Теплицький І.О., Семеріков С.О. (Кривий Ріг)

ПСИХОЛОГІЧНІ УМОВИ ЕФЕКТИВНОСТІ ТВОРЧОЇ ДІЯЛЬНОСТІ УЧНІВ З КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Постановка проблеми. У [5, 225–232] авторами був розглянутий теоретичний аспект проблеми розвитку творчих здібностей школярів засобами комп'ютерного моделювання, проте практична складова згаданої проблеми, яка знайшла своє відображення в [6], висвітлювалася здебільшого у виданнях фізико-технічного спрямування. Поданий нижче матеріал ставить за мету обговорення технології вивчення елементів комп'ютерного моделювання з позицій відповідності основних положень цієї технології сучасним вимогам психологічної науки. Пропонується розгляд найбільш важливих компонентів роботи з моделлю: від постановки задачі до отримання відповіді та формулювання висновків.

Аналіз досліджень із проблеми. Під практичною задачею розуміють задачу, що її висуває деяка ситуація з життєвої практики. «Проте реальні ситуації дуже рідко бувають чітко обумовленими, а складні взаємодії з навколишнім оточенням призводять до значних утруднень при описі цих ситуацій. Досвід показує, що у багатьох випадках неможливо одразу чітко сформулювати задачу так, щоб на її основі стало можливим створення моделі» [1, 7]. Процес народження задачі, який називають постановкою задачі, фактично зводиться до декількох послідовних переформулювань проблеми – зміни її сюжетної основи шляхом заміни реальних об'єктів на їхні абстрактні образи – дані, переходом від цих даних до інших і т.д. Завершується така робота словесним та математичним описом – концептуальною та математичною моделями.

У процесі розв'язування учбової творчої задачі учні мають можливість шляхом багаторазового переформулювання необмежено заглиблюватися у вивчення як її умов, так і вимог. На нашу думку, сама можливість такого заглиблення у структурно-компонентний склад задачі містить у собі основні шляхи формування самостійності мислення школярів, оригінальності їхнього розуму в різноманітних формах діяльності.

У практичній навчальній роботі зі школярами та студентами поширеним є уявлення, нібито процес розв'язування задач зводиться до «прийняття рішень» в умовах, коли вихідні дані, питання та цілі задач подаються учням у готовій формі. Зокрема, в [7] автор відзначає: «…залишається поза увагою та надзвичайно важлива обставина, що саме «прийняття рішень» не може бути скільки-небудь повноцінним без попередньої здатності убачати актуальну задачу, уміння її підмітити або навіть поки що тільки припустити її можливе існування аж до перших, можливо ще не дуже вдалих, спроб сформулювати задачу в усному або письмовому вигляді. Недостатнє розуміння цих надзвичайно важливих сторін високопродуктивної розумової діяльності завдає шкоди як для самої науки і техніки, так і для процесів оволодіння ними» [7, 196].

У роботах, присвячених питанням розвитку творчих здібностей [2; 3], В.О. Моляко виокремлює п'ять основних форм – *стратегій* – творчої інтелектуальної діяльності: 1) пошук аналогів (стратегія аналогізування); 2) комбінаторні дії (стратегія комбінування); 3) реконструктивні дії (стратегія реконструювання); 4) універсальна стратегія; 5) стратегія випадкових підстановок.

Реалізується стратегія за допомогою конкретних дій, поєднання яких утворює певну *мислительну тактику*. Серед найбільш уживаних мислительних тактик, що характеризують творчу діяльність, пов'язану з технічним конструюванням, В.О. Моляко виділяє п'ятнадцять різновидів [2, 59]. Для творчої діяльності, пов'язаної з комп'ютерним моделюванням, ми обмежуємося вісьмома специфічними.

1. Тактика *інтерполяції*, що передбачає включення до вже існуючої моделі деякого нового модуля, який відповідатиме «вакантній» функції. При цьому передбачається, що новий елемент, який належав деякій відомій версії моделі, підставляється саме в «тіло» нової версії. Такими, зокрема, можуть бути деякі рівняння, записані у вигляді скінчених різниць.

2. Відповідно тактика *екстраполяції* пов'язана із зовнішнім приєднанням того чи іншого елемента (модуля) до вже існуючої моделі. Наприклад, вклю-

чення окремого модуля для візуального спостереження динаміки процесу. Ця тактика не виключає екстраполяції у її традиційному розумінні – бажанні «зазирнути» за межі обумовлених у моделі меж для непередбачених значень деяких її параметрів.

Наступна пара тактик також заснована на протилежних діях.

3. Тактика *редукції* спрямована на зменшення значень параметрів моделі.

4. Тактика *гіперболізації*, навпаки, спрямована на збільшення цих значень. Так, при обчислювальному експерименті (за умови збереження стійкості деяких динамічних моделей) інколи буває доцільним помітне збільшення або зменшення кроку приросту деякого параметра. У динамічних моделях таким параметром зазвичай є час.

5. Тактика *дублювання* пов’язана з точним за призначенням використанням у новій моделі якогось модуля з раніше відомої моделі. Наприклад, у алгоритмі розв’язання задачі на моделювання руху зарядженої частинки в електростатичному полі можна використати фрагмент для побудови траєкторії із уже розв’язаної раніше задачі механіки, оскільки другий закон Ньютона справджується для сил будь-якої природи.

