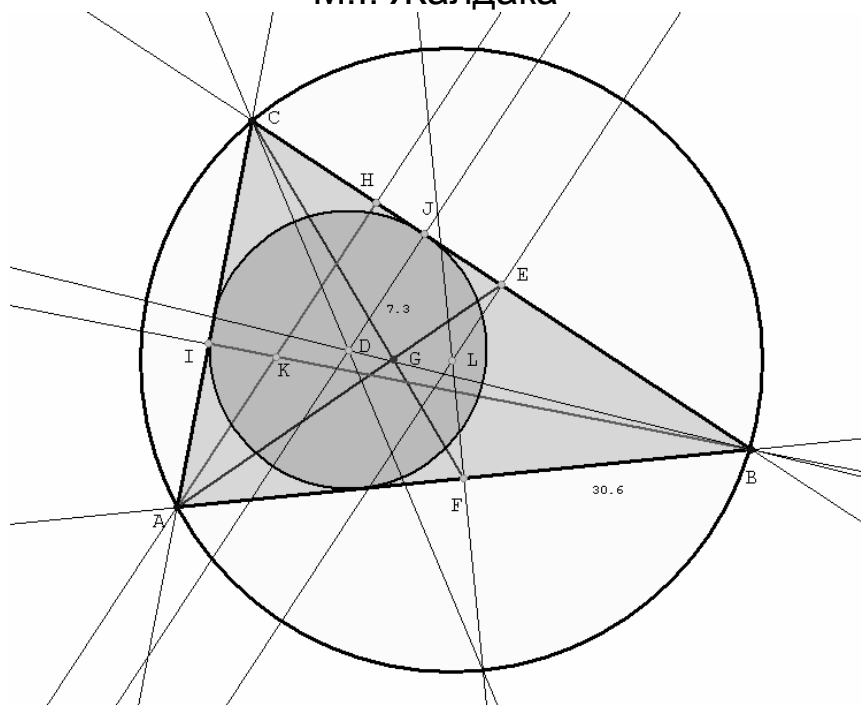


В.В. Корольський, Т.Г. Крамаренко,  
С.О. Семеріков, С.В. Шокалюк

# ІННОВАЦІЙНІ ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

За редакцією академіка АПН України,  
доктора педагогічних наук, професора  
М.І. Жалдака



Кривий Піг, 2009

В.В. Корольський, Т.Г. Крамаренко,  
С.О. Семеріков, С.В. Шокалюк

**ІННОВАЦІЙНІ  
ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНІ  
ТЕХНОЛОГІЇ НАВЧАННЯ  
МАТЕМАТИКИ**

*Навчальний посібник*

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України

Науковий редактор  
дійсний член АПН України  
М.І. Жалдак

Кривий Ріг  
Книжкове видавництво Кирєєвського  
2009

УДК 372.851:004  
ББК 74.262я73  
И-67

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки України  
як навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів  
№1.4/18–Г–2801 від 23.12.08*

Рецензенти: **В.К. Буряк**, доктор педагогічних наук, професор, завідувач кафедри психології та педагогічних технологій Криворізького державного педагогічного університету;  
**В.М. Соловійов**, доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри економічної кібернетики Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького;  
**В.В. Сергієнко**, вчитель-методист Криворізького коледжу економіки та управління Київського національного економічного університету імені Вадима Гетьмана

**Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики** : навчальний посібник / В. В. Корольський, Т. Г. Крамаренко, С. О. Семеріков, С. В. Шокалюк ; науковий редактор академік АПН України, д.пед.н., проф. М. І. Жалдак. – Кривий Ріг : Книжкове видавництво Киреєвського, 2009. – 324 с.

У посібнику подаються методичні рекомендації щодо використання у навчанні математики інформаційно-комунікаційних засобів, дібрано зміст навчального матеріалу, комп'ютерно-орієнтовані методи і форми навчання. Розглядаються актуальні питання застосування електронних, дистанційних та мобільних технологій навчання математики. До посібника додається DVD з програмно-методичним забезпеченням та бібліотекою наочностей.

Посібник призначений для студентів вищих навчальних закладів, вчителів математики загальноосвітніх шкіл, викладачів професійних навчально-виховних закладів, методистів та викладачів педагогічних ВНЗ. Матеріали окремих розділів посібника адресовано широкому колу педагогічної громадськості, що цікавиться передовим досвідом комп'ютеризованого навчання.

ББК 74.262я73

ISBN 978-966-2957-00-6

© М.І. Жалдак,  
В.В. Корольський, Т.Г. Крамаренко, С.О. Семеріков, С.В. Шокалюк, 2009  
© Книжкове видавництво Киреєвського, 2009

## ЗМІСТ

<b>ПЕРЕДМОВА</b> .....	6
<b>ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ</b> .....	8
<b>НАСТАНОВА КОРИСТУВАЧУ ЕЛЕКТРОННОГО ПОСІБНИКА</b> .....	9
<b>ІННОВАЦІЙНІ ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ЯК ОСНОВА ПІДВИЩЕННЯ КВАЛІФІКАЦІЇ СУЧАСНОГО ПЕДАГОГА</b> .....	11
<b>РОЗДІЛ 1. КОМП'ЮТЕРНО-ОРІЄНТОВАНІ ТЕХНОЛОГІЇ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ В СЕРЕДНІЙ ШКОЛІ</b> .....	23
1.1. Програма курсу «Інформаційно-комунікаційні засоби навчання математики» .....	23
1.2. Комп'ютерно-орієнтована методична система навчання .....	26
1.2.1. Структура методичної системи .....	26
1.2.2. Цілі навчання .....	29
1.2.3. Зміст навчання .....	31
1.2.4. Засоби навчання .....	32
1.2.5. Методи навчання .....	38
1.2.6. Форми організації навчання .....	39
1.3. Розвиток особистості школяра у процесі навчання математики засобами ІКТ .....	43
1.4. Програмно-методичний комплекс «Математика, 5 клас» .....	47
1.5. Програмні засоби навчання алгебри і початків аналізу .....	57
1.5.1. Програмно-методичний комплекс ТерМ .....	57
1.5.2. Бібліотека електронних наочностей «Алгебра, 7-9 клас» ..	65
1.5.3. Педагогічний програмний засіб «Алгебра, 11 клас» .....	79
1.5.4. Педагогічний програмний засіб GRAN1 .....	87
1.6. Комп'ютерно-орієнтовані засоби навчання геометрії .....	102
1.6.1. Бібліотека електронних наочностей «Геометрія, 7-9 клас»	102
1.6.2. ППЗ «Геометрія, 11 клас» .....	109
1.6.3. Динамічна геометрія GRAN-2D і DG .....	113
1.6.4. GRAN-3D .....	130
1.7. Електронний методичний посібник «Евристико-дидактичні конструкції» .....	138
Висновки до першого розділу .....	142
<b>РОЗДІЛ 2. ВИБРАНІ ПИТАННЯ ШКІЛЬНОГО КУРСУ МАТЕМАТИКИ І МЕТОДИКА ЇХ ОПРАЦЮВАННЯ НА ОСНОВІ ІКТН</b> .....	143
2.1. Впровадження навчальних проєктів як один із факторів посилення мотивації учіння математики .....	143
2.2. Про виконання рисунків до стереометричних задач .....	157

2.3. Математичні «відкриття» за допомогою динамічної геометрії .....	163
2.4. Розв'язування задач на побудову .....	171
2.5. Вивчення властивостей геометричних перетворень .....	177
2.6. Про прикладну спрямованість навчального матеріалу .....	180
2.7. Дослідження властивостей функцій за допомогою GRAN1 .....	191
2.8. Розвиток креативності школярів за допомогою ейдографіки.....	203
2.9. Розв'язування задач з параметрами графічними прийомами ....	208
Висновки до другого розділу.....	220
Література до розділів 1, 2 .....	221
<b>РОЗДІЛ 3. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ ЗАСАДИ</b>	
<b>ЗАСТОСУВАННЯ ДИСТАНЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ</b>	
<b>НАВЧАННЯ .....</b>	<b>226</b>
3.1. Основи технологій дистанційного навчання.....	226
3.1.1. Історія становлення дистанційного навчання.....	226
3.1.2. Тлумачення поняття «дистанційне навчання» .....	229
3.1.3. Характерні риси та принципи дистанційного навчання ....	233
3.1.4. Типи та моделі дистанційного навчання.....	235
3.2. Порівняльний аналіз технологічних платформ	
дистанційного навчання .....	239
3.3. Дистанційне навчання у загальноосвітніх закладах .....	253
3.3.1. Сучасний стан дистанційного навчання в школах Росії та	
України .....	253
3.3.2. Особливості навчання школярів за дистанційною	
формою .....	256
Висновки до третього розділу .....	259
<b>РОЗДІЛ 4. МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ ЗАСТОСУВАННЯ</b>	
<b>МЕРЕЖНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ПРИ НАВЧАННІ</b>	
<b>МАТЕМАТИКИ .....</b>	<b>260</b>
4.1. Науково-дослідницьке програмне забезпечення	
математичного призначення .....	260
4.2. Мережні системи комп'ютерної математики (Web-СКМ) .....	265
4.3. Елементи методики навчання Web-СКМ SAGE за	
технологіями дистанційного навчання .....	270
Висновки до четвертого розділу .....	284
Література до розділів 3, 4 .....	285
<b>РОЗДІЛ 5. ПЕРСПЕКТИВИ РОЗВИТКУ ТЕХНОЛОГІЙ: ВІД</b>	
<b>ЕЛЕКТРОННОГО НАВЧАННЯ ДО МОБІЛЬНОГО.....</b>	<b>291</b>
Висновки до п'ятого розділу .....	313
Література до розділу 5.....	314

<b>ДОДАТКИ .....</b>	<b>316</b>
А. Підготовка SAGE до роботи .....	316
А.1. Інсталяція .....	316
А.2. Запуск сервера .....	316
А.3. З'єднання з сервером.....	317
А.4. Зупинка серверу.....	317
Б. SAGE: «швидка допомога».....	318
В. Адреси деяких освітніх порталів, веб-сайтів.....	321
Г. Фрагмент реалізації проекту «Розв'язування задач апроксимації засобами Maple та Mathematica у середовищі SAGE» .....	322

## ПЕРЕДМОВА

При використанні ІКТ у навчальному процесі мова не повинна йти лише про вивчення певного навчального матеріалу, а, перш за все, про всебічний і гармонійний розвиток особистості учнів, їх творчих здібностей.

*М.І. Жалдак*

В основу інформатизації навчального процесу на сучасному етапі розвитку суспільства покладено створення і широке впровадження у повсякденну педагогічну практику нових комп'ютерно-орієнтованих методичних систем навчання на принципах поступового і неантагоністичного, без руйнівних перебудов і реформ вбудовування ІКТ у діючі методичні системи, не заперечування і відкидання здобутків педагогічної науки минулого, а їх удосконалення і посилення, в тому числі і за рахунок використання досягнень у розвитку комп'ютерної техніки і засобів зв'язку. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математики мають значний педагогічний потенціал, який потрібно використати для забезпечення найважливіших принципів розвиваючого навчання, профільної та рівневої диференціації.

Це спричинює зміни у змісті та організації праці вчителя, у вимогах до рівня його професійної компетентності. Принципово важливою є орієнтація освіти педагогічних кадрів на самоосвіту засобами ІКТ, на розвиток креативності педагога, науково-дослідницький пошук, здатність до адекватної діяльності в нових умовах.

У першому розділі пропонованого посібника здійснено огляд науково-методичної, психолого-педагогічної і навчальної літератури, в якій розкриваються основні погляди на структуру комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання математики у середній школі, розглянуто загальні засади використання ІКТ у навчальному процесі. У посібнику подано основні відомості про вітчизняні ППЗ, рекомендовані МОН України для використання в основній і старшій школі («Математика, 5 клас», ТерМ, «Алгебра, 7-9 клас», «Алгебра, 11 клас», бібліотеки наочностей «Геометрія, 7-9 клас», «Геометрія, 11 клас», програмні засоби DG, GRAN1, GRAN-2D, GRAN-3D), запропоновано добірки завдань для виконання за допомогою зазначених засобів.

У другому розділі розглянуто вибрані питання шкільного курсу математики та методику їх опрацювання на основі ІКТН. Здійснено відповідний добір змісту комп'ютерно-орієнтованого шкільного курсу математики, доцільних методів, засобів, форм організації навчання, зроблено акцент на питаннях формування в учнів особистісних якостей у процесі навчання, створенні середовища, сприятливого для розвитку особистості, можливості здійснення творчого спілкування між учасниками навча-

льного процесу. Для використання ППЗ GRAN та DG підготовлено добірки завдань з параметрами, задач практичного змісту, зокрема на відшукування екстремуму функції, завдань для вивчення змістової лінії функції; добірки наочностей для уроків стереометрії, зокрема динамічні креслення перерізів многогранників площиною. Запропоновано низку планіметричних задач на побудову, дослідження і доведення, завдань для вивчення властивостей геометричних перетворень за допомогою програмних засобів динамічної геометрії, наведено приклади розробок уроків, комп'ютерно-орієнтованих навчальних проектів з математики.

У третьому розділі висвітлено основи технологій дистанційного навчання: історія становлення дистанційного навчання, характерні риси дистанційного навчання, типи та моделі дистанційного навчання. Виконано порівняльний аналіз платформ дистанційного навчання математики, сформульовано вимоги до інтеграції технологій дистанційного навчання у традиційне класно-урочне.

Четвертий розділ присвячено інноваційним засобам мережного навчання математики. Вперше в Україні розглянуто структуру Web-середовища для учнівських алгебраїчних та геометричних досліджень, наведені приклади його застосування для розв'язування задач алгебри (6–9 класи), початків аналізу (10–12 класи), планіметрії та стереометрії, підготовки ілюстративного матеріалу та презентації його у мережі Інтернет.

Заключний розділ посібника присвячено перспективам застосування мобільних технологій в навчанні математики. Визначені класи пристроїв, що можуть застосовуватися в процесі навчання, способи педагогічної взаємодії, нові види навчальної активності, що виникають при переході від традиційних ІКТ до мобільних.

На DVD-додатку розміщена бібліотека наочностей до задач, запропонованих у першому, другому та четвертому розділах, педагогічні програмні засоби GRAN і DG, Web-середовище SAGE та інше програмно-методичне забезпечення.

Додаткові відомості щодо розглянутих у посібнику програмних засобів можна отримати за адресою: Інститут інформатики Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова, вул. Пирогова, 9, м. Київ-30, 01601.

Вступна стаття написана В.В. Корольським (kafedra\_matem@ukr.net), перший та другий розділи посібника – Т.Г. Крамаренко (tgkramarenko@mail.ru), третій та четвертий – С.В. Шокалюк (ksv\_ipm@mail.ru), заключний – С.О. Семеріковим (cc@optima.com.ua).

Автори з вдячністю чекають на відгуки та пропозиції щодо удосконалення змісту посібника.



## ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ

БН – бібліотека наочностей  
ГМТ – геометричне місце точок  
ДН – дистанційне навчання  
ДОК – динамічний опорний конспект  
ЕЗПН – електронні засоби навчального призначення  
ЕОМ – електронна обчислювальна машина  
ЕДК – евристико-дидактичні конструкції  
ІКТ – інформаційно-комунікаційні технології  
ІКЗН – інформаційно-комунікаційні засоби навчання  
ІКТН – інформаційно-комунікаційні технології навчання  
КОМСН – комп'ютерно-орієнтована методична система навчання  
КПК – курси підвищення кваліфікації  
МСН – методична система навчання  
НІТ – нові інформаційні технології  
НІТН – нові інформаційні технології навчання  
ПМ – програмний модуль  
ПМК – програмно-методичний комплекс  
ППЗ – педагогічний програмний засіб  
ПЗНП – програмні засоби навчального призначення  
СДН – системи дистанційного навчання  
СКМ – системи комп'ютерної математики  
ТМСН – традиційна методична система навчання  
SRS – системи зворотного зв'язку

## НАСТАНОВА КОРИСТУВАЧУ ЕЛЕКТРОННОГО ПОСІБНИКА

1. Перед початком роботи з диском доцільно перевірити наявність на вінчестері комп'ютера програмного забезпечення:

- а) Microsoft Word, Excel, PowerPoint, Publisher;
- б) педагогічних програмних засобів DG, GRAN1, GRAN-2D, GRAN-3D;
- в) Web-СKM SAGE.

2. У разі відсутності зазначених ППЗ та Web-СKM, є можливість встановити їх, вибравши для цього відповідні пункти меню автозапуску (рис. 1.1).

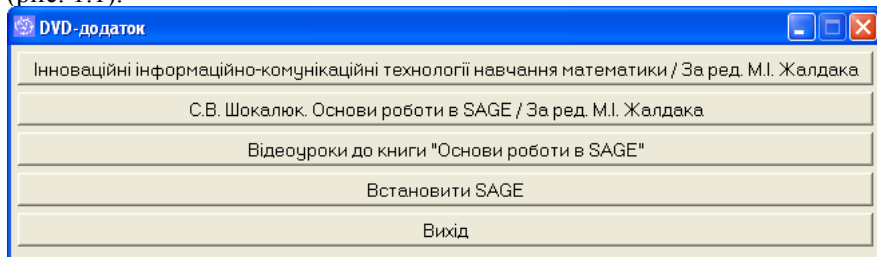


Рис. 1.1. Меню автозапуску DVD-додатку

Наявність ППЗ є необхідною умовою успішної роботи, оскільки у першому та другому розділі, а також у презентаціях до них, передбачено звернення через гіперпосилання до файлів, створених в цих середовищах.

ППЗ, наведені у переліку, апробувалися у навчальному курсі «Інформаційно-комунікаційні засоби навчання» для студентів спеціальності «Математика» у Криворізькому державному педагогічному університеті, на курсах підвищення кваліфікації вчителів математики в Криворізькому інституті післядипломної педагогічної освіти. Крім вище перерахованих засобів, нами апробувалися на замовлення Інституту інноваційних технологій і змісту освіти МОН України такі електронні засоби навчального призначення, як «Математика, 5-6 клас», ТерМ, Бібліотека електронних наочностей «Алгебра, 7-9 клас», «Геометрія, 7-9 клас», ППЗ «Алгебра, 10-11 клас», «Геометрія, 10-11 клас». Короткі відомості про ці засоби і методичні рекомендації щодо їх використання подано у першому розділі посібника.

До слайдів на побудову перерізів многогранників, розроблених за допомогою PowerPoint, записано звукові файли.

3. Щоб створені файли зручно було змінювати і зберігати, доцільно скопіювати на вінчестер комп'ютера папку method\_w, файли home.html, setup.html. Після копіювання слід перевірити, чи у властивостях знята з цих файлів помітка «тільки для читання». В той же час, можна працювати з DVD, зберігаючи на вінчестер окремі файли, створені за допомогою ППЗ. Щоб здійснити з нового документа гіперпосилання на певні файли,

створені за допомогою ППЗ, слід викликати контекстне меню, обрати послугу *Гіперпосилання*, вказати на файл, який необхідно завантажувати і пов'язати його з даним рисунком, виділеним текстом тощо.

4. Бажана роздільна здатність екрану 1280×1024, браузери Firefox та Internet Explorer.

5. На рис. 1.2 подане вікно електронного посібника «Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики». Щоб завантажити документ для перегляду у робоче вікно (2), слід у дереві навігації (1) вибрати потрібний розділ чи параграф посібника (4). Щоб уточнити, на яке саме джерело йде посилання у тексті, використовують вікно «Література» (3). При потребі в електронному посібнику можна одночасно відкрити для перегляду два параграфи. Для цього при відкритому документі у робочому вікні (2), слід натиснути на піктограму (5) потрібного іншого параграфа і завантажити його у вікно (1). Останнє відкрите вікно закривається натискуванням на кнопку «Назад».

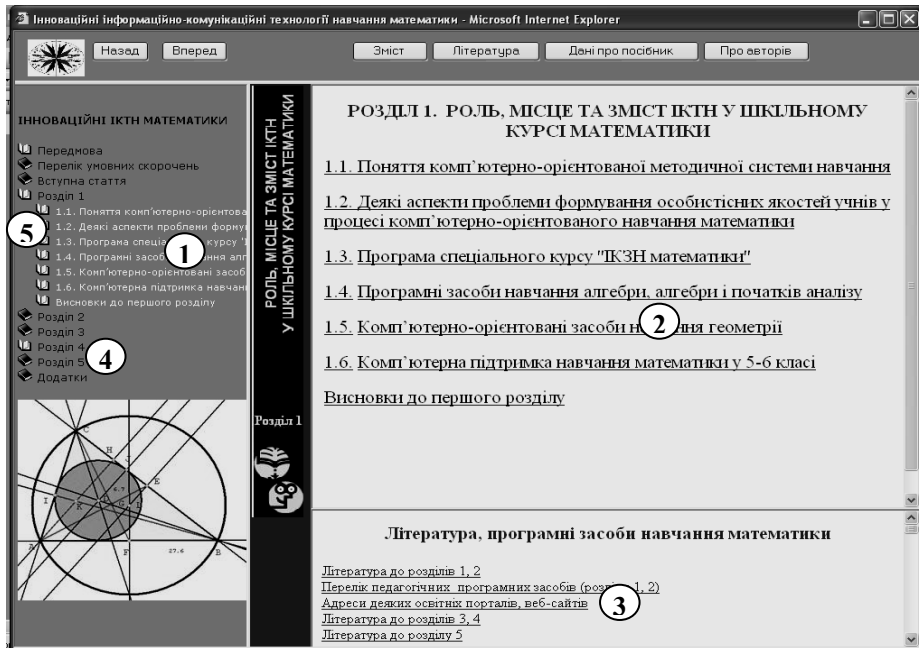


Рис. 1.2. Вікно електронного посібника «Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики»

## **ІННОВАЦІЙНІ ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ЯК ОСНОВА ПІДВИЩЕННЯ КВАЛІФІКАЦІЇ СУЧАСНОГО ПЕДАГОГА**

Систематичне підвищення кваліфікації педагога будь-якого рангу (вчителя загальноосвітньої школи, викладача вузу) є необхідною умовою підтримання професійного рівня фахівця для використання розмаїття сучасних освітніх технологій, спрямованих на підготовку школярів і студентів для майбутньої професійної діяльності. Для того, щоб ця умова була не лише необхідною, але й достатньою, потрібно забезпечити оптимальний процес підвищення кваліфікації педагогів. Особливо це стосується короткотривалих курсів підвищення кваліфікації учителів, які в сучасних умовах реалізуються в інститутах безперервної освіти та на кафедрах педагогічних університетів. Вирішення проблеми оптимізації КПК повинне враховувати не тільки короткотривалі терміни їх проведення (2–4 тижні), але й значні обсяги різнобічних знань з різних навчальних предметів, результатів наукових досліджень сьогодення, новітніх методик викладання дисциплін базової кваліфікації педагога.

Можливості такої оптимізації полягають не стільки у вивченні новітніх методів навчання на КПК, скільки у їх застосуванні у відповідних умовах освітньої діяльності педагога. При цьому слід виходити з того, що сучасний етап розвитку інформаційної сфери суспільства вимагає зміщення уваги методики навчання саме на засоби накопичення та зберігання необхідних відомостей, дозування їх об'єму з метою використання у навчальному процесі. Вказаним вимогам у значній мірі відповідають інформаційно-комунікаційні технології.

Використовуючи засоби ІКТ, значну частину даних можна подавати у цифровій формі, придатній для комп'ютерного опрацювання, адже сьогодні у світі нараховується понад мільярд комп'ютерів, призначення яких – зберігання, опрацювання й передавання інформації в цифровій формі з наступним її використанням у будь-якій іншій формі, зручній для користувача.

Одне з головних завдань освіти в умовах розвитку інформаційного суспільства – навчити учнів і студентів використовувати сучасні ІКТ. У зв'язку із цим виникає нагальна потреба в прискоренні підготовки та перепідготовки викладачів та фахівців у сфері ІКТ.

Використання ІКТ на курсах підвищення кваліфікації педагогів дозволяє одержати значно більш вагоме, ніж сукупність деяких додаткових знань з дисциплін їх фахового профілю, включаючи і методику викладання. Більше того, навчання вчителів використанню ІКТ значно підвищить їх можливості з дослідницької роботи. У контексті вище сказаного деталізація поняття інноваційні інформаційно-комунікаційні технології розуміється у процесі КПК вчителів як інструмент розщеплення базису знань на первинний і вторинний. В якості первинного базису виступають універсальні форми навчальних комунікацій викладачів КПК

та їх слухачів, засвоєння актуальних фахових знань. У кожному комунікативному акті використовується поряд зі звичайною мовою мова інформатики, наукова мова. Вторинний базис – це багаторівневий комплекс конкретно-змістових знань навчальної дисципліни, які можуть бути базою для розв’язання численних соціально-значущих задач: педагогічних, економічних, екологічних, інформаційних тощо. Слухача курсів в першу чергу цікавлять можливості впровадження ІКТ у навчальний процес. Для нього важливо знати, як інтегруються ІКТН з традиційною методичною системою навчання, з педагогічними технологіями особистісно орієнтованого навчання, проблемного навчання; як забезпечити диференціацію та індивідуалізацію навчання школярів. Безперечно, що слухачам КПК потрібно розкривати напрямки підвищення ефективності традиційних методів навчання за допомогою ІКТ.

Умови, в яких здійснюється освітня діяльність вчителів шкіл, є різними і дуже складними, щоб їх можна було відобразити в рамках однієї моделі КПК вчителів. У межах кожного трактування навчального процесу завжди перетинаються фактори найрізноманітнішої природи. І якщо говорити про науково-фаховий рівень слухачів КПК, то ймовірно він буде різним. Пояснюється це не тільки умовами проживання і праці вчителів, але й тим, що цей рівень створюється роками на основі вивчення і удосконалення відпрацьованих програмою підходів, прийомів та методів викладання навчальних дисциплін. При цьому роками складається звичка вчителя не відриватися від суб’єкта навчання – від учня. Ця звичка є значною технологічною перепорою до сприйняття можливостей ІКТ. Тому викладачі, які працюють на КПК, повинні знайти можливості переконати слухачів у тому, що ІКТН навпаки дають можливість більш об’єктивно виявляти властивості конкретного суб’єкта навчання, враховуючи його здібності. Іншими словами, потрібно у процесі роботи КПК сформувати у слухачів розуміння того, що процес навчання учня є певною стадією науково-пізнавальної еволюції, яка значно прискорюється на допомогою ІКТ.

Якщо виконати вказані вище умови навчання слухачів КПК, то педагоги, що підвищують кваліфікацію, неминуче приходять до необхідності використання інформаційних ресурсів та інформаційно-комп’ютерних засобів як важливого компонента підвищення своєї кваліфікації. Слухачам КПК стає зрозумілим наступне:

– впровадження ІКТН у традиційне навчання змінює: інформаційно-освітній простір суспільства за рахунок прискорення процесів навчання та підвищення якості кваліфікації підготовки та перепідготовки фахівців; способи навчання та співробітництва між учасниками навчального процесу; методи та засоби інтелектуальної інформаційної взаємодії;

– розвиток сучасного процесу підвищення кваліфікації фахівця в такому інформаційно-освітньому просторі характеризується створенням мережних організацій, формуванням онлайн-співтовариств, соціа-

льних мереж тощо. Самі ж освітні технології, методи навчання й навіть сама дидактика в значній мірі зазнають змін, пов'язаних із широким застосуванням та розвитком дистанційного навчання;

– темп зміни рівня кваліфікації педагога в інформаційному суспільстві, а також зміна всіх видів його соціальної й професійної діяльності, педагогічних взаємин і зв'язків надзвичайно прискорюється. Тому специфікою ІКТ, яку необхідно враховувати в процесі підвищення кваліфікації, є висока швидкість мінливості самого інформаційно-освітнього середовища. Інформаційні системи супроводу навчального процесу та опрацювання ресурсів постійно розвиваються, змінюється їхня структура, підвищується складність, росте кількість можливостей. Постійне відставання фахівців у реальній професійній діяльності від темпу зміни можливостей технологій і методів навчання в сучасному інформаційно-освітньому просторі вимагає постійного підвищення кваліфікації педагога;

– традиційна схема перепідготовки вчителів, за якої раз на кілька років вони проходять експрес-перепідготовку з відривом від виробництва, в умовах стрімкої зміни самої системи освіти не може задовольнити потреби ні суспільства, ні учасників освітнього процесу. Вимога постійного підвищення кваліфікації вчителів обумовлює необхідність широкого залучення засобів електронного, дистанційного та мобільного навчання у процес перепідготовки педагогів.

Зрозуміло, щоб усе вище сказане було більш переконливим для слухачів, структурам, що організують КПК, необхідно сформувати відповідне функціональне наповнення діяльності викладача при дистанційній реалізації процесу перепідготовки.

На спільних методичних семінарах кафедр математики та інформатики і прикладної математики Криворізького державного педагогічного університету з'ясовано, що зміст будь-якої навчальної дисципліни являє собою масив спеціальних знань, який має монологічну модель побудови з визначеною ієрархією використання базових та похідних понять, що відрізняються по мірі їх втілення у навчальний процес нормами їх викладання. Компетентна робота з усіма названими характеристиками навчальної інформації повинна бути передумовою застосування ІКТ як у процесі традиційного навчання, так і при дистанційному навчанні. Важливо визначити, на які складові повинен бути розділений універсум змісту математичної теорії, які ті функціональні категорії, що визначають його розподіл на основні типологічні одиниці таким чином, щоб у результаті використання ІКТ виявилось внутрішнє зв'язане, цілісне сприйняття сутності математичної дисципліни.

Тому далі зупинимось на деяких питаннях інтеграції традиційних методів вивчення математики і ІКТ.

ІКТ і евристичний метод навчання. Евристичний метод навчання – це метод, який дозволяє викладачу, замість переказу навчального мате-

ріалу і демонстрації традиційних методів розв'язку практичних задач та прикладів в готовому вигляді, спрямовувати мислення учнів до «перевірки» теорем і їх доведення, до самостійного формулювання означень, до самостійного формулювання умов задач і їх розв'язку [1]. Серед закономірностей мислення особливе місце мають евристичні процеси мислення [2]. Втілення евристики в навчання математики потребує перебору багатьох варіантів пошуку розв'язків розв'язання навчальної проблеми. Але для цього викладач не завжди має необхідний час і дидактичні можливості. Засоби ІКТ і сучасних комп'ютерів повністю забезпечують такі можливості і значно підвищують мобільність і дидактичну ефективність такої складової евристики, як евристична бесіда. За допомогою ІКТ можливо більш мотивовано і переконливо підвести учня до потрібного висновку як в процесі вивчення умов навчального завдання, так і в процесі розв'язку завдання. ІКТ ефективно допомагають вчителю в складанні рекомендацій для самостійного пошуку розв'язків набору подібних практичних задач та прикладів. Важливим завданням КПК вчителів математики є переконання слухачів у тому, що основним предметом навчальної евристичної діяльності є навчальна задача, сама постановка якої в багатьох випадках передбачає умови використання ІКТ для її розв'язку [1; 2]. Дійсно при формуванні умов задачі її постановці для розв'язку завжди виділяють такі компоненти, які мають чітко визначене інформаційне навантаження. Це стосується багатьох задач шкільного курсу математики: задач на обчислення, на побудову, на доведення, на доведення, на з'ясування і ін.

Слухачі КПК розуміють те, що розв'язання різноманітних математичних задач є специфічною інтелектуальною діяльністю людини. Але до цього варто додати те, що з виникненням поняття штучного інтелекту розв'язувати задачі і доводити теореми навчали і комп'ютер. Це дає можливість успішно використовувати комп'ютер для навчання математиці, у тому разі і на засадах використання евристичного навчання.

Досвід показує [3; 4], що у загальному випадку евристична модель розв'язання математичної задачі з використанням ІКТ будується в системі таких понять: «задача», «умови задачі», «варіанти методів розв'язання задачі», «пошук методу розв'язку», «алгоритм розв'язку задачі», «евристика розв'язку». При цьому під «евристикою розв'язку», по великому рахунку, розуміють відкриття нового алгоритму, тобто знаходження нового методу розв'язання задачі певного типу. Але в умовах шкільного навчального процесу ми розуміємо інше значення евристики в контексті розв'язку задачі – це реалізація принципів та засобів, які спрямовані на пошук учнем «методів розв'язання задачі» серед добре відомих подібних методів.

ІКТ і метод проблемного навчання (МПН). Як відомо, сутність методу проблемного навчання базується на множині понять, основними з яких є проблемна ситуація і проблема. Реалії сучасного досвіду викори-

стання проблемного навчання при вивченні математики свідчать про те, що вчителі намагаються створювати саме проблемні ситуації в межах одного уроку або в межах окремої теми, що вивчається. Вихід з проблемної ситуації учні можуть знайти самостійно шляхом використання засвоєних раніше теоретичних знань і відпрацьованих при розв'язку практичних задач, умінь і навичок. Зрозуміло, що МПН потребує прояву високої творчої активності учнів на протязі малого проміжку часу. Ці обставини вимагають від вчителя певного ризику при втіленні в поточний навчальний процес будь-яких методів активного навчання, у тому числі і МПН. Невпевненість у результатах призводить до того, що викладачі перестають застосовувати МПН. Подолати цю негативну ситуацію допомагають ІКТН. Пояснюється це тим, що викладач може за допомогою ІКТН реалізувати дві речі, пов'язані з ризиком використання МПН. Перше – ефективно контролювати час розв'язання навчальної проблемної ситуації, передбачивши досить короткі проміжки часу для використання учнями (чим менше час, тим менше ризик). Друге – виконати структурування завдання для створення проблемної ситуації. Якщо викладач оволодіє і першим і другим, він буде впевнено використовувати МПН та інші активні методи в своїй фаховій діяльності. Останнє може бути одним з дидактичних завдань організаторам КПК вчителів математики.

Використання МПН в інтеграції з ІКТ повинно базуватися на певній сукупності дидактичних принципів, таких як:

- 1) індивідуальний підхід до кожного учня;
- 2) забезпечення учнів можливістю достатньою кількістю аудіо-матеріалів;
- 3) максимально можливе надання свободи в розв'язуванні проблемної ситуації;
- 4) формування в учнів вмінь та навичок працювати з інформацією;
- 5) формування в учнів навичок самоконтролю при розв'язуванні проблемних ситуацій.

При застосуванні МПН в інтеграції з ІКТН його можливо вважати проблемно-евристичним, тому в цьому випадку спостерігається наочна компонента практичної проблеми і демонстрації пошуку методів і способів її розв'язання.

**ІКТ і естетичне виховання.** Важливою компонентою процесу вивчення математики є естетичне виховання учнів. В контексті сказаного бажано привернути увагу слухачів КПК вчителів математики до перспективи використання ІКТ з метою естетичного виховання учнів. Зрозуміло, що поняття «красиве» зручніше усього пов'язувати з мистецтвом, природою, літературою тощо. Але, ще Аристотель стверджував, що «...ті, хто запевняє, що математичні науки нічого не говорять про прекрасне..., помиляються... Саме головні форми прекрасного це – порядок «у просторі», співрозмірність і визначеність, – математичні науки більш за усе і показують саме це». Сама внутрішня логіка математики є одним



з важливіших компонентів математичної естетики, чіткість, лаконізм, символіка логічних дій, логіка математичних висновків, доведень, тверджень є проявом краси в математиці [5].

Дійсно, і в геометрії, і в алгебрі міститься багато цікавого, що має пряме відношення до естетичних норм виховання майбутнього громадянина. Тому важливим завданням КПК вчителів математики повинно бути ознайомлення слухачів з можливостями ІКТ в естетичному вихованні учнів при вивченні питань, пов'язаних з дзеркальною, переносною, поворотною, орнаментальною симетрією, які природним чином супроводжують вивчення властивостей геометричних фігур та тіл, таких як правильні багатокутники, багатогранники, а також мають місце при розв'язку задач на побудову і ін. При вивченні алгебри ІКТ мають ефективне використання при дослідженні функції та побудові їх графіків, при цьому важливо не помітити «красоту» різного виду парабол, гіпербол, їх комбінацій тощо. Слухачам КПК важливо показати можливості ІКТ в питаннях взаємозв'язку математики з архітектурою, поезією, літературою, різного роду художнім мистецтвом.

ІКТН в інтеграції з самоосвітою викладачів. Вище були розглянуті приклади напрямків використання ІКТ в фаховій діяльності вчителів математики загальноосвітніх шкіл, професійно-технічних коледжів та училищ. Зрозуміло, що на протязі короткотривалих КПК слухачі не в змозі засвоїти на належному фаховому рівні можливі напрямки використання ІКТ. Навчання на КПК повинно стати поштовхом для подальшого вивчення вчителем можливостей ІКТ з метою їх використання в повсякденній фаховій діяльності. Але для того, щоб цей поштовх перетворився в систематичну самоосвіту вчителя організаторам КПК потрібно врахувати особливості мотивації слухачів до оволодіння ІКТ. Історія теоретичного підходу до навчання дорослих бере початок у 1973 році завдяки науковим працям Ноулза [6]. Пропонована нами теорія навчання дорослих (андрагогіка) ґрунтується на наступних принципах

- доросла людина намагається самостійно приймати рішення;
- для дорослого учня особистий досвід – найважливіше джерело отримання знань, він набагато ефективніше навчається в групах, обговорюючи проблеми, а не просто слухаючи ту чи іншу інформацію;
- у дорослої людини в підсвідомості присутнє поняття «цілі навчання», вона орієнтується на завдання, що їх ставлять перед нею події реального життя;
- дорослі – великі прагматики, вони зацікавлені в отриманні знань і навичок, які можна застосовувати з користю.

Усім названим принципам відповідають слухачі КПК.

Кафедра Криворізького державного педагогічного університету має значний досвід навчальної діяльності на КПК вчителів математики. Щорічно слухачами КПК є більше ста вчителів м. Кривого Рогу. Безпосере-

дне спілкування зі слухачами, проведення серед них спеціально розроблених анкет з метою з'ясування змісту навчального плану для різних категорій вчителів свідчить про те, що їх, в першу чергу, цікавлять ті питання, які відповідають їхнім потребам на даний момент, щоб навчання було спрямованим на підняття ефективності їх практичної діяльності в школах, орієнтувало на оволодіння ними сучасними педагогічними технологіями. Слухачам КПК вчителів математики і викладачам КПК повинно бути зрозуміло, що інформаційні компетентності виходять сьогодні на перший план в роботі шкіл, тому зміст самоосвіти сучасного вчителя математики повинен бути пов'язаний з підвищенням його фахової інформаційної ефективності шляхом забезпечення доступу до ІКТ, одержання комп'ютерної підготовки, навчання навичкам роботи з інформацією, вихованням відповідної культури поведінки в інформаційному суспільстві. З цією метою в останній час досліджуються і розвиваються різні аспекти застосування ІКТ у процесі навчання математики засобами дистанційного навчання.

Нами було виконано порівняльний аналіз технологій застосування розподілених ресурсів в освітніх і навчальних цілях. У процесі очного навчання на курсах були визначені як проблеми й запити різних груп слухачів, так і пріоритети в особистісному розвитку слухача курсів, проведене навчання використанню нових електронних програмних (пакетів GRAN, DG, ТерМ тощо) і апаратних засобів (ноутбуки, мультимедійні проектори і дошки тощо), змінам технологій і методик навчання математики на основі засобів ІКТН, застосуванню проектних та тренінгових технологій.

Дослідження можливостей сприйняття гіпертекстової аудіовізуальної структурованої інформації слухачами курсів підвищення кваліфікації у процесі їхньої роботи з інтелектуальними навчальними середовищами вітчизняного виробництва дозволило сформулювати принципи використання розподілених інформаційних ресурсів. Найбільш суттєвими з них: інтерактивність інформаційної взаємодії між учасниками освітнього процесу; забезпечення індивідуальності траєкторії навчання, що залежить від рівня початкової підготовленості й професійних інтересів; наявність інформаційного середовища та інформаційних ресурсів фахової кафедри.

За результатами експериментальної роботи була сформульована головна умова забезпечення неперервності процесу підвищення кваліфікації: розвиток інформаційної інфраструктури, що поєднає інформаційні й обчислювальні ресурси за допомогою цифрових телекомунікацій. В якості інтеграційної основи була запропонована відкрита система Joomla, на основі якої побудовано сайт Криворізького державного педагогічного університету, та система дистанційного навчання MOODLE, що містить матеріали для самоосвіти педагогів з ІКТН. Для супроводу курсів підвищення кваліфікації були розроблені електронні навчальні матеріали

нового покоління, що дозволили переглянути зміст і організаційні форми навчальної діяльності й перепідготовки викладацьких кадрів.

Наприклад, при розгляді теми «Вдосконалювання керування загальноосвітніми установами на основі автоматизації процесів інформаційно-методичного забезпечення» акценти були зроблені на використання баз і банків даних науково-педагогічної інформації, інформаційно-методичних матеріалів, виявленні особливостей «відкритої освіти» як стосовно реалізації потенціалу Інтернет, так і в напрямку інформаційної взаємодії між учасниками процесу перепідготовки, які можуть взаємодіяти в освітніх цілях, поза залежністю від територіального розташування й обирати рівень перепідготовки залежно від своєї підготовленості, інтересів і переваг. Слухачі курсів зробили висновок, що необхідна наявність інформаційного середовища для використання розподіленого інформаційного ресурсу та реалізації інформаційної взаємодії. Рішенням проблеми формування інформаційно-освітніх ресурсів і забезпечення доступу до них може бути створення регіональних ресурсних центрів, у тому числі центрів відкритої та дистанційної освіти.

Інтеграція традиційних та інноваційних ІКТН забезпечує інтерактивність взаємодії суб'єктів освіти як синхронно в реальному часі (чат, Skype-зв'язок, ICQ, віртуальні дошки та кімнати), так й асинхронно (форуми, електронна пошта). Особистісно-зорієнтований, креативний та мобільний характер – основні риси навчання цього типу, ціль якого – творча самореалізація педагога в процесі підвищення кваліфікації [7], [8], [9]. Серед технологій, що використовуються в процесі підвищення кваліфікації, можна виділити:

- інформаційно-розвиваючі когнітивні технології, орієнтовані на оволодіння більшим запасом інформації, формування нової системи знань, оволодіння й вільне оперування знаннями;
- технології, орієнтовані на розвиток розумової активності (розвиваюче, проблемне навчання);
- діяльнісні технології, орієнтовані на оволодіння способами професійної й навчальної діяльності;
- особистісно-зорієнтовані технології, спрямовані на формування активності особистості в навчальному процесі та ін.

Ефективною формою підвищення кваліфікації вчителів є захист випускних робіт із творчими відкритими завданнями, проведення віртуальних педагогічних конференцій, проектів і конкурсів за допомогою електронної пошти або з використанням форумів. Всі ці заходи сприяють переходу в процесі перепідготовки вчителів від знаннєвого до компетентнісного підходу, коли набуті знання стають особистим ресурсом педагога, який здатний вільно застосовувати його у відповідній ситуації, діючи ефективно й адекватно.

Праця фахівця будь-якої спеціальності спрямована на певний об'єкт (предмет) діяльності й полягає у виконанні визначених виробничих фу-

нкцій. Вона пов'язана з конкретною системою діяльності та реалізується за допомогою відповідної системи засобів цієї діяльності. Тобто праця фахівця пов'язана з конкретною технологією або є елементом цієї технології.

В умовах інформаційного суспільства життєвий цикл ІКТ стає меншим, ніж термін професійної діяльності вчителя. За цих умов домінуючим напрямком в післядипломній освіті стає формування здатності педагога на основі відповідної фундаментальної освіти перебудовувати систему власної професійної діяльності з урахуванням соціально значущих цілей та нормативних обмежень – тобто самоформувати особистісні характеристики фахівця. Якщо визначити за головну мету діяльності системи підвищення кваліфікації підготовку такого фахівця, то процес перепідготовки доцільно організовувати таким чином, щоб забезпечувалася всебічний розвиток різних ІКТ-компетентностей.

Застосування компетентнісного підходу до післядипломної освіти ні в якому разі не замінює традиційних для вітчизняної освіти ЗУНів, а створює передумови для більшого та гнучкішого наближення результатів освіти до потреб та вимог ринку праці, подальшого розвитку освітніх технологій та системи освіти в цілому. Тому під ІКТ-компетентністю вчителя математики ми розуміємо впевнене оволодіння всіма складовими ІКТН для розв'язання питань, що виникають у навчальній та іншій діяльності вчителя. Таким чином, ІКТ-компетентність стає першим кроком на шляху до досягнення освітніх цілей.

Інтегративна інформаційна компетентність включає дві групи базових компетентностей:

1) компетентність роботи з інформацією: усвідомлення потреби в інформації; пошук шляхів заповнення прогалин у знаннях; розробка стратегії пошуку інформації; відбір, порівняння й оцінка інформації; систематизація, обробка й відтворення інформації; синтез існуючої інформації, створення на її основі нового знання;

2) компетентність роботи з ІКТ: використання стандартного програмного забезпечення, технічних пристроїв; здійснення інформаційного пошуку в Інтернеті; налагодження спілкування за допомогою Інтернет-технологій.

Є.М. Смирнова-Трибульська визначає у фахівця три рівні сформованості компетентностей з ІКТ: базовий рівень (елементарний), середній рівень (системний), просунутий рівень (функціональний) [10, с. 170].

До базового рівня віднесено володіння основними прийомами і методами роботи з персональним комп'ютером (робота в операційній системі, інсталяція програм, їх запуск, робота з ними, нескладне опрацювання даних за допомогою офісних програм, збереження результатів роботи та ін.); ознайомлення з етичними і правовими нормами, авторським правом щодо використання інтелектуальних (зокрема, електронних) ресурсів, ліцензійного програмного забезпечення тощо; володіння при-

йомами і методами роботи в локальній і глобальній комп'ютерних мережах (робота з Web-браузером, пошук необхідних відомостей в мережі, запис на власний комп'ютер, використання мережі для комунікації з іншими користувачами в синхронному і асинхронному режимі).

