

**ДО ПИТАННЯ ПРО РОЗВИТОК МОБІЛЬНОГО МАТЕМАТИЧНОГО
СЕРЕДОВИЩА «ВИЩА МАТЕМАТИКА»
У НАВЧАННІ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ І МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ**

У статті розглядається можливість розвитку мобільного математичного середовища (ММС) «Вища математика» у навчанні теорії ймовірностей та математичної статистики, зокрема, наведено лекційні демонстрації до теми «Основні закони розподілу випадкових величин».

***Ключові слова:** системи комп'ютерної математики, мобільне математичне середовище, лекційні демонстрації.*

Постановка проблеми. Одним із перспективних напрямів підвищення якості математичної освіти, забезпечення навчальних закладів сучасними технічними засобами навчання, формування фахових компетентностей та професійної мобільності майбутніх фахівців є інформатизація фундаментальної підготовки шляхом включення до математичних дисциплін лабораторних практикумів з використання систем комп'ютерної математики та засобів візуалізації обчислень, розроблення науково-методичних комплексів, що включають всі типи освіти (активну, самостійну, дистанційну тощо) з кожного напрямку фундаментального циклу дисциплін. Розв'язанню проблеми сприяє всебічне впровадження інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) у методичні системи навчання дисциплін природничо-наукового циклу. Систематичне використання ІКТ надає можливість перенести акценти з простого сприйняття навчальних відомостей і засвоєння репродуктивних знань на активні методи навчання, в яких засоби ІКТ використовуються як для автоматизації обчислень, так й для реалізації дослідницьких підходів у навчанні.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дослідження В. Ю. Бикова, М. І. Жалдака, О. В. Капустіної, В. І. Клочка, Ю. Г. Лотюка, С. Ю. Попадзької, С. А. Ракова, Ю. С. Рамського, М. В. Рафальської, Ю. В. Триуса, С. В. Шокалюк показали, що одним з найбільш ефективних засобів ІКТ навчання дисциплін природничо-наукового циклу є системи комп'ютерної математики (СКМ), застосування яких у процесі навчання, зокрема вищої математики студентів економічних та технічних спеціальностей надає широкі можливості для проведення навчальних досліджень.

Можливість та доцільність використання ІКТ у навчанні теорії ймовірностей та математичної статистики обґрунтована в роботах М. І. Жалдака, Г. О. Михаліна [1], С. Л. Надточій [2], Г. В. Лиходєєвої [3], Л. В. Кравцової [4] та ін.

В роботах [5; 6] показано, що інноваційним педагогічним програмним засобом навчання математичних дисциплін є предметно-орієнтовані мобільні математичні середовища (ММС), що мають однакове обчислювальне ядро та варіативне інформаційне забезпечення. При створенні ММС «Вища математика» було доведено, що в якості обчислювального ядра доцільно використовувати СКМ [5]. Майже всі сучасні СКМ орієнтовані на роботу у мережі, що дозволяє забезпечити мобільний доступ до навчальних та обчислювальних ресурсів, програмну мобільність складових систем, організацію спільної роботи, створюючи передумови для об'єднання усіх суб'єктів процесу навчання у єдиному інформаційно-обчислюваному середовищі. Але не всі СКМ є вільнопоширювані та здатні інтегрувати в собі інші системи комп'ютерної математики. Тому в якості обчислювального ядра було обрано Web-СКМ Sage.

Метою статті є розгляд можливості розвитку ММС «Вища математика» у навчанні теорії ймовірностей та математичної статистики.

Виклад основного матеріалу. Провідним засобом наочності у ММС є лекційні демонстрації – комп'ютерні моделі з графічним інтерфейсом і напівавтоматичним режимом управління, що ілюструють теоретичні поняття, теореми, методи тощо. Розглянемо лекційні демонстрації до теми «Основні закони розподілу випадкових величин».

Так, для ілюстрації графіків щільностей і функцій розподілу рівномірно та показниково розподілених випадкових величин розроблено моделі (рис. 1), змінюючи початкові дані в яких, викладач досить швидко може навести необхідну кількість прикладів, що значно економить навчальний час.