6. Тактика *модернізації* спрямована на пристосування моделі до нових умов. Найчастіше така потреба виникає при удосконаленні моделі шляхом уведення до неї нових суттєвих факторів (чинників). Ця тактика повністю реалізується у нашій методичній системі, де для кожної задачі розглядаються кілька версій – від найпростішої до все більш складних, проте й більш адекватних досліджуваному явищу.

7. Тактика *інтеграції* відповідає побудові нової складної моделі з уже відомих (або раніше створених) кількох окремих моделей. Найчастіше це має місце при створенні імітаційних моделей, де головний модуль забезпечує обмін інформацією між рештою вже розроблених модулів – елементів системи.

8. Тактика *диференціації* спрямована на навмисне розчленування структур і функцій у модулях. Наприклад, якщо деякий модуль одночасно виконує декілька функцій, то його буває доцільно розділити на самостійні модулі, ко-

жен із яких буде виконувати лише одну функцію. Найчастіше це підвищує «прозорість» загального алгоритму і сприяє запобіганню можливих помилок.

Дослідженнями встановлено, що «... у школярів та студентів переважає стратегія пошуку аналогів, у професіональних дослідників – універсальні стратегії та стратегії комбінаторних дій. Переважно у школярів і в меншому степені у студентів багато рішень здійснюється без формування стратегії, точніше, вони демонструють стратегію випадкових підстановок. ... Школярі й студенти реалізують вузький діапазон тактик, особливо школярі, котрі в основному користуються тактикою дублювання» [2, 62–63].

Основна частина. Проілюструємо нашу роботу з комп'ютерного моделювання на прикладі задачі математичної екології про динаміку одновидової популяції, взятої з нашого посібника [4]. В розділі «Динаміка одновидової популяції» розглядаються декілька прикладів математичного моделювання в екології. При цьому спочатку опрацьовуються вкрай спрощені версії моделі, а далі поступово вони ускладнюються.

І. Першою пропонується *модель одновидової популяції за відсутності обмежень*. Спрощено уявити собі одновидову популяцію, яка існує без зовнішніх обмежень, можна на такому *ідеалізованому* прикладі. Нехай у великому ставку розводять риб (наприклад, карасів). Вони не заважають одне одному: їжі, світла та місця вистачає, хижаки відсутні і риб не виловлюють. Метою дослідження поставимо пошук відповіді на питання: *Як буде змінюватися чисельність популяції з плином часу?*

Побудові моделі передує етап постановки задачі, на якому вводяться необхідні параметри, проводяться міркування стосовно можливих залежностей між ними, формулюються спрощуючі припущення. Зокрема, нехай залежність середньої швидкості приросту від чисельності N популяції у даний момент є найпростішою – прямою пропорційною: $\Delta N/\Delta t = k \cdot N$, де ΔN – приріст чисельності; k – коефіцієнт приросту (деяка стала, $k \neq 0$). Якщо переписати це у вигляді

$$\Delta N = k \cdot N \cdot \Delta t, \tag{1}$$

то можна сказати, що *за будь-який достатньо малий проміжок часу* Δt *приріст* *чисельності пропорційний кількості особин на початку проміжку* Δt *і тривалості цього проміжку*. Швидкість приросту $\Delta N/\Delta t$ можна оцінювати за значеннями самих приростів ΔN, оскільки всі проміжки часу Δt однакові. Чисельність популяції на кінець проміжку Δt (на початок наступного проміжку) будемо знаходити за виразом

$$N_i = N_{i-1} + \Delta N, \qquad (2)$$

Система *рівнянь* (1) *і* (2) *є математичною моделлю динаміки популяції за відсутності обмежень.*

Повідомляємо учням, що рівняння (1) вперше було запропоноване в 1798 р. англійським вченим Т. Мальтусом і у математичній екології дістало назву «*модель Мальтуса*». Це рівняння містить невідому величину N та швидкість її зміни $\Delta N/\Delta t$. Оскільки засобами елементарної математики рівняння такого типу не розв'язуються, то скористаємось чисельним методом – покроковим розв'язуванням. Почнемо обчислювальний експеримент за такими початковими значеннями змінних: $N_0 = 100$; $k = 0{,}25$; $\Delta t = 0{,}1$ (рис. 1).

	A	B	C	D	E
1	t	ΔN	N	***Дано:***	
2	0	0	100	$N_0 =$	100
3	0,1	3	103	$k =$	0,25
4	0,2	3	106	$\Delta t=$	0,1
5	0,3	3	109		
6	0,4	3	113		
7	0,5	3	116		
8	0,6	3	119		
...	...	...	...		

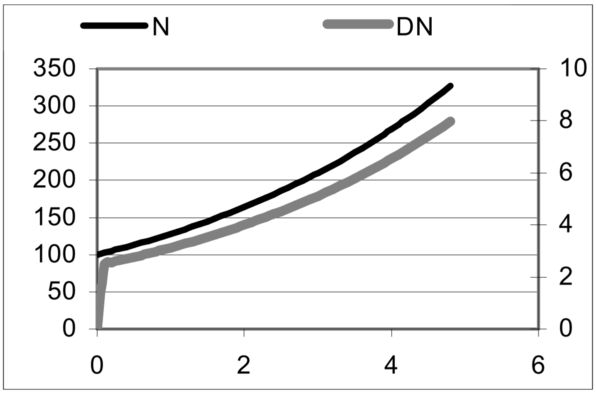

Рис. 1.

За таблицею будуємо графіки залежностей $N = N(t)$ і $\Delta N = \Delta N(t)$ і пропонуємо виконати декілька вправ на вивчення властивостей показникової функції, оскільки саме таку функцію дає аналітичний розв'язок рівняння (1): $N = N_0 e^{kt}$.