До *середнього* рівня сформованості компетентностей з ІКТ віднесено уміння знаходити і отримувати за допомогою глобальної комп'ютерної мережі актуальні відомості і методичні матеріали з предмету; уміння розробляти електронні дидактичні і методичні матеріали, зокрема, текстові, мультимедійні презентації, нескладні Web-сторінки; знання принципів створення, сприйняття і дії засобів мультимедіа; мультимедійні педагогічні програмні засоби, що передбачають зворотний зв'язок; методичні, дидактичні матеріали для проведення занять з навчального предмету і для реалізації міжпредметних проєктів; уміння створювати мережні освітні ресурси та ін.; використання дистанційних форм навчання для самонавчання, самоосвіти, професійного зростання і вдосконалення.

*Просунутий* рівень характеризується володінням широким спектром ІКТ і умінням використовувати їх для проведення різних видів занять і позаурочних заходів; володіння методикою використання ІКТ в освітньому процесі; зокрема у сфері використання дистанційних форм навчання для підготовки, організації і проведення окремих уроків та дистанційних тематичних курсів; розробки дистанційних курсів.

Вчителя можна вважати підготовленим до використання ІКТ у професійній діяльності, якщо у нього наявні компетентності в областях:

- а) розуміння і використання термінології, засобів (устаткування), інструментів (програмного забезпечення) і методів ІКТ;
- б) ІКТ розглядаються вчителем як складовий елемент свого робочого місця;
- в) усвідомлена роль і потреба використання ІКТ у викладанні навчального предмета;
- г) сформовані правові, етичні і суспільні аспекти доступу до ІКТ та їх використання.

Показником сформованості інформаційної компетентності в процесі перепідготовки стає створення нових інформаційних продуктів (проєктів, моделей, презентацій, посібників, розробок і ін.). Таким чином, компетентнісний підхід може служити методологічною базою для розробки нових засобів навчання математики. У зв'язку з цим актуальним представляється обґрунтування психолого-педагогічних вимог до електронного навчання, процесу розробки та використання інформаційних ресурсів в освітньому процесі в рамках інноваційної компетентнісної парадигми тощо.

Таким чином, реалізація компетентнісного підходу в процесі підготовки та перепідготовки фахівців, інтеграція в процесі навчання традиційних засобів ІКТ, інноваційного електронного (зокрема, дистанційно-

го та мобільного) навчання математики дозволяє створити нові типи засобів навчання, видозмінює форми навчання, модифікує цілі та зміст навчання математики, породжує нові методи навчання, тобто змінює всю методичну систему навчання. Підсумовуючи вище сказане, приходимо до наступного висновку: оволодіння ІКТ слухачами КПК передбачає два напрямки підвищення кваліфікації вчителів математики: 1 – змістовно-прикладний; 2 – загальнокультурний. До змістовно-прикладного напрямку слід віднести: оволодіння конкретним змістом математичних дисциплін з метою поширення фахових знань; засвоєння нових методичних методів навчання з використанням ІКТ. Загальнокультурна складова містить формування уявлення про ІКТ як частину загальносуспільної культури сучасності, її ролі в подальшому розвитку цивілізації, розвитку за допомогою ІКТ новітнього стилю мислення щодо пізнання навколишнього світу і розвитку особистості.

В подальших розділах посібника пропонуються окремі компоненти комп'ютеризованої методичної системи навчання математики та розглядаються її інноваційні властивості, які можуть бути запропоновані для вивчення слухачами КПК з метою їх використання в майбутній фаховій діяльності вчителів математики загальноосвітньої школи.

### **Література:**

1. Самыгин С. И. Педагогика и психология высшей школы / С. И. Самыгин. – М. : Феникс, 1998. – 544 с.
2. Груденов Я. И. Совершенствование методики работы учителя математики : кн. для учителя / Я. И. Груденов. – М. : Просвещение, 1990. – 224 с.
3. Карамішева Н. В. Логіка. Пізнання. Еврика : посібник [для студентів та аспірантів] / Н. В. Карамішева. – Львів : Астролябія, 2002. – 342 с.
4. Іваненко Л. О. Використання евристичної моделі мислення при розв'язуванні математичної задачі / Л. О. Іваненко // Збірник тез доповідей Міжнародної науково-методичної конференції «Евристичне навчання математики». – Донецьк, 2005. – С. 36-37.
5. Каменская М. В. Некоторые вопросы эстетического воспитания при обучении математике / М. В. Каменская, М. В. Писклёнова // Збірник тез доповідей Міжнародної науково-методичної конференції «Евристичне навчання математики». – Донецьк, 2005.
6. Сиротенко Г. О. Шляхи оновлення освіти : Науково-методичний аспект. Інформаційно-методичний збірник. – Х. : Основа, 2003. – 96 с.
7. Жалдак М. І. Педагогічний потенціал комп'ютерно-орієнтованих систем навчання математики / М. І. Жалдак // Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання. Зб. наук праць / Редкол. – К. : НПУ ім. М.П. Драгоманова. – Випуск 7. – 2003. – С. 3-16.
8. Семеріков С. О. Фундаменталізація навчання інформатичних дисциплін у вищій школі : монографія / Науковий редактор академік АПН

- України, д.пед.н., проф. М.І. Жалдак. – Кривий Ріг : Мінерал ; К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2009. – 340 с.: іл. – Бібліогр.: с. 284–339.
9. Семеріков С. О. Нові засоби дистанційного навчання інформаційних технологій математичного призначення / С. О. Семеріков, І. О. Теплицький, С. В. Шокалюк // Вісник. Тестування і моніторинг в освіті. – 2008. – №2. – С. 42–50.
10. Смирнова-Трибульська Е.Н. Теоретико-методические основы формирования информационных компетентностей учителей естественно-научных дисциплин в области дистанционного обучения : дис. ... доктора пед. наук : 13.00.02 / Е. Н. Смирнова-Трибульська. – К., 2008. – 676 с.

# РОЗДІЛ 1. КОМП'ЮТЕРНО-ОРІЄНТОВАНІ ТЕХНОЛОГІЇ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ В СЕРЕДНІЙ ШКОЛІ

## 1.1. Програма курсу «Інформаційно-комунікаційні засоби навчання математики»

### *Пояснювальна записка*

Курс «Інформаційно-комунікаційні засоби навчання математики» призначений для підвищення кваліфікації вчителя математики в галузі ІКТ. Метою курсу є інтеграція знань з методики навчання математики та інформаційних технологій; формування теоретичної бази знань про структуру комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання математики; про сутність, психолого-педагогічні засади і технологічні основи впровадження ІКЗН математики; вироблення у користувачів ППЗ практичних умінь і навичок застосування цих засобів у процесі навчання математики; забезпечення умов для неперервної самоосвіти на основі систематичної самостійної роботи.

В основі проведення курсу лежить ідея продуктивного освоєння програмних засобів навчального призначення вчителем математики через власну розробницьку діяльність. Курс орієнтований на форми активного навчання – проведення навчальних експериментів, підготовку дидактичних та методичних матеріалів, доповідей, презентацій, розробку уроків алгебри і геометрії, обговорення можливості використання розроблених матеріалів на уроках математики.

Програму складено на основі галузевого стандарту вищої освіти (напрямок підготовки 6.040201 «Математика», освітньо-кваліфікаційний рівень «бакалавр»). Курс є інтегрованим, опирається на знання студентів, умінь і навички, отримані при вивченні курсів «Інформаційні технології» і «Методика навчання математики».

Для забезпечення навчального процесу необхідна аудиторія з відповідним комп'ютерним обладнанням, мультимедійним проектором, програмним забезпеченням, до складу якого входить текстовий редактор; система для підготовки презентацій, педагогічні програмні засоби («Математика, 5 клас», ТерМ, «Бібліотека наочностей «Алгебра 7-9», GRAN1, «Бібліотека наочностей «Геометрія, 7-9 клас», динамічна геометрія GRAN-2D, DG, GRAN-3D, «Евристико-дидактичні конструкції» (ДонНУ).

Загальна кількість годин (54 год.), що відводяться на курс, ділиться на лекції (4 год.), лабораторні (32 год.) та самостійну роботу студентів (18 год). З них 20 год. на використання ППЗ у навчанні математики (5-6 кл.), алгебри (7-9 кл.); 16 год. на використання ППЗ у навчанні геометрії (7-9 клас).

*Слухачі повинні знати:* основні компоненти комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання; зокрема, педагогічні про-



грамні засоби навчання математики та їх використання у навчальному процесі; технологію розв'язування математичних задач з використанням ППЗ; поняття математичної моделі, обчислювального експерименту; етапи математичного дослідження та організацію обчислювального експерименту з використанням ППЗ; організаційні форми навчання математики, зокрема урок; типи уроків, структуру уроку; системи опрацювання текстів; графічних даних.

*Слухачі повинні вміти:* працювати з комп'ютером у якості користувача; використовувати програмний засіб навчального призначення для підтримки педагогічного процесу (добирати засоби та методи навчання з використанням комп'ютерної техніки, розробляти план вивчення навчального матеріалу з поєднанням традиційних та нових інформаційних технологій); проводити обчислювальні комп'ютерні експерименти за допомогою ППЗ з метою встановлення нових закономірностей, інтерпретувати, аналізувати та узагальнювати результати розрахунків; проєктувати комплексне використання засобів навчання на певному уроці з математики у школі певного типу, зокрема, демонстрацій, дидактичного матеріалу; виходячи з завдань уроку і програмних вимог дібрати засоби наочності; на основі попереднього проєктування елементів уроку скласти план уроку, який може мати певну структуру (цілі і педагогічні завдання, етапи уроку, методи і зміст перевірки знань і вмінь учнів; зміст, послідовність і методика вивчення нового навчального матеріалу; перелік необхідного обладнання; перелік технічних засобів навчання і засобів наочності; задачі і вправи з розв'язаннями; підведення підсумків уроку; домашнє завдання).

### *Структура залікового кредиту курсу*

#### **I. 20 год. Педагогічні програмні засоби навчання математики (5-6 кл.), алгебри (7-9 кл.).**

Комп'ютерно-орієнтована методична система навчання математики. Традиційні та комп'ютерно-орієнтовані методи, засоби і форми організації навчання.

Дидактичні принципи застосування ППЗ. Оцінювання якості електронного засобу навчального призначення.

Математичні програмні засоби навчального призначення.

Психолого-педагогічні аспекти застосування інформаційно-комунікаційних технологій навчання математики.

*Математика, 5 клас.* Інсталювання засобу, структура, режими роботи. Редагування уроку у режимі *Конструктор*. Проведення уроку. Виконання тестових завдань у мережевій взаємодії.

*ТерМ (7-ий клас).* Інсталювання засобу, структура, режими роботи. Виконання тестових завдань з посібника, тотожних перетворень раціональних виразів, розв'язування лінійних рівнянь та їх систем, текстових задач.

*Бібліотека наочностей «Алгебра 7-9».* Інсталування засобу, структура, режими роботи. Програмні модулі *Опорні конспекти, Алгебраїчні задачі, Графічні побудування.* Розробка уроку у режимі *Конструктор.* Проведення уроку. Виконання завдань у мережевій взаємодії.

*GRAN1.* Інсталування засобу, структура, режими роботи. Динамічні графіки. Графічний метод розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем. Наближені обчислення найбільшого (найменшого) значення функції на проміжку. Обчислення площі фігури, об'єму тіла обертання. Добір і виконання завдань до уроку за обраною темою. Побудова малюнка графіками. Аналіз варіаційних рядів.

## **II. 16 год. Інформаційно-комунікаційні засоби навчання геометрії (7-9 клас).**

Педагогічні програмні засоби навчання геометрії.

Навчальні дослідження в геометрії та їх підтримка засобами ІКТ. Динамічний опорний конспект. Особливості підготовки дидактичних та методичних матеріалів до уроку геометрії з використанням ІКЗН.

*Бібліотека наочностей «Геометрія, 7–9 клас».* Інсталування засобу, структура, режими роботи. Редагування уроку у режимі *Конструктор.* Проведення уроку.

*Динамічна геометрія GRAN-2D, DG.* Інсталування засобу, структура, режими роботи. Інструменти побудови, вимірювальні інструменти, об'єкти-написи, кнопки. Динамічні вирази.

Динамічний опорний конспект. Експертні системи розв'язування трикутників, чотирикутників. Навчальні дослідження типу пошук властивостей, застосування, систематизація та їх підтримка засобами динамічної геометрії.

Геометричні перетворення фігур. Геометрична задача на побудову як алгоритмічна задача. Розв'язування задач на побудову. Макроконструкції.

*GRAN-3D.* Інсталування засобу, структура, режими роботи.

Інструменти побудови і вимірювальні. Обчислення елементів многогранників і тіл обертання; обчислення площі поверхні та об'єму тіла.

Конструювання многогранників.

Побудова перерізів многогранників площиною.

*Евристико-дидактичні конструкції (ДонНУ).* Поняття про акцентовані програми, програми із запізнілою корекцією та зчеплені.

*Зміст основних індивідуальних завдань для слухачів курсу*

1. *Математика, 5 клас.* Складання плану-конспекту уроку за обраною темою. Конструювання уроку з включенням нових кроків.
2. *ТерМ.* Складання і виконання підсумкової контрольної роботи.
3. *Бібліотека наочностей «Алгебра 7-9».* Складання плану уроку за обраною темою, добір і розробка наочностей за допомогою засобу.
4. *GRAN1.* Добір і розв'язування завдань до уроку за обраною те-

мою. Побудова малюнка графіками. Аналіз варіаційних рядів.

6. *Бібліотека наочностей «Геометрія 7-9»*. Складання плану уроку за обраною темою, добір і розробка наочностей за допомогою засобу.

7. *Динамічна геометрія GRAN-2D, DG*. Складання плану уроку за обраною темою, добір і розробка динамічних наочностей за допомогою засобу. Дослідження геометричних місць точок. Розв'язування задачі на побудову.

8. *GRAN-3D*. Створення наочностей до теми «Елементи стереометрії».

## **1.2. Комп'ютерно-орієнтована методична система навчання**

Розгляд комплексу питань, пов'язаних із використанням сучасних ІКТ у навчальному процесі, дидактичні та психологічні аспекти застосування ІКТН, проблеми формування інформаційної культури як системної особистісної якості учня і вчителя знайшли відображення у працях М.І. Жалдака [6-11], Н.В. Морзе [19], С.А. Ракова [22-23], О.В. Співаковського [28], Є.М. Смирнкової-Трибульської [26-27], Ю.В. Триуса [31], Є.Ф. Вінниченка [1-3], Ю.В. Горошка [10], І.В. Лупан [14], С.О. Семерікова [24], О.А. Смалько [25] та ін. Результати дослідження цих авторів переконливо свідчать, що впровадження ІКТ у навчання математики створює передумови поглиблення змісту математичної освіти, сприяє інтенсифікації процесу навчання, розвиває особистість, стимулюючи пізнавальну активність школяра, сприяє підготовці спеціалістів, здатних працювати в умовах інформаційного суспільства та ефективно використовувати математичні знання на практиці. Впровадження ІКТН сприяє підвищенню практичної спрямованості навчання математики, формуванню в учнів життєво необхідних навичок, збагачує їх досвідом експериментальної та дослідницької роботи. Тому якщо раніше основною функцією математичної освіти була власне математична освіта, то на сучасному етапі на перше місце виходить інша не менш важлива функція – освіта за допомогою математики.

### *1.2.1. Структура методичної системи*

Сучасні *інформаційні технології* – це сукупності методів, засобів і прийомів, що використовуються для забезпечення ефективної діяльності людей в різноманітних виробничих і невиробничих процесах. *Інформаційно-комунікаційні технології навчання*, включаючи комп'ютер як засіб управління навчально-пізнавальною діяльністю, є сукупністю комп'ютерно-орієнтованих методів, засобів та організаційних форм навчання. Поряд з терміном «*інформаційно-комунікаційні технології навчання*» використовується термін «*комп'ютерно-орієнтовані технології навчання*» [31].

Структура МСН визначається трьома основними питаннями: «навіщо навчати?» (цілі), «чого навчати?» (зміст) і «як навчати?» (методи,

засоби, форми навчання). Згідно з системним підходом на рівні методики навчання за А.М. Пишкало, всі компоненти навчального процесу – *цілі, зміст, методи і прийоми, засоби, організаційні форми навчання* – утворюють єдине ціле із визначеними внутрішніми зв'язками. Сукупність компонентів МСН, що відповідають на питання «як навчати?», деякі науковці ([31], [61]) розглядають як певну підсистему – *технології навчання* у вузькому сенсі. Структуру з підсистемою «технологія навчання» можна подати як триєдине ціле, що містить *цільовий, змістовий, технологічний* компоненти МСН. Визначальними є цільовий та змістовий компоненти.

На думку Н.В. Морзе, модель МСН, враховуючи темпи розвитку засобів інформатизації, слід доповнити включенням очікуваних результатів навчання; технології добору змісту, методів, форм і засобів навчання; технології встановлення зв'язків між елементами методичної системи (рис. 1.3).



Рис. 1.3. Модель методичної системи навчання за Н.В. Морзе

Під *комп'ютерно-орієнтованою* МСН за Ю.В. Триусом [31, 229] розумітимемо МСН, яка забезпечує цілеспрямований процес здобування знань, набуття умінь і навичок, засвоєння способів пізнавальної діяльності суб'єктом навчання і розвиток його творчих здібностей на основі широкого використання ІКТ (рис. 1.4).

Щоб застосування інформаційно-комунікаційних технологій гарантувало досягнення зазначених цілей, необхідний відповідний добір змісту, методів, форм організації навчання; диференціація та індивідуалізація навчального процесу, підвищення внутрішньої мотивації учня, ство-

рення середовища, сприятливого для розвитку особистості.

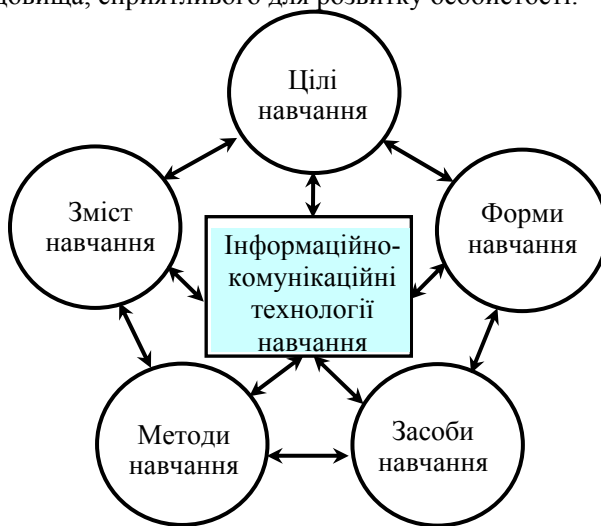


Рис. 1.4. Структура методичної системи навчання на основі ІКТ за Ю.В. Триусом

Як зазначає М.І. Жалдак [6], в основу інформатизації навчального процесу слід покласти створення і широке впровадження у повсякденну педагогічну практику нових КОМСН на принципах поступового і неантагоністичного, без руйнівних перебудов і реформ вбудовування ІКТ у діючі дидактичні системи, гармонійного поєднання ТМСН і КОМСН, не заперечування і відкидання здобутків педагогічної науки минулого, а їх удосконалення і посилення, в тому числі і за рахунок використання досягнень у розвитку комп'ютерної техніки і засобів зв'язку.

Є.М. Смирнова-Трибульська [26] виділяє чотири *ступені включення комп'ютерів у дидактичний процес*. Найнижчий ступінь – доповнення, розміщення комп'ютерів з ІКТ окремо від середовищ навчання. Другий ступінь – «розміщення» комп'ютерів та ІКТ в навчальному предметі, однак з обтяжливою рисою «доповнення», бо його використання незінтегроване з предметним змістом і його структурою. На третьому етапі (сучасному) відбувається інтеграція ІКТ у предмет навчання. Це означає повну інтеграцію програм навчання, дидактичного забезпечення, у тому числі підручників, відповідного програмного забезпечення навчального призначення і методів використання їх у навчанні визначеного предмета. Найвищим ступенем має стати повна міжпредметна інтеграція з певною предметною галуззю, наприклад, математикою.

Ю.В. Триус [31] використання ІКТ у навчальному процесі при традиційній МСН характеризує такими рівнями:

- ІКТ не використовуються;

- використання вчителем, викладачем ІКТ для підготовки навчально-методичних матеріалів з дисципліни;
- епізодичне використання ППЗ, СКМ у навчальному процесі, зокрема для контролю знань, вмінь і навичок учнів чи студентів;
- епізодичне використання ІКТ як засобів навчання і засобів управління навчальною діяльністю.

Для КОМСН вищих навчальних закладів виокремлено три рівні.

- Систематичне використання ІКТ у деяких видах навчальної діяльності студентів при навчанні дисципліни (на лекціях, практичних і лабораторних заняттях). Використання ІКТ суттєво впливає на деякі компоненти МСН (методи, засоби і форми організації навчання).

- Систематичне використання ІКТ в усіх видах навчальної діяльності студентів при навчанні дисципліни. Використання ІКТ суттєво впливає на всі компоненти методичної системи навчання (цілі, зміст, методи, засоби і форми організації навчання).

- Організація навчального процесу з дисципліни на основі освітньо-наукового інформаційного середовища. У навчальному процесі використовуються переважно комп'ютерно-орієнтовані методи, засоби і форми організації навчання на основі комп'ютерно-орієнтованого навчально-методичного комплексу дисципліни

Аналізуючи причини низького рівня використання вчителями математики ІКТ у професійній діяльності, Є.М. Смирнова-Трибульська виділяє наступні проблеми [26]:

- 1) теоретичні і правові (відсутність атестаційних вимог з використання ІКТ і дистанційних форм навчання та цілеспрямованої системи навчання вчителів);

- 2) методичні (брак методичної літератури, недостатня розробленість методик використання ІКТ на уроках та в дистанційних формах навчання в професійній діяльності вчителя);

- 3) технічні (нестача комп'ютерної техніки, обмежений доступ до Інтернет);

- 4) в області програмного забезпечення (недостатня кількість педагогічних програмних засобів, освітніх порталів і платформ дистанційного навчання);

- 5) організаційні (проведення в комп'ютерному класі уроків з більшості навчальних дисциплін не передбачено у шкільному розкладі; не скрізь організовані або слабо функціонують регіональні системи методичної підтримки на основі Інтернет-технологій);

- 6) особистісні (вчителі невмотивовані використовувати ІКТ; не сформована потреба в безперервному навчанні і підвищенні кваліфікації).

### *1.2.2. Цілі навчання*

На основі аналізу джерел [6], [22], [31] та ін. можемо виділити такі

цілі КОМСН, як розвиток особистості учня, інтенсифікація всіх рівнів навчально-виховного процесу за рахунок застосування ІКТН, оптимізація пошуку необхідних користувачу відомостей, підвищення якості освіти; виконання соціального замовлення суспільства на формування особистості, що проживатиме в умовах інформаційного суспільства.

Спостерігається диференціація використання комп'ютера як засобу навчання, виховання та розвитку від комп'ютерних ігор для раннього шкільного віку до тренажера, консультанта, екзаменатора і партнера у вирішенні конкретних навчальних завдань для старшокласників. Це накладає вимогу *враховувати вікові особливості учнів і застосовувати в навчанні доступні засоби*. ІКТ справляють вплив на учнів через спілкування в мережі Інтернет, телепередачі, відеомагнітофонні записи та інші опосередковані прояви, що безупинно змінюють все інформаційне середовище й тих людей, у спілкуванні з якими виростає дитина і формується як особистість. Значні переваги перед текстовим, графічним чи іншим традиційним повідомленням має аудіовізуальне у поєднанні з кольором і рухом, що якісно інакше сприймається і запам'ятовується, а іноді має властивість вступати в несподівані асоціативні зв'язки з іншими фрагментами відомостей. Через істотне розширення обсягу і характеру доступних людині відомостей, форм їх одержання і перетворення, через діяльність і спілкування відбувається внутрішнє збагачення особистості, накопичується її різноманітний духовний потенціал. Завдяки автоматизації функцій розумової праці людини за рахунок перекладання на комп'ютер доступних йому рутинних логічних і обчислювальних операцій, вивільняються резерви розуму для виконання творчої роботи.

Ю.І. Машбиць серед найбільш плідних застосувань комп'ютера виокремлює *значні можливості у реалізації проблемного навчання; формування творчого мислення школярів, готовності їх до творчої праці*. Автор наголошує на формуванні алгоритмічного мислення як процесі, *що передбачає евристичний пошук, сміливий здогад, інтуїцію – усе те, що у найбільшій мірі характеризує творчі витoki мислительного акту*. Важливо, щоб надмірна алгоритмізація діяльності на основі готових вказівок не стала гальмом для розвитку творчих якостей, пов'язаних із здогадкою і пошуком скорочених шляхів розв'язування задачі.

Важливо, щоб учні могли мислено уявити весь логічний ланцюг *творчого процесу застосування комп'ютера на практиці*: явище → його математична модель → алгоритм → програма мовою ЕОМ → розв'язування задачі за допомогою ЕОМ → інтерпретація результату → область його застосування на практиці. При моделюванні виокремлюється сама сутність явищ і стає ясною їх спільність [29].

Якщо застосовується ППЗ, то учні виступають в ролі користувачів програмного забезпечення. Запропонований ланцюг дещо видозмінюється: *явище → розробка моделі → розв'язування засобами ППЗ → інтерпретація отриманих результатів → застосування на практиці*. При

цьому захоплення використанням готових моделей погрожує передчасним розривом зв'язку виучуваного явища з дійсністю. Для уникнення формалізму в знаннях учнів потрібно віддати *перевагу створенню моделі* перед використанням розробленої іншими. Пропонуючи готові моделі, динамічні креслення в дидактичній грі з комп'ютерною підтримкою, необхідно обговорювати з учнями етапи їх розробки, відтворювати послідовність кроків побудови.

Використання ІКТ у навчальному процесі має сприяти підвищенню інтересу учнів до отримання знань; забезпеченню диференціації, індивідуалізації у процесі навчання, зокрема проходженню учнем матеріалу за власним темпом; об'єктивності контролю якості знань; активізації процесу навчання, зокрема через інтенсифікацію подачі матеріалу з використанням ІКТ; формуванню умінь і навичок різноманітної творчої діяльності; вихованню інформаційної культури; оволодінню навичками оперативного прийняття рішень в складних ситуаціях; забезпеченню оперативного доступу до банків різноманітних відомостей.

Одним з найважливіших принципів, що дозволяють забезпечити розвиваюче навчання, є профільна та рівнева диференціація, індивідуалізація навчання. М.І. Жалдак акцентує увагу на тому, що при використанні ІКТ у навчальному процесі «мова не повинна йти лише про вивчення певного навчального матеріалу, а, перш за все, *про всебічний і гармонійний розвиток особистості учнів, їх творчих здібностей*» [6, 14]. ІКТН, відкриваючи перспективи диференціації навчання, розкриття творчого потенціалу, пізнавальних здібностей кожного учасника навчального процесу, мають стати *особистісно орієнтованими*.

Індивідуалізація навчання на основі НІТ може бути забезпечена при рефлексивному управлінні навчальною діяльністю. Використання комп'ютерно-орієнтованих систем навчання має забезпечувати відповідність інформаційної моделі конкретному учневі. Для цього необхідно передбачити визначення стійких і ситуативних індивідуальних особливостей учнів. Наприклад, за допомогою засобу ППЗ ТерМ вчитель може добирати і пропонувати школярам завдання трьох рівнів складності, здійснювати перевірку правильності самостійного виконання учнем кроків завдання.

### 1.2.3. Зміст навчання

Зміст навчання на рівні навчального предмету – система знань з певної наукової галузі, практичних вмінь і навичок та способів діяльності, якими повинен оволодіти учень у процесі навчання.

*Навчальна програма з математики* – основний документ, що визначає зміст і обсяг знань з цього предмету, умінь і навичок, які підлягають засвоєнню, зміст розділів і тем з розподілом їх за роками навчання [49].

Вплив ІКТ на зміст навчання проявляється в розширенні та поглиб-



ленні теоретичних основ курсу математики завдяки більшій їх доступності для школярів, в поглибленні міжпредметних зв'язків і використанні завдань прикладного характеру.

У зв'язку з впровадженням ІКТН математики виникає потреба в перегляді системи завдань для формування знань, умінь та навичок школярів, для контролю і оцінювання знань. ПЗНП мають відповідати вимогам доцільності створення і практичного застосування. Тому електронні засоби слід наповнювати таким змістом, який найбільш ефективно може бути поданий і засвоєний переважно з використанням комп'ютера. В той же час, з впровадженням обчислювальної техніки необхідно обачливо підходити до зміни змісту математичної освіти з метою запобігання зниженню її рівня.

Ю.І. Машбиць та М.Л. Смульсон [18, 14] акцентують увагу на тому, що з впровадженням комп'ютерно-орієнтованого навчання, а особливо дистанційного, необхідно розрізняти три основні групи змісту. Перша група (*Зміст-1*) включає зміст основних об'єктів і способів оперування ними, що утворюють певний навчальний предмет. Для засвоєння цього матеріалу залучають додатковий матеріал (*Зміст-2*), що включає певний понятійний апарат, знаннєвий зміст відповідних розумових дій, різноманітні евристики. Саме *Зміст-2* визначальною мірою впливає на успішність засвоєння матеріалу. *Зміст-1* і *Зміст-2* разом утворюють зміст навчання. Потребує включення у зміст вивчення стратегій навчання, засвоєння учнями власної навчальної діяльності. Для успішної діяльності учні мають засвоїти ще *Зміст-3*, тобто зміст власної діяльності: як вони аналізують задачу, планують її розв'язання і т. д.

#### *1.2.4. Засоби навчання*

Використання засобів навчання залежить від цілей і завдань уроку, змісту і логіки подачі навчального матеріалу, майстерності вчителя.

Засоби навчання ділять на три групи: а) засоби зорової (візуальної) наочності (діафільми, діапозитиви, моделі, муляжі, таблиці, картини, графіки, роздавальний матеріал); б) засоби слухової наочності (платівки, компакт-диски, аудіокасети); в) наочно-слухові (аудіовізуальні) засоби (діафільми зі звуковим супроводом, кінофільми і відеофільми, кінофрагменти тощо) [46,147].

До *традиційних засобів* навчання відносять наочні та технічні засоби навчання, підручники й посібники, дидактичні матеріали, довідкову та іншу навчально-методичну предметну літературу [31].

Схвальні відгуки педагогів отримали посібники [7-12], [23], які демонструють шляхи впровадження в навчальний процес ППЗ, інтеграцію навчальних дисциплін та посилення міжпредметних зв'язків.

Серед *комп'ютерно-орієнтованих засобів* навчання математики розрізняють *апаратне забезпечення* (комп'ютер, засоби телекомунікацій) та *програмне забезпечення* (операційні системи; текстові й графічні

редактори; табличні процесори; експертні системи; педагогічні програмні засоби; проблемно-орієнтовані програми; електронні підручники, електронні бібліотеки, методичні та консультаційні каталоги, навчальні телекомунікаційні проекти та ін.). Серед програмних засобів комп'ютерної математики виділяють системи для чисельних розрахунків, табличні процесори, матричні системи, системи для статистичних обчислень, спеціалізовані програми і пакети, системи комп'ютерної алгебри і геометрії, універсальні математичні системи [31].

Як зазначає В.П. Вембер [1], не існує єдиного підходу як до класифікації електронних засобів навчального призначення, так і до термінології у цій сфері. Взявши за основу класифікації цілі та завдання, які можуть бути вирішені за допомогою ЕЗНП, можна виділити наступні типи: ілюструючі, консультуючі, операційне середовище, тренажери, навчальний контроль.

М.І. Жалдак, В.В. Лапінський, М.І. Шут [5] пропонують класифікацію залежно від переважного виду навчальної діяльності учня при роботі з певним засобом навчання (продуктивна діяльність, спрямована на формування нових знань; продуктивно-репродуктивна діяльність, спрямована на формування умінь, навичок, на актуалізацію та закріплення знань тощо). Виокремлюють 1) демонстраційно-моделюючі програмні засоби; 2) ППЗ типу діяльнісного предметно-орієнтованого середовища; 3) ППЗ, призначені для визначення рівня навчальних досягнень, які в свою чергу класифікують за способом організації роботи в мережі; ступенем «гнучкості», можливістю редагування предметного наповнення і критеріїв оцінювання; структурою і повнотою охоплення навчального курсу; способом введення команд і даних та можливою варіативністю формулювання відповіді; можливими способами формулювання та подання учневі навчальних задач; способом введення даних – командних впливів користувача; 4) ППЗ довідниково-інформаційного призначення.

В.П. Вембер [1], класифікуючи *освітні електронні ресурси*, ототожнює такі поняття, як електронні навчальні видання, електронні засоби навчального призначення, комп'ютерні навчальні системи, педагогічні програмні засоби, електронні навчально-методичні матеріали. Автором виділено такі складові як електронна навчальна книга, електронний навчальний посібник (енциклопедії, словники, альбоми карт і схем, інформаційні бази та банки знань, комп'ютерні лабораторні практикуми, бібліотеки електронних наочностей, хрестоматії, довідники, збірники вправ і задач, електронні атласи, контролюючо-тестуючі комплекти, віртуальні лабораторії, комп'ютерні тренажери), електронний підручник (для дистанційного навчання і для підтримки традиційного навчання), автоматизовані навчальні системи, програмно-методичні комплекти, програмні засоби контролю за навчально-виховним процесом.

Ю.В. Триус серед складових методичного забезпечення КОМСН виділяє такі сучасні електронні засоби навчання як *електронні словники*

*і довідники, електронні навчальні і методичні посібники, електронні підручники [31]. Розглянемо детальніше окремі з цих засобів.*

*Електронне видання – сукупність графічних, текстових, числових, мовних, музичних, відео, фото та інших матеріалів, поданих у цифровій формі і розміщених на електронних носіях, а також в електронній комп'ютерній мережі.*

*Навчальне електронне видання – електронне видання, яке містить систематизований матеріал з відповідної науково-практичної галузі знань. Має відрізнятися високим рівнем виконання і художнього оформлення, повнотою відомостей, якістю методичного інструментарію і технічного виконання, наочністю, логічністю і послідовністю подання матеріалу.*

*Електронний методичний посібник – форма узагальнення і передавання педагогічного досвіду, формування і поширення нових моделей освітньої діяльності. В електронному методичному посібнику досвід педагога фіксується у вигляді відеофрагментів і аудіозаписів занять, текстових і графічних дидактичних матеріалів, поданих в електронній формі.*

*Електронний словник – електронний інформаційний ресурс, що відповідає традиційному «паперовому» словникові. У комп'ютерній версії може викликатися з будь-якої програми спеціально визначеною вказівкою на слово або групу слів, що приводить до візуалізації необхідного фрагмента відповідного словника. Електронний словник поряд з текстом і графічними зображеннями може містити весь спектр медіаоб'єктів, включаючи відео і анімаційні фрагменти, звук, музику.*

*Електронний навчальний посібник – освітнє електронне видання, яке частково або цілком заміняє чи доповнює звичайний посібник і офіційно затверджене, як даний вид видання.*

*Електронний підручник [31] – основне освітнє електронне видання, створене на високому науковому і методичному рівні, яке повністю відповідає програмі і змісту навчальної дисципліни (обумовлених освітнім стандартом), забезпечує безперервність і повноту дидактичного циклу процесу навчання за умови здійснення інтерактивного зворотного зв'язку. Зазвичай електронний підручник являє собою комплект навчальних, контролюючих, моделюючих та інших програм, які розташовані на електронних носіях і у яких відображено основний науковий зміст навчальної дисципліни.*

*Електронні підручники [5] – ППЗ, які охоплюють значні за обсягом матеріалу розділи навчальних курсів або повністю навчальні курси. Для такого типу ППЗ характерною є гіпертекстова структура навчального матеріалу, наявність систем управління із елементами штучного інтелекту, блоку самоконтролю, розвинені мультимедійні складові.*

*Особливістю всіх електронних видань є те, що вони не можуть бути скорочені до паперового варіанта без втрати дидактичних властивостей.*

Електронний підручник не може і не повинен замінити книгу. Як зазначає Ю.В. Триус, для створення електронного підручника недостатньо взяти гарний підручник, створити його навігацію (створити гіпертекст), наповнити багатим ілюстративним матеріалом, включаючи мультимедійні засоби, і відтворити на екрані комп'ютера. Електронний підручник не повинен перетворюватися ні в текст із картинками, ні в довідник, тому що, його функція принципово інша. Електронний підручник повинен максимально полегшити розуміння і запам'ятовування (причому активне, а не пасивне) найбільш істотних понять, тверджень і прикладів, залучаючи до процесу навчання слухову й емоційну пам'ять.

Порівняно зі звичайним (паперовим) підручником педагогічний потенціал електронного значно більший завдяки наступним властивостям [5], [31]:

- *гіпертекстовість* (можливість перегляду навчального матеріалу за гіперпосиланнями);
- *мультимедійність* (можливість використання всіх засобів мультимедіа для більш ефективного подання навчального матеріалу – звук, графіка, мультиплікація, анімація, відео);
- *інтегрованість* (може включати не тільки навчальні матеріали, але й запитання, тести для самоконтролю та контролю, гіперпосилання на іншу довідкову та навчальну літературу, надавати можливість безпосередньо працювати з проблемно-орієнтованим програмним забезпеченням, зокрема з системами комп'ютерної математики);
- *конструктивність* (використання ІКТ дозволяє будувати навчальний курс за принципами конструктивізму у навчанні, згідно з яким навчання реалізується через конструювання когнітивних (уявних) моделей через експерименти з реальністю або її комп'ютерними моделями);
- *керіваність* – можливість організувати навігацію (послідовність пред'явлення навчального матеріалу) підручника залежно від успішності, психофізіологічних або інших індивідуальних характеристик учня, тобто забезпечити електронний посібник засобами зворотного зв'язку.

Електронні підручники з «живими» математичними графіками допомагають у самостійному вивченні математики. Завдяки графічній візуалізації розв'язання математичної задачі можна швидко зрозуміти його суть, реалізувати багатоваріантність обчислень, автоматизувати рутинні чи складні обчислення, не заперечуючи при цьому математичну інтуїцію людини та її творчу участь у розв'язуванні проблем. При цьому економію часу можна спрямувати на осмислення математичної сутності задачі.

В.М. Мадзігон, В.В. Лапінський та Ю.О. Дорошенко [17,70] акцентують увагу на тому, що ПЗНП повинні задовольняти *дидактичні принципи* навчання: принципи свідомості й активності, наочності, систематичності й послідовності, міцності, науковості, доступності, зв'язку теорії з практикою. Принцип *науковості* визначає як спосіб і критерії добо-

ру змісту навчального матеріалу, так і способи його подання відповідно до сучасного рівня наукових знань. Процес засвоєння матеріалу повинен відбуватися у відповідності з методами пізнання, а саме – науковим експериментом, через здійснення аналізу, синтезу, порівняння, аналогій, індукції та дедукції, абстрагування і конкретизації, систематизації і узагальнення. Способи подання навчального матеріалу, форми і методи організації навчальної діяльності мають відповідати рівню підготовки учнів та їх віковим особливостям. Досягнення успіху кожним школярем може бути забезпечене завдяки *доступності* навчального засобу. Завдяки перевагам подання графічних та інших даних засобами ІКТ закладаються істотні передумови успіхів у навчанні – емоційне включення, гностичність, емоційне сприйняття даних. Принцип *наочності* за умови використання ППЗ полягає не стільки в можливості пасивного споглядання учнями моделей, як в активній перетворюючій діяльності, у процесі якої школярі самостійно будують моделі. Встановлення суттєвих зв'язків між складовими динамічної моделі, певних ознак, впливає на формування у школярів прийомів мислительної діяльності.

*Оцінювання якості ЕЗНП* загально-дидактичного і практичного спрямування необхідне для ефективного використання засобів у навчанні і для їх удосконалення. Вимоги до дизайну, до техніко-ергономічних показників ППЗ навчання математики базуються на вимогах до електронних навчальних видань (див. [1], [5], [17], [20], [31]).

Щодо *організаційно-супроводжуючого рівня* електронних засобів, то змістовому наповненню мають відповідати назви ЕЗНП та анотації, бути привабливим зовнішнє оформлення компакт-диску, зручною комплектація інструкціями користувача та методичними рекомендаціями. *Техніко-ергономічні показники* засобів оцінюють за зручністю і відносною простотою інсталяції на комп'ютері і у локальній комп'ютерній мережі, зручністю структури та організації окремих модулів та екранів.

Щодо *навчально-методичних вимог* до електронного посібника, то вони базуються на вимогах до традиційних підручників [1], [54] і можуть бути згруповані у блоки, які характеризують *науковість змісту посібника і його структуру, доступність змісту, навчально-методичний апарат*. Ці видання не повинні повністю дублювати традиційні засоби, але можуть містити опорні конспекти матеріалу, що вивчається, доповнювати традиційні підручники і бути орієнтованими на підтримку навчально-виховного процесу за класно-урочною системою навчання. Текстовий навчальний матеріал доцільно подавати з використанням гіпертекстової розмітки. Ключові поняття краще продублювати у словнику та здійснити на них гіперпосилання з основного тексту. Важливо, щоб використання посібника сприяло диференціації навчання, давало відомості для поглибленого вивчення предмету, тому варто посібники оснащувати орієнтовним переліком творчих завдань, учнівських проєктів із застосуванням досягнень сучасних ІКТ та апаратних засобів.

Характеристики *науково-методичного рівня* ЕЗНП об'єднують у наступні блоки: структурування, призначення до використання у навчально-виховному процесі, науковість змісту, дидактична цілісність, методична цінність. Аналізуючи *призначення ЕЗНП до використання у навчально-виховному процесі*, оцінюють обсяг навчального матеріалу, охопленний змістовим наповненням засобу відповідно до діючої навчальної програми з математики для школи. Користуючись засобом, вчитель повинен мати змогу сконструювати урок, включивши до нього компоненти на забезпечення актуалізації опорних знань, подання нового матеріалу, формування умінь та навичок, узагальнення та систематизацію знань. Щодо *науковості змісту* ЕЗНП, то слід оцінювати їх відповідність вимогам державного стандарту загальної середньої освіти з освітньої галузі «Математика» та сучасним науковим тлумаченням.

*Дидактичну цілісність* ЕЗНП характеризують системність і оригінальність авторських підходів до подання навчального матеріалу, систематичність і послідовність, його доступність для виконання практичних робіт, відповідність віковим особливостям учнів, умінням і навичкам користувачів. Важливою є можливість здійснення індивідуалізації та диференціації навчання, забезпечення міцності, усвідомленості та дієвості результатів навчання, забезпечення наступності і перспективності в організації навчально-виховного процесу. Забезпеченню міцності, усвідомленості та дієвості результатів навчання за допомогою ЕЗНП сприяє наявність у змісті тестових завдань, зразків письмових робіт.

*Методичну цінність* ЕЗНП характеризує прийнятність розкриття змісту, можливість комплексного використання електронних засобів з традиційними засобами навчання, підготовки вчителя до проведення уроків з використанням конструктора уроку, із застосуванням ним різних дидактичних методів та прийомів. Добір малюнків, графічних зображень, знаково-буквенних зображень, анімацій має відповідати цілям навчання.

За допомогою ЕЗНП вчителю повинно бути зручно здійснювати *контрольно-коригуючу, контрольно-попереджаючу, контрольно-стимулюючу перевірку знань*, а учневі – надаватися можливість в певній мірі самостійно виконувати завдання без участі вчителя. Важливо, щоб при самостійному опрацюванні учнями матеріалу був забезпечений зворотній зв'язок, що сприятиме розвитку самостійності.

У вищих педагогічних та середніх загальноосвітніх навчальних закладах пройшли апробацію такі електронні засоби навчального призначення з математики як GRAN1, GRAN-2D, GRAN-3D, DG, ТерМ, «Світ лінійних рівнянь», «Математика, 5-6 клас», Бібліотеки електронних наочностей «Алгебра, 7-9 клас», «Геометрія, 7-9 клас», ППЗ «Алгебра, 10-11 клас», «Геометрія, 10-11 клас» та інші. Набув поширення засіб «Евристико-дидактичні конструкції» (ДонНУ).

Згідно з правилами використання комп'ютерних програм у навча-

льних закладах, придбати у школу і використовувати можна ті комп'ютерні програми навчального призначення, що мають відповідний гриф та/або свідоцтво про визнання відповідності педагогічним вимогам МОН України<sup>1</sup>.

Сучасне життя складно уявити без глобальної мережі Інтернет. Освітні шкільні Інтернет-портали «Острів Знань» (<http://ostriv.in.ua>), портали Львівщини ([www.osvit-portal.lviv.ua](http://www.osvit-portal.lviv.ua)), Херсонщини ([www.ucheba.ks.ua/new](http://www.ucheba.ks.ua/new)) та інші призначені для користувачів-учнів, вчителів, батьків, всіх тих, хто зацікавлений у розвитку особистості учня. У додатку до даного посібника подається перелік сайтів, на сторінках яких висвітлено цікаві відомості з історії математики, дані про відомих математиків.

### 1.2.5. Методи навчання

Результативність навчання з використанням ІКТ багато в чому визначається тим, якими методами оперує вчитель у вирішенні дидактичних завдань. Метод навчання – упорядкований спосіб взаємозалежної діяльності вчителя і учнів, спрямований на вирішення завдань освіти, виховання і розвитку у процесі навчання.