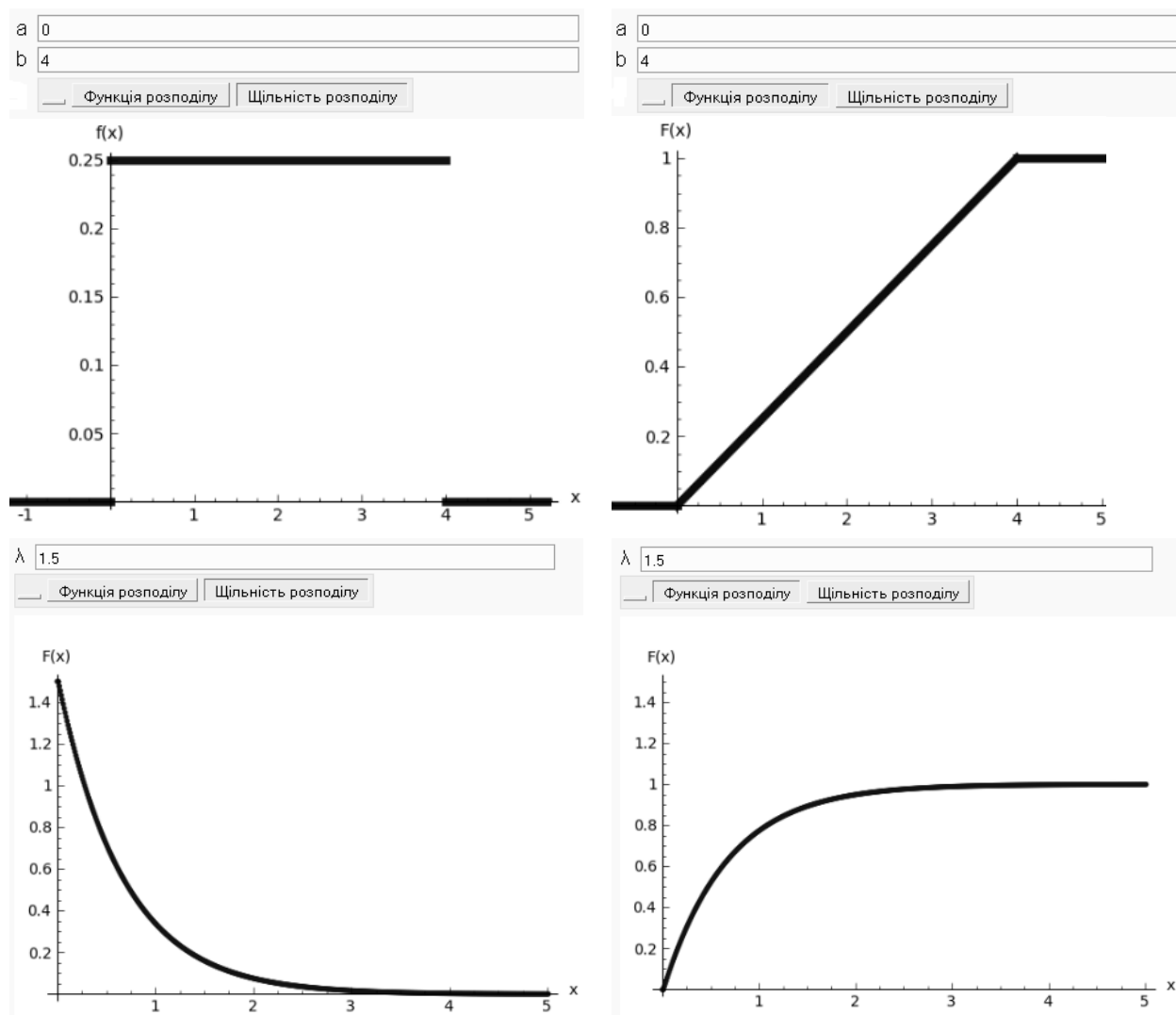


Рис. 1 Приклади рівномірного та показникового розподілів

Для демонстрації графіків щільності та функції розподілу нормально розподіленої випадкової величини доцільно використати модель, інтерфейс якої зображено на рис. 2. Розроблена модель залежить від двох параметрів (a, σ), змінюючи які у викладача з'являється можливість швидко і точно показати, як залежить форма і розташування нормальної кривої від значень параметрів. При цьому, студенти мають зробити наступні висновки:

