УДК 372.851 К. І. Словак, О. П. Ліннік

ПРОФЕСІЙНА СПРЯМОВАНІСТЬ НАВЧАННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТІВ ЕКОНОМІЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ ВНЗ

У статті розглянуто можливі шляхи реалізації професійної спрямованості навчання вищої математики.

Ключові слова: професійна спрямованість, математичне моделювання.

Одним із можливих шляхів поліпшення якості математичної підготовки є посилення ролі принципу професійної спрямованості.

У країнах СНД та Україні зокрема, вища школа в основному є професійною, тому вимога щодо професійної спрямованості навчання є однією з головних для будь-якого вищого навчального закладу, в тому числі й економічного.

На думку Т. В. Крилової [3], поряд із диференціацією, індивідуалізацією навчання та активізацією навчально-пізнавальної діяльності студентів, професійна спрямованість навчання математики є одним із практичних шляхів реалізації нової парадигми освіти, націленої на розвиток інтелектуальних і творчих здібностей студентської молоді.

Професійна спрямованість навчання математичних дисциплін у підготовці майбутніх економістів сприяє вдосконаленню процесу формування комплексних знань, умінь і навичок, усуває наявні в багатопредметній системі викладання суперечності між розрізненими знаннями з окремих предметів та необхідністю синтезу цих знань, їх комплексного застосування на практиці [8].

Уперше принцип професійної спрямованості навчання у вищій школі був сформульований Р. А. Нізамовим, який розглядав професійну спрямованість навчально-виховного процесу у ВНЗ як специфічний принцип дидактики вищої школи.

У подальшому принцип професійної спрямованості навчання розглядався в роботах В. І. Загвязинського, О. Б. Каганова, В. А. Молостова, А. Я. Кудрявцева та ін.

Проблема професійної спрямованості навчання та виховання студентів складна за своєю структурою та змістом. Вона включає в себе як формування соціальної та психологічної спрямованості майбутніх фахівців, так і міжпредметні зв’язки в організації та змісті навчання у ВНЗ [7].

Метою статті є висвітлення можливих шляхів реалізації професійної спрямованості навчання вищої математики в економічному ВНЗ.

Питання професійної спрямованості навчання широко розглядається в сучасній науково-методичній та психолого-педагогічній літературі. Існує два основні напрями щодо трактування принципу професійної спрямованості.

Згідно з *першим напрямом* (В. Д. Шадріков, О. Б. Каганов, І. М. Альошина, Н. В. Кузьміна, Л. П. Гусак, О. В. Бочкарьова та ін.), професійну спрямованість розглядають як систему потреб, мотивів, інтересів та нахилів, що виражають позитивне ставлення особистості до майбутньої професії.

Реалізація принципу професійної спрямованості в даному контексті полягає в цілеспрямованому розвитку в студентів інтересу до дисципліни, що вивчається, активному виконанню різноманітних навчальних завдань, а потім – до вироблення потреби застосовувати отримані знання і навички в практичних ситуаціях.

Другий напрям у трактуванні професійної спрямованості полягає в тому, що розглядається проблема добору змісту освіти на основі міжпредметних зв’язків загальнонаукових, загальнопрофесійних та спеціальних дисциплін (А. Я. Кудрявцев, А. Ф. Салімова, Н. М. Самарук, О. А. Фатєєва та ін.).

Таким чином, розглядаючи проблеми професійної підготовки, слід розглядати два аспекти професійного спрямування навчання – професійну спрямованість особистості майбутнього фахівця та міжпредметні зв'язки спеціальних і фундаментальних дисциплін у вищій школі.

Із цієї позиції достатньо повним є означення, запропоноване М. І. Махмутовим, який розглядає принцип професійної спрямованості як своєрідне використання педагогічних засобів, при якому забезпечується засвоєння передбачених програмами знань, умінь та навичок і водночас успішно формується інтерес до даної професії, ціннісне ставлення до неї, професійні якості особистості [5].

Таке трактування принципу професійної спрямованості передбачає розв'язання суперечності між розвитком особистості, з одного боку, та професіоналізацією діяльності – з іншого, теоретичним характером предметів, що вивчаються у ВНЗ, та практичними уміннями застосовувати набуті теоретичні знання в професійній діяльності.

Разом із поняттям професійної спрямованості у науковій літературі часто використовується термін «прикладна спрямованість» навчання.

Питання про необхідність здійснення прикладної спрямованості навчання було актуальним для педагогів на всіх етапах розвитку освіти. Наприклад, видатний вчений XIX–XX ст. П. Ф. Лесгафт вважав, що теорія тільки тоді має значення, коли вона виправдовується на практиці, коли вона повною мірою узгоджується з практикою та слугує дороговказом для практики [4].