В табл. 1.1 наведено перелік основних традиційних і комп'ютерно-орієнтованих методів навчання, в яких за основу вибрано *джерело здобуття знань* [31], [46, 138].

Таблиця 1.1

#### Методи навчання (за джерелом здобуття знань)

<i>Традиційні</i>	<i>Комп'ютерно-орієнтовані</i>
<i>Словесні (вербальні) методи навчання</i>	
Розповідь, пояснення, бесіда, навчальна дискусія, лекція, робота з підручником, довідковою, науково-популярною та навчальною літературою	Робота з електронними підручниками, довідковим матеріалом комп'ютерних програм; опрацювання відомостей, що отримуються через глобальну мережу Інтернет
<i>Наочні методи навчання</i>	
Ілюстрування статистичної наочності, плакатів, карт; демонстрування приладів, дослідів, установок, фільмів; самостійне спостереження	Робота з навчаючими та навчально-контролюючими програмами Відеометод
<i>Практичні методи навчання</i>	
Виконання вправ, лабораторних робіт; практикумів; розв'язування доцільно дібраних задач; графічні роботи	Дослідницька робота у комп'ютерних лабораторіях; обчислювальні експерименти; телекомунікаційні проекти

<sup>1</sup> Правила використання комп'ютерних програм у навчальних закладах // Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах. – 2006. – №1. – С. 172-174.

Можливість швидко проводити обчислювальні експерименти з використанням ППЗ створює передумови навчання розвиваючими методами: проблемний виклад досліджуваного матеріалу, частково-пошуковий (евристичний) метод, дослідницький метод. Це забезпечує досягнення високого рівня навчання та проблемності пізнавальної активності на основі чого в учнів створюються пізнавальні навички та потреба у набутті інших. Сфера застосування обчислювального експерименту у шкільному курсі математики широка – від формулювання понять (графіка функції, границі, похідної функції в точці і т.д.) до перевірки відомих тверджень. У ході їх виконання учні зможуть «відкрити» певні закономірності чи перевірити відомі твердження. Метою дослідницької діяльності є пробудження активних дослідницьких інтересів. Особливу увагу слід звернути на *створення проблемної ситуації, стимулювання здогадки, висування гіпотези*. Активність та глибока зацікавленість творчим процесом сприятимуть розширенню знань учня, його інтересів та форм пізнання, заохочуватимуть до пошуку нових фактів, нових відомостей. Вчитель стимулює самостійність роздумів і суджень школярів, заздалегідь готуючи систему запитань. У ході діалогу за допомогою запитань, які допомагають активізувати мислення учня, відбувається відкриття істини. Відповідаючи на питання, учні самостійно формулюють означення, поняття, «відкривають» доведення теореми, знаходять способи розв'язування задачі, приходять до розв'язання певної проблеми.

### 1.2.6. *Форми організації навчання*

Форма навчання – це встановлений зразок організації навчальної діяльності, що передбачає характер зв'язків між викладачем і учнями, групування учнів для занять, характер їхньої діяльності, місце занять та їх проведення.

У табл. 1.2 наведено перелік основних традиційних і комп'ютерно-орієнтованих форм організації навчання [31], [46, 148]. Детальніше розглянемо окремі з комп'ютерно-орієнтованих форм навчання.

Таблиця 1.2

#### **Форми організації навчання**

<i>Традиційні</i>	<i>Комп'ютерно-орієнтовані</i>
Урок, лекція, практичні заняття, семінари, лабораторні роботи, навчальні дискусії, екскурсії, самостійна позакласна робота, індивідуальна або групова науково-дослідна робота, поточні та підсумкові форми контролю.	Комп'ютерно-орієнтовані урок, лекція, семінари, практичні і лабораторні заняття, контрольні роботи тощо; науково-дослідна робота; екзамени, тестування; дистанційні форми: - трансляція; чат (текстовий, графічний); - відео- і телеконференції, - інтерактивні форми проведення лекцій, семінарів, практичних й лабораторних занять, навчальних дискусій та ін.



Впровадження ІКТН в освітній процес здійснюється здебільшого через *комп'ютерно-орієнтований урок*. При цьому постає проблема добору відповідних електронних засобів навчального призначення і належного навчального матеріалу для роботи на уроці. А з іншого боку – це проблема педагогічної майстерності вчителя, уміння конструювати і розробляти ним уроки на основі методологічних і методичних положень та вимог. У процесі навчання вчителю слід враховувати внутрішній процес засвоєння учнями знань, який включає такі ланки: сприймання – осмислення і розуміння – узагальнення – закріплення – застосування на практиці.

Комп'ютерно-орієнтований урок, як і будь-який інший, має задовольняти такі *дидактичні вимоги*: а) чітке визначення дидактичної, виховної, розвивальної мети уроку, включаючи мету застосування того чи іншого педагогічного програмного засобу, та завдань уроку; б) правильний добір навчального матеріалу, зокрема й такого, який найкраще буде поданий за допомогою обраного програмного засобу; в) вибір оптимальних методичних прийомів і засобів навчання; г) поєднання на уроці колективної, групової, індивідуальної роботи; д) реалізація на уроці принципів і умов успішного навчання.

Розробники ППЗ DG особливого значення надають *урокам конструкторської діяльності і наукових досліджень*, зазначаючи при цьому, що навчальні дослідження є вищою формою творчості учнів [22], [23].

З *виховних вимог* до уроку з використанням ІКЗН відзначимо те, що завдання вчителя полягає в забезпеченні комфорту кожному учневі на уроці. В обговоренні можуть взяти участь школярі, які самостійно не досліджували з використанням програмного засобу, а лише спостерігали. Наявність *творчого спілкування* є однією з умов розвитку творчої особистості школяра. Важливо забезпечувати розвиток позитивних мотивів учнів, пізнавальних інтересів, потреби самостійно опановувати знаннями.

Щодо *організаційних вимог* до комп'ютерно-орієнтованих занять, то слід відмітити наявність чіткого плану заняття відповідно до тематичного планування, організаційна чіткість проведення уроку, підготовка і різноманітне використання технічних засобів навчання. Організація самостійної творчої роботи учнів з використанням ІКТ потребує від учителя високої кваліфікації і математичної, і педагогічної, і у галузі ІКТ.

Як краще організувати дослідження з використанням комп'ютера виходячи з різного стану забезпечення закладів технікою? В класах, які оснащені одним комп'ютером, краще виконувати дослідження групами з 3-4 чоловік по черзі. Якщо до комп'ютера додається мультимедійний проектор, то вчитель може виступати менеджером дослідження і обговорювати результати з усіма школярами. В класі, де є кілька комп'ютерів, краще працювати і звітувати групами. Навіть у комп'ютерній лабораторії бажано працювати парами, щоб обговорювати

і висувати гіпотези.

У процесі вивчення курсу «ІКЗН математики» передбачено складання конспектів уроків та їх фрагментів, тому наведемо короткі відомості про *типи уроків* та їх структуру. В дидактиці залежно від дидактичної мети розглядають такі типи уроків [55]:

- урок засвоєння нових знань (перевірка виконання учнями домашнього завдання, актуалізація і корекція опорних знань; повідомлення учням теми, мети і завдань уроку; мотивація учіння школярів; сприймання і усвідомлення учнями фактичного матеріалу, осмислення зв'язків і залежностей між елементами виучуваного; узагальнення і систематизація знань; підсумки уроку, повідомлення домашнього завдання);
- урок формування умінь і навичок (перевірка домашнього завдання, актуалізація і корекція опорних знань, умінь і навичок; повідомлення учням теми, мети і завдань уроку, мотивація учіння школярів; вивчення нового матеріалу (вступні, мотиваційні і пізнавальні вправи); первинне застосування нових знань (пробні вправи); самостійне застосування учнями знань в стандартних ситуаціях (тренувальні вправи за зразком, інструкцією, завданням); творчий перенос знань і навичок у нові ситуації (творчі вправи); підсумки уроку і повідомлення домашнього завдання);
- урок застосування знань, умінь і навичок (див. на диску);
- урок узагальнення і систематизації знань (див. на диску);
- урок перевірки і корекції знань, умінь і навичок (повідомлення теми, мети і завдання уроку, мотивація учіння школярів; перевірка знання учнями фактичного матеріалу й основних понять; перевірка глибини осмислення знань і ступеня їх узагальнення; застосування учнями знань у стандартних і змінених умовах; збирання виконаних робіт чи збереження результатів роботи на електронних носіях; їх перевірка, аналіз і оцінка, враховуючи часткову автоматизацію перевірки і оцінювання, здійснену контролюючим програмним забезпеченням; підсумки, домашнє завдання);
- комбінований урок [46, 154] (організаційний момент (цільова настанова); опитування (письмове, усне, картки); вивчення нового матеріалу (розчленовування на частини, формулювання питань для бесіди, терміни, поняття, які пропонуються; технічні засоби навчання); закріплення (усі види робіт); підсумок уроку; рекомендації до виконання домашнього завдання).

*Комп'ютерно-орієнтована лабораторна робота* – вид навчальної діяльності, пов'язаний з виконанням досліджень (можливо, на лабораторному устаткуванні) із застосуванням комп'ютера.

Зручно проводити лабораторні роботи з математики з використанням ППЗ GRAN1, GRAN-2D і DG (див. п. 2.3, 2.5, 2.7).

У структурі лабораторної роботи можна виділити три основні блоки. Перший з них є мотиваційним, що включає вступне слово вчителя,

актуалізацію знань та умінь учнів, постановку завдання, мотивацію навчальної діяльності. У ввідній частині уроку доцільно обговорити з учнями мету уроку і дослідницької роботи та план їхньої реалізації.

Другий блок є практичною частиною заняття, що передбачає роботу з ППЗ і виконання різних типів завдань: розв'язування задач наближеними методами, експериментальна перевірка істинності тверджень, проведення досліджень з метою висунення гіпотези. В ході практичної частини роботи варто передбачити виконання різноманітних творчих завдань прикладного характеру.

Обговорення результатів дослідження, узагальнення та систематизацію способів діяльності, яких набули учні в ході роботи з програмним засобом, прийомів та методів розв'язування завдань, краще здійснювати в кінці уроку або ж по ходу заняття, якщо передбачено виконання кількох дослідницьких вправ. Питання до учнів, подані в письмовій чи в усній формі, мають спонукати їх до здійснення різних розумових дій. Важливо, щоб перед початком обговорення учні записали власний висновок (звіт), який після обговорення може дещо змінитися, уточнитися. Однак, фіксація думки школяра надзвичайно важлива для розвитку пізнавальних якостей учня.

Заключний блок лабораторної роботи може включати як обґрунтування висунутих гіпотез, розгляд різних способів розв'язування задачі, так і фіксацію основних рекомендацій для обґрунтування. Показником системності засвоєння знань є уміння учнів розповісти про спостережені процеси, засвоєні теореми тощо. В той же час, зробити висновки або заповнити таблицю іноді доцільно запропонувати учням як домашнє завдання, якщо на уроці бракує часу. Відстрочка виконання завдання (аргументації) може бути прийомом розвитку особистості школяра, якщо інкубація (визрівання ідей) ще не відбулася. Оскільки на лабораторних роботах учні фактично створюють для себе посібник у таблицях, то в подальшому можливість використовувати його на уроках чи вдома посилить мотивацію учіння.

*Комп'ютерно-орієнтована контрольна робота, тестування* – форма виявлення й оцінювання ступеня оволодіння учнем знаннями, вміннями та навичками, що контролює рівень засвоєння визначеного об'єму навчального матеріалу в межах теми і організована вчителем за допомогою спеціального програмного забезпечення – контролюючої програми.

Контрольні роботи з перевіркою правильності виконання кроку учнем і зберіганням ходу розв'язування на електронних носіях особливо зручно проводити з використанням ПМК ТерМ, Алгебра 7-9 клас.

Розповсюдженими засобами для організації і проведення комп'ютерно-орієнтованого контролю є системи комп'ютерного тестування. Тестування учнів 5-го класу вчитель може здійснити з використанням засобу «Математика, 5 клас», подавши завдання для кожного учня через мережу.

*Комп'ютерно-орієнтована лекція* – систематичне, послідовне і логічне подання проблемних ситуацій з певних розділів шкільного курсу математики із використанням відео і комп'ютерної техніки для демонстрації малюнків, графіків, динамічних зображень і ін. В основі комп'ютерно-орієнтованої лекції лежить план лекції – чітке формулювання теми і мети, запису найбільш складних доведень, заздалегідь намічений план розкриття теми, логіка переходу від одного питання до іншого, який подається, як правило, у вигляді презентації.

#### **Контрольні питання і завдання**

1. Порівняти компоненти традиційної методичної системи навчання і комп'ютерно-орієнтованої, визначити цілі застосування ІКТ в навчанні. Описати комп'ютерно-орієнтовані методи і форми організації навчання.

2. До однієї з тем шкільного курсу математики самостійно дібрати доцільні ППЗ, комп'ютерно-орієнтовані методи і форми навчання. Оцінити їх переваги у навчанні перед традиційними засобами. Користуючись мережею Інтернет, дібрати відомості для уроку математики.

3. Охарактеризувати групи параметрів, використовуючи які можна оцінювати якість електронного засобу навчального призначення.

4. Скласти характеристику одного із обраних електронних засобів навчання математики відповідно до параметрів науково-методичного рівня.

### **1.3. Розвиток особистості школяра у процесі навчання математики засобами ІКТ**

Щоб розвивати особистісні якості учня у процесі навчання, вчителю необхідно діагностувати рівень їх сформованості та здійснювати їх моніторинг. Можна виокремити такі *групи якостей*: а) *організаційно-діяльнісні*, що характеризують мотиваційно-творчу спрямованість, самоорганізацію; б) *пізнавальні* (уміння аналізувати, синтезувати, порівнювати, узагальнювати, класифікувати, систематизувати; здатність втілювати здобуті знання в духовні і матеріальні форми); в) *творчі* (здатність переносити знання і уміння в нові ситуації; здатність до формулювання гіпотез, закономірностей, уміння бачити відоме в невідомому і навпаки; здатність до дослідницької діяльності, творча уява, фантазія; дивергентність мислення) [59].

Однією з умов ефективного формування особистісних якостей учнів у процесі комп'ютерно-орієнтованого навчання математики є використання у навчально-виховному процесі такої комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання математики, яка б сприяла активізації пошуково-дослідницької діяльності учнів, унаочненню складного для сприйняття абстрактного матеріалу, проведенню обчислювальних експериментів зі створеними учнями моделями, динамічними кресленнями з метою висування гіпотез; розв'язуванню творчих, нестандартних за-

дач; посиленню прикладної спрямованості навчання [13].

Ю.В. Триус [31] зазначає, що мислення людини, яка має навички роботи з персональним комп'ютером, вигідно відрізняється організованістю, внутрішньою дисципліною, логічною строгістю.

На думку М.М. Фіцули [55], комп'ютерно-орієнтоване навчання розвиває такі якості особистості, як уміння планувати і раціонально будувати виконавчі операції, точно визначати цілі діяльності, що сприятиме формуванню в учнів охайності, точності, обов'язковості.

Не заперечуючи того, що комп'ютер є потужним засобом зі значними дидактичними можливостями, деякі автори зауважують, що комп'ютеризоване навчання недостатньо розвиває логічне, образне мислення, істотно обмежує властивості усного мовлення. Під його впливом формується формальна логіка мислення на шкоду почуттям і творчим розумовим операціям. М.М. Фіцула [55] привертає увагу до проблеми швидкої стомлюваності учнів, що працюють за комп'ютером, частих випадків погіршення зору і окремих випадків розладів нервової системи. В умовах автоматизованого навчання можуть формуватися егоїстичні нахили людини, загострюватися індивідуалізм, розширюватися конкурентність, сповільнюватися виховання колективізму, взаємодопомоги.

Д. Пойа, аналізуючи творчий математичний процес, акцентує увагу на тому, що навчання повинне плекати ростки винахідливості, готувати учня до відкриття, і звертається до вчителів із закликом «Вчити здогадуватися!» [47, 389]. При цьому школяр має відрізнити строге доведення від нестрогої спроби, доведення від здогадки, розумну здогадку від менш розумної.

Для реалізації творчої ситуації у навчально-виховному процесі доцільно дотримуватися наступної *психолого-педагогічної структури творчої навчальної діяльності учнів* [50], [59]: 1) бажання, зацікавленість, ентузіазм, потяг до формулювання проблеми, психологічна готовність до її вирішення; 2) наявність знань, умінь та навичок, необхідних для чіткого усвідомлення і формулювання творчого завдання; 3) зосередження зусиль та пошуки додаткових відомостей для розв'язування завдання (якщо завдання не вирішується, відбувається перехід до наступних етапів); 4) інкубація – підсвідомий аналіз і вибір, уявний відхід від вирішення проблем, переключення на інші види діяльності; 5) еврика (осаяння, інсайт) – це може бути лише перший крок до розв'язання завдання, за яким будуть необхідні інші; 6) перевірка (верифікація). При плануванні творчої навчальної діяльності учитель має враховувати рівень розвитку учнів і прогнозувати вихід із творчих ситуацій для різних груп, передбачати надання диференційованої допомоги в ході творчої діяльності.

Задачу вважатимемо *творчою*, якщо вона або деяка із її підзадач є нерутинною відкритою пізнавальною задачею. В.А. Крутецький [38,10] виділяє задачі з неформальною вимогою, з зайвими даними, з кількома

розв'язками, зі змінною умовою, задачі на доведення. У навчанні доцільно використовувати типологію навчально-творчих задач за В.І. Андрєєвим [32, 42] та С.О. Сисоевою [50, 320].

На основі аналізу джерел [38], [41], [42], [47], [57] та ін. можна виокремити *етапи розв'язування творчих задач*: 1) бачення задачі, самостійність у її пошуку і постановці; 2) виділення відомих і невідомих даних, процесів; первинне моделювання їх якостей, аналіз умови; 3) пошук невідомого в задачі (висунення гіпотез), що може потребувати довизначення умов, розгортання деяких понять, що стосуються даних задачі; 4) виведення інших характеристик даних задачі, встановлення наявності у них властивостей, поданих у визначеннях, зближення даних і вимог задачі; 5) пошук невідомого за допомогою більш визначених за змістом прийомів для підвищення рівня впевненості в собі, знаходження і використання подібної задачі, розподілення задачі на частини; пошук невідомого за допомогою прийомів менш визначених за змістом, узагальнення, конкретизація задачі, формулювання і розв'язування оберненої задачі; 6) перевірка і аналіз гіпотез, виділення обґрунтувань гіпотез, аналіз переваг і недоліків, розгляд причин некоректності гіпотез; виявлення схожості у ідеях та умовах.

В.І. Андрєєв акцентує увагу на багатоплановості застосування навчально-творчих задач [32, 45], а саме: а) для оволодіння новим знанням про поняття, закони, теорії, принципи, методи, правила, засоби діяльності; б) розумовими і практичними вміннями; в) для актуалізації знань, умінь; г) для контролю знань та умінь; д) з метою діагностики і розвитку творчих якостей особистості.

Формування творчих якостей особистості відбувається у процесі розв'язуванні навчально-творчих задач. Задачі мають не тільки і не стільки сприяти закріпленню знань, тренуванню в їх застосуванні, скільки формувати дослідницький стиль розумової діяльності, метод підходу до виучуваних явищ. Математичне моделювання, прикладна спрямованість навчального матеріалу активізує творчу діяльність учнів.

До найбільш істотних переваг комп'ютерно-орієнтованого навчання математики у порівнянні з традиційним відносно надання учням можливості самостійно ставити і розв'язувати за допомогою комп'ютера різноманітні навчальні задачі. Навіть у тих випадках, коли вчитель виконує певний етап у розв'язуванні навчальної задачі, його функція полягає не лише в тому, щоб забезпечити правильне розв'язування задачі, а щоб допомогти учневі у засвоєнні способу її розв'язування, у досягненні певних навчальних цілей. До основних психологічних механізмів навчання засобами ІКТ відносно проблему зворотного зв'язку, довизначення навчальної задачі, динамічного розподілу функцій управління між учителем, комп'ютерним забезпеченням і учнями.

Враховуючи типології навчально-творчих задач В.А. Андрєєва [32], В.А. Крутецького [38], В.О. Моляко [42], С.А. Ракова [22], С.О. Сисоевої

[50], можна виокремити типи завдань, які доцільно використовувати для формування творчих якостей особистості у процесі комп'ютерно-орієнтованого навчання математики.

*Задачі на виявлення протиріччя* формують бачення протиріччя, здатність формулювати проблему, діалектичність мислення.

*Задачі з відсутністю повних вихідних даних* бажано використовувати для формування здатності знаходити потрібні відомості та переносити їх у нові ситуації. Такі задачі називаємо «відкритими». Розмаїття дослідницьких задач з відкритою умовою чи відкритою вимогою можемо розглянути завдяки використанню ППЗ GRAN і DG як інструментів дослідження.

*Завдання на прогнозування, відкриття теорем* за допомогою ППЗ доцільно використовувати для формування здібності генерувати ідеї, висувати гіпотези. Для цього слід проводити обчислювальні експерименти і аналізувати чисельні величини створених динамічних виразів.

Застосовуючи ППЗ GRAN, DG для розв'язування практичних задач, а серед них задач на оптимізацію, можна сприяти формуванню гнучкості, дивергентності мислення учнів. Тому слід пропонувати *добірки задач на дослідження* моделі-функції, створювати динамічні креслення, пропонувати різні способи розв'язування однієї і тієї ж задачі.

*Завдання на рецензування* для забезпечення розвитку критичності мислення, здатності до оціночних суджень, пропонуються найчастіше у процесі навчання у співпраці, за методом проектів з використанням ІКТ.

*Задачі на розробку алгоритмічних і евристичних приписів* як результатів дослідження за допомогою ППЗ, бажано використовувати для розвитку здібності до узагальнення і згортання мислительних операцій, здатності до рефлексії мислення. Важливо пропонувати учням завдання на здійснення умовиводів через узагальнення.

Особливе значення у процесі використання ППЗ GRAN-2D, DG слід приділяти створенню динамічних опорних конспектів (динамічні креслення, оснащені системою підказок), які цілеспрямовують школяра в ході самостійного вивчення окремих питань. До задач на винахідливість можна віднести завдання на розробку макроконструкцій для більш складних креслень.

На факультативних заняттях, на спецкурсі математики доречно пропонувати учням розв'язувати різноманітні задачі-проблеми, задачі-загадки, задачі-фантазії. Інтерес до задачного практикуму підвищується, якщо до фонду задач включати завдання створені учнями або дібрані ними з посібників за якоюсь суттєвою ознакою. Важливими є задачі, розв'язок яких цікавий чи несподіваний, або який можна естетично і вигідно подати у відомому програмному продукті. Для розвитку інтелектуально-логічних здібностей бажано пропонувати логічні задачі, задачі з параметрами. Застосовуючи ППЗ GRAN1, можна до багатьох задач з параметрами побудувати відповідне ГМТ і здійснювати аналіз задачі.

Важливо для учнів уміти знайти в літературі і подати за допомогою презентацій, файлів, створених за допомогою ППЗ, історичні математичні задачі, відомості про математиків, розробників задач з інформатики. Творчу фантазію та уяву можна розвивати, пропонуючи завдання на створення різноманітних малюнків, в яких криві можна описати функціональними залежностями; орнаментів, геометричних паркетів, калейдоскопів.

Щоб розвивати в учнів просторову уяву, розглядають завдання на створення слайдів з перерізами многогранників площиною, динамічних креслень до стереометричних задач, многогранників за їх описами і розгортками, виконують перетворення об'єктів за допомогою ППЗ та інші.

Важливо у процесі навчання з використанням ІКТ дотримуватися дидактичних і психологічних принципів розвивального навчання [53].

### ***Контрольні питання і завдання***

1. Чому формування позитивних особистісних якостей учнів у процесі комп'ютерно-орієнтованого навчання математики є актуальною проблемою?

2. Охарактеризувати типології навчально-творчих задач за В.А. Андрєєвим, С.О. Сисоєвою, В.А. Крутецьким, С.А. Раковим.

3. Для комп'ютерно-орієнтованих уроків за обраними темами визначити дидактичну, розвивальну і виховну мету; дібрати навчально-творчі завдання.

## **1.4. Програмно-методичний комплекс «Математика, 5 клас»**

ПМК «Математика, 5-6 клас»<sup>1</sup> для загальноосвітніх закладів призначений для викладання та вивчення математики в 5-6 класі. Розроблено засіб на замовлення МОН України. У процесі створення засобу розробники використовували підручник Г.М. Янченко, посібники А.М. Капіносова [36].

Урок в ПМК – це сукупність зображень, відеофрагментів, текстових пояснень, тестових запитань, що використовує вчитель при проведенні заняття. Урок складається з певної кількості кроків, а крок – з одного або декількох кадрів. Кадр – це частина кроку, що висловлює, демонструє певну властивість, явище, думку. Кожен урок розкриває конкретну тему та містить засоби для її пояснення: текст, формули, статичні та динамічні схеми, моделі, анімації, аудіо- та відеофрагменти, малюнки, світлини тощо. Для перевірки знань передбачено контрольні питання та завдання, задачі, тести для самоконтролю та контролю. Відомості про результати роботи учнів учитель може переглядати на головному комп'ютері у зведеному вигляді та по кожному учню окремо. Крім того,

---

<sup>1</sup> Програмно-методичний комплекс навчального призначення «Математика, 5-6 клас» для загальноосвітніх закладів, версія 1.0. – Рівне : ПП Контур плюс, 2006. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM): 12 см. – Системні вимоги: Pentium, тактова частота – від 1100 MHz, 128 Mb RAM, CD-ROM Windows 98/XP.



програмний засіб містить додаткові відомості: довідку по роботі з ПМК, словник термінів і понять, історичну довідку, додатки (таблиця простих чисел, координатна площина).

Оскільки при вивченні математики складність навчання обумовлюється великою кількістю рутинних обчислень, які принципово не впливають на логіку розв'язування задач, то для учня важлива побудова ходу розв'язування математичної задачі, розвиток і сприйняття евристики у виучуваному матеріалі, динамічна подача величин та їх відношень, ілюстрація практичних дій із математичними об'єктами, а не лише отримання відповіді чи готових результатів. Завдяки використанню на уроці ППЗ «Математика, 5-6 клас», вчитель зможе вивільнити час для творчого розвитку учнів. Засіб може бути використаний учителем для підготовки до уроку, для пояснення нового матеріалу, для створення власних уроків і редагування існуючих, для формування та закріплення навичок розв'язування вправ, передбачених програмою, та проведення тестового контролю знань, індивідуальних і факультативних занять.

1. Для інсталяції засобу «Математика, 5 клас» у вікні, що з'явиться, необхідно ввести текст «X:\Математика, 5 клас\_Setup.exe», де X – літера, якій відповідає дисководу для читання компакт-дисків.

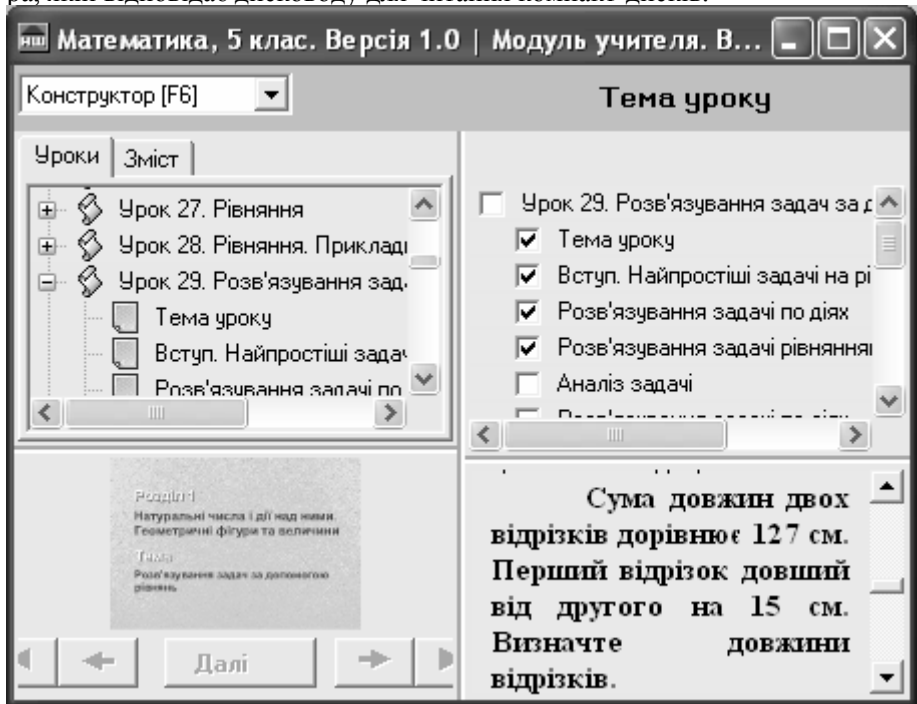


Рис. 1.5. Копія екрана ПМК «Математика, 5 клас». Режим «Конструктор»

2. ПМК працює в режимах учителя, уроку, учня, підручника, конструктора. У режимі «*Підручник*» ліва частина екрана відображає навігаційне дерево, а права – методичні рекомендації та текстові відомості для обраної теми чи уроку. Важливим засобом є *Конструктор уроків*, за допомогою якого вчитель може створити уроки за власною методикою, а при потребі відредувати запропоновані уроки (рис. 1.5). Для вибору режиму необхідно скористатися меню, яке розташоване у лівому верхньому куті екрана. Для того, щоб вибрати необхідний урок, потрібно знайти його за допомогою дерева навігації і активізувати натисканням курсору.

3. Переглянемо у режимі *Конструктор* урок №29 (рис. 1.5) на тему «Рівняння. Розв'язування задач». Перейти до цього режиму можемо натисканням клавіші F6. У вкладці *Уроки* виберемо потрібний урок у лівому верхньому вікні та завантажимо його для покрокового перегляду у праве верхнє вікно. За допомогою курсору миші запускають на виконання певний крок у правому верхньому вікні, прослуховують його порціями завдяки вибору опцій *Далі*, *Пуск*, *Пауза* у лівому нижньому вікні.

Дидактична мета уроку №29 – навчити учнів розв'язувати задачі різними способами. Мета застосування ПМК – формувати навички аналізу і розв'язування задач різними способами, уміння встановлювати зв'язки між величинами в умовах задач.

На етапі пояснення нових знань за допомогою ППЗ формуюмо навички поетапного аналізу умови задачі. Паралельно з текстом на моніторі подається дикторський супровід.

Наведемо приклади задач, які пропонуються учням для розв'язування:

1) Коли водій вирушив у дорогу, лічильник автомобіля показував 17 697 км. Якими будуть покази лічильника через 875 км?

2) Під час виборів за одного кандидата проголосувало 39 859 виборців, а за іншого – на 1 562 виборця менше. Скільки виборців проголосувало за цих кандидатів разом?

3) Сума довжин двох відрізків дорівнює 127 см. Перший відрізок довший від другого на 15 см. Визначте довжини відрізків (рис. 1.6, 1.7).

4) Собака кинувся наздоганяти господаря, коли той був на відстані 320 м. Через який час собака наздожене господаря, якщо швидкість господаря 1 м/с, а собаки – 9 м/с (рис.1.6)?

За допомогою засобу за першим кроком подається умова задачі. На другому кроці, щоб проаналізувати завдання, учням ставляться питання, а після паузи подається на них відповідь. Приклади питань: Яка умова задачі? Яке питання задачі? Які величини зустрічаються в задачі? Які числові значення величин у задачі? Як по-іншому сформулювати питання? Які зв'язки між числовими значеннями в задачі? Мета третього кроку – розв'язування задачі, ілюстрація розв'язку задачі. Мета четвертого

кроку – формування навичок розв’язування задач різними способами. Заключний крок – розв’язування за допомогою рівняння. До значної кількості завдань окремим кроком подаються схематичні малюнки (рис. 1.6). В окремих слайдах малюнки динамічні і побудови мають дикторський супровід.

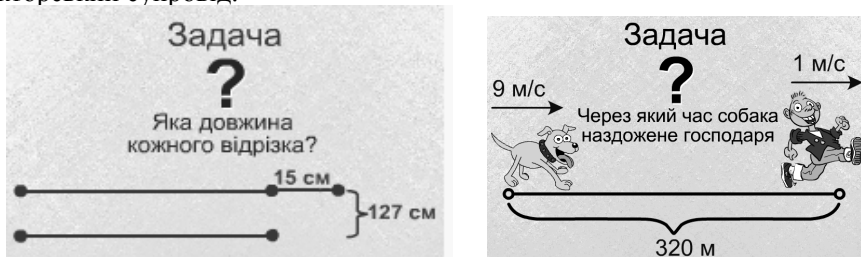


Рис. 1. 6. Копія екранів з малюнками до завдань №3, №4

- І спосіб. 1)  $127 - 15 = 112$  (см) — сума довжин двох однакових частин  
 2)  $112 : 2 = 56$  (см) — довжина другого відрізка.  
 3)  $56 + 15 = 71$  (см) — довжина першого відрізка.  
 II спосіб. 1)  $127 + 15 = 142$  (см) — сума довжин двох відрізків, якби довжина другого була б такою, як довжина першого.  
 2)  $142 : 2 = 71$  (см) — довжина першого відрізка.  
 3)  $71 - 15 = 56$  (см) — довжина другого відрізка.

Рис. 1. 7. Фрагмент файлу з текстовими відомостями до задачі №3

4. У режимі *Конструктор* учитель може створити уроки за власною методикою, а також відредагувати запропоновані розробниками уроки.

У правому верхньому вікні для уроку подано всі кроки (рис. 1.5). Для того, щоб крок тимчасово не відображався під час уроку, слід зняти відмітку, що знаходиться ліворуч від назви кроку. Повторне натиснення на це поле відновить крок в уроці. Щоб видалити крок з уроку, потрібно натиснути на назві кроку правою кнопкою миші і вибрати пункт меню *Видалити крок*. Таке видалення не знищить крок з інших уроків і зі змісту. Під час проведення уроку кроки відображатимуться в тій послідовності, в якій вони подані у списку. Кроки можна переставляти на іншу позицію в уроці, перетягуючи їх за допомогою вказівника миши вгору або донизу.

Розглянемо, як можна редагувати запропонований розробниками урок №29 «Рівняння. Розв’язування задач». Якщо вчитель планує на уроці за допомогою ППЗ не розглядати першу задачу, а залишити її учням додому для самостійного опрацювання, то перед кроками 2, 3, 4, які відповідають цій задачі, у правому верхньому вікні слід зняти відмітки. Доцільно зняти відмітку і перед кроком «Аналіз задачі на визначення довжин відрізків», запропонувавши школярам здійснити такий аналіз у класі. Наступний крок, у ході якого пропонується короткий запис завдання, доречно подати після того, як учні спробують самостійно здійс-

нити такої запис.

5. Після редагування уроку слід перейти до вкладки *Уроки* і виконати дію *Оновити список* (права кнопка миші). Збереження створеного уроку відбувається автоматично при виході з конструктора.

6. Додамо з попереднього уроку №28 два завдання на розв'язування рівняння для актуалізації опорних знань та умінь учнів. Ці завдання вчитель може запропонувати на початку уроку як усні вправи, а головну увагу при їх розв'язуванні звернути на визначення невідомих компонентів рівняння. Для цього потрібно не закриваючи урок №29, відкрити у вкладці *Зміст* урок №28, додати (перетягнути) до складових уроку №29 задачу №1 і задачу №2. Розташуємо ці кроки першим та другим, перед оголошенням теми і мети даного уроку.

7. Для створення та формування нового уроку потрібно відкрити вкладку *Уроки*, викликати контекстне меню (натиснути правою кнопкою миші на рядку *Уроки курсу*) і в меню, що з'явиться, вибрати рядок *Створити урок* та ввести тему уроку. Після підтвердження введення теми вона з'явиться останньою у дереві навігації. Для того, щоб додавати та редагувати кроки в уроці, слід натиснути на назві уроку правою кнопкою миші і в меню, що з'явиться, вибрати рядок *Редагувати урок*. У вікні праворуч від дерева навігації відобразиться список кроків цього уроку (рис. 1.5). Якщо урок новостворений, цей список буде порожнім. Для того, щоб додати крок до уроку, потрібно знайти його в дереві навігації (вкладка *Зміст* або *Уроки*) і перетягнути на список кроків уроку, що редагується.

8. Перед тим як розпочати підготовку до уроку (до перегляду пропонує кроків та їх аналізу), радимо відкрити текстовий редактор Microsoft Word, ввімкнути буфер обміну (пункт меню *Правка \ Буфер обміну*) для того, щоб у ході перегляду можна було зробити копії окремих екранів (на клавіатурі клавіша Print Screen). Пізніше окремі з вибраних копій вчитель зможе при потребі опрацювати за допомогою графічного редактора та імпортувати як окремі кроки уроку.

9. Зміст курсу відповідно до тем, розділів, окремих елементів уроків знаходиться у вкладці *Зміст*. Ця вкладка містить матеріали відповідно до кожного уроку. Окремі кроки, тестові завдання, блоки самоперевірки можуть повторюватися в декількох уроках.

Нові кроки необхідно спочатку створити у вкладці *Зміст*, а потім сформувати урок у вкладці *Уроки*.

Якщо є потреба в тому, щоб створити нову тему, за допомогою правої кнопки миші активують рядок *Зміст курсу* і у вікні, що з'явилося, вибирають рядок *Створити тему* (рис. 1.8) та вводять її назву. Після введення назви теми, вона появляється останньою у переліку тем.

10. Для створення нового фрагмента уроку у вкладці *Зміст* правою кнопкою миші натискають на назві відповідної теми і вибирають рядок *Створити крок* (рис. 1.9).

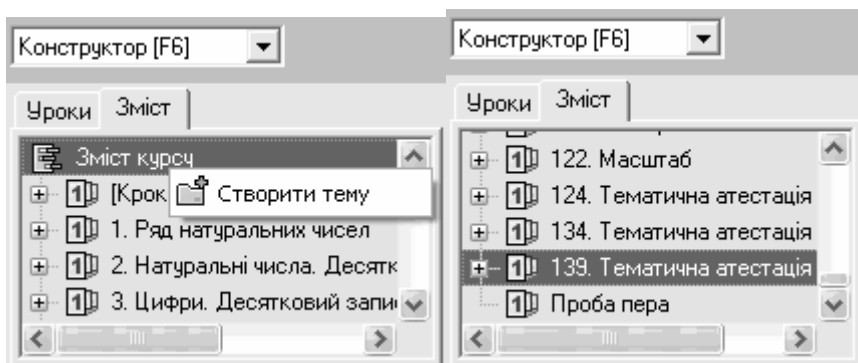


Рис. 1.8. Вікно створення нової теми вкладки *Зміст*

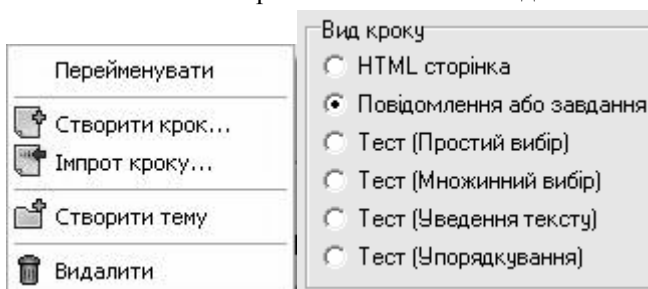


Рис. 1.9. Створення нових кроків уроку

При створенні кроку *HTML сторінка* з'явиться вікно редактора, в якому можна вводити текст, форматувати його, а також вставити зображення. Для розміщення на сторінці малюнка слід натиснути кнопку *Вставити зображення* і у вікні, що з'явиться, вибрати у папці потрібний файл із малюнком. При потребі можна скористатися колекцією малюнків, які розміщені у папці *C:\Program Files\Microsoft Office\CLIPART\PUB60COR*. При вставленні зображення у кадр, можна змінити як його розміщення відносно тексту, так і розміри самого зображення. Наприклад, для збільшення малюнка вдвічі записують у вкладці *Параметри зображення* число 2, для зменшення вдвічі – 0,5.

Крок *Повідомлення або Завдання* (рис. 1.10) використовують для поточної перевірки знань, самоперевірки або під час проведення уроку (для проведення тестувань із метою оцінювання не використовують). Якщо створено вид кроку *Повідомлення*, то під час перегляду в *Режимі уроку* на екран виводиться текст і, якщо необхідно, малюнок. Якщо створено вид кроку *Завдання*, під час перегляду в *Режимі уроку* на екрані спочатку відображається текст питання, умова завдання чи хід розв'язування, а після натиснення кнопки *Далі* з'являється коментар чи відповідь на питання. Для створення такого виду кроку відкривається діалогове вікно *Додати відповідь*.

Кнопку *Формули* призначено для виведення на екран інструкції із уведення математичних формул. Починається і закінчується написання формули уведенням символів «\_» (подвійне підкреслення). Після завершення вводу кроку його слід зберегти.

Рис. 1.10. Вікно створення кроку *Завдання*

11. Використовуючи ПМК, можна здійснити поточний контроль та заключне оцінювання знань учнів у формі тестування. Завдання першого рівня подані у формі тестових завдань закритого типу (вибір відповідей із заданих). Така форма завдань дозволяє за 8–10 хв. перевірити досягнення учнів на етапі первинного сприйняття і осмислення. Завдання середнього рівня (рівень 2) виражають результати оволодіння діями з математичними об'єктами на основі означень, теорем, правил у простих ситуаціях за алгоритмами та зразками. Це традиційні обов'язкові результати навчання з теми.

При створенні тесту *Простий вибір* учню надається декілька варіантів відповіді на поставлене питання. Він має вибрати правильну відповідь (рис. 1.11). При створенні такого завдання потрібно ввести заголовок завдання, кількість балів за правильну відповідь, текст питання, варіанти відповіді. При потребі на відведене місце можна вставити зображення. Оскільки у ПМК передбачена можливість перемішувати відпові-

ді, то при створенні тесту правильну відповідь доцільно писати першою.

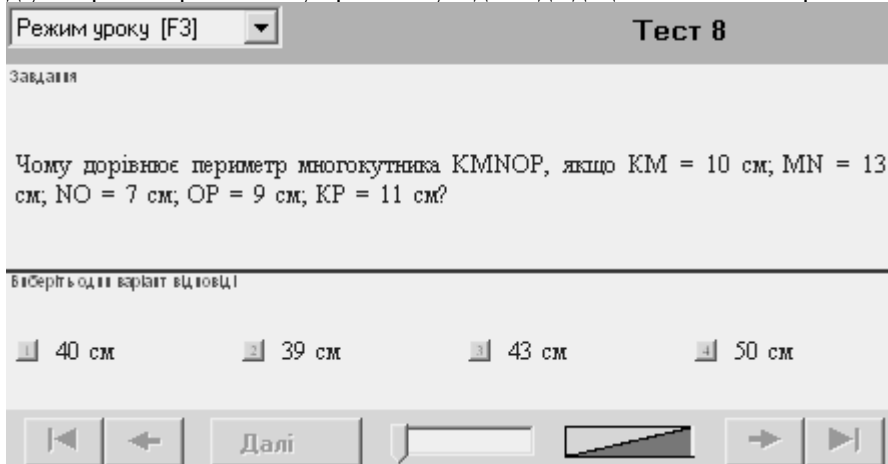


Рис. 1.11. Крок уроку з тестом типу *Простий вибір*

При створенні тесту *Множинний вибір* учню надається декілька варіантів відповіді на поставлене питання. Він має вибрати правильні відповіді (більше однієї). Біля кожної з правильних відповідей потрібно натиснути один раз курсором на полі *правильна відповідь*, після цього у полі з'явиться символ . Після завершення вводу слід натиснути кнопку *Зберегти* для збереження завдання та виходу із діалогового вікна.

При створенні тесту з можливістю *Уведення тексту* можна передбачати такі типи відповідей як рядок (слово), ціле число, дійсне число (з десятковою комою).

На рис. 1.12 подано приклад створення тестового завдання на впорядкування: записати у порядку зростання величини 24% від числа 60, 20% від числа 70, 30% від числа 50. Порядок подання варіантів у тесті на впорядкування визначається умовою завдання.

12. Передбачена можливість створювати у вкладці *Зміст* фрагменти уроку за допомогою *імпорту файлів* (рис. 1.9). Для цього необхідно попередньо створити та зберегти файл на вінчестері комп'ютера або на іншому носії. Можна імпортувати файли таких форматів: \*.swf, \*.html, \*.bmp, \*.jpg, \*.wmf. Назва нового кроку з'явиться у вкладці *Зміст* дерева навігації. Після імпортування кроків до відповідної теми їх можна додавати до уроку.

13. Перед початком *роботи у мережі* вчитель має занести у журнал відомості про групи та учнів. Перехід до режиму *Електронний журнал* здійснюється натисненням клавіші F8. Вікно класного журналу містить дві вкладки: групи та навігація; результати. Перехід між ними здійснюється натисненням на назві вкладки лівою кнопкою миші або натисканням Ctrl+Tab.