<u>*Висновок.*</u> При $k > 0$ модель Мальтуса дає *необмежене зростання* чисельності популяції, чого в природних умовах не спостерігається. В математичній екології модель Мальтуса є найпростішою і зазвичай використовується як основа для подальшої побудови більш досконалих і більш адекватних моделей.

II. Наступною розглянемо <u>*модель одновидової популяції за наявності об-*</u>

межень. З метою пристосування моделі до нових умов скористаємося *мислительною тактикою модернізації*, потреба у якій виникає при удосконаленні моделі шляхом уведення до неї нових суттєвих факторів (чинників).

Історично наступний крок щодо вдосконалення моделі здійснив у 1845 р. німецький математик П. Ферхюльст, який увів до моделі Мальтуса деякі обмеження. Оскільки при $k > 0$ кількість особин збільшуватиметься, то з часом їм вже не вистачатиме ресурсів середовища. Тому приріст чисельності вже не буде відповідати рівнянню (1), тобто виникатиме *конкуренція*, яка призведе до зменшення швидкості приросту. Замість (1) Ферхюльст запропонував

$$\Delta N = (p - q \cdot N) \cdot N \cdot \Delta t. \qquad (3)$$

Тут p характеризує здатність популяції до відтворення; q – параметр, що враховує наявність конкуренції, $q \geq 0$.

Рівняння (3) *і* (2) *є математичною моделлю динаміки популяції з урахуванням конкуренції, пов'язаної з обмеженням ресурсів середовища.* У математичній екології (3) і (2) мають назву «*модель Ферхюльста-Перла*».

На основі попередніх обчислювальних експериментів з моделлю після декількох спроб уведемо такі дані: $N_0 = 100$; $p = 5$; $q = 0{,}01$; $\Delta t = 0{,}01$ (рис. 2).

	A	B	C	D	E
1.	t	ΔN	N	*Дано:*	
2.	0,00	0	100	$N_0 =$	100
3.	0,01	4	104	$p =$	5
4.	0,02	4	108	$q =$	0,01
5.	0,03	4	112	$\Delta t =$	0,01
6.	0,04	4	117		
7.	0,05	4	121		
8.	0,06	5	126		
9.	0,07	5	130		
10.	...	...	...		

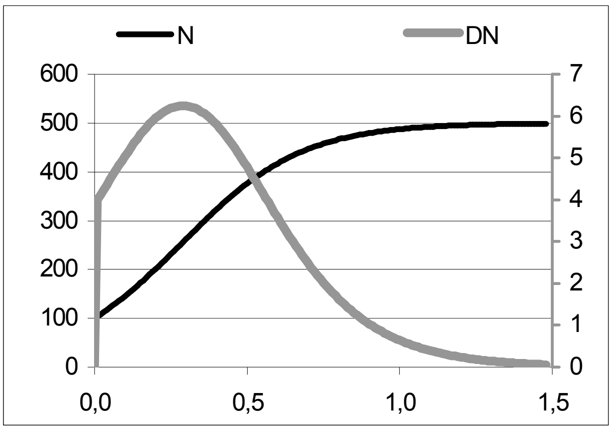

Рис. 2.

1. З таблиці і графіка $N = N(t)$ видно, що з плином часу чисельність популяції зростає до деякої верхньої межі (у нашому випадку 500 особин), а далі залишається сталою, тобто популяція приходить у рівноважний стан: саме з цього моменту приріст чисельності ΔN стає і залишається рівним нулеві.

2. Змінимо початкову кількість особин $N_0 = 800$, а решту параметрів за-

лишимо без змін. З таблиці й відповідних графіків бачимо, що тепер із плином часу кількість особин зменшується, аж поки знов не стабілізується. Але, що цікаво, стабілізація відбувається на попередній межі – 500 особин! (рис. 3, 4).

3. Експериментуючи з довільними значеннями N_0, ми кожного разу будемо мати те саме значення $N_{гр}$ = 500 особин. Звідки з'являється це число?

Цю ситуацію можна було б передбачити і без обчислювального експерименту. Дійсно, в рівноважних станах приріст ΔN має бути рівним нулю. З (3) видно, що $\Delta N = 0$, якщо вираз у дужках $p - q{\cdot}N = 0$, звідки $N_{гр} = p/q$. $N_{гр}$ називають *вмістом середовища*. За нашими даними дійсно $N_{гр}$ = 5/0,01 = 500.