Процес, пов'язаний із зародження прикладної спрямованості у викладанні математики, розпочався у 20-х роках минулого століття разом із ідеєю політехнізації навчання. Це було пов'язано з широкою математизацією більшості сучасних наук та привело в рух процеси, пов'язані з упровадженням у шкільну математику задач не тільки виробничого змісту, а й задач з економіки, соціології та інших сфер людської діяльності.

Відповідно до п. 2.4 «Плану дій щодо поліпшення якості фізико-математичної освіти» (наказ МОН України №1226 від 30.12.2008), проблема прикладної спрямованості навчання актуальна і нині.

Уперше означення поняття «прикладна спрямованість» навчання математики було запропоновано радянським педагогом-математиком В. В. Фірсовим [11; 12], який вбачав сутність цього поняття у здійсненні цілеспрямованого змістового та методологічного зв'язку математики з практикою шляхом уведення до шкільної математики специфічних моментів, характерних для дослідження прикладних проблем математичними методами.

Уточнюючи думку М. О. Тєрьошина [9], під прикладною спрямованістю курсу вищої математики розумітимемо орієнтацію змісту і методів навчання на застосування математики для розв'язування задач, що виникають у процесі професійної діяльності.

У більшості досліджень не прослідковується чіткої межі між поняттями «прикладна спрямованість» та «професійна спрямованість» навчання. Як правило, вживаючи термін «прикладна спрямованість» навчання, мають на увазі і професійну спрямованість. Так, Г. І. Худякова зазначає: «професійна спрямованість навчання включає в себе прикладну спрямованість навчання і являє собою одну із форм прояву міжпредметних зв'язків» [13].

У своїй дисертаційній роботі О. В. Алєксандрова [1] дає наступне означення: «професійна спрямованість – це вид навчальної діяльності, що включає в себе прикладну спрямованість навчання, в результаті якої формується всебічно розвинена особистість випускника-спеціаліста, готового до розв'язання професійних задач в динамічних умовах сучасного суспільства». Таким чином, обсяг поняття «прикладна спрямованість» менший за обсяг поняття «професійна спрямованість». Для ілюстрації наведеного означення дослідниця пропонує використати діаграми Венна (рис. 1).

Рис. 1. Зв'язок професійної та прикладної спрямованості навчання.

Отже, *під професійною спрямованістю навчання математики в економічному ВНЗ* будемо розуміти таке навчання, при якому забезпечується:

– орієнтація змісту навчання не тільки на вивчення фундаментальних понять, а й на реалізацію взаємозв'язків математики зі спеціальними дисциплінами на різних рівнях;

– добір методів, засобів та форм організації навчально-пізнавальної діяльності студентів, систематичне застосування яких сприяє формуванню у студентів фахових компетентностей (набуття знань, умінь та навичок, розвиток інтересу до професії та ціннісне ставлення до неї, формування професійних якостей особистості тощо).

Ефективним засобом реалізації професійної спрямованості, на думку Т. В. Крилової [2], є навчання студентів початків математичного моделювання.

Моделювання є невід'ємною складовою діяльності майбутнього фахівця з економіки і виступає основою його математичних знань. Тому формування компетентності в математичному моделюванні є основним завданням викладача математики на економічних факультетах.

Виділяють три основні етапи в процесі математичного моделювання:

– формалізація, тобто безпосередньо побудова математичної моделі, переклад певної задачі мовою математичних символів та операцій;

– розв'язання отриманої математичної моделі, що здійснюється на основі теоретичних знань і виконанні математичних перетворень;

– інтерпретація отриманого математичного розв'язку, тобто аналіз отриманих розв'язків з позиції заданої задачі. Цей етап може містити в собі верифікацію – контроль правильності моделі на основі порівняння результату з іншими відомими фактами [6].

Таким чином, моделювання – це побудова моделі, що відтворює особливості структури, поведінки, властивостей оригіналу, та її подальше експериментальне або теоретичне дослідження.

Під час математичного моделювання абстрагуються від якісної різнорідності моделі та реального об'єкта. Це узагальнення набуває характеру математичної подібності, яке породжується тотожністю математичної форми законів природи, тобто економічні (фізичні, біологічні, хімічні та ін.) закони є різними, а математична форма їх запису – одна й та сама. Наприклад, діючі в економіці закони спадної граничної корисності, спадної граничної схильності до споживання, спадної продуктивності факторів виробництва є за своєю економічною природою різними, проте їх можна описати однією і тією ж математичною моделлю, яка характеризує тенденцію зростання зі спадною швидкістю. Таким чином, вивчення великої кількості різноманітних за своєю природою процесів (явищ) можна замінити вивченням обмеженої кількості математичних моделей.

Більшість теоретичних понять курсу вищої математики є елементарними математичними моделями, які мають певну економічну суть. *Економічна інтерпретація основних математичних понять*, теорем, означень, яку доцільно проводити на лекційних заняттях, є одним із важливих засобів реалізації професійної спрямованості навчання математики.