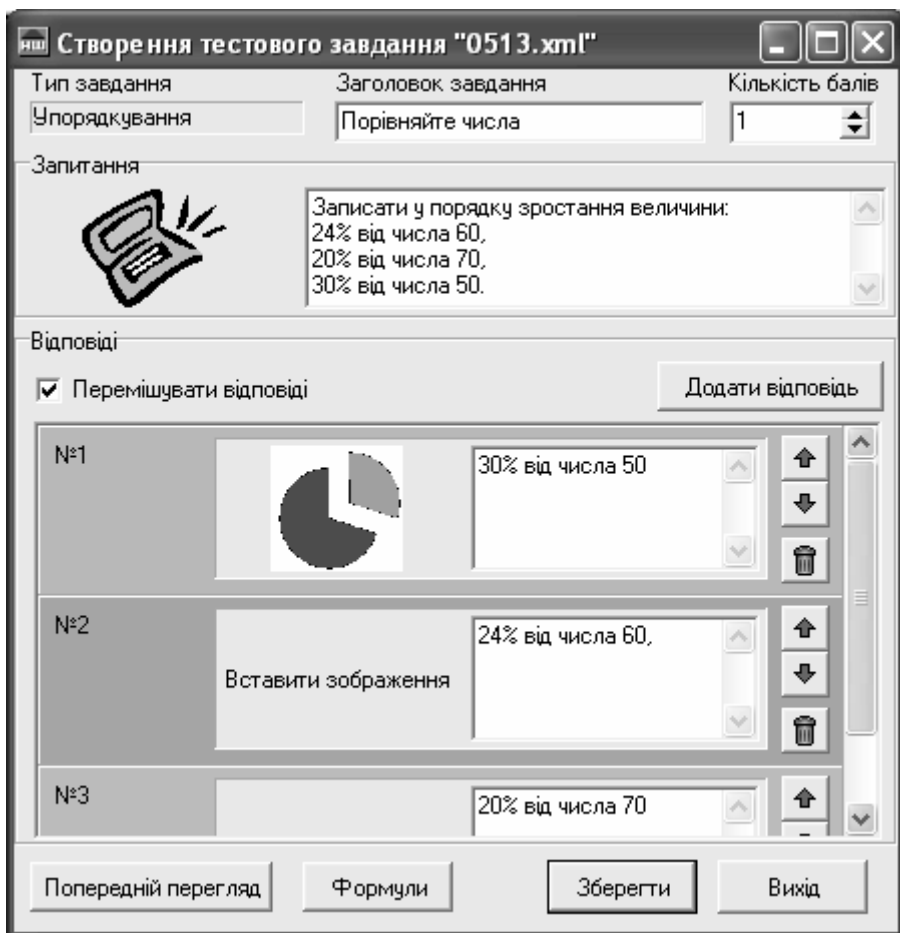


Рис. 1.12. Вікно створення тестового завдання на впорядкування

У режимі *Електронний журнал* учитель може переглянути відомості про успішність учнів, редагувати їх, роздрукувати. У полі *Уроки групи* виводиться список уроків, проведених у вибраній групі (класі). Список учнів можна впорядкувати за рейтингом (кількістю набраних балів), за абеткою.

14. Для початку роботи в мережі на робочому місці учня слід послідовно обрати *Пуск – Програми – Математика, 5 клас – Модуль учня – Модуль учня (мережа)*. Далі учневі потрібно зареєструватися у вікні входу *Робочого місця учня*, тобто ввести прізвище та ім'я і натиснути кнопку *Відправити*. З'явиться повідомлення *Чекаємо завантаження уроку для учня* і відобразатиметься на екрані, доки учитель зі свого робочого місця не призначить учневі урок. Після того, як учитель призна-



чить урок, учень може розпочати перегляд фрагмента уроку, виконання завдань. Після завершення роботи з уроком потрібно закрити вікно (натиснути на кнопку *Від'єднатися* у правому верхньому куті вікна).

15. Щоб *призначити* урок для перегляду його учнями, необхідно перейти до режиму *Робота в мережі* (натиснути F7). У правій частині вікна відобразиться список учнів (рис. 1.13), які зареєструвалися в мережі зі своїх робочих місць. Далі слід вибрати урок в ієрархічному списку уроків і перетягнути його на відповідне місце поряд з прізвищем учня. Наприклад, призначимо урок тематичного оцінювання №15. Після завершення учнем роботи з уроком вчителю потрібно зберегти результати в електронному журналі.

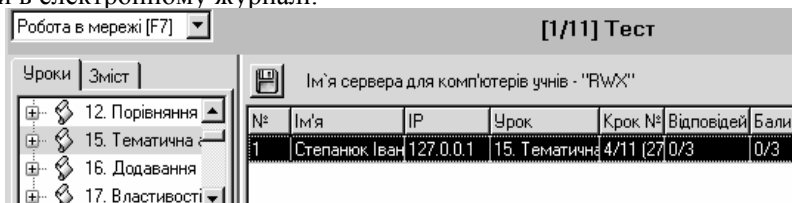


Рис. 1.13. Копія екрана засобу при роботі у мережі

Застосування ПМК дає можливість підтримувати групові та індивідуальні форми вивчення математики в умовах класно-урочної системи організації навчального процесу, підвищувати пізнавальний інтерес учнів до вивчення математики, забезпечувати диференційований підхід у вивченні математики, формування навичок розв'язування задач практичного та дослідницького характерів.

### **Контрольні питання і завдання**

1. Інсталювати ПМК на комп'ютер вчителя (Математика, 5 клас\_Setup) і учня (Модуль учня\_Setup), налагодити роботу у мережі. Для модуля *Математика, 5 клас* визначити спільне і відмінне в режимах роботи.

2. Для вибраної теми уроку переглянути у режимі *Конструктор* запропоновані розробниками кроки. Відмітити кроки, які вчитель зможе використати на уроці відповідно до мети уроку і поставлених завдань. Визначити мету застосування ПМК на даному уроці і місце в структурі уроку.

3. Скласти план-конспект уроку за вибраною темою. За основу взяти методичні рекомендації та текстові відомості для проведення відповідного уроку (документ Математика, 5 клас\Base\XXX\html\index.html).

4. Створити урок, додати до нього нові фрагменти, зокрема наочності для актуалізації опорних знань і умінь учнів, мотивації навчальної діяльності.

5. Для створюваного уроку підготувати наочності (*Створити крок*) типу *Повідомлення \ Завдання* і чотирьох тестових завдань (простий вибір, множинний вибір, введення тексту, впорядкування). При потребі

кроки імпортувати. До одного з нових кроків дібрати відповідне зображення.

6. Провести урок і виконати тестові завдання у мережевій взаємодії.

7. Як використовуючи у навчанні математики ПМК *Математика*, 5 клас, можна активізувати пізнавальну діяльність учнів, розвивати у них пізнавальні і творчі якості?

8. Як користуючись даним засобом вчитель може здійснювати контрольню-коригуючу і контрольню-стимулюючу перевірку знань учнів?

## 1.5. Програмні засоби навчання алгебри і початків аналізу

### 1.5.1. Програмно-методичний комплекс *ТерМ*

ПМК *ТерМ*<sup>1</sup> призначений для комп'ютерної підтримки уроків алгебри у 7-му класі, для активної математичної діяльності користувача. Засобами *ТерМ* зручно здійснювати рівневу диференціацію та індивідуалізацію навчання, наочно демонструвати методи розв'язування задач та ін. Розроблено засіб на замовлення МОН України Херсонським державним університетом, НДІ інформаційних технологій.

Процес розв'язування задачі за допомогою ППЗ є послідовністю кроків, на кожному з яких користувач виконує деякі перетворення математичної моделі задачі. До найважливіших аспектів підтримки роботи учня можна віднести перевірку правильності ходу розв'язування задачі, автоматизацію рутинних дій учня, пов'язаних з обчисленнями, надання йому зручного способу використання навчальних та довідкових відомостей. У ході діяльності вчитель може оперативню здійснювати перевірку правильності ходу розв'язування задачі, автоматизоване тестування знань учнів; використовувати заздалегідь сплановану згідно з вимогами стандартів систему навчальних матеріалів для проведення всього циклу уроків з можливістю його модифікації. ПМК може використовуватися на уроці у процесі пояснення методів розв'язування алгебраїчних задач, для проведення самостійних і контрольних робіт.

1. Для інсталяції ПМК *ТерМ* завантажують файл *Install*. Програма *ТерМ* може запускатися з головного меню (*Всі програми\KSU Software\TerM*). При запуску відкривається головна сторінка ПМК (рис. 1.14), на якій користувач здійснює персоніфікацію, вибирає мову, якою буде працювати (українська, російська, англійська); модуль, з якого починає роботу (*Середовище розв'язування, Задачник, Навчальний посібник, Зошит, Розв'язувач, Графіки, Довідник*). Персоніфікація означає вибір зошита. Якщо зошит ще не заведений, то необхідно його зареєструвати, вказавши клас, прізвище та ім'я користувача, назву зошита (у режимі *Редагування* додати *Клас, Користувача, Зошита*). Якщо вчитель планує

---

<sup>1</sup> Програмний засіб «Програмно-методичний комплекс *ТерМ* VII підтримки практичної навчальної математичної діяльності»: Інструкція з інсталяції та експлуатації. – Випуск 2. – Херсон, 2004. – 32 с.

переглядати учнівські електронні зошити з домашніми завданнями, то учневі слід вдома зареєструвати цей зошит з такими ж підписами, як і у школі. Зошит (папка з файлом) знаходиться у папці *TerM 7\Data\Copy-books\7\Прізвище Copybook*. Файл з виконаним завданням можна надсилати електронною поштою.

2. *Електронний навчальний посібник* ПМК ТерМ-7 містить навчальний матеріал з алгебри для 7-го класу загальноосвітніх шкіл. Навчальний матеріал викладено в 4-х розділах, в 26 параграфах, які мають назви та номери. Посібник є гіпертекстом, який структурований змістом, представленим у лівій частині вікна посібника (рис. 1.15) – поле *Зміст*. Для того, щоб відкрити потрібний розділ посібника, треба обрати відповідний рядок поля *Зміст* з заголовком потрібного розділу. Крім навігації за змістом, користуються посиланнями – *ключовими словами*. У тексті ці слова підкреслені. Щоб повернутися на попередню сторінку підручника, активізують підпункт *Назад* пункту *Навігація*.



Рис. 1.14. Загальний вигляд головної сторінки ПМК ТерМ

3. Параграфи завершуються вправами для самоперевірки знань. Перевірку знань здійснюють за допомогою програмного модуля *Вправи*. Щоб приступити до розв'язування вправи, треба «натиснути» на кнопку *Перевір себе*. Програма перевіряє правильність наданої користувачем відповіді після розв'язування трьох прикладів. Якщо відповідь правильна, сигнал правильності – зелений, для неправильної – червоний, якщо відповідь можна ще спростити, то сигнал жовтий. Щоб допомогти користувачу в обранні правильної форми відповіді, розв'язання одного прикладу з кожної вправи подається у *Полі прикладу* (рис. 1.15). Допустимі символи: змінні подаються латинськими буквами, дія помножити записується з використанням символу «\*», поділити «/». Щоб подати степінь, слід ввести з клавіатури символ «^» і записати у відведені комірки

основу та показник степеня. У табл. 1.3 наведено приклад введення з клавіатури послідовності символів до вправ §12 «Множення многочленів». У першій вправі пропонується винести за дужки спільний множник, у другій – представити вираз у вигляді многочлена від змінної  $x$ .

Таблиця 1.3.

**Приклади введення з клавіатури послідовності символів до вправ**

Завдання	Послідовність введення	Результат
$6 \cdot x \cdot y^2 - 2 \cdot x^4 \cdot y^4$	$2 * x * ^2 * (3 - ^ x^3 * ^ y^2)$	$2 \cdot x \cdot y^2 \cdot (3 - x^3 \cdot y^2)$
$(x - a) \cdot (x - 2 \cdot a)$	$^ x^2 - 3 * a * x + 2 * ^ a^2$	$x^2 - 3 \cdot a \cdot x + 2 \cdot a^2$

**Зміст посібника**

**Поле вправи**

**Поле відповіді**

РОЗДІЛ 1. РІВНЯННЯ  
 §1. Загальні відомості про рівняння  
 §2. Рівносильні рівняння  
 §3. Лінійні рівняння  
 §4. Розв'язання задач за допомогою рівнянь  
 РОЗДІЛ 2. ЦІЛІ ВИРАЗИ  
 §5. Вирази зі змінними  
 §6. Вирази зі степенями  
 §7. Тотожні вирази  
 §8. Одночлени  
 §9. Многочлени  
 §10. Додавання та віднімання многочленів  
 §11. Множення многочлена на одночлен  
 §12. Множення многоч-

**Винести за дужки спільний множник**

$6xy^2 - 2x^4y^4$

$2xy^2(3 - x^3y^2)$

**Приклад**

$6a^3x^4 - 4a^2x^2$

$2a^2x^2(3ax^2 - 2)$

**Поле прикладу розв'язування**

**Сигнал правильності відповіді**

Рис. 1.15. Вправа на спрощення виразу

4. ПМК ТерМ містить згруповані в 6-ти розділах навчальні задачі. В останньому подаються завдання контрольних робіт для тематичного оцінювання. Зміст представлений у лівій частині вікна *Задачник*.

Для теми «Розв'язування текстових задач» пропонується 110 завдань різних рівнів складності. Значна частина з них складена на геометричному матеріалі. Крім того, можна вводити і розв'язувати власні задачі (в *Середовищі розв'язування* слід обрати вкладку *Задача \ Нова задача \ Вирази (Тотожності, Рівняння, Системи рівнянь)*).

5. Для прикладу виберемо з розділу *Задачник 3.1 Розкладання на*

множники завдання за номером 96, пункт 8 – розкласти на множники вираз

$$a \cdot m^2 - a \cdot n - b \cdot m^2 + c \cdot n - c \cdot m^2 + b \cdot n.$$

Розглянемо загальну схему розв'язування задачі засобами ТерМ.

- Вибрати із *Задачника* задачу середнього, достатнього чи високого рівнів складності і завантажити її (натиснути кнопку *Розв'язувати*).

- У вкладці *Задача Середовища розв'язування* (рис. 1.16) вказати *Режим розв'язування* (*Перевірка кроку розв'язання* або *Автоматичний, Змішаний*). Режим *Перевірка кроку розв'язання* рекомендується обирати на етапі формування умінь і навичок для розв'язування завдань початкового, середнього і достатнього рівнів складності. Автоматичний і змішаний режими опрацювання задач призначено для розв'язування більш складних задач, які потребують виконання великої кількості засвоєних раніше елементарних перетворень. Автоматичний режим доцільно застосовувати для виконання завдань достатнього і високого рівнів складності на етапі застосування знань. При цьому вивільняється додатковий час за рахунок скорочення процесу розв'язування. Учень може зосередитися на сутності використовуваних методів. Для розв'язування даного завдання оберемо режим *Перевірки кроку розв'язання*.

- У закладці *Хід розв'язування* обрати *Почати* або скористатися відповідною піктограмою.

- Послідовно виконувати дії. У режимі *Перевірка кроку розв'язання* після виконання дії у вкладці *Задача* потрібно вибрати команду *Виконати крок*. Якщо при виконанні перетворення учень допустить помилку, то на «світлофорі» справа зошита спалахне червоне світло. Для подальшого розв'язування задачі необхідно виправити помилку, оскільки комп'ютер «відмовиться» від запису неправильного виразу.

- Після завершення розв'язування слід знайти у *Довіднику* справа вкладку *Відповіді* і обрати команду *Задачу розв'язано* (натиснути ліву клавішу миші, коли вказівник миші знаходиться біля напису над значком у вигляді трикутника).

- Далі потрібно зберегти розв'язання у *Зошиті* (*Файл \ Зберегти у зошиті*). При зберіганні результатів роботи у зошиті, слід вказувати тему уроку (створити нову чи вибрати із запропонованих) і номер уроку.

6. Як ініціюється виконання перетворень виразів засобами ТерМ? Щоб перетворити вираз чи його частину, вираз слід виділити. Для виділення підводять вказівник миші до знака математичної операції, знака рівності чи дужок, в які взято цей вираз, знака системи чи сукупності і натискають ліву клавішу миші. Виділена частина змінює колір. Після цього натискають праву клавішу миші і відкривають *Довідник*, що містить вкладки різних перетворень.

Працюючи в режимі *Перевірка кроку розв'язання* часто вибирають вкладку *Заміна рівних* і заносять у відведену комірку перетворений вираз. В автоматичному та у змішаному режимі можна вибирати потрібну

дію з Довідника. Крім того, при виділеній дії подвійним натискуванням на ліву клавішу миші ініціюється виконання дій. Наприклад, в автоматичному режимі подвійним «натискуванням» курсором по знаку суми ініціюється зведення подібних доданків, які розміщені поряд, по правій дужці – розкриття дужок.

Щоб змінити порядок доданків у виразі, використовують вкладку довідника *Перестановка доданків* або «перетягують» вказівником миші при натиснутій лівій клавіші. При цьому з'являється стрілочка, яка показує, куди можна вираз вставити. Два рівняння додають, перетягуючи одне до одного за знак рівності або вибирають відповідну дію з Довідника. Аналогічно здійснюють підстановку значення виразу для певної змінної в інший вираз. Наприклад, при врахуванні заміни змінної у процесі розв'язування рівняння.

7. Розв'яжемо за допомогою ТерМ завдання № 96.8 (рис. 1.16) у режимі *Перевірка кроку розв'язання*. Щоб записувати вирази з степенями, ввімкнемо панель редактора формул (команда *Вигляд \ Панель редактора*).

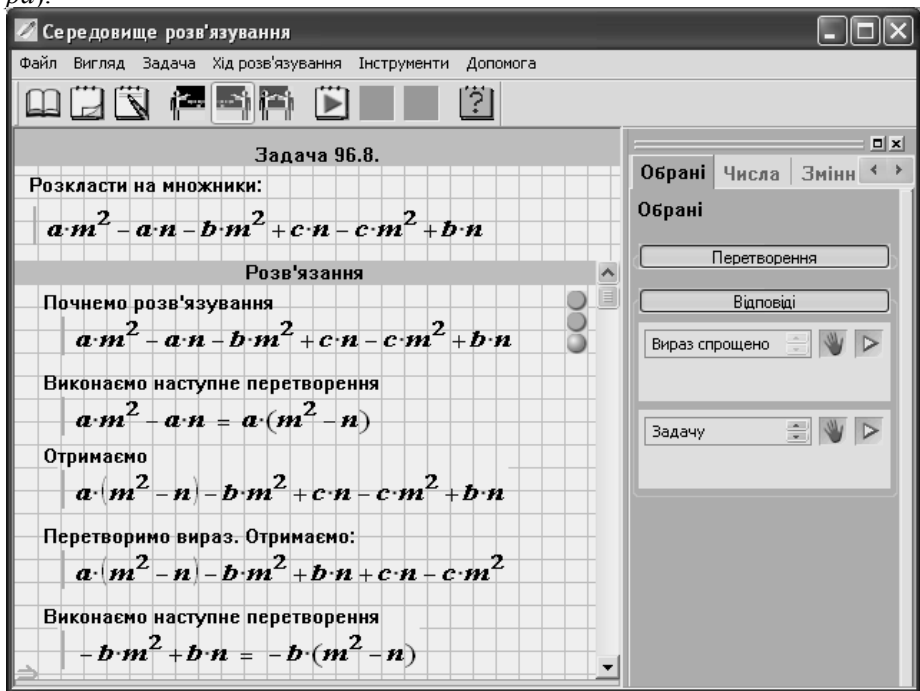


Рис. 1.16. Фрагмент розв'язання завдання №96.8

▪ Виділимо дію віднімання у виразі  $a \cdot m^2 - a \cdot n$  (натиснути ліву клавішу миші, коли вказівник знаходиться над символом «-»). Щоб записати вираз з винесеним за дужки спільним множником, натискають праву

клавiшу миши. У вiдведену клiтину записують вираз  $a \cdot (m^2 - n)$  (у форматi ТерМ вводять з клавiатури послiдовнiсть символiв  $a * (^ m^2 - n)$ ) i обирають команду *Хiд розв'язування \ Виконати крок*. У подальшому в поясненнi частину коментарiв опустимо.

- Згрупуємо доданки з множником  $b$ . Для цього перенесемо доданок  $b \cdot n$  («пересунути» курсором за знак множення) до виразу  $-b \cdot m^2$ .

- У виразi  $-b \cdot m^2 + b \cdot n$  видiлимо дiю додавання i замiнимо вираз на тотожно рiвний з винесенням за дужки множником  $-b \cdot (m^2 - n)$ .

- У виразi  $c \cdot n - c \cdot m^2$  видiлимо дiю вiднiмання i винесемо за дужки спiльний множник  $-c \cdot (m^2 - n)$ . Перетворений вираз матиме такий вигляд:  $a \cdot (m^2 - n) - b \cdot (m^2 - n) - c \cdot (m^2 - n)$ .

- У виразi  $a \cdot (m^2 - n) - b \cdot (m^2 - n)$  видiляємо дiю вiднiмання («-» перед  $b$ ) i виносимо за дужки спiльний множник  $m^2 - n$ .

- У виразi  $(a - b) \cdot (m^2 - n) - c \cdot (m^2 - n)$  видiляємо дiю вiднiмання (мiнус перед змiнною  $c$ ), виносимо за дужки спiльний множник  $m^2 - n$ .

- Отримаємо вираз  $(m^2 - n) \cdot (a - b - c)$ . Обираємо у вкладцi *Вiдповiдi пункт Задачу розв'язано*.

- Зберігаємо розв'язане завдання в зошитi обравши для цього у вкладцi *Файл пункт Зберегти в зошитi*. У вiкнi, що вiдкриється при цьому записуємо тему «Розкладання на множники» i урок №1. Пiсля цього можна в зошитi переглянути розв'язане завдання.

8. При розв'язуваннi текстових задач за допомогою рiвняння чи системи лiнiйних рiвнянь учень може отримати пiдказку не лише пiд час виконання дiй, але й на етапi розробки моделi, що надзвичайно важливо для розвитку пiзнавальних якостей учня. Наведемо приклад розв'язування текстової задачі (№158) високого рiвня складностi, однак доступної для семикласникiв: *гострi кути мiж бiсектрисами внутрiшнiх кутiв трикутника ABC рiвнi  $50^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $70^\circ$ . Визначити внутрiшнi кути  $A(x)$ ,  $B(y)$ ,  $C(z)$  у трикутнику ABC.*

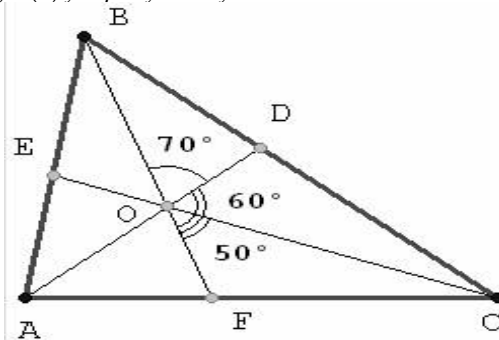


Рис. 1.17. Рисунок до задачі №158

Для розв'язування задачі пропонуємо скласти систему з трьох рiвнянь з трьома змiнними  $x$ ,  $y$ ,  $z$  (пiдказка щодо введення змiнних  $x$  в самiй

умові). Щоб скласти систему, учневі потрібно виконати малюнок (рис. 1.17), пригадати означення бісектриси кута трикутника та властивість зовнішнього кута трикутника. Для трикутника  $BOA$  кут  $BOD$  – зовнішній, тому можемо скласти рівняння  $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 70^\circ$ . Для трикутника  $COB$  кут  $COF$  – зовнішній, тому  $\frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 50^\circ$ . Третє рівняння отримуємо для трикутника  $COA$ , оскільки за властивістю зовнішнього кута  $COD$  можна записати  $\frac{x}{2} + \frac{z}{2} = 60^\circ$ . Розв'язати складену систему можна як методом додавання, так і методом підстановки. Розв'язування задачі допоможе учневі краще усвідомити роль алгебраїчних методів у вивченні геометрії.

Розв'яжемо розглянуту задачу методом додавання засобами ТерМ. У вікні модуля *Середовище розв'язування* підведемо вказівник миші до заголовку *Задача*, що знаходиться на верхній панелі і натиснемо ліву клавішу миші. З'явиться напис *Режим розв'язування*. Ще раз натиснемо ліву клавішу миші на цьому написі і потім виберемо режим *Змішаний*.

У вкладці *Хід розв'язування* вибираємо команду *Почати розв'язування*. На панелі введення даних, що з'являється на екрані, пропонуємо відмітку біля напису *Система рівнянь*. Використовуючи редактор формул, пропонуємо знак системи « $\{$ », записуємо три рівняння, підтверджуємо кінець запису – натискуємо кнопку *Виконати* (рис. 1.18). У вкладці *Хід розв'язування* вибираємо *Виконати крок*. У разі утруднення зі складанням системи рівнянь, учень може отримати підказку і скласти систему за допомогою програмного забезпечення (кнопка *Скласти*). При отриманні підказки буде зроблено запис про те, що систему складено програмним забезпеченням.

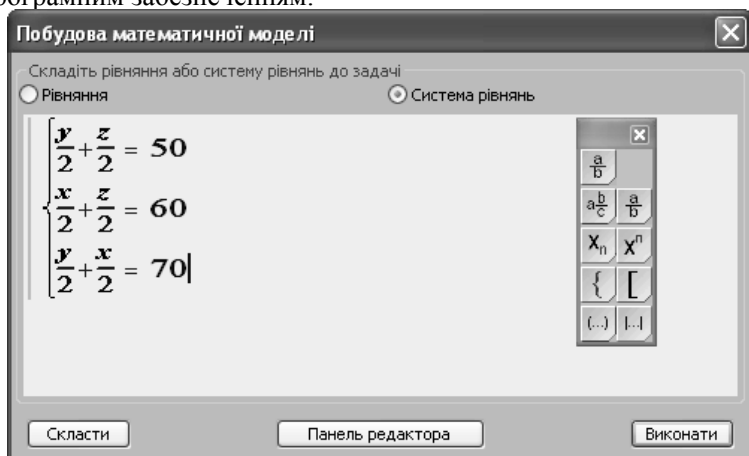


Рис.1.18. Вікно введення системи рівнянь до задачі №158



Випишемо порядок виконання дій (режим *Змішаний*).

▪ Помножимо перше з утворених рівнянь на -2, щоб у подальшому додати його до другого рівняння. Для цього підведемо вказівник миші до знаку рівності у першому рівнянні та натиснемо спочатку ліву, а потім праву клавішу миші. У довіднику справа вибираємо операцію множення ( $c \cdot A = c \cdot B$ ) і у вікні, що відкривається, вводимо множник -2, виконуємо операцію. Аналогічно множимо на 2 друге і третє рівняння. Отримаємо систему з трьох рівнянь:  $-y - z = -100$ ,  $x + z = 120$ ,  $y + x = 140$ .

▪ Додаємо перше рівняння  $-y - z = -100$  до другого  $x + z = 120$ . Для цього необхідно за знак рівності перше рівняння «перетягнути» до знака рівності другого рівняння притиснувши ліву клавішу миші і відпустити клавішу. Отримаємо рівняння  $x + z - y - z = -100 + 120$ .

▪ Зводимо в рівнянні подібні доданки («перетягуємо» доданок  $z$  так, щоб отримати вираз  $z - z$ ). Подальше спрощення виразу ініціюємо подвійним натискуванням лівої клавіші миші, коли вказівник миші розташований на знаком відповідної операції. Маємо  $x - y = 20$ .

▪ Додаємо отримане друге рівняння до третього. У подальшому необхідно звести подібні доданки і отримати вираз для змінної  $x$ .

▪ Наступним кроком змінну  $x$  потрібно виключити з другого рівняння, підставивши в це рівняння знайдене значення. Для цього слід перетягнути мишею змінну для виключення з одного рівняння в інше на місце входження даної змінної і відпустити кнопку миші.

▪ Далі слід спростити друге рівняння і знайти значення для змінної  $y$ .

▪ Після цього з першого рівняння виключають змінну  $y$  та обчислюють значення для змінної  $z$ .

▪ Записують відповідь задачі і зберігають розв'язання у зошиті.

9. За допомогою ТерМ можна виконувати побудови графіків лінійних функцій, знаходити графічним методом розв'язки систем лінійних рівнянь з двома змінними та ін. Для цього використовують інструмент *Графіки*.

### **Контрольні питання і завдання**

1. Інсталювати ПМК ТерМ на комп'ютер (файл *Install*), персоніфікуватися, переглянути меню модулів *Середовище розв'язування*, *Задачник*, *Навчальний посібник*, *Зошит*, *Розв'язувач*, *Графіки*, *Довідник*. Яке призначення кожного з цих програмних модулів?

2. Охарактеризувати змістове наповнення *Навчального посібника*, зручність здійснення навігації. Розв'язати вправи до параграфу § 12 «Множення многочленів» (кнопка *Перевір себе*).

3. В чому полягають відмінності між режимами розв'язування задач *Перевірка кроку розв'язання*, *Змішаний* і *Автоматичний*?

4. Завантажити з *Задачника* завдання розкладання на множники № 96.8 і текстову задачу №200, виконати завдання в режимах *Перевірка*

*кроку розв'язання і Автоматичний.*

5. В електронному навчальному посібнику переглянути відомості про розв'язування систем лінійних рівнянь, дібрати в задачнику текстову задачу, скласти її математичну модель у вигляді рівняння чи системи рівнянь, розв'язати і зберегти розв'язання в зошиті.

6. Охарактеризувати можливості ПМК ТерМ щодо здійснення різнорівневого навчання математики.

7. Як вчитель, користуючись ТерМ, може здійснювати контрольню-коригуючу, контрольню-стимулюючу перевірку знань учнів?

8. Скласти і виконати в режимі *Перевірка кроку розв'язання* підсумкову контрольну роботу для 7-го класу, дібравши різнорівневі завдання з чотирьох різних тем. Результати зберегти у *Зошиті*.

9. Дослідити, як можна формувати пізнавальну самостійність учнів, удосконалювати у них навички самоконтролю, якщо використовувати в навчанні математики програмний засіб ТерМ?

10. Які форми організації навчання доцільно використовувати вчителю у процесі навчання математики з використанням ПМК ТерМ?

#### *1.5.2. Бібліотека електронних наочностей «Алгебра, 7-9 клас»*

Основним призначенням програмного засобу «*Алгебра 7-9*»<sup>1</sup> є використання його в якості наочностей на уроках алгебри у 7-9 класах загальноосвітньої школи або у процесі самостійного вивчення учнями навчального матеріалу для формування відповідних теоретичних знань та практичних умінь. Ім'я програми – *БН Алгебра 7-9*. Окремий модуль засобу – *Середовище розв'язання* – призначений для перевірки практичних умінь учнів та надбання ними навичок алгебраїчних перетворень.

Перед вивченням даного засобу, доцільно ознайомитися з режимами роботи та виконанням символічних перетворень за допомогою ТерМ.

1. Інсталяція засобу *БН Алгебра 7-9* здійснюється за допомогою файлу *InstallBNAlgebra*. За замовчуванням програму інсталиують на диск *C* у папку *Program Files*. На компакт-диску виробника розміщені також файли з настановами для організації роботи вчителя і учня: *Методичні рекомендації, Настанова користувача, Інструкція з інсталяції та експлуатації*. Програма запускається, як і всі додатки Windows, з головного меню (*Всі програми \ SL Edu Soft \ БН Алгебра 7-9 \ Конструктор уроку*) або із застосуванням відповідного ярлика. Модуль *Конструктор уроку* можуть використовувати вчителі для конструювання і проведення уроків. Модуль *Урок алгебри* використовують учні під час роботи у мережі і для самостійного опрацювання певних тем вдома.

2. Після запуску програмного засобу відкривається вікно «*Персоні-*

---

<sup>1</sup> Програмний засіб «Бібліотека електронних наочностей «Алгебра 7-9 клас» для загальноосвітніх навчальних закладів України», версія 1. – Херсон, 2006. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM): 12 см. – Системні вимоги: Pentium, тактова частота – від 1100 MHz, 128 Mb RAM, CD-ROM Windows XP.

фікація користувача», яка полягає у виборі категорії користувача та його прізвища. Необхідність персоніфікації зумовлена тим, що програмний засіб встановлюється на комп'ютер, за яким можуть працювати у різний час декілька користувачів. Кожен з учителів має змогу сформувати власну бібліотеку уроків і використовувати її у процесі навчання алгебри. Для того, щоб вибрати категорію (користувача), необхідно натиснути кнопку з трикутником списку категорій (користувачів). У списку, що відкриється, вибрати потрібні дані або ввести їх з клавіатури. Наприклад, створити категорію *Математичний клас*, користувача *Прізвище*. Тоді розроблені даним вчителем для даного профілю навчання уроки для 8-го класу зберігатимуться у папці *C:\Program Files\SL Edu Soft\Benazone\users\teachers\Математичний клас\Прізвище\blessons\class\_8*.

3. У результаті здійснення персоніфікації відкривається головне вікно програмного модуля *Конструктор уроку* (для вчителя) або *Урок алгебри* (для учня). З цього модуля можна завантажити програмні модулі *Середовище розв'язання*, *Графіки*, *Калькулятор*. *Конструктор уроку* призначено для формування бібліотеки уроків, тобто наповнення уроку наочностями – опорними конспектами, алгебраїчними задачами, графічними побудованнями. Програмний модуль *Конструктор уроку* містить у своєму складі бібліотеки опорних конспектів, алгебраїчних задач, графічних побудовань, уроків. Засобами програмного модуля користувач має змогу формувати уроки, редагувати зміст бібліотеки уроків та проводити урок зі свого робочого місця в одному з таких режимів: *груповий*, *індивідуальний*, *вибірковий*.

4. *Бібліотека опорних конспектів* (майже 200) містить означення математичних понять, перелічених у навчальній програмі 7-9 класів; приклади, що ілюструють ці поняття; формулювання та покрокове пояснення алгоритмів розв'язування типів навчальних задач, передбачених навчальною програмою; необхідні графічні ілюстрації. За оформленням опорні конспекти є плакатами наочностей, за технологією реалізації – слайдами. За основу викладання матеріалу обраний метод покрокового пояснення з можливостями повернення назад та повернення до поточного кроку (принцип гіпертексту). Розрізняють такі опорні конспекти: означення (рис. 1.19), алгоритм розв'язування задачі, приклади застосування алгебраїчної властивості, графічне побудовання, анімація реального процесу.

5. Наведемо приклад створення розробки уроку для 8-го класу на тему «Розв'язування рівнянь, що зводяться до квадратних». Спочатку обирають відповідну навчальну програму (*Файл \ Навчальна програма \ 8 клас*).

Для створення нового уроку необхідно виконати команду *Файл \ Новий урок*. У вікні, що відкриється, ввести з клавіатури номер уроку з календарного плану вчителя, записати тему уроку та натиснути кнопку «Так». Далі слід додати кілька опорних конспектів для уроку. У вкладці

Опорні конспекти \ Квадратні рівняння знаходимо заголовки «Означення рівняння, що зводиться до квадратного. Приклади» (№1) і «Алгоритм розв'язування рівнянь, що зводяться до квадратних (метод заміни змінної)» (№2). Виділивши знайдений заголовок, натискуємо праву кнопку миші та Додаємо конспект до уроку (рис. 1.19).

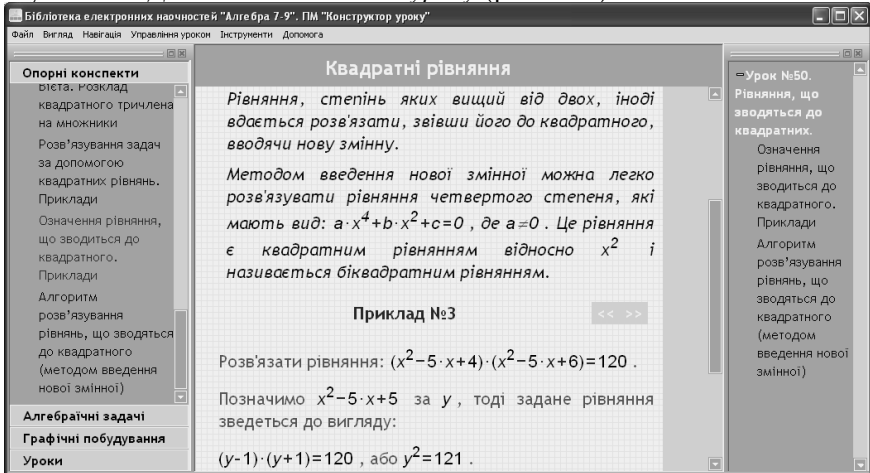


Рис. 1.19. Вікно редагування уроку з фрагментом опорного конспекту

Додані конспекти слід переглянути і дібрати з них ті приклади, які доцільно запропонувати на уроці. При цьому необхідно визначити, на якому етапі уроку краще подати покрокове відтворення розв'язання тієї чи іншої задачі та які організаційні форми роботи учнів доцільно використати.

Для розкриття теми в опорному конспекті №1 подається означення рівняння, що зводиться до квадратного, і пропонуються завдання:

- |  |   |
|--|---|
| a) $x^2=3 \cdot x+5$ ;                               | б) $(3 \cdot x^2-1) \cdot (5 \cdot x+4)-15 \cdot x^3=7$ ; |
| в) $(x^2-5 \cdot x+4) \cdot (x^2-5 \cdot x+6)=120$ ; | г) $x^4-13 \cdot x^2+36=0$ .                              |

Для засвоєння методу заміни змінної учитель з опорного конспекту №2 може використати такі рівняння:

- |                                       |   |
|---------------------------------------|---|
| a) $x^2 \cdot (x+2)^2-7(x+1)^2-1=0$ ; | б) $3 \cdot x^4-11 \cdot x^2-4=0$ ;                         |
| в) $x^4-29 \cdot x^2+100=0$ ;         | г) $x^4+2 \cdot x^3+x^2-4=0$ ;                              |
| д) $x^2 - \frac{6}{x^2 + 1} = 0$ ;    | е) $\frac{1}{x^2 + 2} - \frac{1}{x^2 + 3} = \frac{1}{12}$ . |

Для того, щоб зберегти створений урок, потрібно виконати команду *Файл \ Зберегти урок*. У вікні *Збереження уроку*, що відкриється, треба виділити назву розділу бібліотеки уроків та натиснути кнопку «Так».

При потребі до уроку можна додавати нові задачі. За допомогою засоби створюють уроки для 7, 8, 9 класів. При цьому можна незалежно від класу використовувати для формування уроків навчальну програму

для іншого класу. За допомогою команди *Роздрукування* можна роздрукувати зміст вікна *Версія для друку*. Команда *Урок* відкриває вікно змісту уроку для редагування змісту (додавання та видалення конспектів, переміщення конспектів вгору або вниз за змістом). Для початку редагування, встановивши вказівник миші на виділеній темі уроку, викликають контекстне меню, обирають пункт *Редагування уроку*.

6. ППЗ має потужний апарат символічного перетворення виразів. Наведемо приклади запрограмованих перетворень, які використовуються при розв'язуванні рівнянь. Передбачена можливість перетворення рівняння в сукупність рівносильних рівнянь. Можна здійснювати розв'язування найпростіших рівнянь з модулем та рівнянь стандартного виду з модулями. Можна подати розв'язання найпростіших рівнянь з радикалом та рівнянь стандартного виду з радикалами; видаляти розв'язки, які не задовольняють умові-нерівності. Квадратне рівняння можна розв'язувати за формулами через дискримінант та за теоремою Вієта. За допомогою програмного модуля можна представити розв'язки рівняння, записавши їх у вигляді сукупності найпростіших рівнянь з нумерованими змінними чи відокремити додатні розв'язки. Для перетворення рівнянь можна використовувати метод заміни змінної. Щоб здійснити заміну певного виразу, слід цей вираз взяти у дужки і виділити. В подальшому потрібно виконати команду *Змінні \ Заміна виразу на змінну*.

Наведемо приклади перетворень з довідника для розв'язування нерівностей (*Файл \ Навчальна програма \ 9 клас*): 1) логічні значення числових нерівностей; 2) основні властивості нерівностей – додати вираз до обох частин нерівності, включаючи можливість перенести доданок з однієї частини нерівності в іншу; помножити нерівність на число; 3) розв'язування нерівностей – розв'язати лінійну нерівність, зобразити числовий проміжок на числовій осі; для розв'язування квадратної нерівності скласти квадратне рівняння, відповідне нерівності, обрати формулу; 4) деякі перетворення алгебраїчних нерівностей, що містять добуток, частку, степені, радикали, модулі.

*Бібліотека алгебраїчних задач* є доповненням бібліотеки опорних конспектів. Ця бібліотека формується користувачем за допомогою програмного модуля *Середовище розв'язання*. Для цього попередньо задача має бути сформульована, розв'язана та збережена користувачем у *Середовищі розв'язання*. Будь-яку задачу з бібліотеки алгебраїчних задач вчитель може включити до складу уроку з бібліотеки (*Відкрити урок для редагування, Додати задачу*). Розв'язані користувачем задачі для 8-го класу містяться у папці *C:\Program Files\SL Edu Soft\Benazone\modules\ben.class.8\libalgt\tasks*.

7. Наведемо приклад доповнення бібліотеки алгебраїчних задач розв'язанням нерівності  $2x^2 - 3x + 1 \geq 0$  (*Файл \ Навчальна програма \ 9 клас*).

1) Налаштовуємо на навчальну програму 9-го класу, завантажуюмо програмний модуль розв'язування задачі (*Інструменти \ Середовище розв'язання*), обираємо вкладку *Задача/Нова задача/Нерівності/Алгебраїчна нерівність*, записуємо у відведену комірку формулу  $2x^2 - 3x + 1 \geq 0$ .

Для запису формул використовують панель *Редактора формул*.

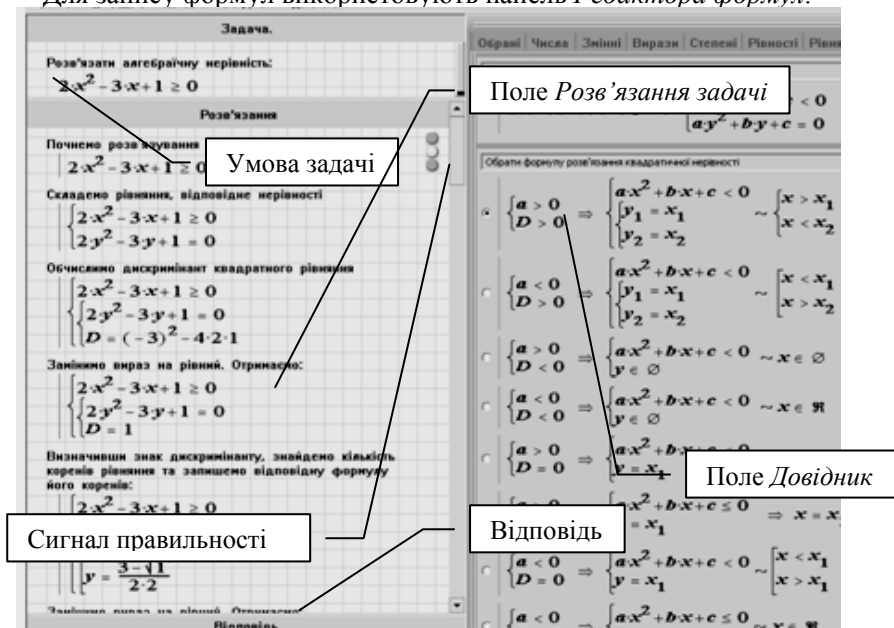


Рис. 1.20. Загальний вигляд вікна *Середовища розв'язування* для 9 класу

2) В *Середовищі розв'язання* перші кроки розв'язання нерівності подано на рис. 1.20, в режимі демонстрації на рис. 1.21. Щоб виділити нерівність (виділений запис змінює колір), підводимо вказівник миші до знака нерівності, натискуємо ліву клавішу миші. Щоб відкрити *Довідник* для вибору кроку розв'язання, натискуємо праву клавішу миші при виділеному виразі. Далі вибирають у вкладці *Нерівності* дію *Розв'язати нерівність \ Скласти відповідне квадратне рівняння*.

3) Виділяємо утворене рівняння (за знак «=») і обираємо команду *Рівняння \ Квадратні рівняння \ Обчислити дискримінант рівняння*. У полі розв'язання з'являється вираз  $D = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1$ . Виділяємо вираз  $(-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1$  (за знак операції віднімання), відкриваємо *Довідник* для вибору кроку *Обране \ Заміна рівних*, заносимо у відведену комірку значення дискримінанта 1.

4) Вибираємо з довідника команду *Розв'язати квадратне рівняння*, попередньо виділивши рівняння та його дискримінант (натиснути ліву клавішу миші, коли її вказівник розміщений над символом « $\{ \}$ »).