– зміна величини параметра a за фіксованого значення параметра σ не змінює форми нормальної кривої, а призводить тільки до її переміщення вздовж осі Ox , а саме: якщо параметр a збільшується (зменшується), то нормальна крива зміщується вправо (вліво) уздовж осі Ox (рис. 2 a – b);

– за сталого значення параметра a із збільшенням параметра σ нормальна крива стискується до осі Ox (стає більш пологою), а зі зменшенням параметра σ нормальна крива розтягується у додатному напрямі осі Oy (стає більш «гостровершиною») (рис. 2 $в$ – $г$).

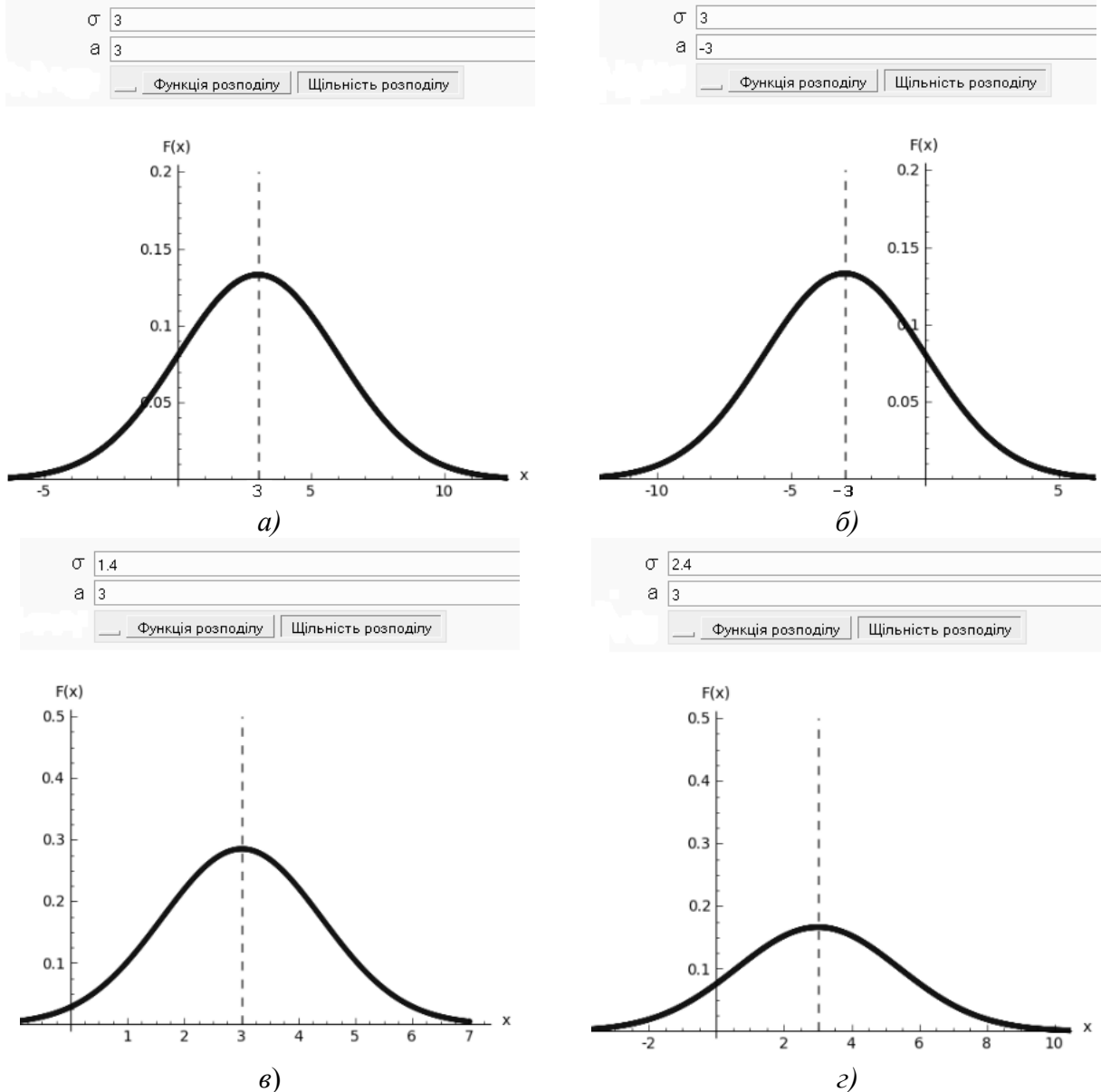


Рис. 2. Інтерфейс моделі «Нормальний закон розподілу ймовірностей»

Для ілюстрації правила «*трьох сигм*» студентам пропонується розглянути модель, що геометрично відображає його зміст. З попередньої лекції студентам відомо, що площа фігури, обмежена віссю Ox та графіком функції щільності розподілу випадкової величини, дорівнює одиниці, тобто $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$. За допомогою моделі (рис. 3 a – b), при однакових параметрах a і σ , обчислюємо площі криволінійних

трапецій над інтервалами $[a-\sigma; a+\sigma]$, $[a-2\sigma; a+2\sigma]$, $[a-3\sigma; a+3\sigma]$, що відповідно дорівнюють: 0,683, 0,954 та 0,997. Отже, площа криволінійної трапеції над останнім інтервалом є найбільш близькою до одиниці, тобто нормально розподілена випадкова величина потрапляє в «трисигмовий» проміжок $[a-3\sigma; a+3\sigma]$ з практичною достовірністю. Після цього формулюємо правило «*трьох сигм*»: якщо випадкова величина нормально розподілена, то практично вірогідно (тобто з ймовірністю $p = 0,997 \approx 1$), що абсолютна величина її відхилення від математичного сподівання не перевищує потроєного середнього квадратичного відхилення. Доцільно також обчислити площі криволінійних трапецій на вказаних інтервалах, змінивши значення параметрів a і σ та переконатися, що числові значення площ розглядуваних фігур залишаться незмінними.