Розглянемо економічну інтерпретацію основних понять математичного аналізу.

Прикладом *лінійної функції* в економіці є залежність суми витрат виробництва від обсягу випуску продукції. При заданому технічному рівні виробництва на виробництво одиниці продукції потрібна певна кількість сировини, праці, електроенергії, транспортних витрат тощо. Позначимо через a_1 суму всіх таких витрат, тоді при випуску продукції x витрати складатимуть $a_1 \cdot x$. Проте існують витрати, які не залежать від обсягу x продукції, що випускається, наприклад, витрати, пов'язані з амортизацією будівель, заробітною платою службовців, опаленням та освітленням цехів та ін. Позначимо через a_n суму всіх таких витрат, тоді загальна сума витрат y при обсязі продукції x, що випускається, складатиме $y = a_1 \cdot x + a_n$.

Прикладом *дробово-раціональної функції* в економіці є залежність собівартості y (тобто величини витрат на одиницю продукції) від обсягу x цієї продукції: $y = a_1 + \dfrac{a_0}{x}$.

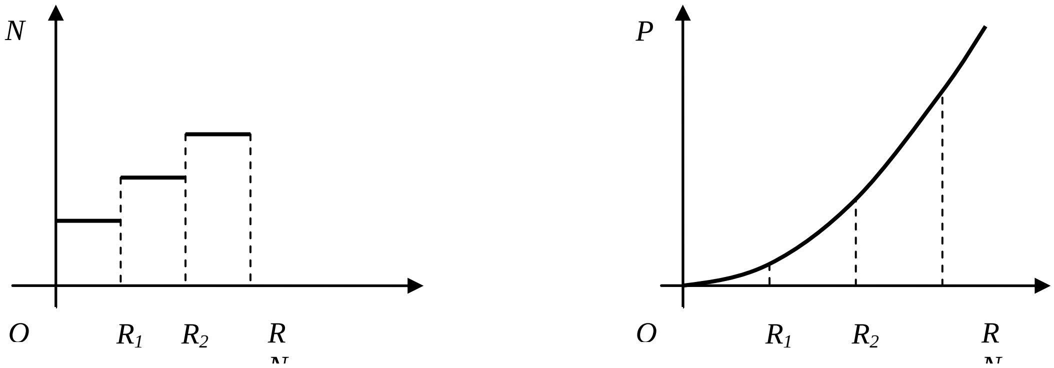
Іншим прикладом дробово-раціональної функції є залежність рівня добробуту y від числа утриманців x (в середньому на одного працюючого): $y = \dfrac{A}{1+x} + B$, де A – середня заробітна плата, B – середня величина виплат із суспільних фондів (соціальні виплати, безкоштовна медична допомога, безоплатне навчання та ін.).

Показникова функція в економіці використовується там, де величини при збереженні деяких умов за рівні проміжки часу змінюються в рівних відношеннях. До такої зміни величини зазвичай приводить те, що досягнутий рівень сам стає базою для подальшого росту. Найпростішим прикладом цього є збільшення капіталу, залученого до обігу, до якого через рівні проміжки часу (наприклад, наприкінці кожного року) додається прибуток. Якщо p – норма прибутку, а y_n – початкова величина капіталу, то через рік величина капіталу складатиме $y_n(1+p)$, через x років – $y_n(1+p)^x$ або $y_n \cdot a^x, \quad a = 1+p$.

Для ілюстрації економічної інтерпретації *неперервності функції* доцільно розглянути графік податкової ставки N, який має вигляд, як на рис. 2 *а*. На кінцях проміжків функція розривна й має розрив першого роду. Але сам розмір прибуткового податку P є неперервною функцією річного доходу R (рис. 2 *б*). Отже, якщо річні доходи двох осіб не дуже відрізняються, то треба, щоб різниця за прибутковим податком, який вони мають оплатити, також не була дуже великою.

Якщо ж результат не неперервно залежить від початкових даних чи параметрів, що характеризують економічну задачу, то таку задачу вважають некоректною.

Інші приклади ілюстрації неперервності функцій за своїм економічним змістом є функції попиту та пропозиції, які неперервно залежать від ціни. За малих коливань цін попит та пропозиція також змінюються неперервно. Більш глибший аналіз дозволяє часто виявляти психологічні причини, за якими попит, наприклад, може змінитися стрибкоподібно. Так буває в разі «пробиття» «круглої» ціни. Ціна підвищується, але люди «терплять», і попит зменшується неістотно. І ось ціна завмерла біля «круглої» цифри. Коли ціна перевищує «круглу цифру», може відбутися різке стрибкоподібне зменшення попиту. Це добре знають фахівці, які працюють на валютних та інших фінансових ринках.