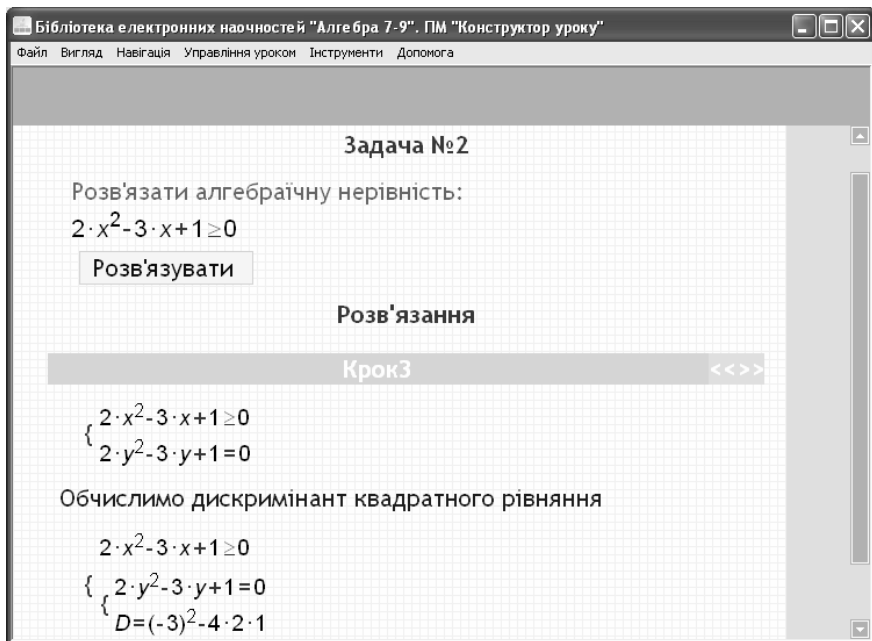


Рис. 1.21. Вікно програмного модуля *Урок алгебри*

- 5) Спростуємо вирази для коренів, вибравши дію *Заміна рівних*.
  - 6) Запишемо розв'язки нерівності. Для цього виділяємо нерівність та знайдені розв'язки квадратного рівняння ("{"}) і обираємо *Формулу розв'язання* залежно від знака старшого коефіцієнта і значення дискримінанта.
  - 7) Для кожної з простих лінійних нерівностей запишемо розв'язання у вигляді інтервалу (*Розв'язати найпростішу лінійну нерівність*).
  - 8) Запишемо розв'язок даної нерівності як об'єднання інтервалів (*Сукупності \ Об'єднання розв'язків*).
  - 9) Запишемо відповідь і збережемо розв'язану нерівність.
- Якщо включити дану нерівність до уроку, то можна буде здійснювати покрокове відтворення її розв'язання. Від режиму покрокового перегляду завдання учень може перейти до *Середовища розв'язання* і продовжити розв'язування розпочатої задачі.

8. Подамо у табл. 1.4 справа коментарі до ходу розв'язування рівняння  $(x^2+3x)^2-2\cdot(x^2+3x)-3=0$ , а зліва – записи з *Середовища розв'язання*. Дане рівняння зводиться до квадратного, тому обираємо відповідну навчальну програму (*Файл \ Навчальна програма \ 8 клас*). Виділення виразу здійснюємо натискуванням лівої клавіші миші, коли вказівник знаходиться над знаком операції, дужкою тощо. Відкриваємо *Довідник* натискуванням правої клавіші. *Виконання дії з Довідника* здійснюється

натискуванням лівої клавіші, коли курсор знаходиться над піктограмою у вигляді трикутника. Отримати додаткове роз'яснення щодо формату запису виразу можна, якщо вказати на відповідну піктограму у вигляді відкритої руки. На завершальному етапі записують відповідь, зберігають задачу у темі «Квадратні рівняння».

Таблиця 1.4.

**Коментарі до ходу розв'язування рівняння,  
яке зводиться до квадратного**

Розв'язати рівняння $(x^2+3 \cdot x)^2-2 \cdot (x^2+3 \cdot x)-3=0$	Для запису рівняння вводимо з клавіатури послідовність символів $(x^2+3 \cdot x)^2-2 \cdot (x^2+3 \cdot x)-3=0$ .
<i>Крок 1.</i> Почнемо розв'язування $(x^2+3 \cdot x)^2-2 \cdot (x^2+3 \cdot x)-3=0$	<i>Крок 1.</i> Пункт <i>Розв'язування</i> \ <i>Почати</i>
<i>Крок 2.</i> Позначимо вираз новою змінною. $\begin{cases} a^2-2 \cdot a-3=0 \\ a=x^2+3 \cdot x \end{cases}$	<i>Крок 2.</i> Виділяємо вираз $x^2+3 \cdot x$ (за знак «+») для заміни новою змінною. У вкладці довідника <i>Змінні</i> \ <i>Заміна виразу на змінну</i> вибираємо дію <i>Позначимо вираз змінною</i> , вводимо назву змінної <i>a</i> .
<i>Крок 3.</i> Обчислимо дискримінант квадратного рівняння. $\begin{cases} a^2-2 \cdot a-3=0 \\ D=(-2)^2+4 \cdot 3 \\ a=x^2+3 \cdot x \end{cases}$	<i>Крок 3.</i> Для обчислення дискримінанта квадратного рівняння виділяємо рівняння за знак «=». У вкладці <i>Рівняння</i> \ <i>Квадратні рівняння</i> вибираємо і виконуємо дію <i>Обчислити дискримінант</i> .
<i>Крок 4.</i> Замінімо вираз на рівний $\begin{cases} a^2-2 \cdot a-3=0 \\ D=16 \\ a=x^2+3 \cdot x \end{cases}$	<i>Крок 4.</i> Спростимо вираз для дискримінанта. Виділимо вираз за знак «+» і, обравши <i>Заміну рівних</i> , введемо число 16.
<i>Крок 5.</i> Визначивши знак дискримінанта, знайдемо $\begin{cases} a=\frac{2+\sqrt{16}}{2 \cdot 1} \\ a=\frac{2-\sqrt{16}}{2 \cdot 1} \\ a=x^2+3 \cdot x \end{cases}$	<i>Крок 5.</i> Визначивши знак дискримінанта, знайдемо кількість коренів рівняння та запишемо відповідну формулу його коренів. Виділяють рівняння і його дискримінант за внутрішню фігурну дужку. У вкладці <i>Рівняння</i> \ <i>Квадратні рівняння</i> вибираємо і виконуємо дію <i>Розв'язати квадратне рівняння</i> .



<p><i>Крок 6.</i> Замінімо вираз на рівний</p> $\begin{cases} a = 3 \\ a = \frac{2 - \sqrt{16}}{2 \cdot 1} \\ a = x^2 + 3 \cdot x \end{cases}$	<p><i>Крок 6.</i> Спростимо вирази для коренів рівняння. Виділимо вираз для першого кореня (за риску дробу) і замінімо його на рівний вираз 3 (вкладка <i>Обране \ Заміна рівних</i>).</p>
<p><i>Крок 7.</i> Замінімо вираз на рівний</p> $\begin{cases} a = 3 \\ a = -1 \\ a = x^2 + 3 \cdot x \end{cases}$	<p><i>Крок 7.</i> Виділимо вираз для другого кореня (за риску дробу) і замінімо його на рівний вираз <math>-1</math> (вкладка <i>Обране \ Заміна рівних</i>).</p>
<p><i>Крок 8.</i> Перетворимо систему</p> $\begin{cases} a = 3 \\ a = x^2 + 3 \cdot x \\ a = -1 \\ a = x^2 + 3 \cdot x \end{cases}$	<p><i>Крок 8.</i> Перейдемо до сукупності двох систем. Виділимо систему (за фігурну дужку) і у вкладці <i>Обране \ Перетворення</i> виконаємо команду <i>Перейдемо до окремих випадків</i>.</p>
<p><i>Крок 9.</i> Перетворимо вираз</p> $\begin{cases} x^2 + 3 \cdot x = 3 \\ a = x^2 + 3 \cdot x \\ a = -1 \\ a = x^2 + 3 \cdot x \end{cases}$	<p><i>Крок 9.</i> Підставимо знайдені значення для змінної <math>a</math>. Для цього, притиснувши ліву клавішу миші, переміщуємо вказівник миші від змінної <math>a</math> у виразі <math>a = x^2 + 3 \cdot x</math> в першій системі до змінної <math>a</math> у виразі <math>a = 3</math> (змінну <math>a</math> до змінної <math>a</math>). Аналогічно для кроку 10.</p>
<p><i>Крок 10.</i> ...</p> <p><i>Крок 11, 12.</i> Видалимо з системи ті її члени, які залежать від даної змінної.</p> $\begin{cases} x^2 + 3 \cdot x = 3 \\ x^2 + 3 \cdot x = -1 \end{cases}$	<p><i>Крок 11, 12.</i> Видаляємо з сукупності систем змінну <math>a</math>. Для цього виділяємо змінну <math>a</math> у виразі <math>a = 3</math>, а потім у вкладці <i>Змінні</i> вибираємо і виконуємо дію <i>Видалити з системи ті її члени</i>, які залежать від даної змінної.</p> <p><i>Крок 13.</i> Маємо квадратні рівняння від <math>x</math>.</p>

9. *Бібліотека графічних побудовань* є доповненням бібліотеки опорних конспектів і формується за допомогою модуля *Графіки*. За допомогою програмного модуля *Графіки* можна виконувати побудови графіків за допомогою елементарних перетворень, шукати точки перетину побу-

дованої кривої та прямої, двох прямих, двох кіл та ін. Програмний модуль *Графіки* має два режими опрацювання задач на графічні побудовання – власне *Побудування* (рис. 1.22) та *Демонстрація* (рис. 1.23). Кожна із задач має бути сформульована, розв’язана та збережена користувачем. Розв’язані задачі за програмою 9-го класу знаходяться у папці *C:\Program Files\SL Edu Soft\Benazone\modules\ben.class.9\libgeom\tasks*.

Задачі, які розв’язуються у режимі *Математична модель*, не призначені для збереження в бібліотеці графічних побудовань та використання у складі уроку. Учителю має користуватися цим режимом для демонстрації безпосередньо у програмному модулі *Графіки*. Для того, щоб досліджувати залежності від кількох змінних графічно, потрібно виділити незалежну змінну, а іншим змінним надати числові значення, розглядаючи їх як константи та параметри. Отриману функцію від однієї змінної досліджують графічним методом.

10. Щоб ознайомитися з прикладами графічних побудовань до теми *«Графічне розв’язування системи нелінійних рівнянь»*, завантажимо відповідну навчальну програму (*Файл \ Навчальна програма \ Клас 9*). Знайдемо у бібліотеці опорних конспектів тему *«Квадратична функція»*, а в ній відкриємо опорний конспект із заголовком *«Використання графіка квадратичної функції для розв’язування систем двох рівнянь другого степеня з двома змінними»*. Для пояснення нового матеріалу, формування умінь учнів розв’язувати системи чи для корекції засвоєних знань вчитель може з використанням засобу подавати покроково розв’язання наступних систем:

а) на відшукування точок перетину кола і прямої

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5, \\ x + y = 3; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ 2x - y = 2; \end{cases} \quad \begin{cases} (x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 10, \\ x + 2y = 0; \end{cases}$$

б) на відшукування точок перетину параболи і прямої

$$\begin{cases} y = x^2 - 4, \\ x - y = 2; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + 2y = 6, \\ 3x + 2y = 4; \end{cases} \quad \begin{cases} (x + 1)^2 + 2y = 7, \\ x + y = 1; \end{cases}$$

Для першої системи пункту а) на першому кроці демонструється побудоване коло; за другим кроком подається пряма; за третім кроком зображуються точки перетину графіків; на заключному кроці для перевірки учням висвітлюються координати точок перетину графіків.

11. Виконаємо графічне побудування і знайдемо розв’язки системи:

$$\begin{cases} y = x^2 - 2x - 3, \\ y - x - 1 = 0; \end{cases}$$

- Завантажимо програмний модуль *Графіки* (*Інструменти \ Графіки*).

- Початок розв’язування здійснюється вибором пункту меню *Файл \ Нова задача* і записом умови задачі. Записавши текст у вікні вве-

дення, розміщуємо вказівник миші в клітину, в яку потрібно вписати формулу, і натискаємо кнопку *Вписати формулу*. Спочатку з редактора формул вибираємо і проставляємо в клітину знак системи «{», потім у кожну з двох новоутворених клітин записуємо формули.

- Для побудови графіка першої функції у *Полі формули* записують  $y_1(x^2-2x-3)$ . У вкладці *Формула – Графік* знаходять функцію  $f(y=ax^2+bx+c)$ , виконують побудову. Графіки будують лініями різного кольору і різної товщини. Налаштування перед виконанням побудови здійснюється з використанням пункту головного меню *Вигляд \ Опції*.

- Перед введенням другої функції очищають поле формули і записують до нього  $y_2(y-x-1=0)$ . Виконують побудову графіка лінійної функції (вибрати вкладку *Формула – Графік*  $f(y=kx+b)$ , натиснути ліву кнопку миші, коли вказівник знаходиться над кнопкою виконання дії).

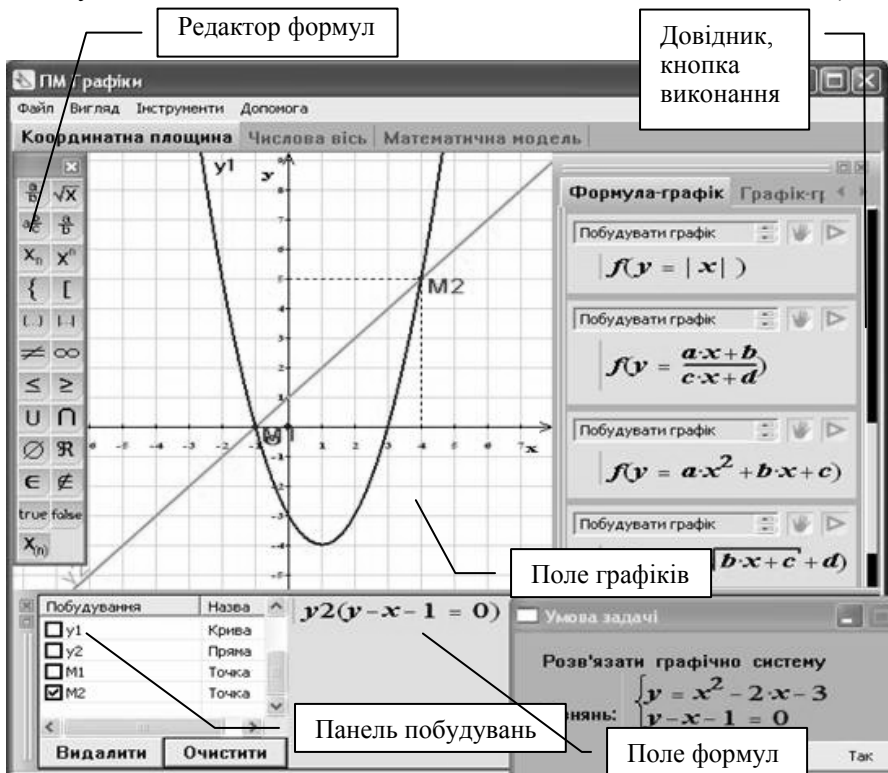


Рис. 1.22. Вікно ПМ *Графіки* (режим побудови)

- Побудуємо точки перетину кривої і прямої. Для цього на *Панелі побудувань* проставляємо відмітки біля введених формул  $y_1$  і  $y_2$ , очищаємо поле формули і записуємо до нього позначення точки – літеру  $M$ . У вкладці *Графік–Графік* обираємо пункт *Знайти точки перетину кривої*

і прямої і виконуємо команду. Програмним забезпеченням на координатній площині буде проставлено дві точки  $M_1$  і  $M_2$ .

- На заключному кроці розв'язування встановлюємо координати точок перетину графіків. Для цього у списку побудовань проставляємо відмітку біля точки  $M_1$ . Очищаємо поле формули, обираємо у вкладці *Графік – Формула* пункт *Знайти координати точки* і виконуємо дію. Аналогічно встановлюємо координати точки  $M_2$ .

- Виконавши всі побудови, доцільно ще раз переглянути послідовність їх виконання, скориставшись режимом демонстрації (*Вигляд \ Режим \ Демонстрація*). На рис. 1.23 подано другий крок виконання побудов.

- Завершене побудування зберігають у бібліотеці графічних побудовань, надавши йому відповідний номер (*Файл \ Зберегти задачу*). Збережену задачу можна відкрити з бібліотеки наочності *Графічні побудування*, редагувати, демонструвати, додавати до уроку.

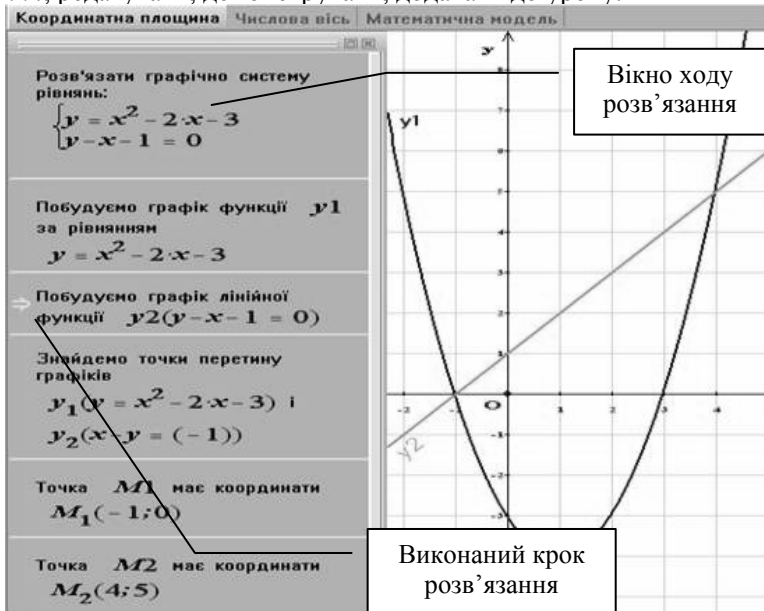


Рис. 1.23. ПМ *Графіки*, режим демонстрації побудови

12. Перед тим, як будувати графіки шляхом геометричних перетворень, учень має визначити, до якого з типів функцій (лінійна, дробово-раціональна, квадратична або квадратично-радикальна) належить дана функція; записати послідовність геометричних перетворень, які приводять до побудови графіка; виконати перетворення; переконатися, що послідовність перетворень знайдено правильно (додатково побудувати графік функції в режимі *Математична модель*).

Наведемо приклад виконання завдання на побудову графіка функції

з модулем за допомогою елементарних перетворень:  $y=||x|-2|-1|$  (табл. 1.5, рис. 1.24 – режим демонстрації). Записи у полі формули мають особливості, на які звертаємо увагу. Позначення для кроку 3 і кроку 5 – « $|y|$ » передбачає виконання перетворення  $y=|f(x)|$ . Це перетворення не слід плутати з перетворенням  $|y|=f(x)$ . Для кроку 4 у полі формули записано +1.

Таблиця 1.5.

**Ланцюжок елементарних перетворень для графіка функції**  
 $y=||x|-2|-1|$

№	Що будувати?	Вираз у полі формули, відмітка	Опції, колір	Команда з довідника
1	$y = x - 2$	$f1 (y = x - 2)$	авто	$f(y=kx+b)$ вкладка <i>Формула-Графік</i> , побудова графіка лінійної функції
2	$y =  x  - 2$	вираз $f2 ( x )$ відмічено $f1$	змінити колір	вкладка <i>Перетворення</i> , Симетричні відображення півплощин відносно осей (вісь $Oy$ )
3	$y =   x  - 2 $	вираз $f3 ( y )$ відмічено $f2$	змінити колір	..... (вісь $Ox$ )
4	$y =   x  - 2  - 1$	вираз $f4 (y+1)$ відмічено $f3$	змінити колір	вкладка <i>Перетворення</i> , Паралельні перенесення у напрямках осей
5	$y =    x  - 2  - 1 $	вираз $f5 ( y )$ відмічено $f4$	змінити колір, товщину лінії	вкладка <i>Перетворення</i> , симетричні відображення півплощин відносно осей (вісь $Ox$ )

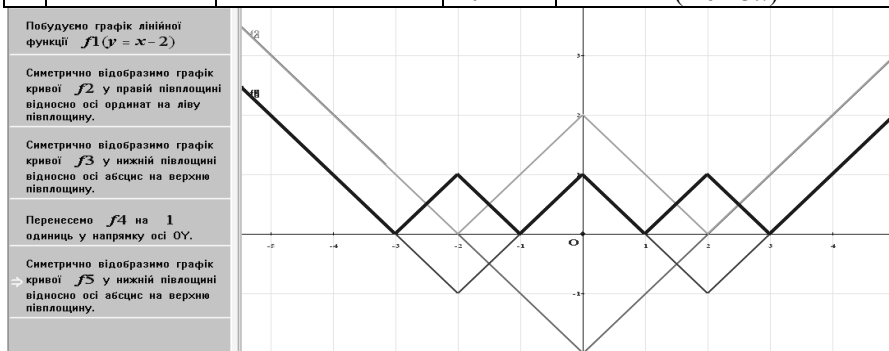


Рис. 1.24. Вікно *Графіки*, режим *Демонстрації*

13. БН *Алгебра 7-9* містить значну кількість опорних конспектів-

демонстрацій. Наприклад, для закону Кулона, законів Ома і Джоуля-Ленца, залежності висоти та дальності польоту снаряда від кута, що утворює ствол гармати з горизонтом та інші (*Файл \ Навчальна програма \ 9 клас \ Елементи прикладної математики*).

14. Розглянемо, як проводять урок з використанням *БН Алгебра 7-9* у комп'ютерному класі при наявності мережі. Для налаштування мережевої взаємодії необхідно на робочому місці учня запустити програмний модуль *Урок алгебри* і вказати адресу комп'ютера (мережеве ім'я або IP-адресу), на якому встановлено робоче місце вчителя. Після цього у системному треї (область на панелі задач поряд із годинником) з'явиться іконка у вигляді синьої стрілочки (→) або червоного хрестика (X). Іконка у вигляді синьої стрілочки свідчить про успішне встановлення зв'язку із робочим місцем вчителя. Друга іконка свідчить про неможливість приєднання до робочого місця вчителя або про те, що адреса комп'ютера вчителя не була вказана. Щоб вказати адресу комп'ютера вчителя, необхідно клацнути правою кнопкою миші по іконці у системному треї та обрати у меню, що з'явилося, пункт Адреса вчителя (рис. 1.25). Після цього у меню іконки в системному треї необхідно обрати пункт меню *Приєднатися/Від'єднатися*. Робоче місце вчителя не потребує ніякого налаштування для мережевої взаємодії, воно відразу готове до роботи. Команда *Вигляд \ Список учнів* на робочому місці вчителя відкриває вікно списку учнів, з якими проводиться урок.

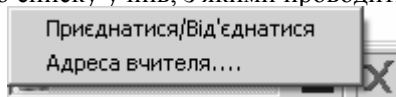


Рис. 1.25. Іконка для налаштування мережевої взаємодії

15. Проведення уроку вчитель може здійснювати у трьох режимах.

- Режим *Груповий* – призначено для проведення уроку вчителем зі свого робочого місця. У цьому режимі вчитель пояснює новий матеріал, демонструючи конспекти (навчальні матеріали), які включені до складу даного уроку. Учні слухають пояснення, переглядають навчальні матеріали, які відтворюються синхронно як у вікні ПМ *Конструктор уроку* на робочому місці вчителя, так і у вікні ПМ *Урок алгебри* на робочих місцях учнів.

- Режим *Індивідуальний* призначено для самостійного опрацювання учнями навчальних матеріалів уроку на своїх робочих місцях.

- Режим *Вибірковий* призначено для проведення уроку вчителем з групою учнів, яку вчитель має сформувати засобами ПМ *Конструктор уроку*. Інші учні (учні, які не увійшли у цю групу) працюють в індивідуальному режимі – кожен над своїм уроком.

Для того, щоб додати урок учню треба скористатися одним з трьох пунктів контекстного меню – *Додати урок поточному учню, обраним учням* чи *учням в групі*. Далі з'явиться вікно вибору завдання (рис. 1.26),

в якому вчитель обирає завдання – опорний конспект чи урок, натискує кнопку *Так* і завдання додається учню, у якого перед прізвищем у списку зроблена відмітка. Для того, щоб учень працював у режимі *Груповий*, необхідно проставити відмітку у колонці *Груповий*. Учитель завершує проведення уроку командою *Управління уроком \ Завершити*.

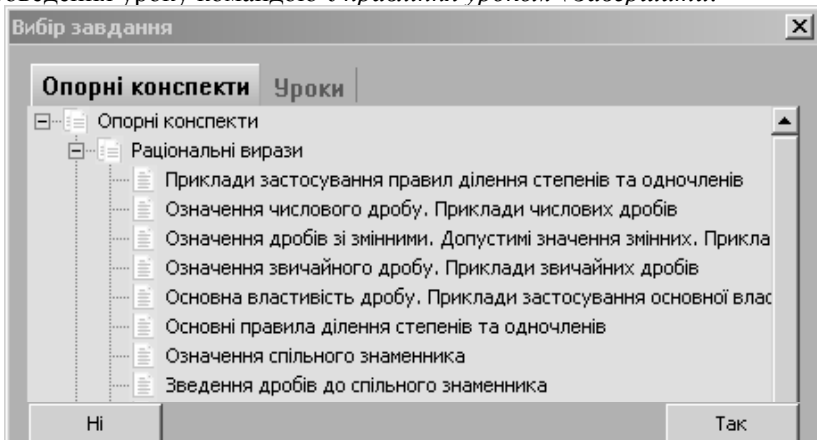


Рис. 1.26. Вікно вибору завдання при мережевій взаємодії

### **Контрольні питання і завдання**

1. Інсталювати *БН Алгебра, 7-9 клас* на робоче місце вчителя (*Конструктор уроку*) і учня (*Урок алгебри*), за умови встановлення мереженого варіанту налагодити мережеву взаємодію. Ознайомитися зі змістом бібліотеки *Опорних конспектів*.

2. Розв'язати в *Середовищі розв'язання* а) нерівність  $2x^2 - 3x + 1 \geq 0$ ; б) рівняння  $(x^2 + 3x)^2 - 2 \cdot (x^2 + 3x) - 3 = 0$ .

3. За допомогою програмного модуля *Графік* виконати завдання:

а) графічним способом розв'язати систему рівнянь 
$$\begin{cases} y = x^2 - 2x - 3, \\ y - x - 1 = 0; \end{cases}$$

б) за допомогою геометричних перетворень графіків побудувати графік функції  $y = ||x| - 2| - 1|$ .

4. Як можна здійснювати різнорівневе навчання учнів математики, якщо використовувати електронні наочності «Алгебра, 7-9 клас»?

5. За допомогою ПМ *Конструктор уроку* БН Алгебра 7-9 підготувати добірку наочностей до уроку алгебри за обраною темою. Дібрати відповідні опорні конспекти, розв'язати три власні алгебраїчні задачі чи виконати графічні побудовання. Провести підготовлений урок у режимі «груповий».

6. Дослідити, як можна формувати пізнавальну самостійність учнів, удосконалювати у них навички самоконтролю, розвивати алгоритмічність мислення, якщо використовувати у навчанні математики БН Алге-

бра 7-9 клас?

7. Опрацювати опорні конспекти *Числові послідовності* | *Розв'язування задач на арифметичну (геометричну) прогресію прикладного змісту*. Дібрати і розв'язати задачу для числових послідовностей з використанням ПМ *Середовище розв'язання* на визначення а) суми  $n$  перших членів прогресії, б) першого члена, якщо задано два інші різні члени прогресії.

### 1.5.3. Педагогічний програмний засіб «Алгебра, 11 клас»

ППЗ *Алгебра, 10 клас*, *Алгебра, 11 клас*<sup>1</sup> створено згідно з чинною навчальною програмою алгебри і початків аналізу. Засіб призначений допомогти вчителю в організації продуктивної пізнавальної діяльності учнів при засвоєнні математичних знань, у виробленні стійких механізмів самонавчання, самовиховання і саморозвитку.

ППЗ *Алгебра, 11 клас* містить поурочний розподіл навчального матеріалу з курсу алгебри і початків аналізу 11-го класу, а також дидактичні матеріали для поточного, тематичного та підсумкового контролю навчальних досягнень учнів, які включають самостійні роботи, тематичні та підсумкові контрольні роботи, контрольні питання і завдання, вправи для самостійного виконання, тестові завдання. Зміст дидактичних матеріалів диференційований за рівнем складності. Серед матеріалів ППЗ є довідкові відомості, а саме: умовні позначення, словник термінів, довідник, в якому вміщено основні формули до певного розділу курсу, список рекомендованої літератури.

Завдяки використанню засобу можна вдосконалювати методику організації самостійної роботи учнів, враховувати широкий діапазон індивідуальних особливостей школярів (мислення, пам'ять, рівень підготовки до сприйняття і розуміння нових відомостей), будувати навчання з урахуванням цих особливостей, диференціювати процес навчання, здійснювати принцип алгоритмізації навчальної діяльності, забезпечувати інтенсивність роботи кожного учня, розвивати його здібності.

1. Коректну інсталяцію ППЗ на комп'ютері забезпечує виконання програми-інсталятора. Для ініціалізації програми інсталяції необхідно запустити з диска файл *«setup.exe»*. Після запуску з'явиться діалогове вікно. Для запису повного курсу «Алгебра, 11 клас» необхідно обрати режим інсталяції *«Повна»* та натиснути кнопку *«Далі»*. За замовченням ППЗ буде встановлено у папку *C:\Program Files\UkrPribor\_Service\Algebra\_11\assemble\_Algebra\_11*.

2. Після інсталяції програми в меню *Пуск* у розділі *Всі програми* у папці *UkrPriborService* знаходимо посилання на два програмних модулі:

---

<sup>1</sup> Педагогічний програмний засіб для загальноосвітніх навчальних закладів «Алгебра, 11 клас». – К. : УкрПриборСервис, 2006. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM): 12 см. – Системні вимоги: процесор x86, 1100 MHz; 128 Мб RAM, CD-ROM Windows 98/XP.



а) педагогічний програмний засіб *Алгебра, 11 клас*; б) програвач уроків (використовують учні при роботі у локальній мережі).

3. На рис. 1.27 представлено головне вікно ППЗ *Алгебра 11 клас*, у якому подано панель роботи з файлами (1), заголовок «активного» вікна (2), мінімізації / закриття вікна програми (3), панель переліків і змісту (4), робоча область (5), панель роботи з поточним уроком (6).

Переглядати та змінювати обрані уроки можна, якщо використовувати *Панель роботи з поточним уроком*. Вчитель може працювати в режимах *Уроки* та *Конструктор уроків*. Щоб переглянути урок, потрібно обрати режим *Уроки*. У переліку уроків, що відкриваються на панелі переліків і змісту, знайдемо потрібний урок з вказаним номером, відкриємо його у робочій області, натиснувши ліву клавішу миші, коли курсор миші знаходиться над заголовком уроку. При цьому урок завантажується у *Робочу область*. Щоб переглянути урок і мати змогу його редагувати, завантажимо добірку елементів з *Робочої області* до *Вікна поточного уроку*. Щоб переглянути урок, підводячи вказівник миші до кнопки *Перегляд* на панелі роботи з поточним уроком, натискають ліву кнопку миші. При перегляді користуються кнопками навігації для кожного з слайдів.

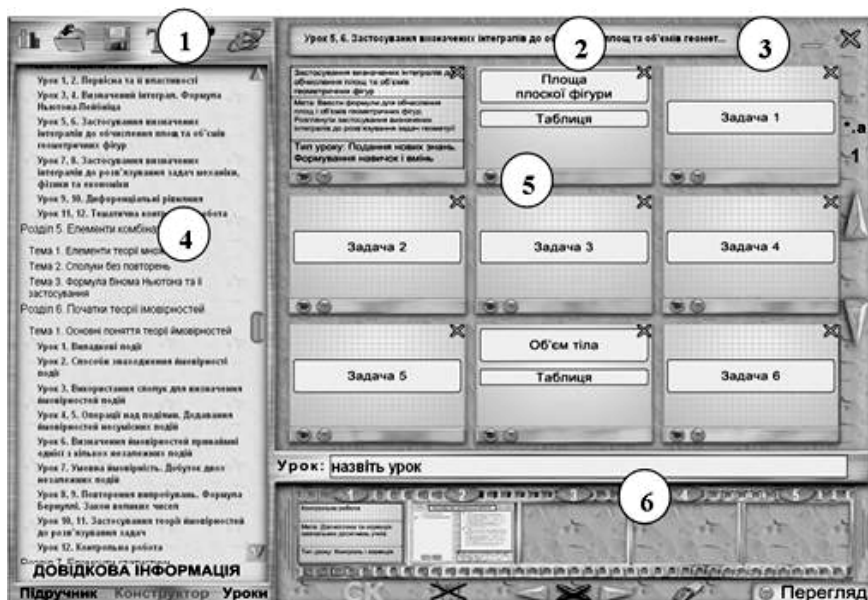


Рис. 1.27. Головне вікно ППЗ *Алгебра 11*

4. З'ясуємо, як використовуючи даний програмний засіб, вчитель може провести урок на тему «*Застосування визначених інтегралів до розв'язування задач механіки, фізики*» за поданим нижче планом.

*Мета уроку.* Ввести формули для обчислення деяких фізичних ве-

личин за допомогою визначених інтегралів, розглянути приклади застосування визначеного інтеграла до розв'язування задач фізики, техніки.

*Тип уроку.* Засвоєння нових знань.

*Ключові слова:* визначений інтеграл, формула Ньютона-Лейбніца, шлях, робота, маса, кількість теплоти, заряд.

*Засоби навчання та обладнання.* Підручник і ПЗНП «Алгебра, 11 клас».

*План уроку.*

I. Перевірка домашнього завдання та актуалізація опорних знань учнів (повторення формули Ньютона-Лейбніца, властивостей визначених інтегралів, формул з курсу фізики для обчислення шляху, роботи, заряду, кількості теплоти, маси).

II. Повідомлення теми, визначення мети, завдань уроку. Мотивація навчальної діяльності. Важливою передумовою ефективності вивчення і засвоєння нових навчальних математичних понять є використання мотиваційного фактору. Усвідомлення можливості застосовувати отримані на уроці знання у практичному житті, при вивченні фізики, економіки обумовить цілеспрямовану діяльність учнів.

III. Сприйняття та усвідомлення нового навчального матеріалу. Користуючись таблицею бібліотеки наочностей, з'ясувати, як обчислюється за допомогою визначених інтегралів переміщення, робота, кількість теплоти, маса стержня, заряд для змінних величин швидкості, продуктивності, теплоємності, густини, струму. Усвідомлення отриманих знань, пробні вправи з перевіркою за електронною наочністю.

IV. Застосування набутих навичок та вмінь у процесі виконання вправ.

V. Підсумки уроку і повідомлення домашнього завдання.

5. Щоб повноцінно використовувати засіб у навчанні, вчителю необхідно вміти завантажувати розроблений урок і при потребі його редагувати (видаляти окремі елементи уроку, додавати нові з бібліотеки наочностей, створювати текстові повідомлення, імпортувати наочності).

На прикладі уроку за обраною темою з'ясуємо, як вчитель може удосконалювати розроблені раніше уроки, доповнювати їх новими наочностями. Переглянемо урок № 29 (7) «Застосування визначених інтегралів до розв'язування задач механіки, фізики» з бібліотеки уроків ППЗ «Алгебра, 11 клас». Для цього перейдемо до режиму *Уроки*, у переліку знайдемо урок з вказаним номером, відкриємо його у робочій області. Щоб переглянути урок і мати змогу його редагувати, завантажимо добірку елементів з робочої області до вікна поточного уроку.

До зазначеного уроку пропонується включити сім елементів.

- *Елемент 1*, в якому записана тема уроку, мета, тип уроку.
- *Елемент 2* – таблиця з формулами (табл. 1.6) для обчислення величини шляху при змінній швидкості руху тіла; маси тонкого стержня з неоднорідною лінійною густиною; роботи змінної сили; заряду, що про-

ходить через поперечний переріз провідника за певний проміжок часу; кількості теплоти, що виділяється чи поглинається тілом, за умови, що питома теплоємність залежить від температури.

Для різних типів завдань пропонується по одному прикладу (п'ять елементів). Наведемо перелік цих завдань.

- *Елемент 3.* Тіло рухається прямолінійно зі швидкістю  $v(t) = 3 + 3t^2$  (м/с). Знайти шлях, який пройшло тіло за перші 5 с.

- *Елемент 4.* Лінійна густина неоднорідного стержня завдовжки 6 см змінюється за законом  $\rho(x) = 3x + 4$  (г/см). Знайти масу стержня.

- *Елемент 5.* Протягом 7 с величина струму в провіднику змінювалась за законом  $I(t) = 3t^2 + 2t$  (А). Знайти величину заряду, що пройшов через провідник за цей час.

- *Елемент 6.* Сила у 2 Н розтягує пружину на 4 см. Яку роботу слід виконати, щоб розтягнути пружину на 4 см?

- *Елемент 7.* Сила  $f$ , з якою електричний заряд  $e_1$  відштовхує заряд  $e_2$  (того самого знаку), що знаходиться від нього на відстані  $r$ , виражається

формулою  $f = k \frac{e_1 e_2}{r^2}$ , де  $k$  – стала. Визначити роботу сили  $f$  при пере-

міщенні заряду  $e_2$  з точки  $A_1$ , яка знаходиться від  $e_1$  на відстані  $r_1$ , в точку  $A_2$ , яка знаходиться від  $e_1$  на відстані  $r_2$ , покладаючи, що заряд  $e_1$  вміщено у точку  $A_0$ , прийняту за початок відліку.

Таблиця 1.6.

### Застосування визначених інтегралів до обчислення фізичних величин

№	Фізична величина	Формула для обчислення
1.	$S$ – пройдений тілом шлях, $v(t)$ – швидкість, $t \in [t_1, t_2]$	$S = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$
2.	$m$ – маса тонкого стержня, $\rho(x)$ – лінійна густина, $x \in [x_1, x_2]$	$m = \int_{x_1}^{x_2} \rho(x) dx$
3.	$q$ – величина заряду, $I(t)$ – сила струму, $t \in [t_1, t_2]$	$q = \int_{t_1}^{t_2} I(t) dt$
4.	$A$ – робота, $F(x)$ – змінна сила, $x \in [x_1, x_2]$	$A = \int_{x_1}^{x_2} F(x) dx$
5.	$Q$ – кількість теплоти, $C(t)$ – теплоємність, $t \in [t_1, t_2]$	$Q = \int_{t_1}^{t_2} C(t) dt$

До кожної задачі (*елемент* бібліотеки наочностей) створено по два *кадри*. У першому кадрі подано умову завдання, у другому – його

розв'язання. Завдяки такому поданню відомостей створюються сприятливі умови для формування у школярів пізнавальної самостійності, запровадження інтерактивних технологій навчання математики.

Для уроків у класах з поглибленим вивченням математики додамо ще кілька завдань. Наприклад, на обчислення роботи при піднятті вантажів.

6. З'ясуємо, як можна редагувати вже розроблений урок. Щоб додати для актуалізації опорних знань та умінь учнів елемент «Формула Ньютона-Лейбніца», перейдемо з відкритим поточним уроком до режиму *Конструктор*. Виберемо розділ 4, тему 1 «Первісна та інтеграл», урок 3-4 «Формула Ньютона-Лейбніца» та завантажимо його у робочу область. Серед запропонованих елементів знайдемо «Формула Ньютона-Лейбніца» і завантажимо елемент у вікно поточного уроку. На панелі поточного уроку доданий елемент розташований останнім, тому перемістимо його вліво на друге місце, використовуючи при цьому навігаційні клавіші панелі поточного уроку (при виділеному елементі натиснути стрілку вліво).

Як зазначалося вище, важливою передумовою ефективності вивчення і засвоєння нового навчального матеріалу є використання мотиваційного фактору, демонстрування міжпредметних зв'язків *геометрія – математичний аналіз – фізика*. Доцільно включити до елементів уроку завдання, яке вже розв'язувалося на попередньому занятті. А саме, за допомогою визначеного інтеграла знайти площу фігури, обмеженої віссю абсцис, графіками функцій  $y=0,5 \cdot x^2$  і  $y=4-x$  (рис. 1.28). Це завдання потрібно переформулювати відповідно до теми уроку: знайти масу однорідної пластини чи знайти центр мас однорідної пластини.

Щоб додати зазначений елемент уроку, виберемо розділ 4, тему 1 «Первісна та інтеграл», урок 5-6 «Застосування визначених інтегралів до обчислення площ та об'ємів геометричних фігур» та завантажимо його у робочу область. Серед запропонованих базових елементів знайдемо «Задача 3» і завантажимо елемент у вікно поточного уроку. На панелі поточного уроку доданий елемент розмістимо третім.

7. Для створення нового уроку необхідно на панелі роботи з поточним уроком у полі «Урок» ввести його назву і натиснути кнопку *Занам'ятати*.

8. Додамо нові завдання на обчислення виконаної роботи – на викачування води з бочки, на побудову піраміди Хеопса. Якщо учні вже вивчали властивості логарифмічної функції, доцільно запропонувати завдання на визначення роботи, яку виконає ідеальний газ. Пропоновані завдання можуть бути розв'язані на наступному уроці, але зберігати їх в бібліотеці краще разом. Тому нумерацію елементів уроку продовжуватимемо з врахуванням двох доданих базових елементів.

*Елемент 10.* Обчислити роботу, яку треба виконати, щоб викачати воду з циліндричної бочки висотою 4 м, з радіусом основи 2 м.

Урок Урок 27, 28. Застосування визначених інтегралів до обчислення площ та 5 Авторі

### Задача 3

**Розв'язання.**  
 Площу заданої фігури розглядатимемо як суму площ фігур  $OAB$  та  $ABC$ .  
 Знайдемо точку перетину параболи  $y = \frac{x^2}{2}$  і прямої  $y = 4 - x$ :

$$\frac{x^2}{2} = 4 - x, \quad x^2 + 2x - 8 = 0, \quad x_1 = 2, \quad x_2 = -4 \quad (\text{не належить фігурі}), \quad \text{тоді } y_1 = 2, \quad \text{тобто } B(2; 2).$$

Отже,  $S_{OAB} = \int_0^2 \frac{x^2}{2} dx = \frac{x^3}{6} \Big|_0^2 = \frac{4}{3}$ .

Рис. 1.28. Кадр з розв'язанням задачі на обчислення площі фігури

**Елемент 11.** Піраміда Хеопса є правильною чотирикутною пірамідою висотою 147 м, в основі якої лежить квадрат зі стороною 232 м. Знайти роботу проти сили тяжіння, затрачену при будівництві піраміди.

**Елемент 12.** Експериментально встановлено, що залежність витрати бензину автомобілем від швидкості на 100 км шляху визначається формулою  $Q = 18 - 0,3v + 0,0003v^2$ ,  $30 < v < 110$ . Визначити середню витрату бензину, якщо швидкість руху 50-60 км/год.

**Елемент 13.** Ідеальний газ в об'ємі  $V_1 = 1 \text{ м}^3$  при тиску  $p_1 = 3 \cdot 10^5 \text{ Па}$  здійснює коловий цикл за 3 етапи. газ при сталому тиску нагрівають до температури, при якій його об'єм збільшується в три рази. Після цього він при сталому об'ємі охолоджується до температури, при якій його тиск дорівнює  $p_2 = 10^5 \text{ Па}$ . З цього стану газ повертається у початковий стан при сталій температурі. Обчислити виконану газом роботу (рис. 1.29 д).

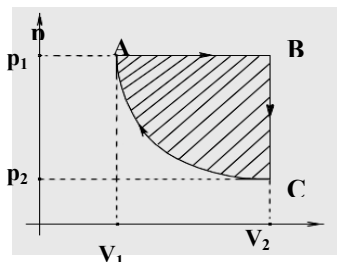


Рис. 1.29. Схематичне зображення колового процесу, який здійснює газ

Базові елементи уроку № 7(29) розміщені у розділі 4 «Інтеграл та

його застосування», темі 1 «Первісна та інтеграл». Тому перед тим, як доповнювати бібліотеку новими наочностями, необхідно урок 7-8 з вказаного розділу і теми у режимі *Конструктор* завантажити у робочу область. Тоді всі текстові повідомлення, імпортовані файли зображень, звукові файли будуть зберігатися у папці *C:\Program Files\UkrPriborService\Algebra\_11\assemble\_Algebra\_11\data\rozdil\_4\Tema\_1\Lesson\_7\_8*.

9. Для створення текстового повідомлення «натиснемо» на піктограму **T** панелі роботи з файлом. У відкритому вікні для створення текстового повідомлення запишемо назву нової задачі «Задача про викачування води з бочки», введемо її умову і назву файла, під якою задача буде зберігатися у бібліотеці наочностей *z\_9* (рис. 1.30 б). Аналогічно створюємо і зберігаємо текстові повідомлення до інших трьох задач.

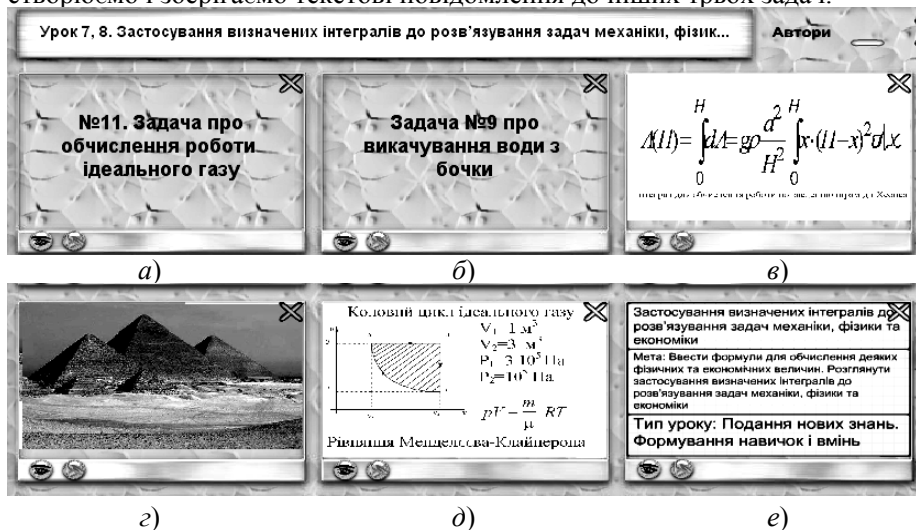


Рис. 1.30. Елементи з імпортованими наочностями для уроку

Крім текстового повідомлення з умовою завдання, бажано подати і деякі нотатки з розв'язаннями задач чи підказками для обчислення. А саме, створити ще одне текстове повідомлення для кожної задачі чи імпортувати розв'язання як зображення (файл з розширенням *jpg*), якщо запис містить значну кількість формул. Для задачі про викачування води з бочки можна подати нотатки, якими учень може скористатися при самостійному опрацюванні завдання. Для розв'язування задачі розіб'ємо циліндр паралельними основі площинами на тонкі шари. Виділивши один з них на глибині  $y$  і позначивши його товщину та об'єм відповідно через  $\Delta y$  та  $\Delta V$ , отримаємо  $\Delta V = \pi R^2 \Delta y$  ( $\text{м}^3$ ). Маса води  $\Delta Q$  в знайденому об'ємі рівна  $\Delta Q = 1000\pi R^2 \Delta y$  (т), оскільки  $1\text{ м}^3$  води важить 1 т. Щоб викачати воду, яка знаходиться в розглянутому шарі, його необхідно під-

няти до краю бака, тобто на висоту  $y$ . Робота  $\Delta P$ , яка здійснюється при цьому виразиться так:

$$\Delta P = \Delta Q g y = 1000\pi g R^2 y \Delta y \quad (*)$$

При послідовному підніманні до краю бака кожного шару, починаючи з першого та закінчуючи останнім, виконується в кожному випадку робота, яка визначається рівністю (\*); при цьому  $y$  змінюється від 0 до  $H$ . Запис для виконаної роботи матиме вигляд  $\sum 1000\pi g R^2 y \Delta y$ . Але отримана величина роботи тільки наближена. Щоб знайти шукану роботу, будемо необмежено збільшувати число поділок циліндра площинами. Тоді вся робота обчислюватиметься за допомогою визначеного інтеграла  $\int_0^H 1000\pi g R^2 y dy$ , де  $g$  – прискорення сили тяжіння.