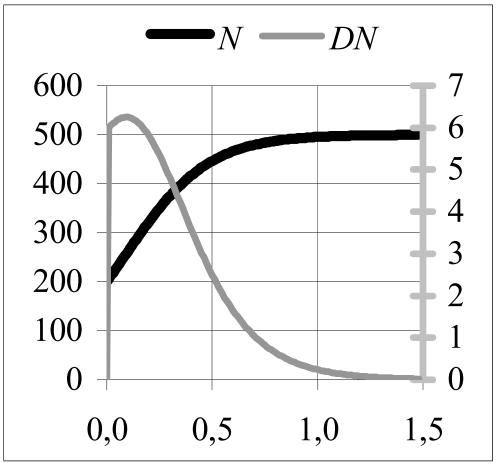

Рис. 3.
$N_0 = 200$; $N_{гр} = 500$

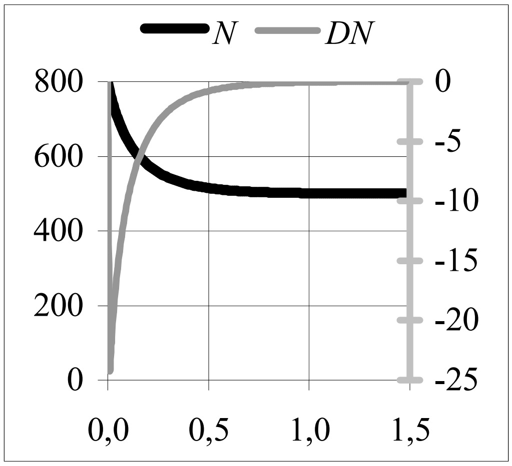

Рис. 4.
$N_0 = 800$; $N_{гр} = 500$

4. Значне місце у виучуваній темі посідає важливе *питання про стійкість математичної моделі і обчислювального алгоритму*. Розгляд цього питання починаємо експериментом з вмістом середовища *p/q*. Для визначеності беремо такі дані: $N_0 = 10$; $p = 1{,}7$; $q = 0{,}02$; $\Delta t = 0{,}1$ (рис. 5). Порівнюємо новий вміст середовища $N_{гр} = p/q$ за таблицею і за розрахунком.

Основне дослідження стосується прийнятних значень для проміжків часу Δt, і тут ми скористаємося *мислительною тактикою гіперболізації*.

Надамо проміжку часу Δt більшого значення, ніж у попередньому досліді. Нехай $\Delta t = 0{,}5$. Пропонуємо пояснити причину спостережуваної зміни у таблиці та на відповідному графіку.

Продовжимо далі збільшення інтервалів Δt , надаючи їм послідовних зростаючих значень $\Delta t = 1$; $\Delta t = 1,1$; ... (рис. 6).

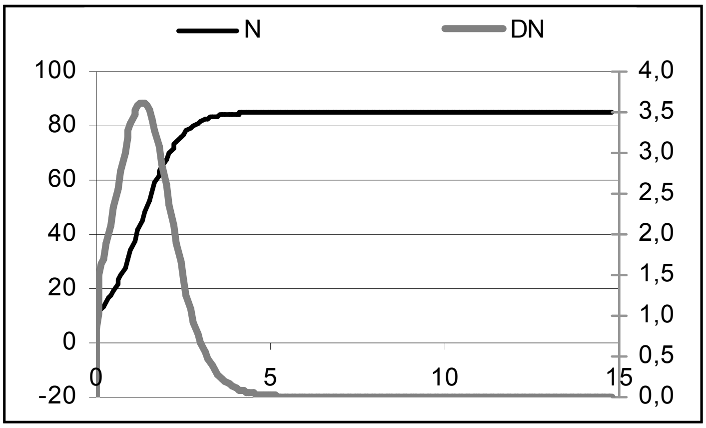

Рис. 5.

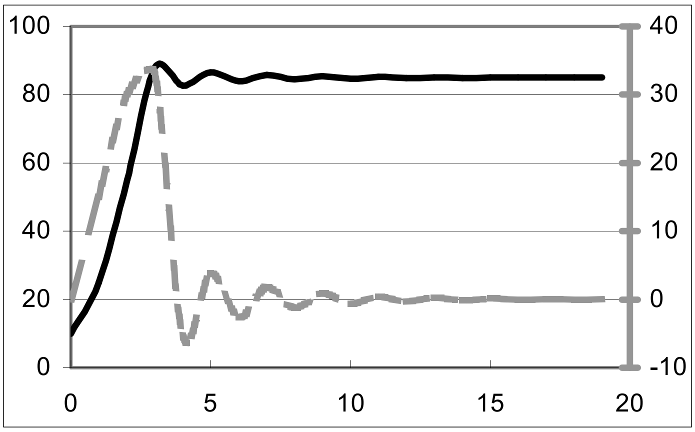

Рис. 6.

В таблиці й на екрані спостерігаються дивні речі у порівнянні з рис. 5: чисельність N популяції та її приріст ΔN перед виходом на режим рівноваги деякий час коливаються навколо $N_{гр}$. Це означає, що проміжки часу Δt здатні впливати на хід процесів, але ж рис. 6 з'явився з тієї самої моделі, що й рис. 5. «Непорозуміння» і при ще більшому значенні $\Delta t = 1,5$ (перевірте). Коливання набувають стійкого характеру. То яке відношення до нашої біосистеми мають всі ці факти? Виявляється, фахівцям із комп'ютерного моделювання такі ситуації відомі: коли до процесу розв'язування задач залучається комп'ютер – пристрій, що працює за дискретним принципом, то виникає потреба замінювати неперервні в часі моделі на їхні дискретні аналоги. Це вимагає переходу до чисельних методів розв'язування. І саме тут даються взнаки особливості комп'ютерних обчислень – нагромадження похибок округлення. Ці особливості вивчає окремий розділ математики – *теорія дискретних математичних моделей*, яка розробляє методи встановлення відповідності між обома типами моделей.

Таким чином, рис. 6 ніякого відношення до процесу не має: при збільшенні кроку зміни аргументу Δt перестає виконуватись умова його достатньої малості, внаслідок чого руйнується стійкість розрахункового алгоритму, а результати моделювання стають хибними.

Висновки

- Розглянута модель була отримана з найпростішої моделі Мальтуса шляхом вдосконалення останньої, а саме – врахуванням реальних обмежень на ресурси середовища, що призвело до появи конкуренції.