а) *б)*

Рис. 2. Графіки функцій податкової ставки та розміру прибуткового податку.

В економічних дослідженнях доволі часто зустрічаються функції, які не є неперервними. Візьмемо величину потужності чорної металургії з виробництва чавуна як функцію, залежну від часу. Легко бачити, що зміна цієї потужності відбувається в момент уведення в експлуатацію кожної нової печі (або відключення старої). В такі моменти функція має розрив, в інші проміжки часу функція лишається сталою.

До появи *числа* e приводить розв'язання багатьох прикладних задач статистики, фізики, біології та ін., аналіз таких процесів, як зміна народонаселення, розпад радія, розмноження бактерій тощо. Для майбутніх фахівців з економіки появу числа e доцільно проілюструвати, розглядаючи задачу про неперервне нарахування відсотків. При цьому слід зазначити, що в практичних фінансово-кредитних операціях неперервне нарахування відсотків застосовується рідко, проте воно є ефективним у разі аналізу фінансових проблем, зокрема обґрунтування й вибору інвестиційних рішень.

При вивченні теми «*Похідна»*, поряд із геометричним та механічним трактуванням похідної, студентам варто також навести низку економічних прикладів, що приводять до цього поняття. В економіці зазвичай користуються середніми величинами: середня продуктивність праці, середній дохід, середній прибуток тощо. Проте часто потрібно знайти, на яку величину виросте результат, якщо буде збільшено витрати або, навпаки, на скільки зменшиться результат, якщо витрати зменшаться. Середні величини відповіді на ці запитання не дадуть. У подібних задачах потрібно визначити границю відношення приросту ефекту до приросту затрат при прямуванні останнього до нуля, тобто перейти до похідної.

Так, для більш глибокого усвідомлення *економічного змісту похідної* студентам пропонується розглянути задачі про продуктивність праці та витрати виробництва.

Нехай деяка функція $U = U(t)$ виражає обсяг виробленої продукції U за час t. Потрібно знайти продуктивність праці в момент t_0.

За період часу від t_0 до $t_0 + \Delta t$ обсяг виробленої продукції зміниться від $U_0 = U(t_0)$ до $U_0 + \Delta U = U(t_0 + \Delta t)$, середня продуктивність праці за цей період часу

$Z_{ср} = \frac{\Delta U}{\Delta t}$. *Продуктивність праці в момент часу* t_0 можна визначити як граничне значення середньої продуктивності за період часу від t_0 до $t_0 + \Delta t$, коли $\Delta t \to 0$, тобто $Z = \lim\limits_{\Delta t \to 0} Z_{ср} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta U}{\Delta t}$.

Отже, похідна обсягу виробленої продукції за часом $U'(t_0)$ є продуктивністю праці у момент часу t_0.

Існує ще одне поняття, яке ілюструє економічний зміст похідної. Витрати виробництва y будемо вважати функцією кількості продукції x, що виробляється. Нехай Δx – приріст продукції, тоді Δy – приріст витрат виробництва та $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ – середній приріст витрат виробництва на одиницю продукції.

Похідна $f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ виражає *граничні витрати* виробництва та характеризує наближені додаткові витрати на виробництво одиниці додаткової продукції.

Граничні витрати залежать від рівня виробництва (кількості продукції, яка виробляється) x та визначаються не постійними виробничими витратами, а тільки тими, що змінюються (сировина, паливо та ін.). Аналогічно можуть бути визначені гранична виручка, граничний прибуток, граничний продукт, гранична корисність тощо.

Граничні величини характеризують не стан (як сумарну або середню величину), а процес зміни економічного об’єкта.

Таким чином, маємо *економічний зміст похідної*: похідна характеризує швидкість зміни деякого економічного об’єкта чи процесу відносно часу або іншого досліджуваного фактора.

Приклад 1. Нехай відомо, що залежність між витратами виробництва y та обсягом випуску продукції x виражається функцією $y = 21x - 0{,}01x^3$ (ум. гр. од.). Визначити середні та граничні витрати за умови, що обсяг випуску продукції 10 одиниць.

Функція середніх витрат (на одиницю продукції) виражається співвідношенням $y^* = \frac{y}{x} = 21 - 0{,}01x^2$, якщо $x = 10$, середні витрати на одиницю продукції дорівнюють $y^*(10) = 21 - 0{,}01 \cdot 10^2 = 20$ (ум. гр. од.). Функція граничних витрат виражається похідною $y' = 21 - 0{,}03x^2$, при $x = 10$ граничні витрати становлять $y'(10) = 21 - 0{,}03 \cdot 10^2 = 18$ (ум. гр. од.).