10. Малюнок до завдання можна виконати за допомогою графічного редактора Paint, зберегти з розширенням jpg та імпортувати у бібліотеку наочностей. Імпортують файли таких типів: зображення (.swf, .jpg), таблиць (.tab), текстів (.txt), звуків (.mp3), уроків (.les).

Для задачі про піраміду доцільно імпортувати фото з єгипетськими пірамідами, підказку для перевірки, чи правильно записано інтеграл для обчислення роботи по зведенню піраміди Хеопса (рис. 1. 30 в, г). Складемо вираз, враховуючи, що  $g$  – прискорення сили тяжіння,  $H$  – висота піраміди,  $x$  – висота від основи до виділеного шару піраміди,  $\rho$  – густина каменю.

$$A = A(H) = \int_0^H dA = g\rho \frac{a^2}{H^2} \int_0^H x \cdot (H - x)^2 dx.$$

Щоб додати імпортований елемент до уроку, необхідно перейти до потрібного розділу бібліотеки наочностей і обрати елемент. Елемент автоматично додається в обраний кадр поточного уроку.

Для завдання про обчислення роботи ідеального газу імпортуємо малюнок, який демонструє коловий процес і створюємо текстове повідомлення з підказкою – рівнянням Менделєєва – Клапейрона  $pV = RT/\mu$ . Робота при здійсненому коловому процесі чисельно дорівнює площі криволінійного трикутника ABC (рис. 1.30 а, д).

11. Для здійснення контролю і корекції знань учнів вчитель може використовувати базові елементи *Контрольна робота*, *Конструктор завдань*, *Конструктор питань*, *Тестові завдання*. При виборі теми уроку *Контрольна робота* користувачу ППЗ буде запропоновано конструктор завдань та зразок виконання контрольної роботи для певної теми (рис. 1.31). Базовий елемент *Конструктор завдань* містить 4-5 варіантів завдань до контрольної роботи. Крім того, користувач може самостійно дібрати завдання і вписати їх в документ для друку для даної контрольної роботи.

Контрольні питання і завдання до теми допоможуть учням усвідомити суть, зв'язки та окремі тонкощі математичної теорії, систематизу-

вати та узагальнити навчальний матеріал, здійснити самоконтроль результатів його засвоєння. З цією ж метою дано і тестові завдання.



Рис. 1.31. Зображення базових елементів контрольної роботи

### **Контрольні питання і завдання**

1. Дослідити, які можливості для організації самостійної роботи учнів надає використання у навчанні ППЗ *Алгебра*, 10-11 клас?

2. Переглянути уроки до теми «Теорія ймовірностей і математична статистика». Дослідити, якими наочностями доцільно доповнити бібліотеку, якщо використати для аналізу варіаційних рядів Microsoft Excel? ППЗ GRAN1?

3. Розробити урок за обраною темою в 10-му чи в 11-му класі. Дібрати відповідні завдання з бібліотеки наочностей засобу, створити власні кроки – текстові повідомлення, імпортувати графічні наочності. Дібрати завдання для актуалізації опорних знань та умінь, для контролю і корекції знань.

#### **1.5.4. Педагогічний програмний засіб GRAN1**

Програмно-методичний комплекс GRAN<sup>1</sup> створений авторським колективом під керівництвом М.І. Жалдака, академіка АПН України, доктора педагогічних наук, професора [7–11]. Значний вклад в розробку нових версій програм внесли Ю.В. Горошко [10], О.В. Вітюк [7], Є.Ф. Вінниченко [1-3; 10], А.О. Костюченко [3]. Для DOS-версії GRAN1 І.В. Лупан розроблено лабораторні роботи (10-11 класи) по вивченню властивостей функцій і рекомендації щодо їх організації [14, 36]. У посібнику «Уроки математики з комп'ютером» [12] подаються добірки завдань для дослідження функції за допомогою оновленої версії GRAN1.

За допомогою GRAN1 школярі можуть будувати та аналізувати функціональні залежності явного та неявного видів, які задані в декартових чи в полярних координатах, параметрично, таблично; графічно розв'язувати рівняння, нерівності та їх системи з однією чи двома змінними; наближено визначати корені многочленів; досліджувати границі

<sup>1</sup> Програмний комплекс «GRAN», версія 1.0. – К. : Республіканський навчально-методичний центр «Дініт», 2003. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM): 12 см. – Системні вимоги: Pentium, тактова частота – від 1100 MHz, 64 Mb RAM, CD-ROM Windows 98/XP.



числових послідовностей та функцій; опрацьовувати статистичні дані (побудова полігону частот, гістограм, обчислення відносних частот різних подій; визначення центра розсіювання відносних частот та величини розсіювання (дисперсії); будувати графіки функції розподілу; обчислювати визначені інтеграли; площі криволінійних трапецій; площі поверхонь та об'єми тіл обертання тощо.

Стосовно ППЗ GRAN1 О.І. Скафа [52] зазначає, що він є одним із засобів візуалізації задачі та її розв'язку, допомагає активізувати діалог учня та вчителя, зробити його більш евристичним.

На особистісних аспектах застосування засобу наголошує М.І. Жалдак. Мова йде насамперед про можливість здійснювати диференційований підхід у навчанні. Учням, схильним до глибокого вивчення математики, відкриваються широкі можливості не лише досліджувати готові математичні моделі, але й вивільнити час для самої постановки завдання, з'ясування сутності досліджуваних процесів і явищ, інтерпретації отриманих за допомогою комп'ютера результатів. Учням нематематичного профілю навчання навички роботи з комп'ютером сприятимуть тому, що вони не почуватимуть себе у складному становищі, не боятимуться втратити почуття власної гідності, зможуть подолати психологічні бар'єри при вивченні математики [6, 11].

1. Назва засобу утворена від G<sub>R</sub>aphic A<sub>N</sub>alysis. Для початку роботи слід активізувати файл *gran1.exe* (інсталяційний файл *setup\_gran1*).

Головне меню (рис. 1.32) включає пункти: *Файл*, *Об'єкт* (створити, змінити, вилучити останній, список об'єктів, нова функція з зафіксованими параметрами), *Виправлення* (копіювання формул, графіків, вікон, налаштування розмірів вікон), *Графік* (побудувати, очистити, координати з клавіатури, масштаб, мітки, параметри вікна *Графік*); *Операції* (вкладки *Інтеграли*, *Операції з ламаними*, *Статистика*, *Нерівності*, *Похідна*, *Відстань до точки*, *Значення виразу  $G(x,y)$* , *Відповіді*, *Калькулятор*).

Зліва у колонці розташована панель інструментів для виконання окремих найчастіше використовуваних підпунктів головного меню. Справа розташований список об'єктів і таблиця для зміни параметрів.

2. *Допустимі символи і операції*. Числові значення і вирази записуються за правилами близькими до прийнятих у мовах програмування. При записі числових значень дробова частина, якщо вона є, відокремлюється від цілої точкою. *Арифметичні операції* позначаються знаками: + додавання, – віднімання, \* множення, / ділення, ^ піднесення до степеня. Пріоритети (порядок виконання) операцій загальноприйняті. Бажаний порядок операцій може бути вказаний за допомогою дужок.

До виразів можуть бути включені *позначення деяких функцій*, представлених на панелі введення (рис. 1.34): *Sin* – синус, *Cos* – косинус, *Tg* – тангенс, *Ctg* – котангенс, *Asin* – арксинус, *Acos* – арккосинус, *Atg* – арктангенс, *Actg* – арккотангенс, *Exp* – експонента ( $e^x$ ), *Lg* – логарифм

десятковий,  $Ln$  – логарифм натуральний,  $Log$  – логарифм за довільною допустимою основою (при введенні в дужках вказується основа і через кому підлогарифмічний вираз),  $Abs$  – абсолютна величина,  $Int$  – ціла частина аргументу,  $Sqrt$  – корінь квадратний,  $Pi$  – число  $\pi$  (3.141592654).

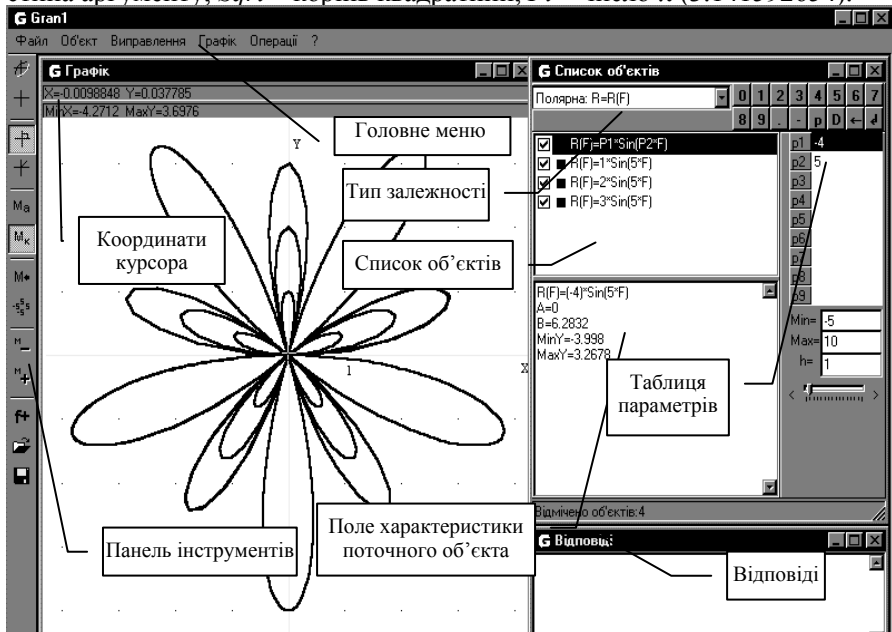


Рис. 1.32. Робоче вікно програми GRAN1

$P$  – позначення для параметра. При створенні об'єкта-функції аналітичний вираз може містити до 9 параметрів. Параметру, який ще не використовувався, надається початкове значення рівне одиниці. В ході дослідження можна змінювати значення поточного параметра, рухаючи бігунок з певним кроком в заданих межах. Уточнююче значення параметра вводять безпосередньо в таблицю параметрів (рис. 1.32).

3. Щоб створити нову функціональну залежність, необхідно виконати ланцюжок команд: *обрати тип залежності* (рис. 1.33) – *Об'єкт \ Створити* – *Ввести функціональну залежність у рядку на панелі введення даних* – *Зазначити відрізок задання* – *Графік побудувати*.

Для вказування залежностей між змінними використовується панель введення функціональних залежностей (рис. 1.34). При потребі можна змінити колір графіка залежності. Якщо у властивостях об'єкта для побудови графіка зняти відмітку  $\checkmark$ , то графік функції на екран виводитися не буде. Якщо перед формулою у списку об'єктів зняти відмітку  $\checkmark$ , то на функцію не поширюватимуться операції, які виконує користувач, хоча графік функції може будуватися.



Рис. 1.33. Панель вибору типу функціональної залежності

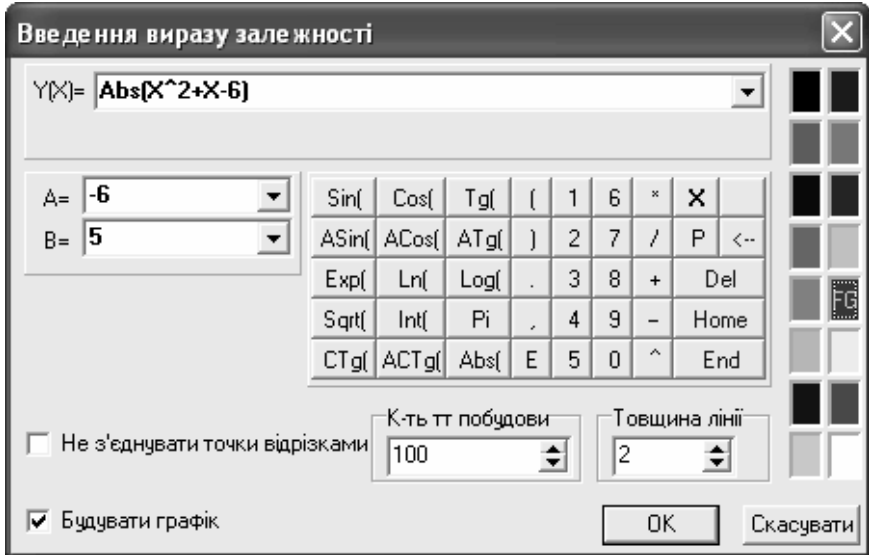


Рис. 1.34. Панель введення даних

4. Нижче подаються допустимі типи *функціональних залежностей*. Задана явно залежність виду  $y=f(x)$ . Для дослідження функцій  $y=|x^2+x-m|$ ,  $y=kx+b$ ;  $y=ax^2+c$ , створюють об'єкти за формулами  $y=Abs(X^2+X-P1)$ ,  $y=P2*x+P3$ ;  $y=P4*x^2+P5$ . Під час один з параметрів фіксують, а інший – змінюють; аналізують отриманий графік; порівнюють його з попереднім; висловлюють гіпотези щодо властивостей функції.

Наприклад, щоб дослідити розташування параболы, заданої на координатній площині формулою  $f(x)=a(x-x_0)^2+m$ , необхідно створити об'єкт явного типу за формулою  $y = P6*(X-P7)^2+P8$ . Рухаючи бігунок параметра, змінюють значення одного з параметрів  $P6$  ( $P7$  чи  $P8$ ). На рис. 1.35 побудовано параболы для різних значень параметрів. Щоб зручно було проаналізувати графіки, доцільно користуватися послугою *Об'єкт \ Нова функція з зафіксованими параметрами*. Нові об'єкти фіксуються, якщо світловий курсор встановлено на об'єкт, який містить параметри.

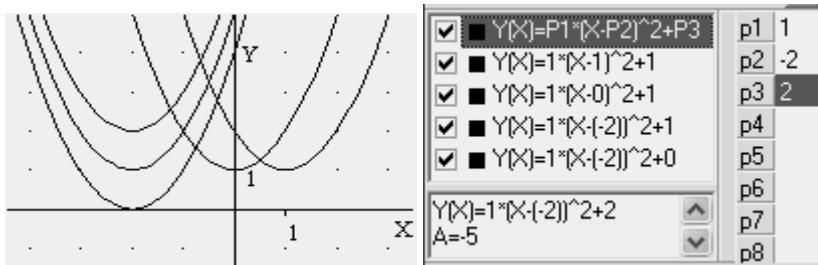


Рис. 1.35. Графіки для дослідження властивостей квадратичної функції

5. Якщо необхідно *змінити введenu функцію* чи вказати інші межі відрізка, на якому задана функціональна залежність між змінними, використовується послуга *Об'єкт \ Змінити*.

6. Щоб скопіювати побудований графік, необхідно перейти до вікна *Графік* і використати послугу *Виправлення \ Скопіювати*. Для копіювання формули переходять до вікна *Список об'єктів* і використовують названу послугу.

7. За допомогою послуги *Масштаб* можна змінювати масштаби у вікні *Графік* (*Попередній масштаб, Початковий, Автоматичний, Масштаб користувача*). У режимі *Масштаб користувача* можна встановити довільні межі вздовж осей  $Ox$  і  $Oy$ , у яких будуть будуватися зображення. У режимі *Масштаб \ Авто* програма автоматично вибирає масштаби вздовж осей  $Ox$  і  $Oy$  залежно від меж, у яких змінюються абсциси й ординати.

8. З текстових файлів чи з презентацій можна здійснити гіперпосилання на файли GRAN1. Для цього необхідно зберегти файл GRAN1, здійснити копію вікна з графіками (*Виправлення \ скопіювати*), помістити рисунок у створений *текстовий документ* та здійснити посилання з текстового документа на файл ППЗ (виділити графічний об'єкт чи текст, викликати контекстне меню, обрати пункт *Гіперпосилання*, вказати на створений за допомогою GRAN1 файл).

9. *Неявно задана залежність подається у вигляді  $G(x, y)=0$ .*

Наприклад, рівняння кола  $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$  подається за допомогою виразу  $0=(x-P1)^2+(y-P2)^2-P3^2$ .

Щоб порівнювати *властивості даної функціональної залежності та оберненої до неї*, іноді зручно функції представити як неявно задані. Наприклад, для показникової  $y=a^x$  та оберненої до неї логарифмічної  $y=\log_a x$  створюють об'єкти за формулами  $0=y-P9^x$ ,  $0=x-P9^y$ . Змінюють значення параметра  $P9$ , порівнюють властивості обох функцій для значень  $a>1$  (параметра  $P9>1$ ),  $0<a<1$  (для параметра  $0<P9<1$ ).

10. *Залежність параметрично задана у вигляді  $x=x(t)$ ,  $y=y(t)$ .*

Наприклад, фігури Ліссажу – графіки залежностей виду  $x=A_1\sin(\omega_1 t+\varphi_1)$ ,  $y=A_2\sin(\omega_2 t+\varphi_2)$  – подаються у форматі GRAN1 формулами  $X(t)=P1*\sin(P2*t+P3)$ ;  $y(t)=P4*\sin(P5*t+P6)$ .

Рівняння еліпса подають за формулами  $x=P7*\cos(T)$ ,  $y=P8*\sin(T)$ .

11. Тип залежності таблична  $X_i$ ,  $Y(X_i)$ . Для створення таблично заданої залежності між змінними  $x$  і  $y$  треба сформувати список точок на координатній площині. Оскільки для такої залежності формується апроксимуючий поліном, то необхідно вказати його степінь в межах від 0 до 7, виходячи з умов задачі або з взаємного розміщення точок. Список точок можна сформувати, якщо вводити їх координати з екрану, з клавіатури, з числової панелі, завантажити з текстового файлу. Числа у файлі повинні розділятися пропусками або починатися з нового рядка.

За допомогою заданої залежності можна опрацьовувати результати деякого експерименту і висувати гіпотези про залежність однієї величини від іншої. Наприклад, побудуємо параболу, попередньо ввівши з екрану координати не менше як трьох її точок (вказати степінь многочлена 2); відрізок прямої, який з'єднує дві точки чи апроксимує табличні дані лінійною функцією (степінь многочлена 1).

12. Залежність задана в полярних координатах у вигляді  $r=r(F)$ , де  $r(F)$  – вираз від змінної  $F$ ,  $r$  – полярний радіус точки на площині,  $F$  – полярний кут. Графіком залежності  $r = a f$ , ( $a > 0$ ,  $a = const$ ,  $f \geq 0$ ) є спіраль Архімеда; залежності  $r = a/f$ , ( $a > 0$ ,  $f > 0$ ) – гіперболічна спіраль; залежності  $r = be^{af}$ , ( $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $f \geq 0$ ) – логарифмічна спіраль. Для дослідження створюють об'єкти за формулами  $R=P1*f$ ;  $R=P2/f$ ;  $R=P3*\exp(P4*f)$ , зазначають межі зміни параметрів  $P1 \in [0;20]$ ;  $P2 \in [0;20]$  і аргументу  $f \in [0;20]$ .

На рис. 1.32 подано графіки функцій, заданих у полярних координатах:  $R(F)=3*\sin(5*F)$ ;  $R(F)=2*\sin(5*F)$ ;  $R(F)=P1*\sin(P2*F)$ .

13. Для створення ламаної після сформування списку точок ламаної необхідно вказати чи вона замкнена. Вписування ламаної в криву використовують для наближеного обчислення площі фігури, обмеженої цією кривою (Операції \ Інтеграл \ Площа многокутника), для визначення довжини дуги кривої (Операції \ Довжина дуги) і об'єму тіла обертання.

14. Побудувати у середовищі GRAN1 коло можна чотирма способами: за координатами центра та радіусом; за двома точками – центром кола і точкою на колі (тип Коло); як об'єкт неявного типу задання  $0=(x-P1)^2+(y-P2)^2-P3^2$ ; як об'єкт, заданий параметрично  $x=P9*\cos(T)$ ,  $y=P9*\sin(T)$ .

15. Щоб визначити координати точки на площині, потрібно звернутися до підпункту Координати пункту Графік. Послуга використовується для встановлення коренів рівнянь, обчислення розв'язків системи рівнянь.

Наприклад, наближено розв'яжемо систему рівнянь  $y=3\sin 2x$ ,  $y=(x-2)^2$ .

Для цього потрібно очистити екран, створити об'єкти явного типу, що відповідають даним функціям:  $y=3*\sin(2*x)$ ,  $y=(x-2)^2$ , зазначити відрізок  $-1$ ; 5. Побудувавши графіки, знаходять координати точок пере-

тину за допомогою послуги *Координати* чи як координати курсора, що знаходиться над точкою перетину (у верхньому рядку прочитаємо  $X=0.4, Y=2.3$ ). Другим розв'язком системи буде пара чисел  $X=1.5, Y=0.2$ . Щоб з'ясувати, чи має система третій розв'язок, обводять «сумнівне» місце вказівником миші, притиснувши ліву клавішу, збільшують досліджувану частину, отримують, що третьої точки перетину не існує (рис. 1.36).

16. Послуга *Операції \ нерівності \ система нерівностей*  $y(x)<(>)c\dots$  призначена для розв'язування нерівностей виду  $y(x)<c$  або  $y(x)>c$  для відмічених функцій виду  $y=y(x)$ . Проміжки, на яких містяться корені системи відповідних рівнянь, записуються у вікно *Відповіді* і зображаються у вікні *Графік* контрастною лінією.

Наприклад, щоб розв'язати нерівність  $3\sin 2x > 1$ , потрібно виконати ланцюжок команд: *Тип функції*  $y(x)$  – *Об'єкт* – *Створити* – ввести формулу  $3*\sin(2*x)$  – задати *Відрізок*  $-5; 5$ . – *Побудувати графік* – використати послугу *Операції \ Нерівності* – вказати «>1» – у вікні *Відповідь* отримати наближені розв'язки нерівності.

Послуга *Операції \ нерівності \ система нерівностей*  $G(x,y)<(>)0$  призначена для розв'язування системи нерівностей виду  $G(x,y)<0$  або  $G(x,y)>0$  для відмічених функцій виду  $0=G(x,y)$ . Області, в яких система нерівностей задовольняється, заштриховуються у вікні *Графік*. Система в обох випадках може складатись і з однієї нерівності.

Наприклад, побудувати ГМТ, що задовольняють нерівність  $\cos(y-x) > 0$ .

Обираємо тип залежності – неявно задана функція  $0=G(x,y)$  і створюємо об'єкт за формулою  $0 = \cos(y-x)$ . Відрізок задання можна взяти стандартний  $[-5,5]$ , як для змінної  $X$ , так і для змінної  $Y$ . Щоб заштрихувати на площині ГМТ, використовують послугу *Побудувати графік* та послугу *Операції \ Нерівності*  $G(x,y) > 0$  (рис. 1.37).

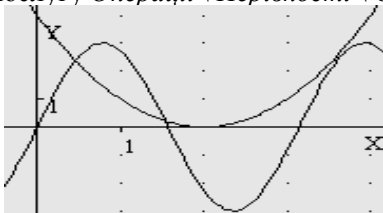


Рис. 1.36. Графіки системи рівнянь

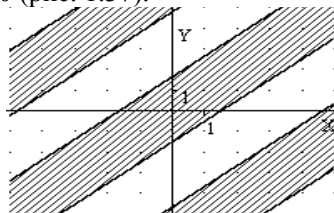


Рис. 1.37. ГМТ, що задовольняє нерівність

17. Послуга *Операції \ Інтеграл* *Інтеграл* призначена для обчислення суми визначених інтегралів для відмічених об'єктів у вказаних межах інтегрування. Щоб обчислити інтеграл  $\int_2^5 \sqrt{6x-5} dx$ , спочатку

будують графік функції  $y = \sqrt{6x-5}$ . Для цього створюють об'єкт явно-го типу за формулою  $Sqrt(6*x-5)$ , змінивши відрізок задання на  $[-1, 7]$ . Щоб обчислити інтеграл, використовують послугу *Інтеграл*, задають межі інтегрування 2; 5 (рис. 1.38).

Щоб обчислити площу фігури, обмеженої графіками функцій  $y = \sqrt{6x-5}$ ,  $y = (x-2)^2$ , потрібно очистити екран, побудувати графіки функцій, визначити абсиси точок перетину графіків – межі інтегрування. Для даного прикладу нижня межа інтегрування 1, а верхня 4,1. Далі користуються послугою *Інтеграл*. Спочатку обчислюють площу кожної з криволінійних трапецій окремо. Площу між кривими потрібно обчислити як різницю площ двох криволінійних трапецій.

Щоб обчислити об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі  $Ox$  криволінійної трапеції, обмеженої кривими  $y=|x^2+x-6|$ ,  $y=0$ ,  $x=-4$ ,  $x=3$ , необхідно побудувати графік функції ( $y=Abs(X^2+X-6)$ ), обрати послугу *Операції \ Інтегралі \ Площа поверхні та об'єм тіла обертання навколо осі Ox*, зазначити межі інтегрування – 4 та 3. Щоб тіло обертання було видно на екрані, добирають відповідний масштаб для зображення криволінійної трапеції (рис. 1.39). У вікні *Відповідь* отримаємо:  $V=396.57$ ,  $S=520.14$ .

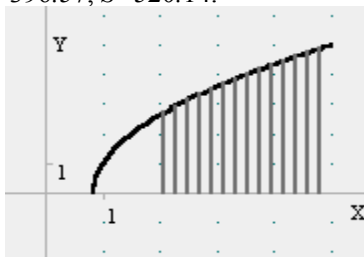


Рис. 1.38. Криволінійна трапеція

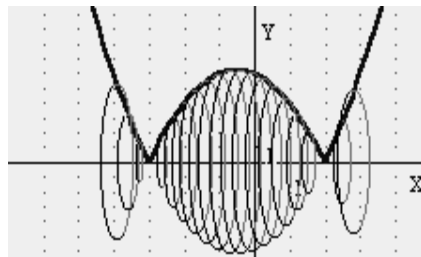


Рис. 1.39. Тіло обертання

18. Щоб знайти, скільки розв'язків має рівняння  $e^{1/x} = a/x^2$  залежно від параметра  $a$ , в системі координат  $(x, y)$  будемо графіки функцій  $y = x^2 e^{1/x}$  і  $y = a$  (рис. 1.40), знаходимо кількість точок перетину графіків. Для дослідження за допомогою GRAN1 створюємо об'єкти явно-го типу задання за формулами  $y = x^2 * exp(1/x)$  і  $y = p1$ .

Для розв'язування нерівності  $|x^2 - x + a| \geq x^2 - 2a$  залежно від параметра  $a$  можна побудувати за допомогою GRAN1 у координатах  $(x, a)$  ГМТ, які задовольняють нерівність. При цьому позначають параметр через  $y$  та створюють об'єкт неявного типу задання  $0 = G(x, y)$  за формулою  $0 = ABS(x^2 - x + y) - x^2 + 2 * y$ . Побудувавши графік рівняння, застосовують операцію *Розв'язати нерівність*  $G(x, y) > 0$ . Побудоване геометричне місце точок перетинають горизонтальними прямими, перпендикулярними до осі параметра. Для кожного з допустимих значень

параметра абсиси спільних точок прямих і побудованого ГМТ дадуть розв'язки нерівності. Детальніше про графічні прийоми розв'язування задач з параметрами читати в п. 2.9 даного посібника.

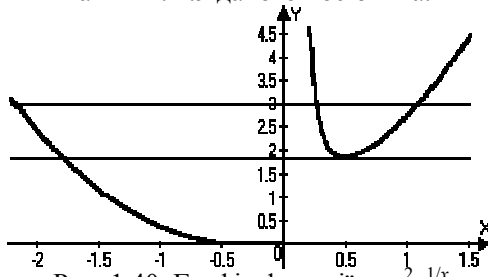


Рис. 1.40. Графік функції  $y = x^2 e^{1/x}$

19. Для наближеного відшукування *найбільшого і найменшого значень функції*  $y = f(x)$  на заданому проміжку  $[a, b]$  з використанням послуг програми GRAN1 досить побудувати графік залежності  $y = f(x)$  при  $x \in [a, b]$  і, використовуючи послугу *Координати* пункту *Графік*, визначити координати найвищої і найнижчої точок на графіку  $y = f(x)$ ,  $x \in [a, b]$ . У програмі автоматично обчислюється найменше і найбільше значення функції на заданому проміжку. Про застосування засобу GRAN1 для відшукування екстремальних значень функції в задачах практичного змісту детальніше можна прочитати в п. 2.6 даного посібника.

20. Доцільно запропонувати учням творче завдання – описати криві на малюнку за допомогою функціональних залежностей. На рис. 1.41 побудовано графіки квадратичних та лінійних функцій.

Добірку цих функцій подаємо у форматі GRAN1:

- |  |  |
|--|--|
| 1) $Y(X) = X^2, x \in [-10; 10];$          | 2) $Y(X) = X^2 + 20, x \in [-5; 5];$     |
| 3) $Y(X) = 45, x \in [-5; 5];$             | 4) $Y(X) = 100, x \in [-10; 10];$        |
| 5) $Y(X) = -X^2/4 + 125, x \in [-12; 12];$ | 6) $Y(X) = -X^2/4 + 120, x \in [-8; 8];$ |
| 7) $Y(X) = -X^2/4 + 115, x \in [-6; 6];$   | 8) $Y(X) = -X^2/4 + 110, x \in [-4; 4];$ |
| 9) $Y(X) = 80, x \in [-5; -3];$            | 10) $Y(X) = 80, x \in [3; 5].$           |

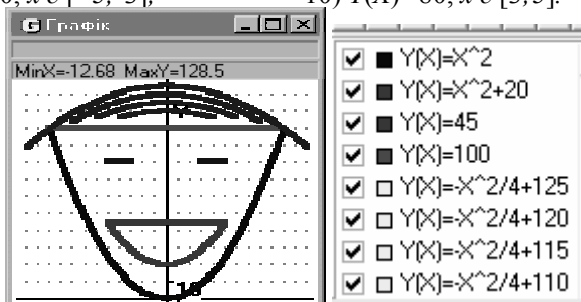


Рис. 1.41. Малюнок «Дівчина-красуня» виконано за допомогою GRAN1

20. Застосовуючи ППЗ GRAN1 для розв'язування задач, які потребують статистичного опрацювання даних, можна інтенсифікувати про-



цес навчання за рахунок вивільнення учнів від рутинних обчислень, а зекономлений час відвести на обговорення отриманих результатів, складання задач за частотною таблицею.

Наприклад, отримано такі дані про зріст дівчат 9 –11 класів:

159 162 158 161 160 160 158 169 156 160 164 169 155 157 161 159  
 175 176 171 161 162 163 165 170 163 162 170 174 171 161 171 172 174  
 168 168 172 173 168 169 168 166 166 162 166 159 164 163 159 170 173  
 167 167 169 162 168 167 167 169 170 165 165 164 164 166 165 165 164  
 163 159 169 167 162 164 163 165 166 165 167 166 167

Знайти об'єм та розмах вибірки, моду, медіану, середнє арифметичне, середнє квадратичне відхилення. Побудувати частотну таблицю, гістограму відносних частот. Користуючись частотною таблицею, розподілити за зростом замовлення на пошиття 2000 форм для школярок (зріст 160-164, 164-168 і далі), обчислити ймовірний прибуток від продажу цієї партії одягу, якщо відомий прибуток від продажу одиниці товару певного розміру.

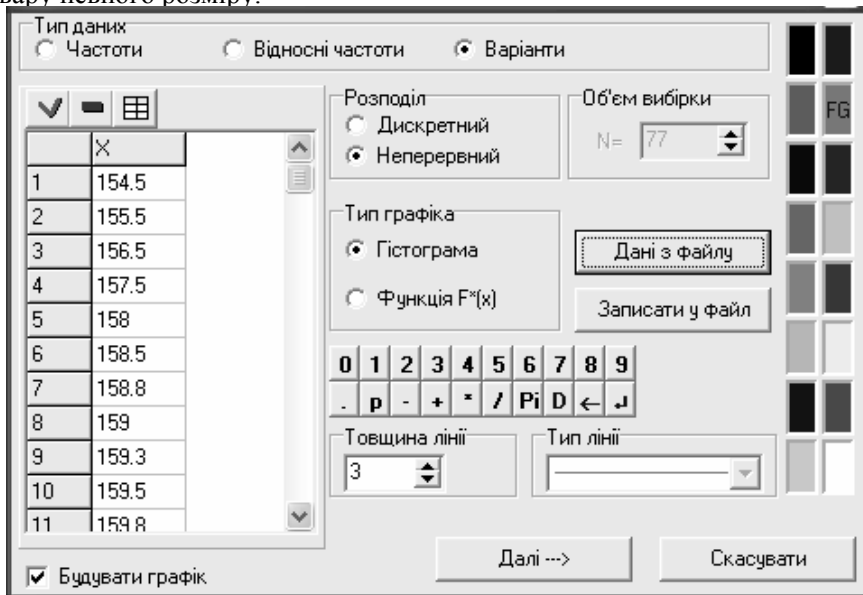


Рис. 1.42. Робоче вікно для введення вибірки

Для створення *статистичної вибірки* потрібно вказати тип даних вибірки (варіанти, частоти або відносні частоти); модель даних (дискретна або неперервна); тип графіка залежно від типу розподілу (полігон – для дискретного, гістограма – для неперервного); розглянути відповідно дискретну чи неперервну функцію розподілу. Якщо вводяться відносні частоти, то вказують об'єм вибірки. Для неперервної моделі даних, що задається через набір варіант, вказують відрізок задання вибірки та кіль-

кість відрізків розбиття.

Обираємо тип даних *Статистична вибірка* (див. рис. 1.33), використовуємо послугу *Об'єкт створити*. Зазначаємо, що модель даних *Неперервна*, і потрібно побудувати *Гістограму* (рис. 1.42). Обираємо тип даних *Варіанти* і вводимо дані з клавіатури. Бажано зберегти введені дані у файлі. Далі додатково вказуємо відрізок задання та кількість відрізків розбиття (рис. 1.43). Бажано підтвердити визначену автоматично за формулою Стерджеса кількість відрізків відповідно до об'єму вибірки.

Рис. 1.43. Визначення розмаху вибірки, кількості відрізків розбиття

Послуга *Операції \ статистика* призначена для операцій, які пов'язані з опрацюванням статистичних даних: *Частотна таблиця*, *Критерій Пірсона*, *Щільність нормального розподілу за вибіркою*.

Послуга *Операції \ статистика \ частотна таблиця* (рис. 1.44) використовується при необхідності переглянути частотну таблицю для статистичної вибірки. Таблиця подається у додатковому вікні, в якому вказані 1) значення варіанти для дискретного або межі інтервалів для неперервного розподілу; 2) частота варіанти для дискретного або частота попадання в інтервал для неперервного розподілу; 3) накопичена частота (сума частот від першої до даної включно); 4) відносна частота варіанти для дискретного або відносна частота попадання в інтервал для неперервного розподілу; 5) накопичена відносна частота.

Щоб визначити, скільки форм для певного зросту потрібно пошити, перемножують обчислені відносні частоти на обсяг замовлення. Отримані дані запишемо в графу 6 (табл. 1.7). Щоб визначити затрати тканини, перемножують отриману кількість одиниць продукції для кожного інтервалу (графа 6) на витрати тканини для пошиття одиниці продукції

(графа 3). Планований прибуток для кожного інтервалу (графа 9) отримують як добуток відповідних даних в графі 4 і графі 6.

Відрізок	n	Накопич. n	Pn*	Накопич. Pn*
154.5 - 157.6	4	4	0.05195	0.05195
157.6 - 160.8	9	13	0.1169	0.1688
160.8 - 163.9	16	29	0.2078	0.3766
163.9 - 167.1	20	49	0.2597	0.6364
167.1 - 170.2	16	65	0.2078	0.8442
170.2 - 173.4	8	73	0.1039	0.9481
173.4 - 176.5	4	77	0.05195	1

Рис. 1.44. Частотна таблиця до вибірки «Зріст дівчат»

Таблиця 1.7

**Обчислення прибутку і кількості тканини для пошиву форми**

№	Зріст дівчат	Витрати на од. продукції	Прибуток	Кількість = відносна частота * * обсяг партії		Кількість тканини		Прибуток
				5	6	7	8	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	152-156	2.5	2	0,01299·2000	26	2,5·26	65	52
2	156-160	2.8	3	0,1169·2000	208	2,8·208	582,4	624
3	160-164	3,1	4	0,2208·2000	442	3,1·442	1370,2	1768
4	164-168	3,4	4	0,3247·2000	649	3,4·649	2206,6	2596
5	168-172	3,7	4	0,2338·2000	468	3,7·468	1731,6	1872
6	172-176	4,0	3	0,09091·2000	182	4,0·182	728	546
7	176-180	4,3	2	0,1299·2000	26	4,3·26	111,8	52
Σ					2001		6795,6	7510

У програмі GRAN1 передбачена послуга *Операції \ Статистика \ Щільність нормального розподілу за вибіркою*, за допомогою якої для поточного неперервного розподілу статистичних ймовірностей можна побудувати новий об'єкт-функцію, що визначається за формулою

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}S} e^{-\frac{(x-M)^2}{2S^2}},$$

де  $M$  – статистичне математичне сподівання, а  $S$  –

статистичне середнє квадратичне відхилення для заданої вибірки (рис. 1.45).

Доцільно порівняти площу під гістограмою і згенерованою кривою

(послуга *Операції \ Інтеграл*), перевірити гіпотезу про узгодженість статистичних даних за критерієм Пірсона (*Операції \ Статистика \ Критерій Пірсона*), для функції щільності нормального розподілу перевірити «правило 3- $\sigma$ », побудувати графік розподілу статистичних ймовірностей (рис. 1.46), обчислити площу фігури, обмеженої графіком розподілу статистичних ймовірностей.

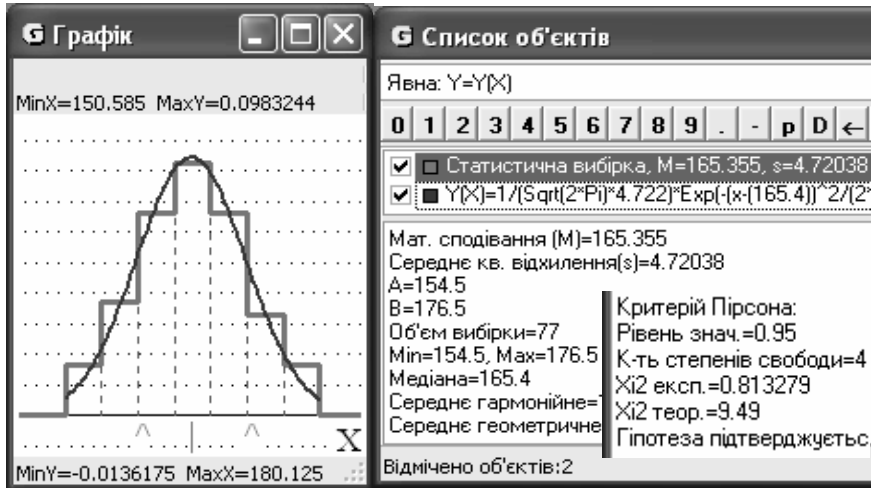


Рис. 1.45. Вікно з результатами статистичного опрацювання даних вибірки

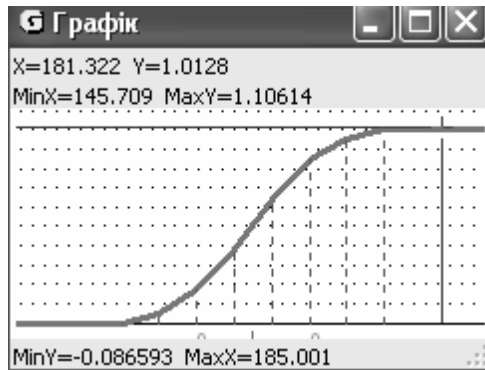


Рис. 1.46. Графік функції розподілу відносних частот

21. Підприємство випускає столи і книжкові полиці. У табл. 1.8 подано затрати і прибутки для кожного виду продукції, наявні ресурси. *Знайти оптимальний за прибутком план виробництва.*

Створимо математичну модель виробничої ситуації. Нехай  $x$  – кількість столів,  $y$  – кількість книжкових полиць.  $P(x,y) = 3x+2y$  – функція прибутку. Складемо математичну систему обмежень і представимо її у

вигляді, зручному для розв'язування за допомогою GRAN1 (взяти тип Функція задана неявно).

Таблиця 1.8

**Матеріальні затрати підприємства на одиницю виготовленої продукції**

Вид виробу	Матеріальні затрати			Прибуток
	Час на виготовлення (год.)	Лісоматеріали (м <sup>3</sup> )	Скло (м <sup>2</sup> )	
Стіл	9,2 (P2)	0,3	–	3 (P7)
Полиця	4 (P3)	0,6	2	2 (P8)
Ресурси	520 (P4)	24 (P5)	40 (P6)	

$$\begin{cases} 9,2x + 4y \leq 520 \\ 0,3x + 0,6y \leq 24 \\ 2y \leq 40 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 520 - (9,2x + 4y) \geq 0 \\ 24 - (0,3x + 0,6y) \geq 0 \\ 40 - 2y \geq 0 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

На рис. 1.47 побудоване ГМТ, задане першими трьома нерівностями.

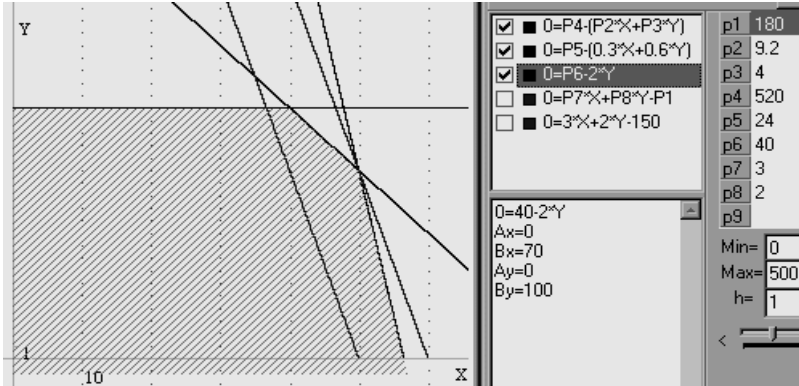


Рис. 1. 47. ГМТ, що задовольняють систему нерівностей

Дві останні нерівності подаємо як *Відрізок для побудови графіків*. Розв'язки системи нерівностей заповнюють опуклий п'ятикутник на площині. Щоб заштрихувати точки, необхідно скористатися послугою *Операції \ Нерівності \ G(x,y)>0*. Попередньо перед функціями прибутку, якщо вони представлені у неявному вигляді, слід зняти відмітку.

Потрібно знайти такі точки (x,y) п'ятикутника, для яких вираз  $3x+2y$  набуває найбільших числових значень. Множина точок, заданих рівнянням  $3x+2y=c$ , є прямою лінією. На рис. 1.47 побудовано кілька прямих для різних значень параметра  $3x+2y=50$ ,  $3x+2y=150$ ,  $3x+2y=P1$ .

Для зручності дослідження (не витирається заштриховане ГМТ, коли змінюється параметр  $P1$ ) функцію прибутку подати за формулою  $y = -2 * x / 3 + P1 / 3$ . Значення  $P1$  у рівнянні  $3x + 2y = P1$  знаходять встановивши координати граничної точки. Обчислюють, що найбільший прибуток 145 одиниць у точці  $x = 50, y = 15$ . Отже, потрібно випускати 50 столів і 15 полиць.

За допомогою GRAN1 можна отримати динамічну модель для визначення оптимального плану. Позначимо за допомогою параметрів  $P2, P3$  час на виготовлення стола, полиці,  $P4$  – ресурс годин,  $P5, P6$  – запас лісоматеріалів, скла,  $P7, P8$  – прибуток від продажу стола, полиці. Відповідно до введених параметрів створимо функції виробництва товарів  $0 = P4 - (P2 * X + P3 * Y)$ ;  $0 = P5 - (0.3 * X + 0.6 * Y)$ ;  $0 = P6 - 2 * Y$  та функцію прибутку  $0 = P7 * X + P8 * Y - P1$ . Змінюючи один з параметрів, досліджуємо його вплив на інші показники.