- У відповідності до прийнятих припущень ця модель на якісному рівні задовільно відображує зміну чисельності особин у природних популяціях. Зокрема, нами було встановлено існування рівноважного стану: за будь-яких відхилень чисельності від $N_{гр}$ популяція самостійно повертається у цей стан. Таку рівновагу називають стійкою.

- За можливості математичну модель доцільно *аналітично* перевіряти на наявність у ній рівноважних станів.

- Обчислювальний експеримент дозволив виявити умови, за яких порушується стійкість розрахункового алгоритму. Такі ситуації потребують особливої уваги, оскільки вони часто ведуть до хибних висновків.

Що ж до наших карасів у ставку, то чи не прийшов час не тільки підраховувати їх чисельність, а й використовувати їх як харчовий ресурс? Іншими словами, переходимо до наступної версії

III. «*Промислове використання популяції*».

До цього часу ми розглядали одновидову популяцію карасів, яка розвивалася вільно, тобто зовнішні фактори помітним чином не впливали на її чисельність. Припустимо тепер, що ми приймаємо рішення виловлювати карасів з постійною абсолютною швидкістю $c \geq 0$. Параметр c характеризує дозволену швидкість вилову і зветься квотою (у даному випадку – *абсолютною квотою*). Він чисельно дорівнює кількості особин, що вилучаються з популяції за одиницю часу. Тоді рівняння (3) слід переписати так: $\Delta N = (p - q \cdot N) \cdot N \cdot \Delta t - c \cdot \Delta t$ або

$$\Delta N = ((p - q \cdot N) \cdot N - c) \cdot \Delta t. \tag{4}$$

Рівняння (4) *і* (2) *утворюють математичну модель вилову з постійною абсолютною квотою.*

Зрозуміло, що ведучи вилов, бажано не знищити популяцію. То чи можна вести його у такий спосіб, щоб чисельність особин із часом не змінювалась? Питання можна перефразувати: *чи можна вести вилов так, щоб популяція залишалась у рівноважному стані?* Якщо це можливо, то значення параметра c не можуть бути довільними. Керуючись *мислительною тактикою дублювання*, пов'язаною з точним за призначенням використанням у новій версії моделі певного модуля – умови рівноваги – з попередньої версії моделі, записуємо умову рівноваги системи: $(p - q \cdot N) \cdot N - c = 0$, звідки

$$c = (p - q \cdot N) \cdot N. \tag{5}$$

Згідно (5) параметр c є квадратичною функцією чисельності N. Якщо в координатах N, c побудувати графік цієї залежності – параболу (рис. 7), то цей графік перетинатиме горизонтальну вісь N у точках $N = 0$ і $N = N_{гр} = p/q$, які є нулями функції (доведіть!).

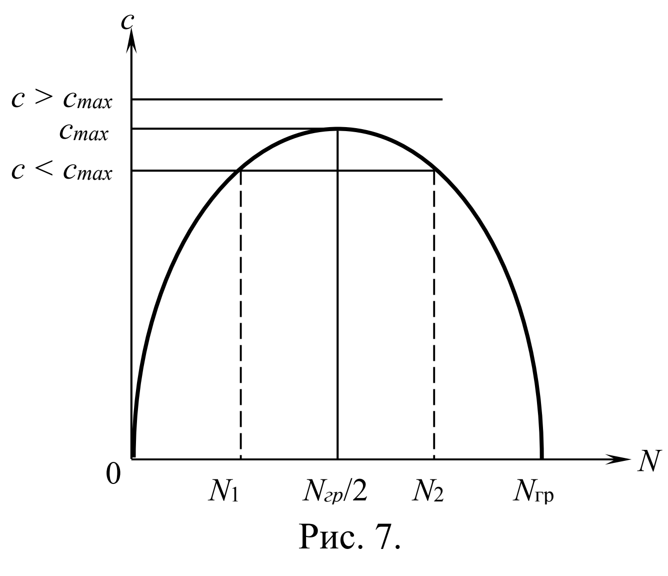

Рис. 7.

Кожна точка цієї параболи відповідає одному з множини рівноважних станів, тобто дана версія моделі передбачає безліч рівноважних станів.

Щоб упевнитися в цьому, слід взяти в якості N_0 будь-яке значення N з інтервалу $0 \leq N \leq p/q$ і обчислити відповідне значення c. Кожна така пара чисел N

і c буде обертати ΔN з (5) на нуль. Максимальною *швидкість* вилову c буде при $N = N_{гр}/2 = p/2q$, і вона становитиме $c_{max} = p^2/4q$ (доведіть!).

Уведемо такі дані: $N_0 = N_{гр}/2 = p/2q = 250$; $p = 5$; $q = 0{,}01$; $\Delta t = 0{,}1$ і обчислимо значення параметра c_{max}. Не повинне дивувати нібито велике значення $c_{max} = 625$, що помітно перебільшує розмір N_0 популяції. Адже c показує кількість особин, які вилучаються за одиницю часу, а за умовою кожен проміжок Δt становить не 1, а 0,1. За такий час вилучатиметься приблизно 63 особини.

Накреслимо тепер три лінії: 1) $c = c_{max}$; 2) $0 < c < c_{max}$ і 3) $c > c_{max}$ і з'ясуємо зміст цих трьох випадків.

1. При $c > c_{max}$ (наприклад, для $c = 640$) з таблиці й графіка (рис. 8) одразу ж бачимо, що популяція невідворотно гине.