Отже, якщо середні витрати на виробництво одиниці продукції становлять 20 ум. гр. од., то граничні витрати, тобто додаткові витрати на виробництво додаткової одиниці продукції при даному рівні виробництва (обсяг випуску продукції 10 одиниць), становлять 18 ум. гр. од.

Легко бачити, що на відміну від геометричної та механічної інтерпретації похідної, у сфері економіки має місце багатозначність трактування цього поняття. Зрозуміло, що в процесі навчання математики неможливо розглянути всі економічні ситуації та процеси, що мають різне за змістом економічне трактування поняття похідної. Важливим є те, що студент повинен чітко розуміти наступний факт: якщо певна функція описує деякий економічний процес, то її похідна характеризує граничну ефективність цього процесу.

В економіці часто використовують тісно пов’язане з поняттям похідної поняття *еластичності функції*. За допомогою похідної обчислюють приріст залежної змінної, що відповідає приросту незалежної змінної. При описі динаміки економічних процесів зручніше користуватися не абсолютним приростом аргументу і функції, а їх відносними приростами, що є безрозмірними величинами, вираженими у відсотках. В багатьох задачах економіки доцільніше обчислювати процент приросту залежної змінної, що відповідає 1 % приросту незалежної змінної.

Відношення відносного приросту функції $\frac{\Delta y}{y}$ до відносного приросту незалежної змінної $\frac{\Delta x}{x}$ показує, в скільки разів відносний приріст функції більше за відносний приріст аргументу. Це відношення записується у вигляді $\frac{x}{y}\cdot\frac{\Delta y}{\Delta x}$.

Якщо існує похідна функції $y=f(x)$, то існує границя: $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{x}{y}\cdot\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{x}{y}\cdot f(x)'$.

Цю границю називають *еластичністю функції* $y=f(x)$ і позначають $E_x(y)$.

Еластичність функції наближено показує, на скільки відсотків зміниться функція $y=f(x)$ при зміні незалежної змінної на 1%.

Еластичність застосовується для аналізу попиту та пропозиції. Наприклад, еластичність попиту y відносно ціни x (доходу x) – коефіцієнт, який визначається за формулою $E_x(y)=\frac{x}{y}\cdot y'$ та наближено показує, на скільки відсотків зміниться попит (обсяг споживання) при зміні ціни (доходу) на 1%. Якщо еластичність попиту (за абсолютною величиною) $|E_x(y)|>1$, то попит вважають еластичним, якщо $|E_x(y)|=1$ – нейтральним, $|E_x(y)|<1$ – нееластичним відносно ціни (доходу).

Приклад 2. Залежність між собівартістю одиниці продукції деякого підприємства y (тис. гр. од.) та випуском продукції x (млрд. гр. од.) виражається за допомогою функції $y=-0{,}55x+110$. Знайти еластичність собівартості випуску продукції, який дорівнює 70 млрд. гр. од.

За формулою $E_x(y)=\frac{x}{y}\cdot y'$, еластичність собівартості, враховуючи, що $y'=-0{,}55$ становитиме: $E_x(y)=\frac{-0{,}55x}{-0{,}55x+110}=\frac{x}{x-200}$.

При $x=70$ отримаємо $E_{70}(y)=\frac{70}{70-200}=-0{,}5$, тобто за умов випуску продукції, який дорівнює 70 млрд. ум. гр. од., його збільшення на 1% приведе до зниження собівартості на $0{,}5\%$.

Для з'ясування *економічного змісту визначеного інтеграла* можна розглянути задачу про обсяг продукції.

Приклад 3. Нехай деяке підприємство (фірма) виробляє продукцію з інтенсивністю (продуктивністю праці) $f=f(t)$. Знайдемо обсяг продукції q, виробленої за інтервал часу $[0;\,T]$.

Легко бачити, що якщо інтенсивність виробництва продукції не змінюється ($f=f(t)=\text{const}$), то обсяг продукції q, виробленої за інтервал часу $[0;\,T]$, обчислюється за формулою $q=f\cdot T$.

У загальному випадку справедливе наближене значення обсягу продукції

$q \approx \sum_{k=1}^{n} f(c_k)\Delta t_k$. Тут $\Delta t_k = t_k - t_{k-1}$ – довжини окремих відрізків подрібнення інтервалу $[0;\, T]$. Якщо $\lambda = \max_{1 \le k \le n} \Delta t_k \to 0$, то кожен із доданків суми стає дедалі точнішим, тому шуканий обсяг продукції (за умовою, він існує) обчислюється за формулою: $q = \lim_{\lambda \to 0} \sum_{k=1}^{n} f(c_k)\Delta t_k = \int_0^T f(t)dt.$

Отже, економічний зміст визначеного інтеграла такий: він чисельно дорівнює обсягу виробленої продукції підприємством (фірмою) з інтенсивністю (продуктивністю праці) $f = f(t)$ за інтервал $[0;\, T]$.