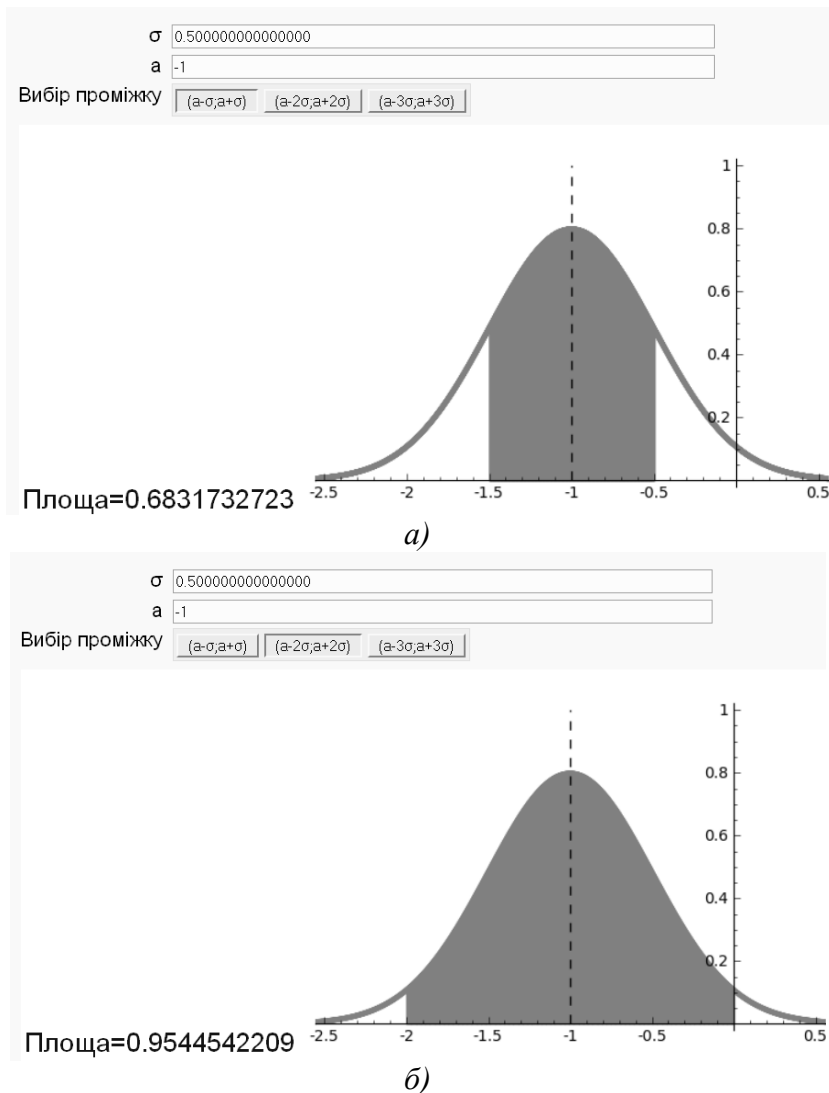


Рис. 3. Інтерфейс моделі «Правило трьох сигм»

Зазначимо, що використання наведених моделей у процесі навчання математичних дисциплін надає можливість обрати один із двох шляхів проведення занять. Перший із них полягає в тому, що отримані на занятті знання з теорії за допомогою створених моделей можуть бути використані для самоперевірки знань студентів при виконанні індивідуальних завдань; при підготовці до самостійної чи модульної роботи; а також для розв'язання професійних задач, що вимагають аналізу отриманого результату розподілу заданої функції. Також такі моделі можуть бути використані і викладачем у процесі перевірки правильності виконання самостійної

роботи студентів, що суттєво скорочує час перевірки і підвищує ефективність роботи викладача.

Другий шлях полягає в тому, що використання засобів ММС надає можливість добирати навчальний матеріал таким чином, щоб загальні методи і теорії «виростали» із частинних: спочатку конкретна, зрозуміла постановка задачі та евристичний пошук її розв'язку, а після цього – концептуалізація й загальні методи. Таким чином, використання на заняттях наведених моделей надає студентам можливість повніше усвідомити означення інтегральної та диференціальної функції, сформулювати їх властивості та визначити їх числові характеристики.

Розглянемо на прикладі другий шлях використання створених моделей. На занятті студентам пропонується самостійно сформулювати властивості диференціальної функції для розглянутих законів розподілу на прикладі заданих інтегральних функцій.

Нехай задано дві функції

$$\text{а) } F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x^2}{16}, & 0 < x \leq 4; \\ 1, & x > 4 \end{cases} \quad \text{б) } F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \sin(x), & 0 < x \leq \frac{\pi}{2}. \\ 1, & x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Знайти щільність ймовірності, математичне сподівання та дисперсію. Отриманий результат показано на рис. 4 (а, б).

Аналіз отриманих студентами результатів надав можливість зробити наступні висновки:

- щільність ймовірності є похідною інтегральної функції і є невід'ємною;
- інтегральна функція є обмеженою, неспадною функцією, що при $F(-\infty) = 0$, а при $F(+\infty) = 1$;
- дисперсія завжди додатна;
- математичне сподівання є близьким до числа C такого, що пряма $x = C$ розділяє фігуру, обмежену віссю Ox та диференціальною функцією розподілу на рівні площі. (результат отриманий студентами самостійно).

