x' = 0$ і навпаки, якщо $x = 1$, то $x' = 0$.

В інформатиці та програмуванні таку операцію називають інверсією, чи операцією «НЕ», у математиці та у математичній логіці подібну операцію називають запереченням і позначають «NOT». Ми можемо користуватися кожною з цих назв, вважаючи їх синонімами.

Властивості арифметичних операцій у *B*

Багато властивостей арифметичних операцій на булевій множині B аналогічні відомим зі ШКМ законам оперування з числами.

Почнемо з властивостей операції додавання по модулю два.

1. $x \oplus y = y \oplus x$ (комутативний закон додавання);
2. $(x \oplus y) \oplus z = x \oplus (y \oplus z)$ (асоціативний закон додавання);
3. $0 \oplus x = x$ (існування неййтрального елемента);
4. $1 \oplus x = x'$ (додавання елемента з 1 рівносильно інверсії його);
5. $x \oplus x = 0$ (кожен елемент булевої множини є зворотнім відносно себе щодо операції додавання по модулю два);
6. $x \times y = y \times x$ (комутативний закон множення);
7. $(x \times y) \times z = x \times (y \times z)$ (асоціативний закон множення);
8. $0 \times x = 0$ (існування нульового елемента);
9. $1 \times x = x$ (1 нейтральний елемент відносно множення);
10. $x \times x = x$ (закон ідемпотентності);

І, нарешті, має місце дистрибутивний закон множення відносно додавання

11.$(x \oplus y) \times z = x \times z = y \times z$.

Усі перелічені властивості легко перевірити простим складанням таблиць значень для лівої і правої частин з наступним порівнянням їх стовпців. При цьому порядок дій аналогічний порядку дій у звичайній алгебрі. Як це робиться, розберемо на прикладі доведення дистрибутивного закону множення відносно додавання.

Взявши це до уваги, на першому етапі виконаємо операцію в дужках $(x \oplus y)$ і заповнимо стовпчик I таблиці значень. На другому етапі виконаємо множення отриманих значень у стовпчику I на відповідні значення змінної z. Стовпчик II буде заповнений значеннями лівої частини дистрибутивного закону. Аналогічно діючи, ми заповнимо стовпчики III, IV і V значеннями виразів $x \times z$, $y \times z$ та $x \times z \oplus y \times z$ відповідно. Порівнявши стовпчики II і V, переконуємося, що вони однакові. Це і доводить закон дистрибутивності (табл. 2).

Таблиця 2

X	*Y*	*z*	I	II	III	IV	V
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	1	1	0

Як бачимо, всі докази прозоріші й простіші, ніж у звичайній для нас алгебрі, яка викладається у школі.

Вправа.

Доведіть властивості 1-11 методом заповнення таблиць значень.

В к а з і в к а. Заповнення таблиць значень булевих виразів належить до найпростіших умінь. Це абетка булевої алгебри.

Для знавців

Ізоморфізм алгебраїчних систем
$<B, \oplus, \times>$ I $<Z/2Z, +, \cdot>$.

З властивостей алгебраїчної операції «$\oplus$» (додавання по модулю два) випливає, що система $<B, \oplus>$ утворює двохелементну абелеву групу, а система $<B, \oplus, \times>$ – двохелементне поле.

Таку саму алгебраїчну систему ми одержимо, якщо виконаємо наступну побудову.

Розглянемо Z - множину цілих чисел. Розіб’ємо її на дві мимобіжні частини: 2Z – множина всіх парних цілих чисел і 2Z + 1 – множина, що містить усі непарні цілі числа. Першу підмножину 2Z позначимо через **0**, а другу – через **1**; множину, що поєднує ці частини в ціле у нову множину, записуватимемо у вигляді $Z_2 = \{0,1\}$.

Зрозуміло, що: 1) сума двох парних і двох непарних чисел – число парне; 2) сума двох чисел різних за парністю – число непарне; 3) добуток двох цілих чисел є непарним тоді і тільки тоді, коли обидва числа непарні; 4) добуток двох цілих чисел є парним, якщо один із множників – парне число.

Це дає змогу розглядати на двохелементній множині $Z_2 = \{0,1\}$ дві арифметичні операції: операцію додавання «+» і операцію множення «**•».**

Таблиця 3

Додавання і множення в Z_2

Операнд 1	0	0	1	1	0	0	1	1
Операція	+	+	+	+	×	×	×	×
Операнд 2	0	1	0	1	0	1	0	1
Результат	0	1	1	0	0	0	0	1

Таблиці значень цих двох операцій у $Z_2 = \{0,1\}$ повторюють відповідні таблиці значень операцій у булевій множині $B = \{0,1\}$. В математиці такі алгебраїчні системи вважають нерозрізненими.

Їх називають ізоморфними і позначають цей факт записом: $< Z_2, +, \cdot > \equiv <B, \oplus, \times>$. При цьому говорять, що поля $<Z_2, +, \cdot>$ і $<B, \oplus, \times>$ є різними реалізаціями (чи моделями) абстрактного *поля характеристики два*.

Отже, ми легко й просто «арифметизували» множину $B = \{0,1\}$, визначивши в ній дві алгебраїчні операції.

У багатьох читачів може виникнути бажання побудувати: а) алгебру поліномів, подібну до алгебри поліномів у ШКМ; б) геометрію на B^2, B^3, B^n.