У процесі навчання вищої математики можна навести й інші приклади економічної інтерпретації визначеного інтеграла. Наприклад, доцільно розглянути наступні прикладні задачі на обчислення продуктивності праці, додаткових витрат, додаткового капіталу, прибутку від відсотків вкладу, дисконтованого доходу, коефіцієнта нерівномірного розподілу доходів тощо.

Для економічної інтерпретації *теореми про середнє* доцільно розглянути функцію $y = f(x)$, яка визначає витрати виробництва, що змінюються, де x – обсяг виробленої продукції. Тоді середні витрати виробництва p при обсязі виробництва від x_1 до x_2 становитимуть $p = \dfrac{\int_{x_1}^{x_2} f(x)dx}{x_2 - x_1}$.

Крім ознайомлення студентів з економічною інтерпретацією теоретичних понять курсу вищої математики (як елементарних економічних моделей), на практичних заняттях доцільно розглянути *прикладні задачі (задачі з економічним змістом),* розв’язування яких містить всі етапи математичного моделювання та потребує глибоких знань не тільки математики, а й спеціальних дисциплін.

У шкільному курсі математики приділено достатньо уваги методиці розв’язування прикладних задач. Переважна ж більшість задач та вправ у посібниках з вищої математики для студентів економічних спеціальностей має абстрактний характер, тобто складені без урахування можливості їх змістової інтерпретації в рамках економічної теорії та інших економічних дисциплін.

Наведемо приклади задач з економічним змістом, які можна запропонувати розв’язати студентам під час вивчення модуля «Елементи лінійної алгебри».

Приклад 4. Швейне підприємство виготовляє зимові, демісезонні пальта та плащі. Плановий випуск за декаду для зимових пальт складає 20 одиниць, для демісезонних – 25, для плащів – 33. Використовуються тканини 4-х типів: драп, кашемір, спандекс, поліестр, норму витрат яких (в метрах) на кожен виріб задано таблицею 1. Вартість метру тканини кожного типу становить 40, 35, 24, 16 гр. од. відповідно. Вартість транспортування кожного виду тканини дорівнює 5, 3, 2, 2 гр. од. відповідно.

Таблиця 1

Виріб	Витрати тканини			
	драп	кашемір	спандекс	поліестр
Зимове пальто	5	1	0	3
Демісезонне пальто	3	2	0	2
Плащ	0	0	4	3

Потрібно знайти:

1) скільки метрів тканини кожного типу потрібно для виконання плану;

2) знайти вартість тканини, що витрачається на виготовлення виробу кожного виду;

3) визначити вартість усієї тканини, що необхідна для виконання плану;

4) підрахувати вартість усієї тканини з урахуванням транспортних витрат.

Розв'язання. Аналізуючи умову задачі, студенти приходять до висновку, що дані, наведені в задачі, доцільно записати у вигляді таблиць, тобто у вигляді матриць. Плановий випуск зимових, демісезонних пальт та плащів за декаду позначимо через матрицю-рядок X = (20 25 33). Норму витрат тканини на кожен виріб, що задано таблицею, позначимо через матрицю A, елементи рядків якої відповідають виду виробу, а елементи стовпчиків – типу тканини:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Тоді вартість метру тканини кожного типу позначимо через матрицю-рядок C:

$$C = (40\ 35\ 24\ 16),$$

а вартість транспортування кожного виду тканини – через матрицю-рядок P:

$$P = (5\ 3\ 2\ 2).$$

Таким чином, виходячи із поставлених завдань, розв'язання вказаної задачі зводиться до виконання операцій над матрицями.

1. Для знаходження кількості метрів тканини, необхідної для виконання плану, потрібно матрицю X помножити на матрицю A:

$$M = X \cdot A = \begin{pmatrix} 20 & 25 & 33 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 20\cdot 5 + 25\cdot 3 + 33\cdot 0 & 20\cdot 1 + 25\cdot 2 + 33\cdot 0 & 20\cdot 0 + 25\cdot 0 + 33\cdot 4 & 20\cdot 0 + 25\cdot 0 + 33\cdot 3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 175 & 70 & 132 & 209 \end{pmatrix}.$$

Отримана матриця-рядок показує, що для виконання плану потрібно взяти 175 метрів драпу, 70 метрів кашеміру, 132 метри спандексу та 209 метрів поліестру.

2. Вартість тканини, що витрачається на виготовлення виробу кожного виду, знайдемо, перемноживши матрицю A на транспоновану матрицю-рядок C:

$$K = A \cdot C^T = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 40 \\ 35 \\ 24 \\ 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5\cdot 40 + 1\cdot 35 + 0\cdot 24 + 3\cdot 16 \\ 3\cdot 40 + 2\cdot 35 + 0\cdot 24 + 2\cdot 16 \\ 0\cdot 40 + 0\cdot 35 + 4\cdot 24 + 3\cdot 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 283 \\ 222 \\ 144 \end{pmatrix}.$$

Матриця K визначає вартість тканини для виготовлення кожного виду виробу: для зимового пальто вартість тканини складатиме 283 (гр. од.), для демісезонного – 222 (гр. од.), для плаща – 144 (гр. од.) тощо.