Надалі викладач за допомогою студентів дає означення інтегральної та диференціальної функції, наводить всі властивості, вводить числові характеристики випадкових величин та формулює їх властивості.

Організована таким чином робота сприяє формуванню знань, умінь та навичок студентів за одним із складних типів концепції поетапного формування розумових дій П. Я. Гальперіна, а саме за першим типом орієнтовної основи дій.

Отримані самостійно студентами знання є більш усвідомленими, індивідуалізованими за рахунок особистісного сприйняття задачі та такими, що не швидко забуваються.

Таким чином, використання засобів ММС на заняттях з теорії ймовірностей та математичної статистики робить процес навчання більш цікавим та насиченими, стимулює увагу студентів, сприяє підвищенню ефективності навчання та активізує їх навчальну діяльність.

Початок проміжка

Кінець проміжка

Функція

Тип функції Інтегральна Диференціальна

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{1}{16}x^2, & 0 \leq x < 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$

1). Диференціальна функція

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{8}x, & 0 \leq x < 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$

2). Математичне сподівання=2.667

3). Дисперсія=0.8889

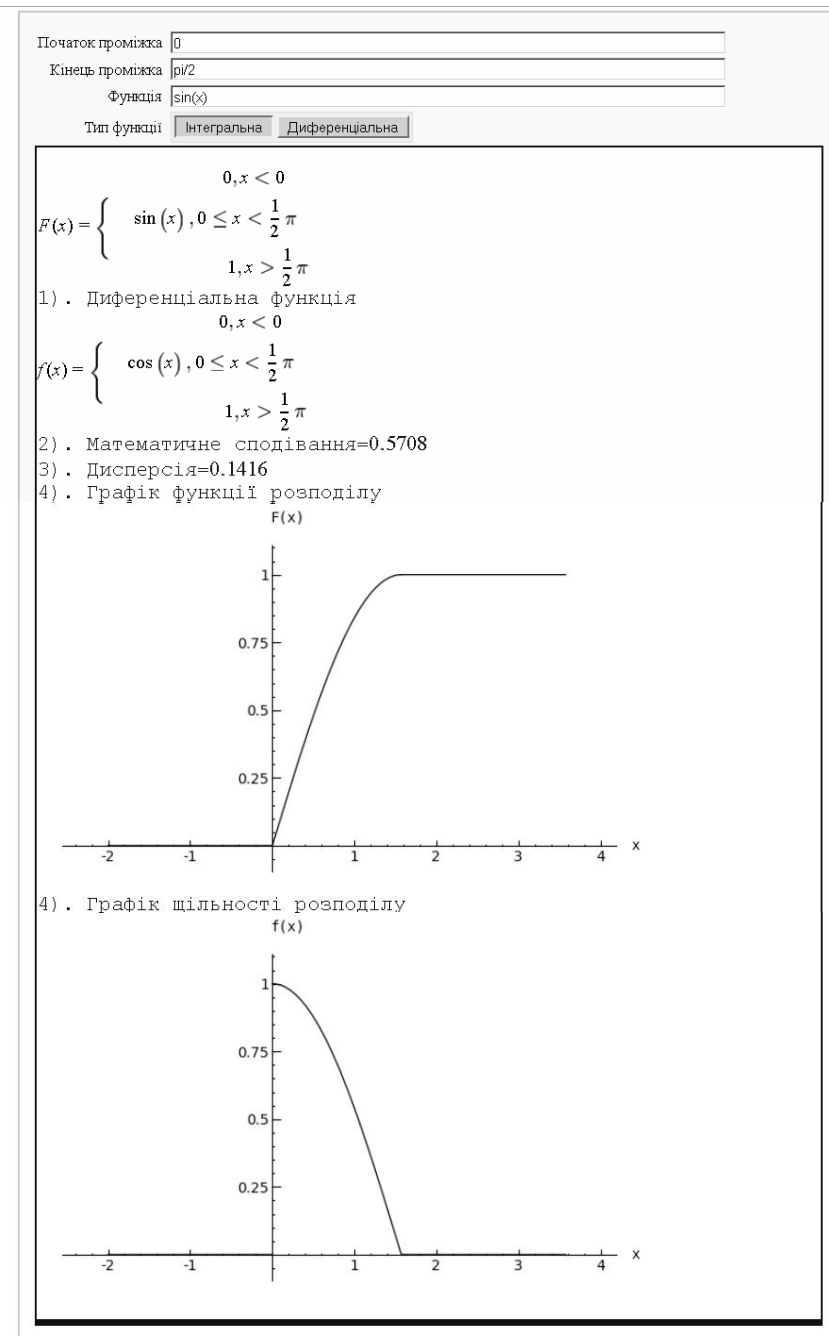
4). Графік функції розподілу

F(x)

4). Графік щільності розподілу

f(x)

a)



б)

Рис. 4. Вікно повного розв'язку задачі

Висновки. Таким чином, використання запропонованих лекційних демонстрацій на заняттях з теорії ймовірностей та математичної статистики реалізує один із головних принципів дидактики – принцип наочності. Це робить процес навчання більш цікавим та насиченими, сприяє більшому усвідомленню навчального матеріалу, підвищенню пізнавального інтересу та активізації мислення тощо.

Список використаної література

1. Жалдак М. І. Елементи стохастичності з комп'ютерною підтримкою : посібник для вчителів / М. І. Жалдак, Г. О. Михалін. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2002. – 108 с.
2. Надточій С. Л. Використання педагогічних програмних засобів у навчанні студентів теорії ймовірностей і математичної статистики / С. Л. Надточій // Науковий часопис НПУ імені

М. П. Драгоманова. Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наукових праць / Редада. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2008. – №6 (13). – С. 116–126.