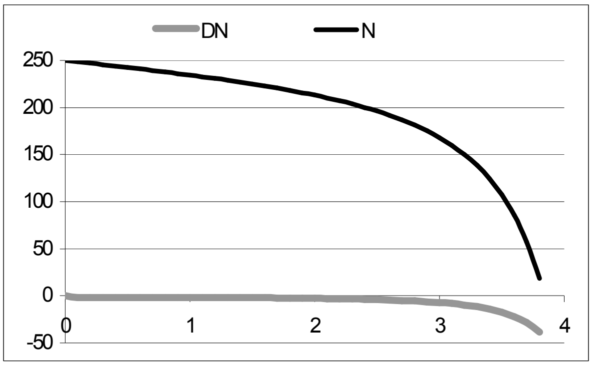

Рис. 8.

2. Дослідимо стан популяції при максимальній швидкості вилову $c = c_{max}$.

2.1. Виведемо на екран таблицю результатів і відповідний графік. За даних параметрів у системі із самого початку виникає стан рівноваги. При цьому чисельність популяції підтримується на сталому рівні 250 особин (рис. 9).

	A	B	C	D	E
1	***t***	**Δ*N***	***N***	***Дано:***	
2	0	0	250	$N_0 =$	250
3	0,1	0	250	$p =$	5
4	0,2	0	250	$q =$	0,01
5	0,3	0	250	$c =$	625
6	0,4	0	250	$\Delta t =$	0,1
7	0,5	0	250		
	...	...	...		

Рис. 9.

2.2. Такий рівноважний стан може тривати як завгодно довго, якщо не змінюватимуться зовнішні умови. Оскільки таких гарантій дати неможливо, то доцільним є дослідження рівноваги моделі на стійкість.

Якщо за невеликих відхилень від рівноважного стану виникають фактори, що повертають систему в цей стан, то така рівновага є стійкою, якщо ж система буде віддалятися від рівноваги, то рівновага нестійка.

То ж дослідимо щойно встановлену рівновагу на стійкість. *Зменшимо*, а потім *збільшимо* початкову кількість особин N_0 на 50, тобто нехай N_{01} = 200 (висхідна гілка параболи), а N_{02} = 300 (низхідна гілка). Параметр c залишимо попереднім. У першому випадку через певний час популяція гине, а у другому – чисельність популяції врешті знов стабілізується на рівні 250 особин. Таким чином, доходимо висновку, що *рівновага системи за максимальної швидкості вилову є нестійкою*.

3. Для дослідження стійкості рівноваги за умови $c < c_{max}$ пригадаємо, що у цьому випадку пряма $c = const$ (згідно з рис. 7) перетинає параболу рівноважних станів у двох точках (на висхідній і низхідній гілках параболи). На горизонтальній вісі N цим точкам відповідають значення N_1 і N_2. З'ясуємо, чи є ця рівновага стійкою для N_1 і N_2. Зменшимо і збільшимо кожне із цих чисел на малу величину h і розглянемо околи взятих точок $N_1 - h$, $N_1 + h$ та $N_2 - h$, $N_2 + h$. На основі *стратегії аналогізування* констатуємо, що обидві точки $N_1 - h$ і $N_1 + h$ потрапляють на висхідну гілку параболи і тому *рівновага в* N_1 *виявляється нестійкою*. Кожна з іншої пари точок $N_2 - h$ і $N_2 + h$ знаходяться на низхідній гілці параболи. То ж *рівновага в* N_2 *є стійкою*. З метою закріплення навичок експериментального визначення стійкості рівноваги пропонуємо учням самостійно виконати відповідні експерименти для точок N_1 і N_2.

Висновок. За будь-яких прийнятних значень параметра c ($0 < c \leq c_{max}$) стійка рівновага популяції забезпечується тільки для N з інтервалу $N_{гр} > N > N_{гр}/2$ (спадаюча гілка параболи). Для решти значень N рівновага є нестійкою, тобто, якщо за непередбачених обставин виявиться, що $N \leq N_{гр}/2$, то система перейде у нестійкий стан. Рис. 10 відтворює всі етапи обчислювального експерименту.

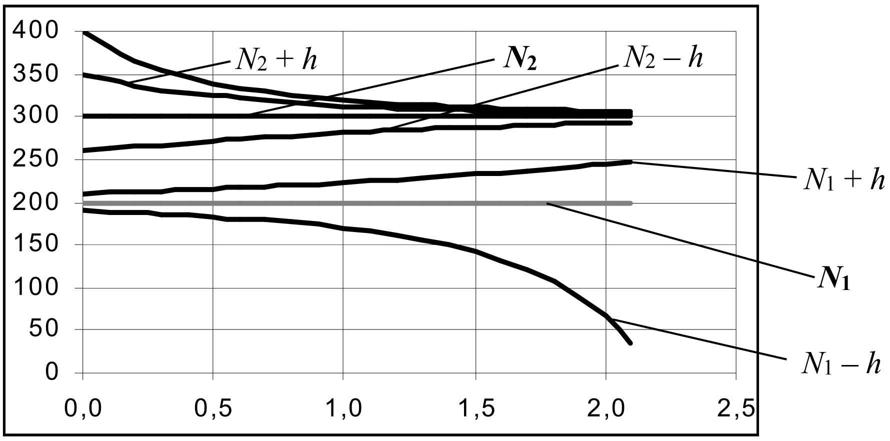

Рис. 10.

- Допустимі значення абсолютної швидкості вилову (абсолютної квоти) можуть бути якими завгодно, аби вони не перебільшували $c_{max} = p^2/4q$.