3. Вартість усієї тканини, що необхідна для виконання плану, визначається із добутку матриць X та K:

$$X \cdot K = \begin{pmatrix} 20 & 25 & 33 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 283 \\ 222 \\ 144 \end{pmatrix} = 20\cdot 283 + 25\cdot 22 + 33\cdot 144 = 15962 \text{ (гр. од.)}.$$

4. З урахуванням транспортних витрат вся сума буде дорівнювати вартості тканини, тобто 10962 гр. од., плюс величина, що визначає суму витрат транспортування усіх типів тканин, необхідних для виконання плану:

$$M \cdot P^T = \begin{pmatrix}175 & 70 & 132 & 209\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}5\\3\\2\\2\end{pmatrix} = 175\cdot 5 + 70\cdot 3 + 132\cdot 2 + 209\cdot 2 = 1767 \text{ (гр. од.)}.$$

Отже, $X \cdot K + M \cdot P^T = 15962 + 1767 = 17729$ (гр. од.).

Приклад 5. Три судна доставили в порт 6000 т чавуну, 4000 т залізної руди та 3000 т апатитів. Розвантаження можна здійснювати як безпосередньо у залізничні вагони для подальшої доставки споживачам, так і в портові склади. У вагони можна завантажити 8000 т, а залишок вантажу потрібно буде відправити на склад. Необхідно урахувати, що вагони, що подаються до порту, не придатні для перевезення апатитів. Вартість завантаження 1 т сировини у вагони становить відповідно 4.3, 5. 25 та 2.2 гр. од., а у склади – 7.8, 6.4 та 3.25.

Записати в математичній формі умови повного розвантаження суден, якщо витрати на нього повинні складати 58850 гр. од.

Розв'язання. За умовою задачі, доставлені в порт чавун, залізну руду та апатити можна завантажити двома способами: або у залізничні вагони, або у портові склади. Позначимо через x_{ij} кількість вантажу (в тонах) *i*-го виду (i =1, 2, 3), яку передбачається завантажити *j*-м способом (j = 1, 2). Таким чином, задача містить шість невідомих. Умову повного завантаження чавуну можна записати у вигляді:

$$x_{11} + x_{12} = 6000, \quad (1)$$

де x_{11}, x_{12} – частина чавуну, що завантажується відповідно у вагони та на склади. Аналогічна умова повинна виконуватися і для залізної руди:

$$x_{21} + x_{22} = 4000. \quad (2)$$

Що ж стосується апатитів, то їх можна розвантажувати тільки на склади, тому невідоме $x_{31} = 0$ і умова повного розвантаження апатитів набуває вигляду:

$$x_{32} = 3000. \quad (3)$$

Умова повного завантаження усіх поданих до порту вагонів запишеться у вигляді:

$$x_{11} + x_{21} = 8000. \quad (4)$$

Витрати на розвантаження, за умовою, визначені у 58850 гр. од., що можна виразити так:

$$4{,}3x_{11} + 7{,}8x_{12} + 5{,}25x_{21} + 6{,}4x_{22} + 3{,}25x_{32} = 58850. \quad (5)$$

Отже, з урахуванням ситуації, що склалася в порту, умови повного розвантаження суден виражаються в математичній формі системою лінійних рівнянь (1) – (5). Ураховуючи рівняння (3), рівняння (5) перепишеться у вигляді:

$$4{,}3x_{11} + 7{,}8x_{12} + 5{,}25x_{21} + 6{,}4x_{22} = 49100,$$

тоді маємо систему з 4-х рівнянь із чотирма невідомими x_{11}, x_{12}, x_{21}, x_{22}:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} = 6000, \\ x_{21} + x_{22} = 4000, \\ x_{11} + x_{21} = 8000, \\ 4{,}3x_{11} + 7{,}8x_{12} + 5{,}25x_{21} + 6{,}4x_{22} = 49100. \end{cases}$$

Далі разом зі студенти обираємо метод розв'язування даної системи. Після обговорення пропонуємо скористатися методом Гауса, підкресливши при цьому, що він найбільш вдало реалізується на ЕОМ, а це є важливою перевагою в моделюванні різних реальних економічних процесів, де набагато більше невідомих. Розв'язавши систему, отримаємо наступні значення змінних:

$$x_{11} = 6000,\ x_{12} = 0,\ x_{21} = 2000,\ x_{22} = 2000.$$

Отже, для того, щоб повністю розвантажити судна, витративши при цьому 58850 гр. од., у вагони потрібно завантажити 6000 т чавуну та 2000 т залізної руди, у склади – 2000 т залізної руди та 3000 т апатитів.