І це можливо зробити простим перенесенням відомих фактів у нові умови. Щодо кінцевих геометрій, то вони не тільки побудовані, а й широко використовуються в теорії цифрового зв’язку.

Ми обмежимося побудовою геометрій на B^2 та B^3, а потім побудуємо алгебрі поліномів Жегалкіна.

Кінцева булева геометрія розмірності 2 і 3

Для побудови геометрій над полем $< B, \oplus, \times >$ характеристики два використаємо ідею Декарта з арифметизації площини та тривимірного простору – ідея методу координат.

Розглянемо декартів квадрат $B^2 = B \times B$, що складається з різноманітних пар (x, y) з булевими компонентами, тобто з компонентами x, y з B.

B^2 будемо називати булевою площиною, а пари (x,y)- її точками.

У площині B^2 - чотири точки.

Прямі в булевій площині задамо рівняннями виду $a \cdot x \oplus b \cdot y = c$, де a, b, c – деякі задані елементи з B – коефіцієнти рівняння прямої, а x, y – змінні.

Оскільки множина всіх прямих у B^2 задається за допомогою параметричного рівняння $a \cdot x \oplus b \cdot y = c$, то прямих у B^2 не більш ніж вісім.

Перелічимо всі прямі булевої площини B^2.

A	*b*	*c*	**Рівняння має вигляд і задає**
0	0	0	$0x \oplus 0y = 0$; всю площину B^2
0	0	1	$0x \oplus 0y = 1$; порожню підмножину
0	1	0	$0x \oplus 1y = 0$; пару точок (0, 0) і (1, 0)
0	1	1	$0x \oplus 1y = 1$; пару точок (0, 1) і (1, 1)
1	0	0	$1x \oplus 0y = 0$; пару точок (0, 0) і (0, 1)
1	0	1	$1x \oplus 0y = 1$; пару точок (1, 0) і (1, 1)
1	1	0	$1x \oplus 1y = 0$; пару точок (0, 0) і (1, 1)
1	1	1	$1x \oplus 1y = 1$; пару точок (0, 1) і (1, 0)

Аналогічно будується геометрія тривимірного простору над B.

Розглянемо декартів куб $B^3 = B \times B \times B$, що складається з рівно можливих булевих трійок (x, y, z) з булевими компонентами, тобто з компонентами x, y, z із B. B^3 будемо називати булевим *тривимірним простором*, а трійки (x, y, z) – його *точками.*

У просторі B^3 – вісім точок.

Вправа (для самостійного розв'язування)

У просторі B^3 над $(B, \oplus)$ знайти:

а) кількість усіх точок; б) число прямих; в) число всіх площин; г) число точок, що лежать на одній прямій; ґ) число прямих, що проходять через одну точку; д) число точок, що лежать в одній площині; е) число площин, що проходять через одну точку; є) число прямих, що лежать в одній площині; з) число площин, що проходять через одну пряму; ж) число прямих, які паралельні даній прямій; з) число площин, які паралельні даній площині; і) число прямих, які паралельні даній площині; к) число площин, які паралельні даній прямій; л) число прямих, мимобіжних з даною прямою.

Відповіді: а) 8; б) 28; в) 14; г) 2; ґ) 7; д) 4; е) 7; є) 6; ж) 3; з) 3; и) 1; і) 6; к) 5; л) 12.

В к а з і в к и. Застосувати векторно-координатний метод та розглянути параметричне рівняння прямої та площини у векторній формі.

Висновки

У даній статті розглянуто:

- обґрунтування необхідності змін при вивченні математики у ВНЗ;
- варіант узагальнюючого повторення ШКМ у рамках курсу «Математика-0» для студентів педагогічних ВНЗ.
- інтеграція деяких тематичних ліній математики, інформатики, фізики.

Реалізацію цих ідей продемонстровано на прикладі викладання теми «Двійкова булева алгебра».

Матеріали можуть використати:

– методисти як можливий варіант необхідних змін у змісті ШКМ;

– вчителі математики й інформатики як реальний досвід посилення прикладної спрямованості навчання в школі, зближення й інтеграції низки змістовних ліній курсів математики, інформатики, фізики;

– учні й учителі як додатковий матеріал для факультативних занять.

У майбутньому ми збираємося розвинути цю тему в напрямі «Алгебра Жегалкіна та її застосування в теорії зв’язку» (російський варіант статті має назву «Алгебра Жегалкина и помехоустойчивое кодирование»).

Використана література

1. Андреева Е., Босова Л., Фалина И. Математические основы информатики: Учеб. пособие. – М.: Бином, Лаб. знаний, 2005.
2. Андреева Е., Босова Л., Фалина И. Математические основы информатики. Метод. пособие. – М.: Бином, Лаб. знаний, 2007.
3. Гончаренко С.У., Хаїмзон І.І. Учням про цифрову електроніку. – К.: Рад. шк., 1991. – 173 с.
4. Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О. Конкретная математика. – М.: Мир, 1998. – 703 с.
5. Касаткин В.Н. Введение в кибернетику. – К.: Рад. шк., 1986.
6. Либер А.Е. Двоичная булева алгебра и ее приложения. – Саратов: Из-во СГУ, 1966. – 80 с.
7. Эйлер Л. Введение в исчисление бесконечно малых. – М.-Л.: ОНТИ, 1936. – 362 с.
8. Яглом И.М. Конечная алгебра, конечная геометрия и коды. – М.: Знание, 1980. – 64 с.
9. Intel. Навчання для майбутнього. – К.: Нора-прінт, 2005.