### **Контрольні питання і завдання**

1. Описати види завдань, для розв'язування яких можна використувати педагогічний програмний засіб GRAN1.

2. Дібрати завдання до уроку за обраною темою, підготувати наочності за допомогою GRAN1. Проаналізувати, які з особистісних якостей учнів можна формувати у процесі розв'язування цих завдань з використанням GRAN1?

3. Знайти наближені розв'язки рівнянь:

$$1 / \log_{0.5}(x+1) = 2; \log_2(x) - \sin(x) = 0.$$

4. Побудувати множини розв'язків систем нерівностей:

$$\text{а) } \begin{cases} x(1-x) \geq -3, \\ \log_{1/2}(x) \log_2(x) \geq -1; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 16, \\ \text{abs}(x) + \text{abs}(y) \leq 5. \end{cases}$$

5. Як можна використати засіб GRAN1 для опрацювання результатів педагогічних досліджень? В чому полягають відмінності в опрацюванні статистичних даних для дискретних і неперервних розподілів?

6. Дослідити відношення зросту учня до його маси для підлітків деякого класу навчального закладу. Користуючись формулою Кьютела, розрахувати, чи відповідає маса учня його зросту? Для цього необхідно масу, виміряну в кілограмах, поділити на квадрат зросту, взятий у метрах. Якщо відношення менше двадцяти, то вагу необхідно набирати. Якщо значення обчисленої величини лежить в межах від 20 до 23, то вага нормальна. Тим учням, у яких обчислений коефіцієнт більший за 24, але не перевищує 29, бажано зменшувати вагу.

7. Взуттєвій фабриці потрібно виготовити партію взуття обсягом 5000 пар для підлітків. Опитати учнів 9-11-их класів, з'ясувати у них розміри взуття, опрацювати статистичні дані, підготувати поради для представника взуттєвої фабрики щодо виготовлення кількості пар взуття певних розмірів.

8. Урожайність зернових культур в районі задана таблицею в центнерах з гектара. Обчислити урожай, який можна зібрати з 300 гектарів зернових?

40.2	10.2	15.4	19.4	14.1	28.0	15.8	20.1	26.5	15.6	29.3	13.6	18.6
34.6	20.8	28.4	18.2	28.1	17.1	26.4	25.9	37.6	32.6	31.4	27.9	21.4
10.9	26.4	38.0	49.1	22.0	26.5	25.6	27.6	20.1	30.0	40.2	26.2	11.0
12.9	27.2	30.1	15.4	31.4	31.4	12.4	37.6	34.0	12.1	18.3	19.1	36.7
14.6	12.9	30.1	18.5	12.4	18.1	38.3	13.4	20.1	29.2	26.1	10.8	19.2

9. Вартість видобування руди залежить від глибини видобування. Апроксимувати табличні дані для глибини 500-700 м многочленом і спрогнозувати вартість видобування руди на глибині 800 м.

500 м	550 м	600 м	665 м	700 м
810 гр. од.	870 гр. од.	920 гр. од.	983 гр. од.	1120 гр. од.

## 1.6. Комп'ютерно-орієнтовані засоби навчання геометрії

### 1.6.1. Бібліотека електронних наочностей «Геометрія, 7-9 клас»

ПЗНП «Бібліотека електронних наочностей «Геометрія, 7-9 клас» – це електронне видання, що містить набір мультимедійних компонентів, які відображають об'єкти геометрії, які вивчаються в 7-9 класах; програма мультимедійних компонентів; простий у використанні редактор, що дозволяє вчителю формувати набори необхідних наочностей.

Програмні засоби «Геометрія, 7-9 клас»<sup>1</sup> (розробники ЗАТ «Мальва», М.І. Бурда, О.П. Вашуленко) і розглянутий раніше засіб «Алгебра, 11 клас» уніфіковані, що полегшує вчителю процес освоєння даного засобу.

Засіб «Геометрія, 7-9 клас» розроблений на таких дидактичних засадах, як *інтегрованість, конструктивність, інтерактивність та візуалізація*.

*Інтегрованість* полягає в тому, що одну й ту ж наочність можна використовувати з різним цільовим призначенням. Наприклад, побудова трикутників за основними елементами (двома сторонами і кутом між ними, стороною і прилеглими до неї кутами, трьома сторонами) призначена як для вироблення вмінь виконувати основні побудови, так і для самостійного «відкриття» учнями ознак рівності трикутників, для застосування цих ознак в типових ситуаціях. Для кращого усвідомлення суті нових геометричних фактів передбачена можливість проводити невеликі дослідження і опрацювати отримані числові характеристики.

*Конструктивність* забезпечується аналізом комп'ютерних зображень реальних предметів, перенесенням їх властивостей на відповідні моделі, де увага приділяється поелементному створенню. Внаслідок чо-

<sup>1</sup> Педагогічний програмний засіб «Бібліотека електронних наочностей. Геометрія, 7-9 клас». – К. : Мальва, 2006. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM): 12 см. – Системні вимоги: процесор x86, 1100 MHz; 128 Мб RAM, CD-ROM Windows 98/XP.

го учень самостійно формулює означення нових понять, властивості геометричної фігури чи способи діяльності.

Під *інтерактивністю* розуміють можливість використання варіативних методичних технологій проведення уроків (шкільна лекція з ілюстраціями, групова, парна, індивідуальна робота, семінарське заняття тощо), підтримку активних методів навчання (проведення посильних навчальних досліджень, моделювання і конструювання геометричних об'єктів, логічна організація невеликих фрагментів навчального матеріалу).

*Візуалізація* забезпечується розробленими комп'ютерними динамічними моделями геометричних об'єктів. Пропонується їх перетворення (переміщення, зміна форми і розмірів, розташування на площині), що сприяє розвитку образного мислення, творчих та евристичних його складових. Це дозволяє краще засвоювати знання, виробляти вміння і навички, формувати цілісні геометричні образи.

*Мета застосування ППЗ* полягає в активізації пізнавальної діяльності учнів, розвитку їх самостійності в опануванні знань, формуванні інформаційної та інших базових компетентностей особистості, посиленні позитивної мотивації навчання геометрії. Зміст і структуру ППЗ зорієнтовано на розв'язування навчальних завдань через впровадження сучасних педагогічних технологій, у тому числі інтерактивних форм та використання варіативної методики проведення уроків. Це може бути шкільна лекція з ілюстраціями, самостійна групова чи індивідуальна робота учнів, семінарське заняття, уроки повторення й узагальнення знань, виконання завдань творчого характеру. ППЗ унаочнює як теоретичну, так і практичну частини навчальної програми.

На етапі мотивації навчання залежно від мети і завдань уроку рекомендується використовувати історичні довідки, портрети вчених-математиків, ілюстрації різних практичних ситуацій, які дають змогу обґрунтувати необхідність вивчення того чи іншого геометричного факту.

Ефективному засвоєнню понять, способів діяльності та вивченню властивостей геометричних фігур сприяє динамічне унаочнення відповідних геометричних фігур, де виділяються істотні ознаки понять та здійснюється варіація неістотних ознак при збереженні постійними істотних. Це дає змогу учням самостійно характеризувати істотні та неістотні ознаки. Застосування понять, властивостей і способів діяльності покращується завдяки пропонованій візуалізації практичних життєвих ситуацій. Динамічна наочність дає змогу складати і розв'язувати геометричні задачі за готовими малюнками, варіювати їх умови і вимоги, організовувати змістову роботу над розв'язаною задачею. Розгортання унаочнених поопераційних дій учня, ілюстрація їх застосування, сприяє кращому виробленню способів геометричної діяльності та рефлексивного ставлення учня до цієї діяльності.



1. Коректну інсталяцію ППЗ на комп'ютері забезпечує програма-інсталятор. Для запуску програми інсталяції необхідно запустити з диска файл *setup*. ППЗ має два типи інсталяції – на одному комп'ютері чи в локальній мережі. Завантажити ППЗ «Геометрія, 7-9 клас» для роботи з бібліотекою електронних наочностей у режимі *Конструктор* можна виконуючи послідовно такі дії: обрати меню *Пуск* → *Програми* → *Бібліотека електронних наочностей. Геометрія, 7-9 клас*. Перед початком роботи потрібно ознайомитися з настановою користувача та методичними рекомендаціями.

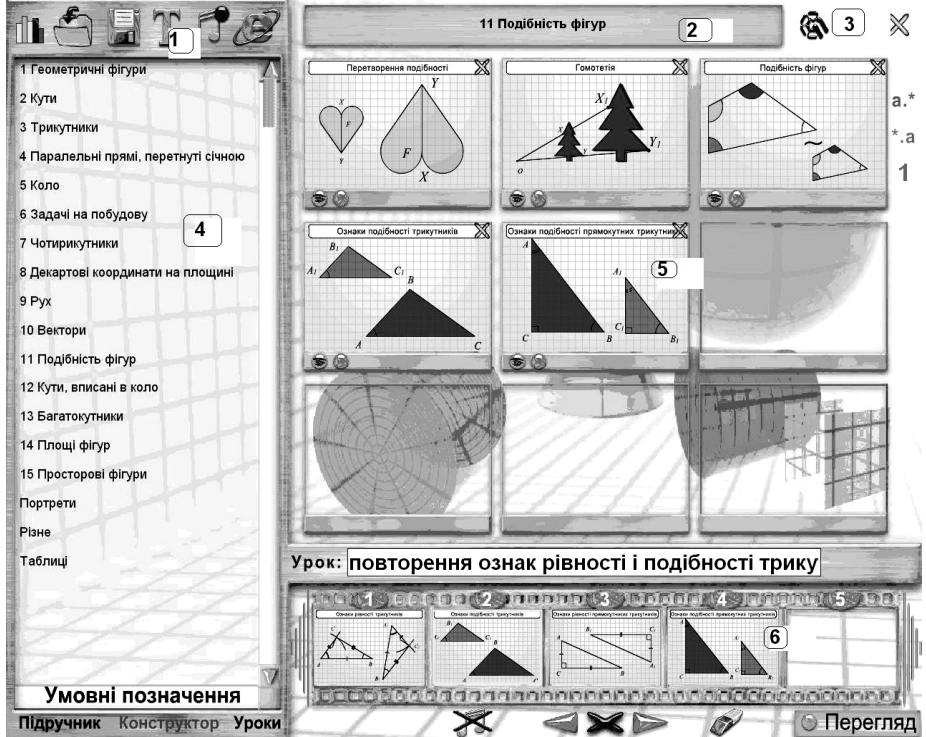


Рис. 1.48. Головне вікно ПЗНП «Бібліотека електронних наочностей «Геометрія, 7-9 клас». Режим «Конструктор»

2. Демонстрація підготовлених вчителем фрагментів уроків можлива з використанням мультимедійного проектора і дошки, що підключається до комп'ютера. ППЗ забезпечує такі види діяльності як пошук і добір наочностей, конструювання, редагування та їх перегляд. На рис. 1.48 представлено головне вікно ППЗ. У лівому верхньому куті розміщена панель роботи з файлами (1), справа – панель мінімізації / закриття вікна програми (3). У лівій частині вікна розташована панель переліків і змісту (4), у правій – робоча область (5), заголовок «активно-

го» вікна (2), внизу – панель роботи з поточним уроком (6).

Користувач може працювати у режимах *Конструктор*, *Уроки*, *Підручник*, *Статистика*, *Інтернет*. Для роботи у мережі використовують також *Програвач уроків*.

3. Використовуючи *Панель переліків і змісту*, можна здійснювати навігацію між структурними елементами бібліотеки наочностей, які відповідають розділам курсу «Геометрія, 7- 9 клас». Переглядати та змінювати обраний урок можна використовуючи *Панель роботи з поточним уроком*. Наприклад, переглянемо урок до теми «Подібність трикутників». Для цього перейдемо до режиму *Уроки*. У переліку уроків знайдемо тему «Подібність трикутників (прямокутних)», відкриємо її у робочій області, натиснувши ліву кнопку миші, коли вказівник знаходиться над заголовком теми. Щоб переглянути урок, завантажимо його з робочої області до вікна поточного уроку. При наведенні курсора на розроблені елементи уроку весь урок виділяється жовтою рамкою. Виділивши урок рамкою, натискуємо ліву клавішу. Буде створено копію поточного уроку, яку можна редагувати, починаючи з назви уроку і закінчуючи складом його елементів. Активізується перегляд змісту уроку «натискуванням» на кнопку біля слова *Перегляд*.

Крім елементів з поясненнями до ознак подібності трикутників, даний урок містить ще два елементи, які доцільно використовувати для актуалізації опорних знань та умінь учнів.

4. Відредагуємо даний урок додаванням до нього елемента «Ознаки рівності трикутників», щоб учні могли порівняти відповідні ознаки рівності та подібності трикутників. Щоб додати елемент до уроку, необхідно перейти до відповідного розділу бібліотеки наочностей і обрати цей елемент. Елемент автоматично додається в обраний кадр поточного уроку. Тому з відкритим поточним уроком перейдемо до режиму *Конструктор*, виберемо тему «Трикутники» та завантажимо її у робочу область. Знайдемо елемент «Ознаки рівності трикутників» і завантажимо його у вікно поточного уроку (виділити елемент жовтою рамкою, натиснути ліву клавішу миші). Повторити ознаки рівності трикутників доцільно перед вивченням нового матеріалу. Якщо на панелі поточного уроку доданий елемент розташований п'ятим, то перемістимо даний елемент вліво на перше місце, використовуючи при цьому управляючі клавіші панелі поточного уроку (при виділеному кадрі стрілка вліво).

На кожному кадрі елемента подано ряд кнопок навігації для перегляду кадрів у довільному порядку (рис. 1.49). Готуючись до уроку, вчитель відмічає у власному конспекті, які з кроків запропонованого елемента будуть використовуватися, на якому етапі уроку та з якою метою.

5. Для створення нового уроку необхідно на панелі роботи з поточним уроком у полі «Урок» ввести його назву і натиснути кнопку *Занам'ятати*. Відредагований урок зберігають (підкарама *Дискета* на панелі роботи з файлом), написавши замість фрази «Назвіть урок» його

тему. До уроку можна додати текстові повідомлення, звукові файли, імпортувати окремі елементи.

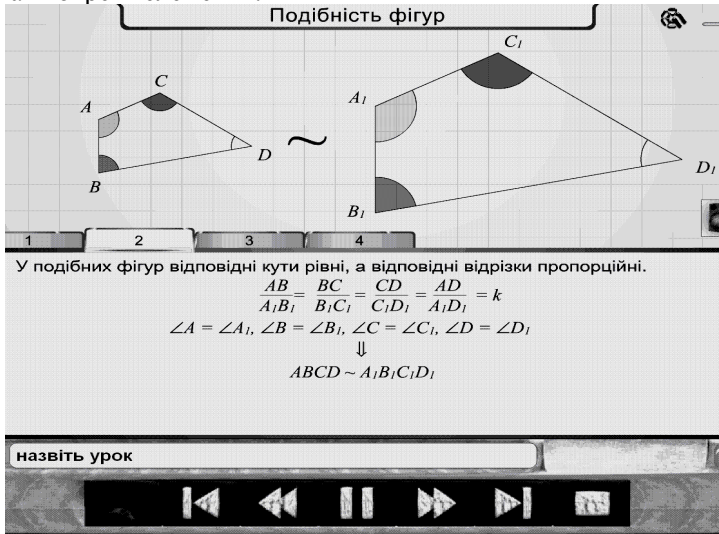


Рис. 1.49. Слайд до теми «Подібність фігур»

6. Окремі електронні наочності передбачають візуалізацію граничних наближень при формуванні понять. Наприклад, в динамічних моделях для вивчення тем «Довжина кола», «Площа круга» можемо змінювати кількість сторін правильних багатокутників від чотирьох до двадцяти (рис. 1.50).

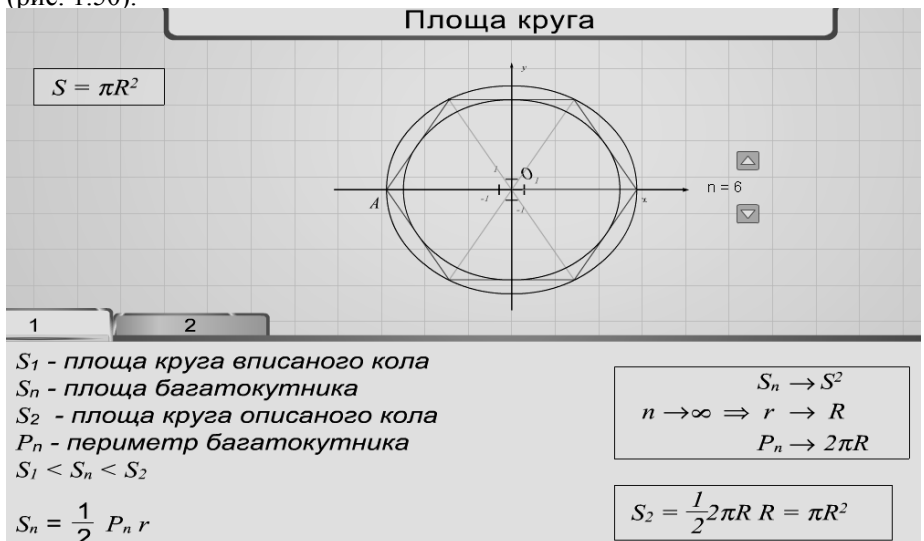
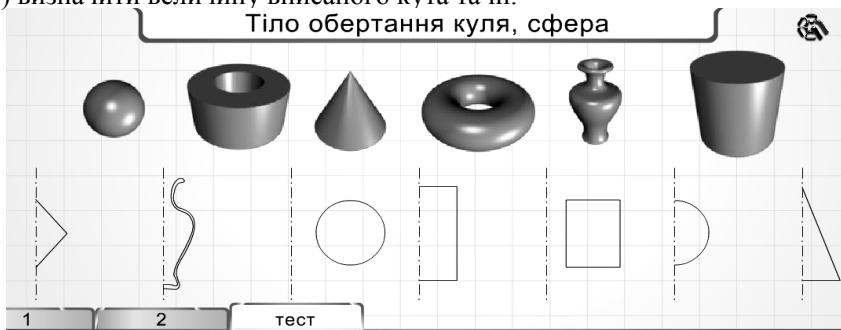


Рис. 1.50. Наочність для вивчення теми «Площа круга»

7. У бібліотеці наочностей пропонуються учням тестові завдання для самоконтролю: а) записати, які з даних трикутників подібні; б) тілам обертання поставити у відповідність фігури обертання (рис. 1.51); в) визначити величину вписаного кута та ін.



Перетягніть відповідні контури до відповідних тіл обертання.

Рис. 1.51. Копія вікна з тестовим завданням

8. Можливий імпорт елементів наочностей (текстів, відеофрагментів, анімаційних фрагментів, малюнків тощо) для існуючої у користувача бібліотеки наступних файлових форматів: зображення (.swf, .jpg), таблиці (.tab), тексти (.txt), звуки (.mp3), уроки (.les). Розміщується наочність у поточний розділ бібліотеки відповідно до наявної структури ППЗ. Наприклад, щоб імпортувати наочності до теми «Рух», потрібно у режимі *Конструктор* відкрити розділ бібліотеки «Рух» у робочій області.

9. Доберемо наочності до нестандартного уроку на тему «*Геометрія українського орнаменту*». Для цього використаємо наочності з посібника до теми «Рух». У режимі *Конструктор* завантажимо для нового уроку наочності *Рух \ Приклади центральносиметричних фігур*. Крім того, з бібліотеки малюнків імпортуємо візерунки для вишивання українських рушників, зразки орнаментів паркетів (рис. 1.52). Для імпортування послідовно виконують команди *Імпортувати* (піктограма у вигляді папки) – *Огляд* – *Місцезнаходження файла* – *Вибір файла* (тип файла *Файли зображень*) – *Підтвердження імпорту файла*. Оскільки можна імпортувати зображення з розширенням *jpg*, то для збереження файлів у зазначеному форматі можна використати графічний редактор *Paint*. Для цього вибираємо в середовищі *Paint* пункт меню *Правка \ Вставити зображення з файла*, змінюємо зображення до потрібних розмірів і зберігаємо у форматі *jpg* (пункт меню *Файл \ Зберегти як*). Наприклад, з назвою *uzor2.jpg*, де розширення прописати малими літерами.

Доцільно прослухати з учнями фрагмент української пісні про рушник. Для цього імпортуємо запис пісні з колекції звуків, послідовно виконуємо команди *Імпортувати* – *Огляд* – *Місцезнаходження файла* –

Вибір файлу (тип файла *Звукові фрагменти*) – Підтвердження імпорту файлу *трЗ*.

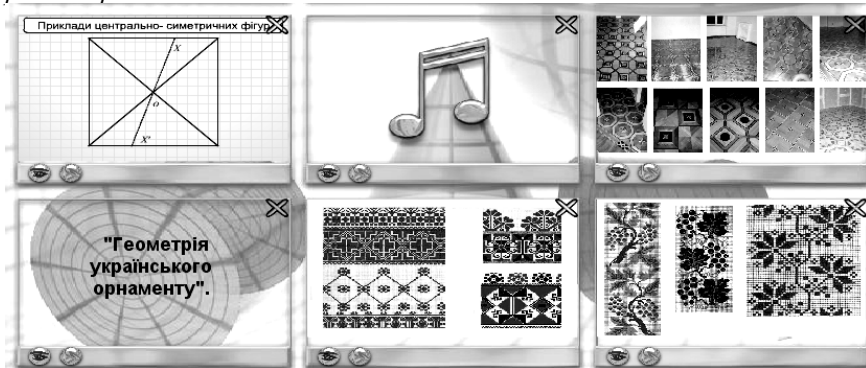


Рис. 1.52. Наочності до уроку «Геометрія українського орнаменту»

Для уроку доцільно підготувати один-два текстові фрагменти з питаннями, які сприятимуть тому, що учні краще проаналізують візерунки; знайдуть симетричні фігури; фігури, утворенні поворотом даної фігури чи її паралельним перенесенням. Варто також створити фрагменти з поясненнями про фігури, що мають симетрію повороту, ковзну симетрію.

Ініціюють створення текстового повідомлення натискуванням на ліву клавішу миші, коли вказівник миші знаходиться над піктограмою з літерою «Т». Після цього записують заголовок повідомлення (може бути номер завдання), подають питання чи пояснення до завдання, вказують ім'я файлу, в якому зберігатиметься дане повідомлення. Завершується створення повідомлення зберіганням файлу (піктограма у вигляді дискети).

Завантаживши необхідні наочності до *Панелі роботи з поточним уроком*, вводять назву нового уроку і зберігають його.

10. Щоб імпортувати розроблений на іншому комп'ютері урок, спочатку потрібно зареєструвати урок на новому місці (назва файлу *LessonXX.chl* генерується програмою). В результаті імпортування існуючий файл замінюється потрібною оновленою версією, якщо назви файлів співпадають. Коли номер файлу для імпорту відмінний (більший) від номера файлу на комп'ютері, то файл на дискеті перейменовують.

Розроблені уроки зберігаються у папці *C:\Program Files\CJSC\_Malva\Library\_Geometry\_7-9\assemble\_Geometry\data\lessons*, а наочності – у папці відповідного розділу і теми *C:\Program Files\CJSC\_Malva\Library\_Geometry\_7-9\assemble\_Geometry\data\9\_ruch*.

11. Для переходу до режиму *Статистики* необхідно натиснути відповідну кнопку на панелі роботи з файлами і завантажити блок у робочу область. Блок надає можливості додавати, редагувати, видаляти класи. Для кожного класу за списком учнів можна відстежувати успішність у

процесі використання ППЗ.

12. Для перегляду уроків можна використовувати не лише основну програму, але й додатковий її модуль *Програвач уроків*. *Програвач уроків* можна запустити за допомогою кнопки *Пуск: Пуск – Програми – CJSK Malva – Бібліотека електронних наочностей. Геометрія, 7-9 клас – Програвач уроків*. Також її можна запустити з папки, де розміщена основна програма, обравши файл «Viewer.exe».

### **Контрольні питання і завдання**

1. Інсталювати засіб *Геометрія, 7–9 клас*, переглянути урок «Подібність прямокутних трикутників», додати до уроку елементи на повторення ознак рівності трикутників, зберегти утворений урок.

2. Розробити урок за обраною темою в 7–9 класі. Дібрати відповідні завдання з бібліотеки наочностей засобу, створити власні кроки – текстові повідомлення, імпортувати інші графічні наочності. Дібрати завдання для актуалізації опорних знань та умінь, завдання для контролю і корекції знань.

3. Дослідити, як можна формувати пізнавальну самостійність учнів, удосконалювати у них навички самоконтролю, якщо використовувати в навчанні геометрії даний електронний засіб?

4. В чому полягає інтегрованість, конструктивність, інтерактивність та візуалізація наочностей засобу «Геометрія, 7-9 клас»? Оцінити, у чому може проявлятися у процесі навчання математики позитивність інтегрованості наочностей? Яких негативних впливів при цьому слід уникати? Для яких типів занять найкраще використовувати інтегровані наочності?

5. Переглянути наочності до теми «Задачі на побудову», «Побудова деяких правильних багатокутників» для засобу *Геометрія, 7-9 клас* і наочності на диску, створені за допомогою ППЗ *GRAN-2D* чи *DG*. Виявити спільне і відмінне у підходах до створення цих наочностей. Оцінити методичну цінність наочностей до задач на побудову.

#### 1.6.2. ППЗ «Геометрія, 11 клас».

ППЗ «Геометрія, 11 клас»<sup>1</sup> – це електронне видання, яке містить набір мультимедійних компонентів, що відображають об'єкти геометрії, які вивчаються в 11 класі, програвач мультимедійних компонентів, редактор, використовуючи який, вчитель зможе формувати набори необхідних наочних матеріалів. Використання засобу може відіграти важливу роль в організації самостійної, групової чи індивідуальної роботи учнів. Оскільки більша частина завдань подається з підказкою чи з відстрочкою висвітлення ходу розв'язування, то така подача матеріалу

---

<sup>1</sup> Педагогічний програмний засіб для загальноосвітніх навчальних закладів «Геометрія, 11 клас». – К. : Мальва, 2006. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM): 12 см. – Системні вимоги: процесор x86, 1100 MHz; 128 Мб RAM, CD-ROM Windows 98/XP.

сприяє впровадженню інтерактивних форм навчання, формуванню пізнавальних якостей учнів.

1. За замовченням ППЗ буде встановлено у папку *C:\Program Files\CJSC Malva\Geometry\_11\assemble\_Geometry11*. Після інсталяції програми в меню *Пуск* у розділі *Всі програми* у папці «*CJSC Malva*» знаходимо посилання на два програмних модулі: *ППЗ Геометрія 11 клас і Програваач уроків*. За допомогою першого модуля можна вводити базові елементи бібліотеки (тексти, відеофрагменти, аудіофрагменти, анімації, тестові завдання тощо) курсу геометрії в 11 класі, переглядати існуючі уроки, додавати нові чи видаляти окремі із створених раніше.

2. У модулі *ППЗ Геометрія 11 клас*, як і розглянутих вище засобах *Алгебра, 11 клас і Геометрія, 7-9 клас*, реалізовані три основні режими: *Конструктор, Уроки, Підручник*. Крім того, є додаткові модулі *Статистика, Імпорт, Додавання текстового пояснення, Запис звукового фрагмента*. Після завантаження програми буде запропоновано роботу користувача у режимі *Конструктор*. Основні елементи вікна – панель роботи з файлами, переліків і змісту; робоча область і панель роботи з поточним уроком (див. рис. 1.27, 1.48 для розглянутих вище засобів).

Серед додаткових відомостей учень може прочитати про умовні позначення, словник термінів, аксіоми, теореми.

Базовий елемент *Конструктор завдань* містить декілька варіантів завдань/запитань, але користувач може самостійно дібрати завдання для роботи на уроці. Після формування завдання для конкретного учня, вчитель може отримати завдання на паперовому носії (кнопка «Друк»).

3. Детальніше розглянемо розробку уроку на тему «Об'єм призми». На даному уроці сплануємо використовувати такі засоби навчання як підручник і ППЗ *Геометрія, 11 клас*.

Дидактична мета уроку – виведення формули для обчислення об'єму призми, формування умінь знаходити об'єм прямої і похилої призми.

Урок можна провести за поданим нижче планом.

1) Перевірка домашнього завдання, відтворення і корекція опорних знань учнів.

2) Актуалізація знань про призму, її види та елементи (використати елементи з розділу 5 електронного підручника, уроки 4, 5).

3) Сприйняття та усвідомлення нового матеріалу, що передбачає доведення теореми про об'єм прямої призми та розв'язування задачі на знаходження об'єму похилої призми. Якщо за допомогою ППЗ продемонструвати учням як трикутну призму добудовують до паралелепіпеда, а потім довільну призму розбивають на скінченну кількість трикутних призм, то учням простіше буде здійснити доведення теореми самостійно.

У бібліотеці наочностей можна дібрати наочності до задачі на відшукування об'єму похилої призми (елементи розділу 7, урок 4). Динамічна

трансформація похилої призми в пряму шляхом переміщення однієї її частини, що відтинається перпендикулярним до бічних ребер перерізом, на іншу є вдалим вирішенням проблеми відтворення цього процесу в уяві учнів.

4) Для закріплення вивченого матеріалу у розробленому ППЗ пропонуються питання для самоперевірки, а також набір вправ з відповідями. Це допоможе вчителю організувати самостійну роботу учнів з можливістю допомоги тим учням, які цього потребують.

5) Підсумки та повідомлення домашнього завдання. Можна запропонувати школярам для домашнього завдання розроблені набори вправ.

Оскільки в пункті 2.2 даного посібника будемо розглядати побудови перерізів многогранників площиною за допомогою програмних засобів GRAN-2D і GRAN-3D, то переглянемо окремі наочності на побудову перерізів з БН *Геометрія, 11 клас* (рис. 1.53–1.55).



Будуються точки перетину січної площини з ребрами;

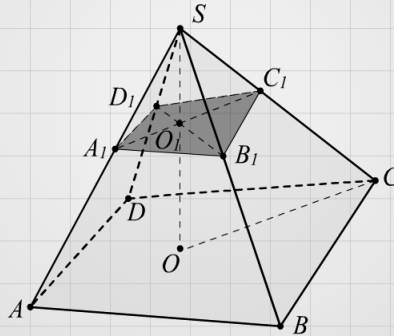
Рис. 1.53. Слайд з побудованим перерізом призми



Рис. 1.54. Побудовано переріз призми методом слідів



## Наслідки з теореми



1. Переріз піраміди площиною, яка паралельна до площини основи, є багатокутник, подібний основі:  $A_1B_1C_1D_1 \sim ABCD$ .
2. Бічні ребра і висоти піраміди діляться площиною, яка паралельна до площини її основи, на пропорційні відрізки:  $\frac{AA_1}{A_1S} = \frac{BB_1}{B_1S} = \frac{CC_1}{C_1S} = \frac{DD_1}{D_1S} = \frac{OO_1}{O_1S}$ .

Рис. 1.55. Слайд до уроку «Зрізана піраміда». Наслідки теореми

Щоб описати суть методу внутрішнього проектування, для елемента уроку створено три кадри. Прослухавши звукові файли до першого чи другого кадру, учень може ввімкнути *Паузу* і спробувати самостійно побудувати переріз. На третьому кадрі подано побудований переріз призми (рис. 1.53). Для вивчення теми «Зрізана піраміда» створено слайди як для побудови зрізаної піраміди, так і для демонстрації наслідків, які можемо отримати, якщо досліджувати властивості побудованого перерізу (рис. 1.55).

### Контрольні питання і завдання

1. Переглянути наочності до теми «Перерізи многогранників площиною» для засобу БН *Геометрія*, 11 клас, наочності до пункту 2.2 даного посібника, створені за допомогою GRAN-3D, GRAN-2D. Оцінити переваги і недоліки кожної з таких наочностей.
2. Підготувати добірку наочностей «Історичні задачі стереометрії» та імпортувати їх до бібліотеки засобу *Геометрія*, 11 клас.
3. Як урізноманітнити форми самостійної роботи учнів з використанням БН *Геометрія*, 11 клас?
4. До уроку за обраною темою дібрати відповідні елементи з бібліотеки наочностей засобу, створити власні кроки (текстові повідомлення, імпортувати графічні наочності). Додати завдання для актуалізації опорних знань та умінь, завдання для контролю і корекції знань.

### 1.6.3. Динамічна геометрія GRAN-2D і DG

В навчальній та методичній літературі помітними є видання, в яких висвітлюється методика організації досліджень засобами динамічної геометрії DG<sup>1</sup> [22], [23], GRAN-2D<sup>2</sup> [9]. Різні аспекти застосування зазначених засобів висвітлено в працях [1], [3], [12-13], [25] та ін. С.А. Раков характеризує названі програмні засоби як інтерактивні системи досить високого класу [22], що моделюють геометрію Евкліда на площині.

Засіб GRAN-2D призначений для графічного аналізу систем геометричних об'єктів на площині, звідки і походить назва (G<sup>R</sup>aphic Analysis 2-Dimension). У даному розділі подаємо відомості про оновлену версію GRAN-2D. За допомогою GRAN-2D та DG зручно розв'язувати задачі на побудову на площині, спростовувати окремі припущення. Створивши динамічні моделі та аналізуючи динамічні вирази, можна проводити дослідження ГМТ, встановлювати екстремальні значення певних величин; шукати закономірності, послідовність яких може привести до доведення теорем тощо. Доцільно проводити спеціалізовані лабораторні роботи, у ході яких учні індивідуально або у складі групи розв'язують математичні задачі дослідницького типу у комп'ютерному класі. Завдання для таких робіт в ПМК DG пропонуються у спеціальних електронних робочих зошитах [23, 3].

1. Для інсталяції ППЗ GRAN-2D використовують файл setupgran2. Програма GRAN-2D може запускатися з головного меню (*Всі програми \ GRAN \ GRAN-2D*).

2. Після завантаження на екрані з'явиться головне вікно програми (рис. 1.56). Зверху під заголовком головного вікна знаходиться *головне меню* (файл, виправлення, об'єкт, обчислення, зображення, макроконструкція, вид, налагодження, допомога) – перелік послуг, до яких можна звернутися у процесі роботи з програмою. При зверненні до певного пункту головного меню з'являється перелік пунктів (послуг) відповідного підменю. Для активізації деяких послуг можна скористатись «кнопками» швидкого виклику послуг на *панелі інструментів*, що розміщена під головним меню програми. Під панеллю інструментів розміщено *підказку* – поле, де з'являються короткі інструкції про те, яку дію необхідно виконати на поточному етапі роботи. *Поле зображення* – це область головного вікна програми, де зображаються створені об'єкти та осі координат. *Перелік об'єктів* – це поле, що містить перелік назв усіх об'єктів, які були створені або завантажені у процесі роботи з програмою. Зліва від назви об'єктів за допомогою миші можна поставити або зняти відмі-

---

<sup>1</sup> Програмно-методичний комплекс навчального призначення «Динамічна геометрія DG» для загальноосвітніх закладів, версія 1.0. – Харків, 2002. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM): 12 см. – Системні вимоги: Pentium, тактова частота – від 1100 MHz, 64 Mb RAM, CD-ROM Windows 98/XP.

<sup>2</sup> Див. пункт 1.5.4.

тку. У полі зображення виводитимуться зображення лише тих об'єктів, перед назвою яких у переліку об'єктів стоїть відмітка. *Поле характеристик поточного об'єкта* – частина головного вікна, де виводяться деякі параметри поточного об'єкта (довжина, радіус (кола), рівняння (прямої) тощо), а також відомості про об'єкти, з якими він зв'язаний. *Перелік динамічних виразів* – таблиця, що містить перелік назв заданих динамічних виразів та їх обчислені значення. *Поле інформування* – поле (внизу екрана), де виводяться координати точки, що відповідає поточному положенню вказівника миші у полі зображення, а якщо вказівник миші знаходиться над зображенням деякого об'єкта, то поряд з координатами виводиться назва цього об'єкта.

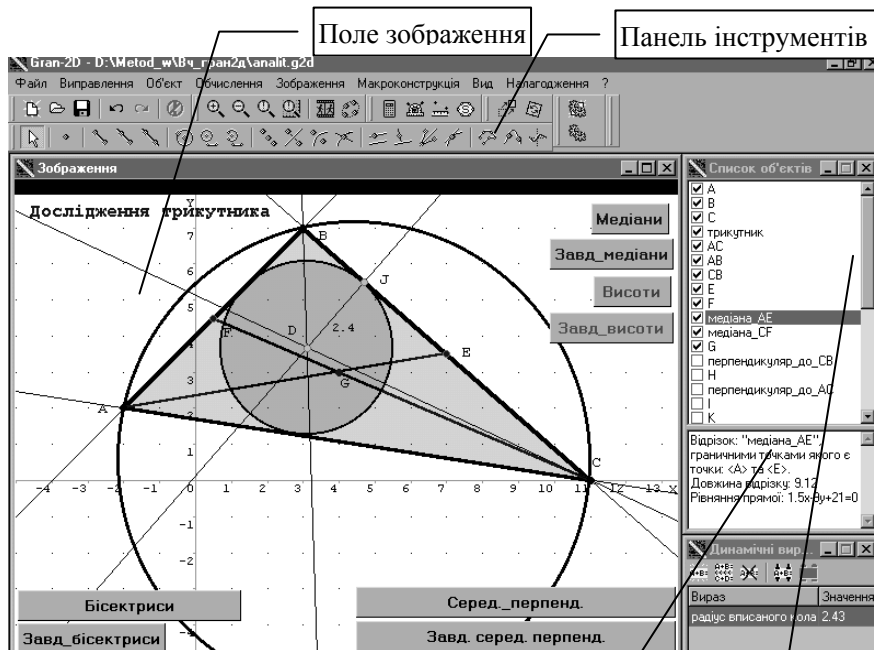


Рис. 1.56. Дослідження трикутника. Вписане і описане коло

Поле характеристик  
поточного об'єкта

Перелік  
об'єктів

Рис. 1.57. Дослідження трикутника. Вписане і описане коло

3. Завантажимо для перегляду файл з виконаним завданням на дослідження трикутника. При зверненні до послуги *Зображення \ Покрокове відображення* розпочнеться покрокове відображення створених об'єктів, починаючи з першого до останнього. Для виведення на екран зображення кожного наступного об'єкта потрібно натиснути ліву клавішу миші, коли вказівник знаходиться у полі зображення. Порядок ви-

конання кроків побудови поданий справа. Якщо встановити світловий курсор на відповідну фігуру, то в полі характеристик отримаємо для точки її координати, для прямої – рівняння в загальному вигляді, для многокутника – площу і периметр тощо.

4. За допомогою GRAN-2D можна оперувати на площині моделями геометричних об'єктів базових типів: *Точка, Лінія, Ламана, Коло, Інтерполяційний поліном, Графік функції*. При цьому типи *Точка, Лінія, Коло* діляться на підтипи: *Точка (Вільна точка, Точка на об'єкті, Середня точка, Точка перетину об'єктів, Симетрична точка, Інверсна точка); Лінія (Відрізок, Пряма, Промінь, Паралельні прямі, Перпендикулярні прямі, Бісектриса кута, Дотична до кола); Коло (коло, коло за радіусом, дуга)*.

5. Об'єкти можна створювати двома способами: шляхом введення їх характеристик у вікні *Конструювання об'єкта*, з екрана за допомогою вказівника миші. Наведемо перелік елементарних побудов:

- точка (створити з екрана чи аналітично задану); середня точка, якщо задано кінці відрізка; точка, симетрична даній відносно прямої чи точки; точка перетину двох кривих; інверсна точка;
- відрізок, промінь, пряма, що проходить через дві точки; пряма, яка проходить через задану точку і паралельна (перпендикулярна) до даної прямої;
- бісектриса кута; дотична до кола, що проходить через задану точку,
- ламана, правильний многокутник;
- коло (центр, точка на колі), коло за даним радіусом, дуга кола.

Наприклад, для створення об'єкта типу *Точка перетину об'єктів* слід звернутися до послуги *Об'єкт \ Створити \ Точка перетину об'єктів*, та у вікні *Конструювання об'єкта*, що з'явиться, у полях *Перший об'єкт* та *Другий об'єкт* вказати назви об'єктів, точку перетину яких необхідно знайти, та «натиснути» кнопку *Застосувати*. Для створення об'єкта типу *Симетрична точка* звертаються до послуги *Об'єкт \ Створити \ Точка, симетрична даній точці*. У вікні *Конструювання об'єкта*, що з'явиться, у полі *Точка*, якій симетрична дана точка, слід вказати назву потрібної точки, а у полі *Об'єкт*, відносно якого здійснюється симетрія - вказати назву відповідної точки або лінії. Після «натиснення» кнопки *Застосувати* буде створено симетричну точку.

6. Якщо виконується побудова *Створити точку* і при натисненні лівої клавіші миші вказівник знаходився над зображенням деякого об'єкта типу *Лінія* або *Коло*, то з'явиться запит *Прикріпити точку до об'єкта?* У разі позитивної відповіді створювана точка буде прикріплена до вказаного об'єкта і надалі така точка може переміщуватись тільки в межах об'єкта, до якого прикріплена. Передбачена також можливість від'єднувати прикріплену точку.

7. В табл. 1.9 подано зміст завдань для заняття по вивченню засобу

*Динамічна геометрія.* Детальніше зупинимося на першому завданні – створенні *експертної системи Трикутник* (рис. 1.56). *Інтегрованість* наочності полягає в тому, що її можна використовувати з різним цільовим призначенням. Наприклад, для побудови кола, вписаного в трикутник чи описаного навколо трикутника, для вироблення умінь виконувати основні побудови, для самостійного «відкриття» учнями теорем синусів, перевірки істинності формули для визначення радіуса кола, вписаного в трикутник чи описаного навколо нього. Наочність можна використати під час вивчення теми «Декартова система координат» для складання рівняння прямої.

Таблиця 1.9

**Зміст завдань і форми роботи для заняття на тему  
«Динамічна геометрія»**

№	Завдання	Форма роботи
1	Ознайомлення з планом роботи. Мотивація діяльності. Очікувані результати.	
2	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Ознайомлення з можливостями, які забезпечує використання GRAN-2D.</li> <li>▪ Покроковий перегляд побудови трикутника, кола, вписаного в трикутник, кола, описаного навколо трикутника; медіани, бісектриси та висоти, проведених з однієї вершини (експертна система «Трикутник»).</li> <li>▪ Обчислення довжин відрізків, кутів з використанням послуги «Обчислення».</li> <li>▪ Дослідження положення центра описаного кола залежно від виду трикутника.</li> <li>▪ Аналіз створених динамічних виразів для обчислення радіусів вписаного і описаного кіл.</li> <li>▪ Створення макроконструкції «Вписане (описане) коло»</li> </ul>	індивідуальна  в парах, взаємоконсультування
3	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Поняття про дидактичну гру з комп'ютерною підтримкою.</li> <li>▪ Демонстрація динамічних моделей для відкриття теореми про хорди, теореми про дотичну і січну, моделі до практичної задачі на екстремум (пункт 2.3 посібника).</li> </ul>	Демонстрація
4	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Ознайомлення із завданнями на створення динамічних моделей: теорема Птолемея; вписаний кут, вписаний чотирикутник; властивість медіан трикутника; задача на побудову жолоба з найбільшим перерізом.</li> </ul>	Групи (№№ 1, 2, 3, 4)
5	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Обговорення в групі плану побудови моделі, потреби в створенні динамічних виразів.</li> <li>▪ Постановка завдання дослідження для учня.</li> </ul>	Обговорення в групі

№	Завдання	Форма роботи
6	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Коротке обговорення планів створення моделей та організації дослідження в загальному колі (заслуховування представника кожної з груп).</li> <li>▪ Пропозиції щодо вдосконалення моделей до завдання.</li> </ul>	Обговорення в колі
7	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Створення моделей до завдання.</li> <li>▪ Прописування завдання на дослідження для учня.</li> </ul>	Робота в групах.
8	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ «Захист» моделі в групі представників 1-2-3-4.</li> <li>▪ Рецензування виконаної роботи представником іншої групи.</li> </ul>	«Мозаїка»
9	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Обговорення зауважень до створених моделей та виразів.</li> </ul>	Групи
10	Д/з. Підготувати одну з задач на доведення, попередньо переформулювавши її як задачу на дослідження. Розробити до задачі ланцюжок евристичних підказок.	
11	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Рефлексія: що виконали в завданні, чого навчилися тощо.</li> </ul>	Прийом <i>Мікрофон</i>

8. Трикутник заданий координатами вершин  $A(-2; 2)$ ,  $B(3; 7)$ ,  $C(11; 0)$ .

- Користуючись наочністю «Експертна система трикутник», записати рівняння сторін трикутника, висоти, медіани, бісектриси, проведених з вершини  $B$ ; лінії, що з'єднує середини сторін  $AB$  і  $AC$ ; знайти координати центрів вписаного і описаного кіл.
- Обчислити довжину висоти, медіани, бісектриси, проведених з вершини  $B$ ; величин кутів трикутника; радіус і довжину кола, вписаного в трикутник, кола, описаного навколо трикутника, площ кругів, площу трикутника.
- Дослідити і обґрунтувати взаємне розташування висоти, медіани і бісектриси, проведених з однієї вершини трикутника, положення центра кола, описаного навколо трикутника, залежно від кутів трикутника.
- Побудувати експертну систему *Трикутник*, створити динамічні вирази для обчислення радіуса вписаного кола, описаного кола.
- Створити макроконструкції «Побудова кола, вписаного в трикутник», «Побудова кола, описаного навколо трикутника».