- Практично прийнятною стратегією слід вважати вилов з абсолютною квотою, меншою за максимальну $c_{max} = p^2/4q$. При цьому значення рівноважної чисельності N дещо зросте ($N > N_{гр} / 2$) і відповідно зменшиться улов.

Будь-які намагання максимізувати прибуток (*кількість вилученої біомаси*) *небезпечні – система може увійти в нестійкий стан і загинути*!

Цей факт є найбільш важливим результатом виконаного аналізу. Одночасно він викриває і найбільш істотний недолік даної версії моделі, який обмежує можливості раціонального вилову.

Виявляється, однак, що можна так організувати справу, щоб отримувати стійкий улов без виявленого обмеження. Отже, переходимо до останньої, четвертої версії.

IV. «*Удосконалена модель вилову*». Щоб досягти оптимального вилову за умови збереження популяції на деякому стійкому рівні, слід не призначати жорсткого плану вилову, а вести його з використанням так званого *негативного зворотного зв'язку*: замість абсолютної швидкості вилову c введемо *відносну швидкість s* – вловлювану за одиницю часу *долю* від наявної чисельності популяції. Її ще називають *відносною квотою*. У такому разі замість (4) має стати

$$\Delta N = ((p - q \cdot N) \cdot N - s \cdot N) \cdot \Delta t, \qquad (6)$$

де вираз $s \cdot N$ відіграє роль параметра c з попередньої версії моделі, але тепер абсолютна квота c пропорційна N – фактично існуючим ресурсам.

Рівняння (6) *і* (2) *є удосконаленою математичною моделлю вилову з відновленням чисельності.* В математичній екології ця модель має назву «*модель вилову з негативним зворотним зв'язком*».

Пропонуємо учням на основі *мислительної тактики дублювання* довести, що нова модель, як і попередня, передбачає наявність рівноважних станів, а також виявити відповідні умови рівноваги

$$s = p - q \cdot N. \tag{7}$$

Якщо ж, керуючись *універсальною стратегією творчої інтелектуальної діяльності* провести викладки у новий спосіб – з використанням геометричних міркувань, – то можна отримати цікаві результати щодо подальшого геометричного унаочнення множини рівноважних станів. Дійсно, $\Delta N = 0$ означає $(p - q \cdot N) \cdot N - s \cdot N = 0$. Останнє рівняння еквівалентне системі

$$\begin{cases} c = (-q \cdot N + p) N \\ c = s \cdot N \end{cases}$$

Перше з них – це рівняння параболи, відомої нам з попередньої версії. Всі її точки відповідають множині рівноважних станів у координатах N, c. Друге – рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом s, яка проходить через початок координат. Будь-яка точка перетину цих графіків відповідає одному з можливих рівноважних станів у новій версії моделі (рис. 11).

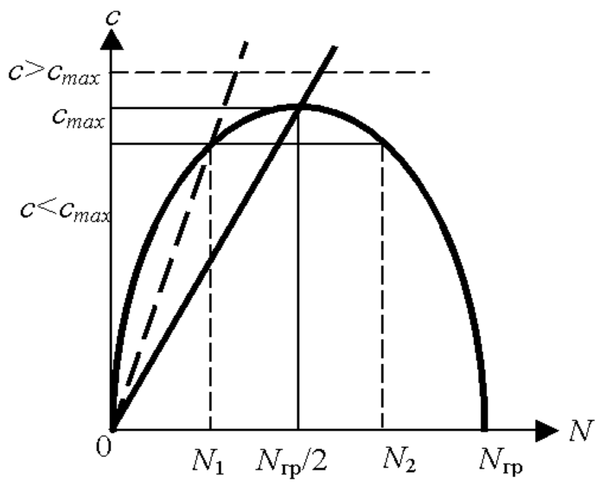

Рис. 11.

Інтервал значень кутового коефіцієнта s визначимо з (7):

s_{max} відповідає $N_{min} = 0$ $\quad\quad \Rightarrow s_{max} = p,$

s_{min} відповідає $N_{max} = N_{гр} = p/q$ $\quad\quad \Rightarrow s_{min} = 0,$

тобто $0 \le s \le p$.

Обчислювальний експеримент почнемо з таких міркувань. Припустимо, що ми знов плануємо виловлювати максимально можливу кількість риби, тобто будемо вести вилов на рівні c_{max}. Тоді значенню для s відповідатиме точка перетину прямої $c = s{\cdot}N$ і параболи $c = pN - q{\cdot}N^2$. Ця точка лежить у вершині параболи. Доведіть, що цій точці відповідає $s = p/2$.

1. Створіть нову таблицю при $N_0 = 500$. Зверніть увагу: після деякого періоду усталення популяція виходить на рівноважний режим – її чисельність перестає змінюватися і залишається на рівні 250 (рис. 12). Чому саме 250?

У попередній версії результат був таким самим, але там було встановлено, що при $c = c_{max}$ рівновага виявлялася нестійкою: при випадковому зменшенні чисельності ($N < N_{гр} / 2$ – ліва гілка параболи) популяція винищувалась. Дана версія позбавлена такої вади і в цьому можна переконатись уже відомим способом.

	A	B	C	D	E
1	***t***	***ΔN***	***N***	***Дано:***	
2	0	0	500	$N_0 =$	500
3	0,01	-13	488	$p =$	5
4	0,02	-12	476	$q =$	0,01
5	0,03	-11	465	$s =$	2,5
6	0,04	-10	455	$\Delta t =$	0,01
7	0,05	-9	446		
8	0,06	-9	437		
...	...	...	...		