Задачі прикладного спрямування, зокрема задачі з економічним змістом, характеризуються громіздкими одноманітними розрахунками, при здійсненні яких студенти часто забувають, для чого вони це роблять. Тому розв'язання таких задач доцільно здійснювати за допомогою певного програмного засобу, що дозволяє більшу частину навчального часу використати для розв'язання змістовних задач, набуття студентами навичок побудови математичних моделей, інтерпретації та аналізу результату.

Підводячи підсумки, зазначимо таке. Ефективним засобом реалізації професійної спрямованості є навчання студентів початкам математичного моделювання. Із цією метою на лекціях доцільно розглядати економічну суть основних теоретичних понять курсу вищої математики як елементарних математичних моделей, а на практичних заняттях – прикладні задачі, розв'язування яких містить всі етапи математичного моделювання та потребує глибоких знань не тільки математики, а й інших наук.

Література

1. Александрова Е. В. Профессиональная направленность обучения теории вероятностей и математической статистики студентов сельскохозяйственного вуза : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Александрова Елена Владимировна. – Орел, 2005 – 144 с.
2. Крилова Т. В. Концепція математичної підготовки студентів нематематичних спеціальностей вищої технічної школи / Т. В. Крилова // Дидактика математики: проблеми і дослідження : міжнар. зб. наукових робіт. – Вип. 25. – Донецьк : ТЕАН, 2006. – С. 21–24.
3. Крилова Т. В. Наукові основи навчання математики студентів нематематичних спеціальностей (на базі металургійних, енергетичних і електромеханічних спеціальностей вищого закладу технічної освіти) : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д-ра. пед. наук : 13.00.02 – теорія і методика навчання математики / Крилова Тетяна Вячеславівна; Нац. пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – К., 1999. – 24 с.
4. Лесгафт П. Ф. Избранные педагогические сочинения / П. Ф. Лесгафт ; [Вступ. ст. И. Н. Решетень ; АПН СССР]. – М. : Педагогика, 1988. – 398 с.
5. Махмутов М. И. Принцип профессиональной направленности обучения / М. И. Махмутов // Энциклопедия профессионального образования : в 3 т. / Под ред. Я. С. Батышева. – Т. 2 : М-П. – М., 1999. – С. 314–316.
6. Мышкис А. Д. Элементы теории математических моделей : [написание уравнений, упрощение уравнений, выбор решений] / А. Д. Мышкис. – 4-е изд. – М. : URSS : Либроком, 2009. – 191 с.
7. Попова Е. А. Профессиональная направленность математической подготовки будущих экономистов-менеджеров в вузе : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (математика, уровень высшего образования) / Попова Елена Александровна; Красноярский гос. торгово-экономический институт. – Красноярск, 2004. – 183 с.
8. Самарук Н. М. Професійна спрямованість навчання математичних дисциплін майбутніх економістів на основі міжпредметних зв'язків : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук : 13.00.04 – теорія і методика професійної освіти / Наталія Миколаївна Самарук; Тернопільський нац. пед. ун-т ім. В. Гнатюка. – Тернопіль, 2008. – 21 с.

9. Терешин Н. А. Прикладная направленность школьного курса математики : кн. для учителя / Н. А. Терешин. – М. : Просвещение, 1990. – 95 с.
10. Фатеева Е. А. Реализация идей межпредметных связей математики и внешней баллистики при изучении курса математики слушателями высшей военной технической школы : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02. теория и методика обучения и воспитания (математика) / Фатеева Елена Анатольевна. – Коломна, 2003. – 242 с.
11. Фирсов В. В. О прикладной ориентации курса математики / В. В. Фирсов // Математика в школе. – 2006. – №6. С. 2–9.
12. Фирсов В. В. О прикладной ориентации курса математики / В. В. Фирсов // Математика в школе. – 2006. – №7. С. 2–13.
13. Худякова Г. И. Методические основы реализации экономической направленности обучения математики в военно-экономическом вузе : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (по областям и уровням образования) / Худякова Галина Ивановна. – Ярославль, 2001. – 192 с.

Аннотация. Словак К. И., Линник Е. П. Профессиональная направленность обучения математическим дисциплинам студентов экономических вузов. *В статье рассмотрены возможные пути реализации профессиональной направленности обучения высшей математике*.
Ключевые слова: *профессиональная направленность, математическое моделирование*.
Summary. Slovak K., Linnik H. Professional orientation studying mathematical subjects the students of economic universities. *Considered is the possible ways of professional orientation training of Mathematics in the article*.
Keywords: *professional orientation, mathematical modeling*.

Надійшла до редакції 28.01.2011 р.