3. Лиходєєва Г. В. Дослідницький підхід у навчанні учнів елементів стохастичності з використанням інформаційних технологій / Г. В. Лиходєєва // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наукових праць / Редада. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2008. – №6 (13). – С. 105–111.

4. Кравцова Л. В. Можливості табличного процесора Microsoft Excel для розв'язування задач теорії ймовірностей і математичної статистики / Л. В. Кравцова, С. М. Масляничук // Комп'ютер у школі та сім'ї. – 2003. – №5 – С. 35–38.

5. Семеріков С. О. Теорія та методика застосування мобільних математичних середовищ у процесі навчання вищої математики студентів економічних спеціальностей [Електронний ресурс] / Семеріков Сергій Олександрович, Словак Катерина Іванівна // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2011. – №1(21). – Режим доступу до журналу : <http://journal.iitta.gov.ua>

6. Словак К. І. Мобільне математичне середовище як новий засіб підвищення ефективності навчальної діяльності студентів з вищої математики / К. І. Словак // Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики, фізики, інформатики у середніх та вищих навчальних закладах : зб. наук. праць. – Кривий Ріг : Криворізький державний педагогічний ун-т, 2011. – С. 73–76.

*Одержано редакцією 18.08.2012 р.
Прийнято до публікації 26.08.2012 р.*

Аннотация. Рашевская Н. В., Словак Е. И., Хараджян Н. А. К вопросу о развитии мобильной математической среды «Высшая математика» при обучении теории вероятности и математической статистики. В статье рассматриваются возможности развития ММС «Высшая математика» при обучении теории вероятности и математической статистики, в частности, приводятся лекционные демонстрации по теме «Основные законы распределения случайных величин».

Ключевые слова: системы компьютерной математики, мобильная математическая среда, лекционные демонстрации.

Summary. Rashevskaya N., Slovak K., Kharadzjan N. The development of mobile mathematical environment «Higher Mathematics» in teaching the theory of probability and mathematical statistics. The article devoted development opportunities MME «Higher Mathematics» in teaching the theory of probability and mathematical statistics, in particular, presented lecture demonstrations on «Basic laws of distribution of random variables».

Keywords: systems of computer mathematics, mathematical mobile environment, lecture demonstrations.