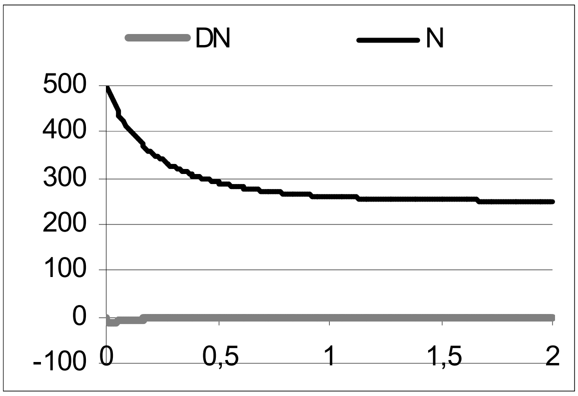

Рис. 12.

2. До позитивних якостей даної версії моделі слід віднести й те, що ця модель жорстко обумовлює межі можливих значень відносної квоти: $0 \le s \le p$. Вихід за ці межі призводить до одного з двох наслідків: а) значенням $s < 0$ відповідає «від'ємний вилов», що рівноцінне додаванню риби у водоймище; б) при $s > p$ пряма $c = sN$ і парабола $c = -qN^2 + pN$ не матимуть жодної точки перетину, окрім нецікавого випадку $N = 0$, тобто рівноважних станів не існує: вилов перевищуватиме реальні ресурси популяції і вона гине.

Висновки

- Модель вилову з негативним зворотним зв'язком здатна забезпечити на довгостроковий період оптимальний вилов – такий самий, як і при жорсткому плані з постійною абсолютною квотою, але велика продуктивність тут неможлива. Однак при жорсткому плані внаслідок випадкових причин система може втрачати стійкість і, отже, бути знищеною, а негативний зворотний зв'язок стабілізує її чисельність і відвертає від катастрофи.

- Моделі, подібні до розглянутої, але помітно складніші, допомагають створювати стратегії ефективного використання відновлюваних природних ресурсів. Адже кінцевою метою управління ресурсами є не стільки плани їхнього використання, скільки правильно обрані *стратегії планування*.

- Комп'ютерне моделювання в урочній та позаурочній діяльності є ефективним засобом розвитку творчих здібностей учнів, воно сприяє розвитку їх пізнавальної активності, актуалізує та поглиблює міжпредметну інтеграцію, формує культуру ведення дослідницької роботи з використанням комп'ютера і є реальною основою фундаменталізації освіти та підвищення практичної значущості шкільного курсу інформатики.

- Систематична й цілеспрямована діяльність із комп'ютерного моделювання сприяє формуванню стійкого пізнавального інтересу до дослідницької діяльності у навчанні, забезпечує високий рівень особистих творчих досягнень школярів. Провідною умовою ефективності такої діяльності є побудова курсу моделювання на основі виділених специфічних мислительних стратегій та тактик.

Література

1. Математическое моделирование / Под ред. Дж. Эндрюс, Р. Мак-Лоун. – М.: Мир, 1979. – 276 с.
2. Моляко В.А. Психология решения школьниками творческих задач. – К.: Радянська школа, 1983. – 94 с.
3. Моляко В.А. Психология творческой деятельности. – К.: Знание УССР, 1978. – 48 с.
4. Теплицький І.О. Елементи комп'ютерного моделювання: Навчальний по-

сібник. – Кривий Ріг: КДПУ, 2006. – 213 с.

5. Теплицький І.О. Семеріков С.О. Розвиток творчих здібностей засобами комп'ютерного моделювання: психолого-педагогічний аспект // Актуальні проблеми психології: Психологічна теорія і технологія навчання / За ред. С.Д. Максименка, М.Л. Смульсон. – К.: Міленіум, 2005. – Т. 8, вип. 1. – С. 225-232.
6. Теплицький І.О. Розвиток творчих здібностей школярів засобами комп'ютерного моделювання. Дис. … канд. пед. наук: 13.00.02. – К.: 2001. – 213 с.
7. Эсаулов А.Ф. Психология решения задач / Методическое пособие. – М.: Высшая школа, 1972. – 216 с.

Анотація

Поданий у статті матеріал ставить за мету обговорення технології вивчення елементів комп'ютерного моделювання з позицій відповідності основних положень цієї технології сучасним вимогам психологічної науки. Пропонується розгляд найбільш важливих компонентів роботи з моделлю: від постановки задачі до отримання відповіді та формулювання висновків.

Ключові слова: творчі здібності, інформатика, комп'ютерне моделювання, математична екологія, електронні таблиці, мислительні стратегії і тактики.

Аннотация

Представленный в статье материал ставит целью обсуждение технологии изучения элементов компьютерного моделирования с позиций соответствия основных положений этой технологии современным требованиям психологической науки. Предлагается рассмотрение наиболее важных компонентов работы с моделью: от постановки задачи к получению ответа и формулирование выводов.

Ключевые слова: творческие способности, информатика, компьютерное моделирование, математическая экология, электронные таблицы, мыслительные стратегии и тактики.

Annotation

The article is devoted to the technology of teaching for elements of computer simulation with positions of modern psychology. The most important components of such work with model are presented: from statement of the problem to reception of answer and defining conclusion.

Key words: creative capacities, information science, computer simulation, population ecology, spreadsheets, mind strategies and tactics.