Для розв'язування даного завдання з'ясуємо, якими послугами потрібно користуватися при першому ознайомленні з програмою GRAN-2D, що саме бажано проаналізувати? Щоб переглянути і проаналізувати кожен крок виконаної побудови слід обрати пункт меню *Зображення \ Покрокове відтворення*. У процесі відтворення побудови потрібно з'ясувати, які саме величини для кожного з об'єктів можна обчислити за допомогою GRAN-2D? Якого виду рівняння складено для прямої, для

кола? Переконатися, що для кола обчислено довжину, знайдено площу круга; для замкненої ламаної обчислено периметр багатокутника та його площу. Здійснюючи покроковий перегляд побудованих об'єктів, одночасно слід аналізувати, яку з піктограм на панелі інструментів потрібно використати, щоб самостійно створити той об'єкт, який відтворюється?

9. Для обчислення відстані між двома точками слід звернутися до послуги *Обчислення \ Відстань*, і за відповідними запитами програми, що з'являться у полі підказки, послідовно вказати на зображення двох точок. Передбачено обчислення відстані між точкою і прямою, довжини відрізка, довжини кола, довжини дуги, довжини ламаної. При зверненні до послуги *Обчислення \ Кут* після вказування трьох точок буде автоматично обчислюватись кут між прямими, що проходять відповідно через першу і другу та другу і третю точки. Передбачена послуга *Обчислення площі* багатокутника, площі круга, сектора. Можна обчислювати орієнтований кут, заданий трьома точками, кут між прямими, полярний кут, полярний радіус та ін.

Отже, щоб виміряти кути трикутника, довжини його сторін, інші елементи потрібно скористатися пунктом меню *Обчислення \ Кут (відстань, площа)*. Попередньо бажано зазначити точність обчислення (*Налагодження \ Параметри програми \ Загальні \ Точність обчислень*).

10. Для кращого усвідомлення суті нових геометричних фактів можна проводити дослідження і опрацьовувати отримані числові характеристики. Змінюючи положення вершин трикутника, моделюють трикутники різних видів. Після покрокового перегляду виконаної побудови доцільно «захопити» курсором одну з вершин трикутника і переміщувати її на площині, не відпускаючи при цьому ліву кнопку миші. Проаналізувати, як змінилися об'єкти та їх характеристики. Змінюючи розташування вершин трикутника, дослідити положення центра описаного кола для гострокутного, прямокутного і тупокутного трикутників, зробити висновок.

11. Запишемо ланцюжок для виконання побудови користувачем.

Якщо користувач обирає певну послугу, то у рядку під панеллю інструментів він отримує підказку щодо того, як виконувати той чи інший крок.

За першим кроком потрібно створити вершини – три точки (послуга з екрана *Створити точку*), з'єднати їх відрізками (обрати послугу *Відрізок*, послідовно вказати на кінці відрізка) або провести через кожну пару точок пряму (піктограма *Пряма*).

Побудуємо медіани трикутника. Для цього потрібно знайти середини відрізків (обрати послугу *Середня точка*, послідовно вказати на кінці відрізка), провести медіани, з'єднавши середини відрізків з відповідними вершинами трикутника (піктограма *Відрізок*).

Центр кола, описаного навколо трикутника, визначає точка перетину серединних перпендикулярів трикутника. Тому потрібно провести

серединні перпендикуляри двох сторін трикутника (послуга *Перпендикулярні прямі*, вказуємо на середню точку відрізка, а потім на цей відрізок). Далі потрібно побудувати точку перетину серединних перпендикулярів. Для цього використовують послугу *Точка перетину двох об'єктів*, послідовно вказують на перший та другий перпендикуляри. Далі будують описане коло (послуга *Коло за центром і точкою на колі*), послідовно вказуючи на центр кола і одну з вершин трикутника.

Побудуємо бісектриси двох кутів трикутника (послуга *Бісектриса кута*), послідовно вказавши на три точки, які визначають кожен з кутів. Далі знаходимо точку перетину бісектрис – центр вписаного кола (*Точка перетину двох об'єктів*). Наступний крок користувачі часто пропускають і допускають помилку. Потрібно з центра вписаного кола провести перпендикуляр до сторони трикутника (послуга *Перпендикулярна пряма*, послідовно вказуємо на центр кола і на пряму, до якої проводять перпендикуляр). Після цього потрібно побудувати точку дотику кола до сторони трикутника (послуга *Точка перетину двох об'єктів*, послідовно вказати на побудований перпендикуляр і сторону трикутника, до якої він проведений). На завершальному етапі вписуємо в трикутник коло (послуга *Коло за відомим центром і точкою на колі*, вказуємо на центр кола і точку дотику).

Додатково створимо трикутник як замкнену *Ламану* (послідовно вказати на три вершини трикутника, завершити натискуванням правої клавіші миші).

12. Для зміни параметрів раніше створеного об'єкта необхідно встановити вказівник переліку об'єктів у положення, що відповідає назві потрібного об'єкта, та звернутися до послуги *Об'єкт \ Змінити*. У результаті з'явиться вікно *Конструювання об'єкта* з параметрами поточного об'єкта, які можна змінити. Подвійне натиснення лівої клавіші миші у випадку, коли вказівник миші знаходиться на зображенні деякого об'єкта у полі зображення або на назві деякого об'єкта у переліку, також призведе до появи вікна *Конструювання об'єкта*, у якому можна змінити параметри цього об'єкта.

Наприклад, змінимо для круга параметри зафарбування – суцільне, спосіб малювання – напівпрозорий, змінимо товщину лінії (рис. 1.57).

13. Деякі операції (*вилучення, переміщення об'єктів* тощо) виконуються лише стосовно виділених об'єктів. Для вилучення деякого об'єкта потрібно виділити цей об'єкт у полі зображення. Після цього слід звернутися до послуги *Об'єкт \ Вилучити* або натиснути клавішу *Del*.

14. Для дослідження за допомогою ППЗ GRAN-2D доцільно створювати *динамічні вирази*, які можуть містити посилання на наявні об'єкти та обчислюватися автоматично при зміні цих об'єктів. Наприклад, ввівши вираз для обчислення площі деякого многокутника, можна змінювати положення будь-якої з його вершин, і при цьому автоматично буде обчислено нове значення площі. Динамічні вирази можна розміщу-



вати як у таблиці *Динамічних виразів*, так і в *Полі зображення*. Вирази з поля зображення можна включати до об'єктів, які тимчасово приховують за допомогою *Кнопки*.

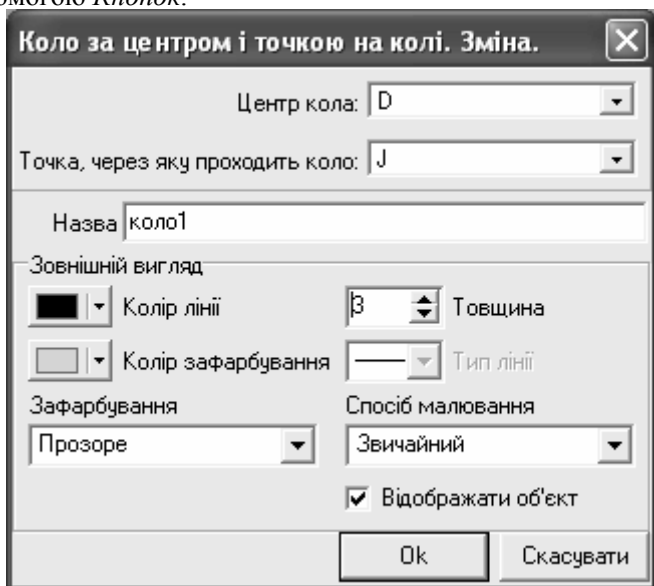


Рис. 1.58. Вікно зміни об'єкта

Для створення динамічного виразу слід звернутися до послуги *Обчислення \ Динамічний вираз \ Створити*, що приведе до появи вікна *Задання динамічного виразу* (рис. 1.58). Поряд з математичними функціями ( $\sin x$ ,  $\ln x$  тощо) при заданні динамічних виразів використовують спеціальні функції. За допомогою *Len (точка1, точка2)* обчислюють відстань між точками. В дужках як аргументи подаються назви двох точок, розділені комою, відстань між якими необхідно обчислити. Функція *Angle (точка1, точка2, точка3)* обчислює кут між відрізками, що мають спільну вершину *точка2*. В дужках як аргументи подають назви трьох точок, розділені комою, що є кінцями відрізків, при цьому другою вводиться назва спільної точки. Обчислюють площу многокутника за допомогою функції *Area (точка1, точка2, точка3, ...)*. В дужках подаються послідовно назви вершин многокутника, розділені комою. Для обчислення площі многокутника при відкритій вкладці достатньо вказати з екрана замкнену ламану. Якщо поряд функцією вказати на значок « $\square$ », то у полі зображення можна вибрати потрібні елементи (після вибору точок вказати *Звершити вибір*).

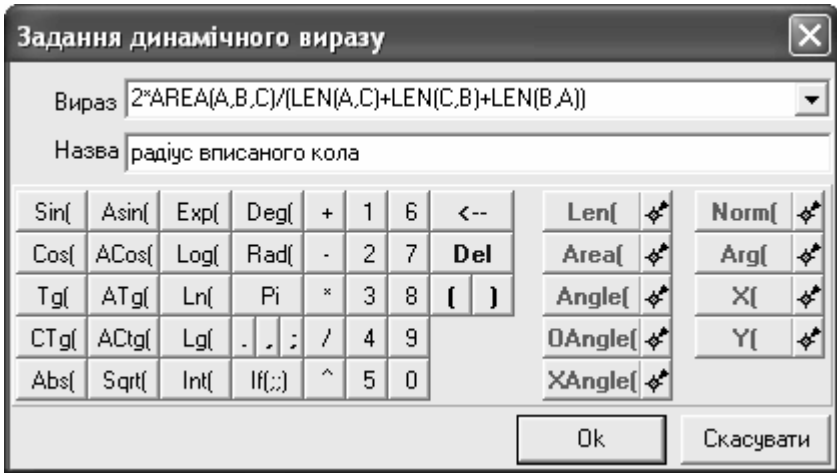


Рис. 1.59. Вигляд вікна *Задання динамічного виразу*

Наведемо приклади динамічних виразів для експертної системи «Трикутник». Використовуємо послугу *Обчислення \ Динамічний вираз*.

Щоб експериментально перевірити формулу  $r = \frac{2 \cdot S}{a + b + c}$  для обчислення

радіуса кола, вписаного в трикутник, створюємо вираз  $2 \cdot \text{AREA}(A,B,C) / (\text{LEN}(A,C) + \text{LEN}(C,B) + \text{LEN}(B,A))$ . Для радіуса описаного кола подаємо вираз  $\text{LEN}(A,B) \cdot \text{LEN}(B,C) \cdot \text{LEN}(C,A) / 4 / \text{AREA}(A,B,C)$  відповідно до формули

$R = \frac{a \cdot b \cdot c}{4 \cdot S}$  або за наслідком теореми синусів  $2 \cdot R = \frac{a}{\sin \alpha}$  записуємо

вираз  $\text{LEN}(C,B) / 2 / \text{SIN}(\text{ANGLE}(C,A,B))$ .

15. *Макроконструкція* – це сукупність об’єктів базових типів, яка призначена для спрощення задання комбінацій об’єктів, що часто використовуються. *Макроконструкція* складається з *вихідних, проміжних та результуючих об’єктів*. При створенні макроконструкції необхідно вказати у полі зображення за допомогою вказівника для миші вихідні та результуючі об’єкти, а проміжні об’єкти, які необхідні для отримання результуючих об’єктів з вихідних, будуть вибрані за програмою автоматично з наявних на зображенні. Створивши макроконструкцію один раз, надалі для її встановлення, навіть під час іншого сеансу роботи з програмою, слід вказати лише опорні об’єкти. Тоді весь ланцюг проміжних об’єктів та результуючі об’єкти буде створено автоматично, з врахуванням властивостей опорних об’єктів. Для створення макроконструкції призначено послугу *Макроконструкція \ Створити*. Звернувшись до цієї послуги, слід послідовно вказати у полі зображення вихідні об’єкти. Після вказування останнього об’єкта слід знову звернутися до зазначеної послуги,

після чого потрібно вказати результуючі об'єкти. Вказавши останній об'єкт, активізують послугу *Макроконструкція \ Створити*, що приведе до появи вікна *Назва конструкції*, де у відповідне поле необхідно ввести назву створеної макроконструкції. Для встановлення збереженої раніше макроконструкції призначено послугу *Макроконструкція \ Встановити*. При зверненні до вказаної послуги з'являється вікно *Встановлення макроконструкції* з переліком назв макроконструкцій, створених раніше.

Створимо макроконструкцію для побудови кола, описаного навколо трикутника, і вписаного в трикутник кола. Для цього необхідно послідовно виконувати вписані нижче дії. А саме, активізувати послугу *Макроконструкція \ Створити*, вибрати вихідні об'єкти, послідовно клацнувши по кожній з трьох вершин. Після цього, натиснувши піктограму *Макроконструкція* ще раз, вказати результуючі об'єкти: трикутник, центри кіл, обидва кола. Вибрані вершини та інші об'єкти повинні блимати. Чергове натискування на піктограму *Макроконструкція* відкриває вікно збереження конструкції для подальшого використання. При цьому на запит потрібно відповісти, під яким іменем необхідно зберегти макроконструкцію (наприклад, «*Експертна система «трикутник»*»).

Для перевірки того, що макроконструкцію записано правильно, необхідно створити три довільні об'єкти *Точка*, що не лежать на одній прямій і скористатися послугою *Встановити макроконструкцію*. З переліку макроконструкцій вибирають створену «*Експертну систему «трикутник»*» і вказують курсором на вихідні об'єкти – три побудовані вершини трикутника.

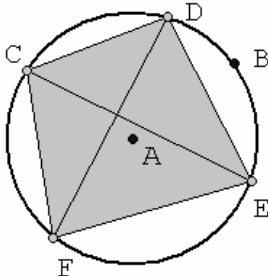
16. При зверненні до послуги *Зображення \ Розмір \ Оптимальний* буде встановлено масштаб, при якому зображення створених об'єктів помістяться у полі зображення.

17. За допомогою ППЗ *Динамічна геометрія* вчитель може швидко і якісно перевірити виконання індивідуальних завдань з аналітичної геометрії. Радимо провести міні-експеримент: зафіксувати час на перевірку правильності отриманих учнями результатів, адже всі необхідні елементи трикутника вже побудовані, і порівняти з часом, затраченим на традиційну перевірку. Щоб згенерувати завдання для кожного учня, можна до координат вершин трикутника ввести порядковий номер  $N$  учня в журналі чи остачу від ділення цього номера на 10:  $A(-5, N+1)$ ,  $B(-5, -3)$ ,  $C(4, N+1)$ . Доцільне застосування ППЗ сприятиме як розвитку особистості школяра, так і вивільненню часу вчителя за рахунок інтенсифікації праці.

18. У процесі навчання математики з використанням ППЗ GRAN-2D доцільно пропонувати учням завдання на «відкриття» теорем в ході обчислювального експерименту. Для «відкриття» теорема Птолемея (якщо чотирикутник вписаний, то добуток його діагоналей рівний сумі добутків протилежних сторін) необхідно створити модель, до складу якої вхо-

дять наступні об'єкти: точка А – центр кола; точка В – кінець радіуса кола; коло з центром у точці А і радіусом АВ; точки С, D, E, F – точки, які прикріплені до кола; замкнена ламана CDEF – вписаний чотирикутник (рис. 1.59, 1.60).

**Теорема Птолемея**



**Завдання для дослідження**

1. Розглянути чотирикутник, вписаний в коло
2. Обчислити добуток діагоналей
3. Обчислити добуток протилежних сторін, суму протилежних сторін, суму протилежних кутів
4. Чи існує зв'язок між обчисленими величин.
5. Висловити гіпотезу
6. Перевірити гіпотезу змінивши радіус кола форму чотирикутника
7. До яких рівностей зведеться встановлене співвідношення для прямокутника? Рівнобічної трапеції?

**Перевір себе: формулювання теореми**

Рис. 1.60. Копія екрана GRAN-2D з моделлю до теореми Птолемея

**Список об'єктів**

- А
- В
- коло1
- С
- D
- E
- F
- чотирикутник

Замкнена ламана:  
"чотирикутник".  
Кількість вершин: 4  
Довжина ламаної: 10.11  
Площа ламаної: 5.97

**Динамічні вирази**

Вираз	Значення	1	2	3
добуток діагоналей		15.6	56.3	54.6
CD * FE	3.7	20.3	13	1.9
CF * DE	11.9	36.1	41.6	6.2
CF+DE	7	12.1	13.2	5.1
CD + FE	3.7	20.3	13	1.9
сума кутів С і E	180	180	180	180
сума кутів F і D	180	180	180	180

Рис. 1.61. Список об'єктів і динамічні вирази до теореми Птолемея

Для виконання досліджень необхідно створити наступні динамічні вирази: добуток діагоналей  $LEN(C,E)*LEN(F,D)$ ; добутки для протилежних сторін  $LEN(C,D)*LEN(F,E)$  та  $LEN(C,F)*LEN(D,E)$ . При цьому бажано уникати прямих вказівок школяреві, які саме вирази слід створити. Для аналізу моделі, узагальнення емпіричних даних доцільно створити більше виразів, щоб учень під час обчислювального експерименту самостійно відкинув зайві. Для динамічного креслення, про яке йде мова, можна створити вирази для суми протилежних сторін  $LEN(C,F)+LEN(D,E)$  і  $LEN(C,D)+LEN(F,E)$ , суми протилежних кутів  $DEG(ANGLE(D,C,F))+DEG(ANGLE(F,E,D))$  і  $DEG(ANGLE(C,F,E))+DEG(ANGLE(C,D,E))$ . Досліджуючи значення двох останніх виразів, учні пригадують властивість вписаного чотирикутника – суми протилежних кутів рівні.

Щоб спростити процедуру створення динамічних виразів, вибира-

ють об'єкти з поля зображення, попереднього натиснувши на спеціальний символ « $\alpha$ », зазначений справа поряд з функціями для визначення величин.

У ході експерименту виникає потреба запам'ятати поточне значення динамічного виразу, щоб порівняти його з іншими. При зверненні до послуги *Обчислення \ Динамічний вираз \ Зафіксувати поточне значення* у таблицю з переліком динамічних виразів справа від останнього стовпчика буде додано новий стовпчик, який міститиме поточні значення усіх динамічних виразів.

19. У програмі передбачена можливість створювати *Написи (Об'єкт \ Додати напис)*, *Кнопки (Об'єкт \ Додати кнопку)*. За допомогою кнопок можна *сховати \ показати об'єкти, показати повідомлення, переходити до інших файлів*. Для написів і кнопок можна добирати бажані шрифти, кольори тексту. Передбачена можливість фіксувати положення кнопок чи написів у полі зображення (контекстне меню, опція *Прив'язка до сітки*).

Створимо написи і кнопки для креслення до теореми Птолемея (рис. 1.59).

а) Напис №1. Заголовок «Теорема Птолемея».

б) Напис №2 прихований кнопкою «Завдання для дослідження».

- Розглянути чотирикутник, вписаний у коло.

- Обчислити добуток діагоналей.

- Обчислити добутки протилежних сторін, суму добутків протилежних сторін, суму протилежних сторін, суми протилежних кутів. Проаналізувати обчислені вирази і з'ясувати, чи існує зв'язок між обчисленими величинами?

- Висловити і перевірити гіпотезу, змінюючи радіус кола, чотирикутник.

- До якої рівності зведеться встановлене співвідношення для прямокутника? Рівнобічної трапеції? Сформулювати гіпотезу.

в) Напис №3 до завдання «Сформулювати обернене твердження». Експериментально перевірити, чи буде істинним обернене твердження? Для цього одну з вершин чотирикутника попередньо від'єднати від кола і рухати в полі зображення, порівнюючи значення динамічних виразів.

г) Напис №4 прихований кнопкою «Початок формулювання теореми». Школяр може скористатися ним у випадку утруднення з формулюванням теореми чи з метою самоперевірки.

Часто зручно *Сховати* за допомогою кнопок динамічні вирази, додаткові побудови, підказки до ходу розв'язування задачі. За допомогою однієї з кнопок можна, наприклад, відкрити файл, створений за допомогою GRAN-2D, який містить доведення теореми Птолемея.

20. За допомогою GRAN-2D можна здійснювати *геометричні перетворення об'єктів Точка, Лінія, Ламана, Коло та Інтерполяційний поліном*. Для здійснення перетворення (*паралельного перенесення, повороту*

відносно деякої точки, гомотетії, деформації вздовж осей координат та комбінацій перетворень) призначено послуги пункту головного меню *Об'єкт \ Перетворення* (рис. 1.61).

Розглянемо, як за допомогою GRAN-2D створювати калейдоскопи (фігури, що мають симетрію  $n$ -го порядку). Першу пелюстку квітки будують як просту замкнену ламану чи ламану з самоперетином (рис. 1.62 б). Якщо квітка має симетрію обертання порядку  $n$ , то для того, щоб пелюстки не перекривалися, багатокутник краще розмішувати всередині кута  $360^\circ/n$ . Для побудови решти пелюсток за допомогою GRAN-2D застосовують вмонтовану послугу повороту. Для кожної пелюстки здійснюємо ланцюжок операцій *Об'єкт – Перетворення – Параметрично – Поворот*. Вказують центр повороту, кут; відмічають галочкою, що потрібно створювати нову ламану і прив'язувати її до початкової (рис.162. а). У цьому разі будь-яка зміна розташування вершин ламаної, що повертається, відобразиться на решті ламаних, створених у результаті повороту (рис. 1.62, в). Оскільки у квітці вісім пелюсток, то повертаємо початковий багатокутник на кути, кратні  $45^\circ$ . За допомогою ППЗ можна також здійснювати деформації побудованих візерунків до осей.



Рис. 1.62. Вікно Перетворення об'єктів

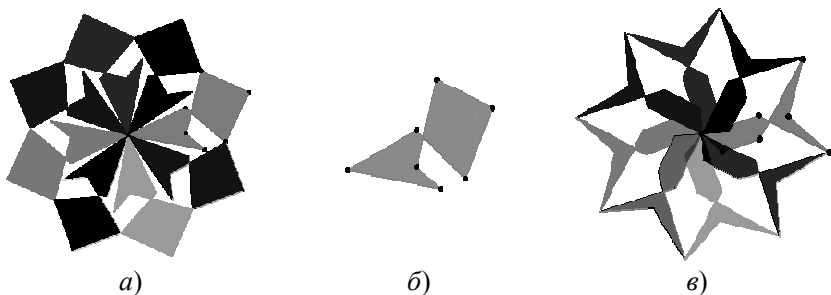


Рис. 1.63. Фігури, що мають симетрію  $n$ -го порядку (калейдоскопи)

21. Якщо звернутися до послуги *Зображення \ ГМТ* та за відповідним запитом програми, що з'явиться у полі підказки, вказати на зображення точки, то надалі при всіх переміщеннях вказаної точки на зображенні буде залишатися її слід.

22. Передбачено можливість *Налагодження відображення*, щоб не виділяти як окремі кроки деякі допоміжні побудови, і переглядати зображення в автоматичному режимі. Цю послугу зручно використовувати при розв'язуванні задач на побудову. Дані задачі подаються одним кроком, виділяються лише кроки побудови згідно з алгоритмом (див. п. 2.4).

23. За допомогою GRAN-2D можна побудувати *графіки функцій*, заданих явно в декартових координатах, у полярних координатах та параметрично, апроксимувати табличні дані многочленами. Для цього використовують послугу *Об'єкт \ Створення \ Графік функції*. Іноді графік функції зручно будувати як *слід аналітично заданої точки*.

Оскільки при створенні об'єкта *Графік функції* можна використовувати такі величини як довжина відрізка, величина кута, площа фігури, ордината чи абсциса точки, то матимемо можливість вводити у функціональні залежності значну кількість параметрів.

Побудуємо графіки гармонічних коливань  $y = A \cos \omega(x + \varphi)$ . З'ясуємо, як можна ввести у функціональну залежність параметри. Побудуємо довільну пряму, паралельну осі  $Ox$ . На ній візьмемо три довільні точки  $A$ ,  $W$ ,  $F$ . Скористаємося послугою *Об'єкт \ Створення \ Графік функції*. Обираємо тип функціональної залежності «явний» і запишемо аналітичний вираз  $x(A) * \cos(x(W) * (x + x(F)))$ . У виразі роль параметрів відіграють абсциси зазначених точок. Змінюючи положення точки  $A$ , фіксуємо вплив параметра  $A$  на амплітуду коливань. Зміна положення точки  $W$  веде до зміни частоти коливань (рис. 1.63). Зміну початкової фази викликати змінюючи абсцису точки  $F$ .

24. За допомогою GRAN-2D можна наближувати табличні дані многочленами. Для цього використовують послугу *Об'єкт \ Створення \ Інтерполяційний поліном*. Для отримання рівняння кривої, крім заповнення таблиці з координатами точок, слід зазначити степінь многочлена. Послугою зручно скористатися для опрацювання результатів експери-

менту. Наприклад, перевірити істинність закону Ома, дібрати квадратичну функцію, що описує траєкторію польоту тіла, кинутого під кутом до горизонту та інші.

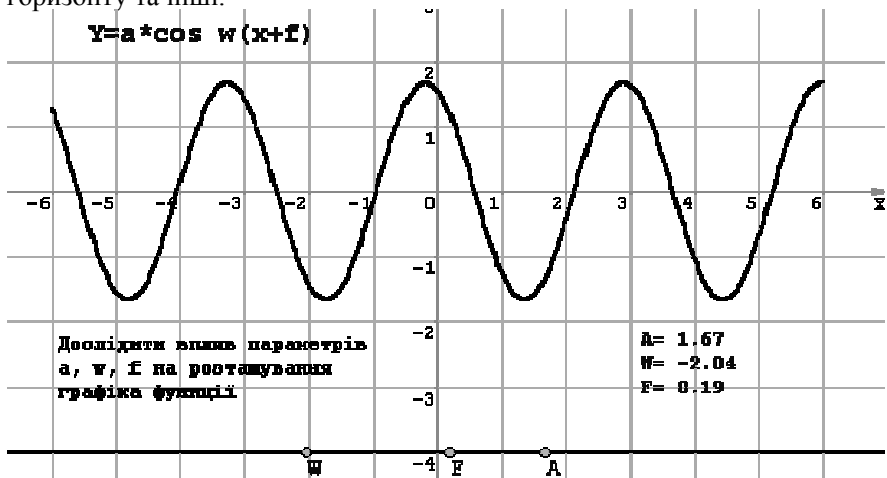


Рис. 1.64. Дослідження гармонічних коливань за допомогою GRAN-2D

25. Наведемо *приклад розробки уроку геометрії на тему «Кути, вписані в коло»* з використанням програмного засобу DG.

*Мета:* розглянути основні властивості кутів, вписаних у коло; використовуючи програмне забезпечення, ознайомити учнів з розв'язуванням задач до теми; зробити викладання предмета більш наочним і науковим.

*Обладнання:* комп'ютер та ППЗ DG, картки із завданнями та інструкціями.

Вважатимемо, що учні вміють виконувати побудови у програмному середовищі DG. Опишемо хід уроку.

*I. Організаційний момент.* Учителю нагадує учням правила техніки безпеки у процесі роботи з комп'ютерами.

*II. Актуалізація опорних знань і умінь.* Можна використати ілюстрацію, виконану за допомогою DG. Учні мають відповісти на питання:

- який кут називається центральним?
- який кут називається вписаним у коло?
- назвати вписані і центральні кути, зображені на малюнках, пояснити відповіді.
- чи існує залежність між градусними мірами вписаного і відповідного центрального кутів?

*III. Навчальне дослідження.* Клас бажано заздалегідь об'єднати у групи і призначити учнів-консультантів для кожної групи. Група отримує завдання і по черзі виконує його за допомогою комп'ютера. Створити групи можна як гомогенні, так і з учнів, що мають різний рівень під-



готовки. У першому випадку слід диференціювати завдання за складністю. У другому – сприяти тому, щоб учні з невисоким рівнем підготовки могли вносити у процес дослідження посильний вклад. Консультанти допомагають учням у групі відповісти на питання. Групи можуть працювати у класі біля комп'ютерів по черзі. Доки одна група виконує завдання за комп'ютерами, вчитель працює з іншою частиною класу, запропонувавши учням завдання, які учні виконують у зошитах. Завдання для роботи за комп'ютером слід надрукувати і роздати по одному на кожну парту. Крім умови завдання, бажано подати вказівки щодо того, які інструменти слід використовувати у ході дослідження. У кінці уроку відбувається міні-конференція. Доповідач від кожної групи звітує про її роботу, учні та вчитель ставлять питання.

*Завдання №1.* Дослідити залежність між величинами вписаного і центрального кутів, якщо вони стягують спільну дугу.

1. Побудувати коло (інструмент *Коло*) і позначити його центр точкою  $O$ .

2. Позначити на колі три точки  $A, B, C$  (інструмент *Точка фігури*).

3. Використовуючи інструмент *Промінь*, побудувати  $\angle BAC$ , вписаний у коло.

4. Побудувати центральний  $\angle BOC$ .

5. Вибрати інструмент *Виміряти кут* та виміряти  $\angle BOC$  і  $\angle BAC$ . Порівняти, у скільки разів  $\angle BOC$  більший за  $\angle BAC$ ? Доцільно заповнити таблицю та сформулювати висновок.

6. Динамічно змінюючи положення точок  $A, B$  і  $C$ , дослідити, чи буде зберігатися співвідношення між градусними мірами кутів  $BOC$  та  $BAC$ .

7. Змінюючи положення точок  $B$  і  $C$ , розглянути випадок, коли хорда  $BC$  перетвориться на діаметр. Якою буде градусна міра кута  $BAC$ ?

8. Сформулювати властивість вписаних кутів, які спираються на діаметр.

*Завдання №2.* Перевірити властивість: порівняти кут між хордою  $AB$  і дотичною до кола, що проходить через точку  $A$ , з центральним і вписаним кутом, які мають спільну дугу  $AB$ .

1. Побудувати коло (інструмент *Коло*) і позначити його центр точкою  $O$ .

2. Позначити на колі точки  $A$  і  $B$  (інструмент *Точка фігури*).

3. Побудувати відрізки  $AB, AO, BO$ .

4. Вибрати інструмент *Перпендикулярна пряма* і побудувати пряму  $AE$  перпендикулярно до радіуса  $AO$ .

5. За допомогою інструмента *Виміряти кут* виміряти кути  $BAE$  та  $AOB$ .

6. Динамічно змінюючи положення точок  $A$  та  $B$ , порівняти відношення кутів  $AOB$  і  $BAE$ , заповнити таблицю та сформулювати висновок.

*Завдання №3.* Дослідити, як пов'язані величини вписаних кутів, які стягують одну і ту ж дугу. Дослідити властивості кутів вписаного чотирикутника.

1. Побудувати коло (інструмент *Коло*) і позначити його центр точкою *O*.
2. Позначити на колі три точки *A*, *B* і *C* (інструмент *Точка фігури*).

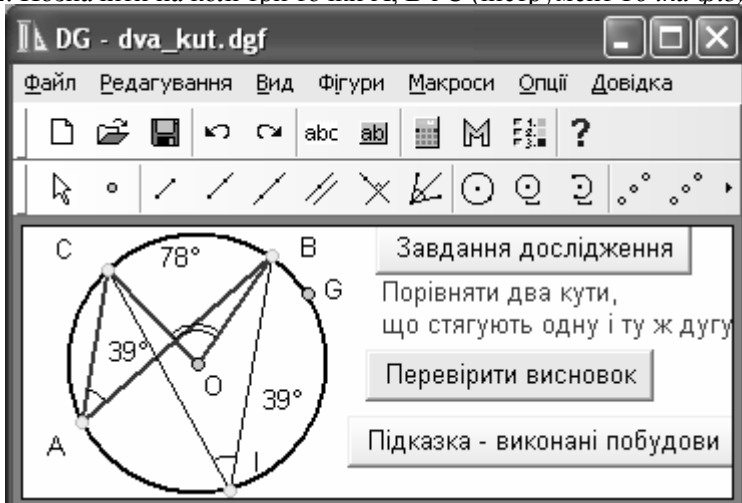


Рис. 1.65. Вікно програми DG (динамічний ОК до завдання №3)

3. Використовуючи інструмент *Промінь*, побудувати кут  $\angle BAC$ , вписаний у коло (рис.1.64).

4. Побудувати хорду  $BC$  (інструмент *Відрізок*). Виміряти кут  $\angle BAC$ , динамічно змінюючи положення лише точки *A*, дослідити зміну величини кута  $\angle BAC$ . Сформулювати висновок.

*IV. Завдання, які учні розв'язують у зошитах.* До кожної задачі бажано завчасно створити креслення і покроково відтворити його після аналізу умови.

№1. Провести дотичну до кола, яка проходить через дану точку *A* поза колом.

Якщо вчитель працює у класі з проектором, слід виконати побудову також з використанням ППЗ. У розробку електронного конспекту вчитель може помістити малюнок, створений за допомогою засобу, зробити з нього гіперпосилання на файл ППЗ, подати вказівки до ходу розв'язування.

№2. Всередині квадрата  $ABCD$  взяли точку *P* так, що трикутник  $ABP$  - рівносторонній. Довести, що  $\angle PCD = 15^\circ$ .

№3. Вершину *A* гострокутного трикутника  $ABC$  сполучено відрізком з центром *O* описаного кола. З вершини *A* проведено висоту  $AN$ . Довести, що кути  $\angle BAN$  і  $\angle OAC$  рівні.

№4. Дотична в точці А до кола, описаного навколо трикутника ABC, перетинає пряму BC у точці E; AD — бісектриса трикутника ABC. Довести, що трикутник ADE рівнобедрений.

*IV. Підсумок уроку.* Учитель оголошує оцінки та домашнє завдання.

### **Контрольні питання і завдання**

1. Навести приклади тем геометрії, при вивченні яких зручно застосувати GRAN-2D чи DG. Дібрати завдання для одного з уроків, підготувати динамічні конспекти, створити макроконструкцію за кресленням. Визначити мету застосування ППЗ, роль і місце у ході уроку. Визначити переваги застосування на даному уроці педагогічного програмного засобу навчання математики у порівнянні з традиційними засобами?

2. Визначити, які нові можливості для відкриття теорем, відшукування геометричних місць точок надає застосування ППЗ GRAN-2D, DG?

3. Виконати задачу на побудову за допомогою циркуля та лінійки і провести дослідження виконаного побудування.

4. Створити «калейдоскоп» (фігуру з симетрією обертання шостого, восьмого чи дванадцятого порядку), взявши за початкову фігуру для обертання замкнену ламану.

5. Побудувати за допомогою ППЗ геометричне місце точок а) рівновіддалених від вершин трикутника, б) від сторін трикутника; в) з яких даний відрізок видно під заданим кутом. Створити макроконструкцію.

6. Переглянути наочності до теми «Задачі на побудову» з БН *Геометрія*, 7-9 і створені за допомогою ППЗ GRAN-2D чи DG (пункт 2.4). Порівняти і оцінити переваги і недоліки розроблених наочностей.

7. Для теми «Рух» проаналізувати рисунки з бібліотеки наочностей *Геометрія* 7-9, порівняти їх з кресленнями, створеними за допомогою GRAN-2D, DG. Чому заняття з використанням GRAN-2D (DG) доцільно провести у комп'ютерному класі у формі лабораторної роботи?

8. Які наочності можна назвати динамічними опорними конспектами?

#### **1.6.4. GRAN-3D**

Засіб призначено для графічного аналізу тривимірних об'єктів (G<sup>R</sup>aphic ANalysis 3-Dimension). Детальніший опис послуг програми наведено в посібнику [9]. Окрема глава присвячена побудові перерізів многогранників. За допомогою GRAN-3D можна *імітувати зовнішні дії з геометричними тілами*, необхідними для того, *щоб учень міг провести з ними мисленнєві внутрішні дії* і розвинути просторове мислення. Дослідження за допомогою GRAN-3D проводяться як з базовими об'єктами, так і з самостійно сконструйованими. Усі обчислювальні операції та побудови при цьому виконує комп'ютер, залишаючи учневі час на постановку задачі, побудову моделі до задачі, дослідження.

1. У головному вікні відображено *головне меню, панель інструмен-*

тів, поле підказки, поле зображення, перелік об'єктів, поле характеристик об'єкта, поле інформування. На рис. 1.65 зображено піраміду в основі якої лежить квадрат, а вершина піраміди проектується в одну з вершин основи. При цьому дві бічні грані піраміди перпендикулярні до площини основи.

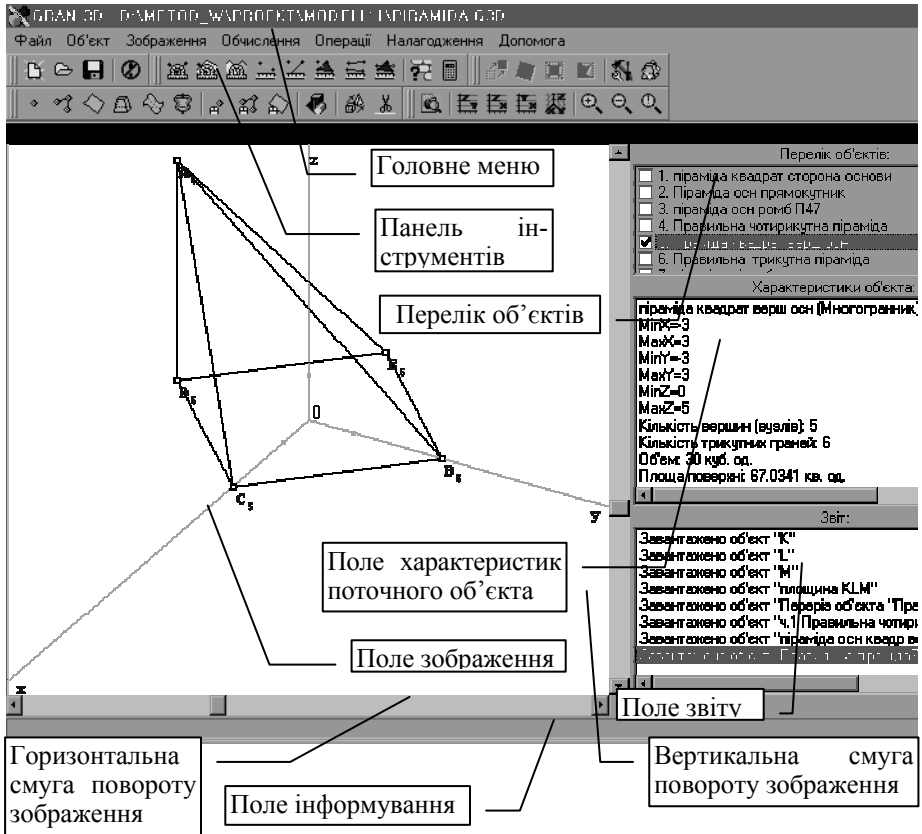


Рис. 1.66. Вікно програми GRAN-3D

2. З правого та нижнього краю цього поля розміщено *смуги повороту* зображення, за допомогою яких здійснюється поворот зображень об'єктів у полі зображення. Центром повороту може бути точка з довільними просторовими координатами. За допомогою смуг повороту зображення можна повертати систему координат разом з створеними моделями об'єктів.

3. *Поле звіту* – частина головного вікна, де фіксується протокол роботи програми та куди виводяться результати всіх вимірювань та обчислень.

4. Для встановлення системи у *положення ізометрії* або в положен-

ня, при якому зображення однієї з координатних осей вироджується в точку, призначено послуги пункту *Зображення \ Положення координатних осей – Вироджена вісь O<sub>x</sub>, Вироджена вісь O<sub>y</sub>, Вироджена вісь O<sub>z</sub> та Ізометрія*.

5. Для унаочнення моделей стереометричних тіл зручно скористатися послугою програми *Зображення \ Режим півтонового зображення*, що дозволяє отримувати «реалістичне» зображення моделей цих тіл, побудоване з врахуванням видимості ліній і площин.

6. За допомогою GRAN-3D можна створювати та оперувати моделями геометричних об'єктів *точка, відрізок, ламана, площина, многогранник, поверхня обертання та довільна поверхня, яка визначається рівнянням виду  $z=f(x,y)$* . При цьому можливе задання об'єктів у різний спосіб. Для створення деякого об'єкта слід звернутися до підпункту послуги *Об'єкт \ Створити*, що має назву, яка відповідає бажаному типу об'єкта.

7. *Точка* задається координатами  $x, y$  та  $z$ , *відрізок* – двома точками або точкою і напрямним вектором, *ламана* – координатами вузлів або точкою та впорядкованим набором векторів (ламана може бути замкненою чи незамкненою), *площина* – трьома точками, точкою і вектором нормалі або коефіцієнтами  $A, B, C, D$  рівняння площини виду  $Ax+By+Cz+D=0$ .

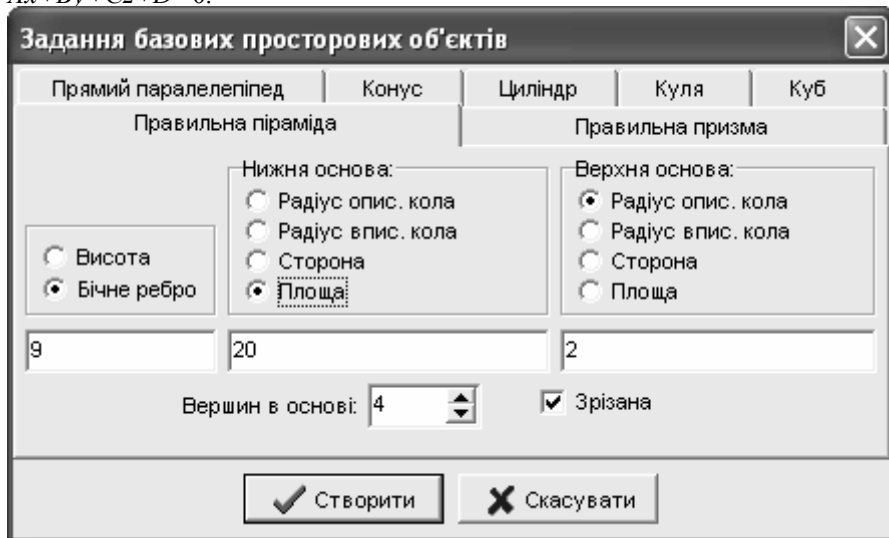


Рис. 1.67. Вікно задання базових просторових об'єктів

8. Моделі *базових просторових об'єктів*, якими оперують при вивченні стереометрії (*правильна звичайна або зрізана піраміда, правильна призма, прямий паралелепіпед, конус, циліндр, куля, куб*) можна створювати окремо, вказавши необхідні параметри об'єкта у вікні *Задання ба-*

зових просторових об'єктів у вкладці з відповідною назвою, що з'являється при зверненні до послуги програми *Об'єкт \ Створити базовий об'єкт*. Наприклад, для створення моделі правильної піраміди у вкладці *Правильна піраміда* (рис. 1.66) слід вказати спосіб задання нижньої основи (за допомогою перемикача *Нижня основа*) та ввести відповідне значення у поле під вказаним перемикачем. Якщо необхідно створити зрізану піраміду, то слід встановити відмітку біля напису *Зрізана* та аналогічно до попереднього задати параметри верхньої основи. Також слід вказати кількість вершин в основі піраміди та висоту або довжину бічного ребра піраміди, залежно від положення лівого перемикача. Після введення даних слід натиснути кнопку *Створити*.

9. *Многогранник* задається сукупністю граней, кожна з яких трикутник, який визначається деякими трьома вершинами многогранника, а кожна вершина задається своїми просторовими координатами. Щоб сконструювати об'єкт *Многогранник*, потрібно звернутись до послуги меню *Об'єкт \ Створити \ Многогранник*. Засобами ППЗ GRAN-3D можна створити довільний многогранник. Для цього необхідно у відповідних полях вказати кількість вершин многогранника та кількість трикутних граней, а не трикутні грані потрібно поділити на трикутники, ввести координати вершин многогранника у таблиці *Вершини*, а також вказати по три вершини на кожній грані. Для опуклих многогранників можна не вказувати кількість трикутних граней та номери вершин для кожної грані. Досить ввести вершини многогранника (рис. 1.67), а потім скористатися послугою *Сформувати грані опуклого об'єкта* – кількість граней і відповідні номери вершин для кожної грані буде встановлено автоматично. Для підтвердження введення даних натиснути кнопку *Виконати*.

10. Деякі характеристики об'єктів обчислюються автоматично відразу після створення об'єктів або після їх перетворення. Наприклад, для об'єктів типу *Ламана* обчислюється довжина ламаної, а якщо ламана замкнена і всі її вузли належать одній площині, то також обчислюється площа області, обмеженої ламаною; для об'єктів типу *Площина*, незалежно від способу її задання, обчислюються коефіцієнти  $A$ ,  $B$ ,  $C$  і  $D$  рівняння площини виду  $Ax+By+Cz+D=0$ ; для об'єктів типу *Многогранник* обчислюється об'єм та площа поверхні, а також площа і периметр окремо кожної грані (ці характеристики наведено у вікні *Перелік граней* об'єкта, що з'явиться після звернення до послуги *Обчислення \ Многогранник \ Площі та периметри граней*).

11. Користуючись ППЗ GRAN-3D, можна здійснювати *паралельне перенесення, поворот та деформацію об'єктів*.

12. *Об'єм та площа поверхні об'єктів типу Многогранник* (піраміда, призма, паралелепіпед, куб тощо) обчислюються за програмою автоматично при створенні або перетворенні цих об'єктів. Обчислені значення виводяться у полі характеристик поточного об'єкта.

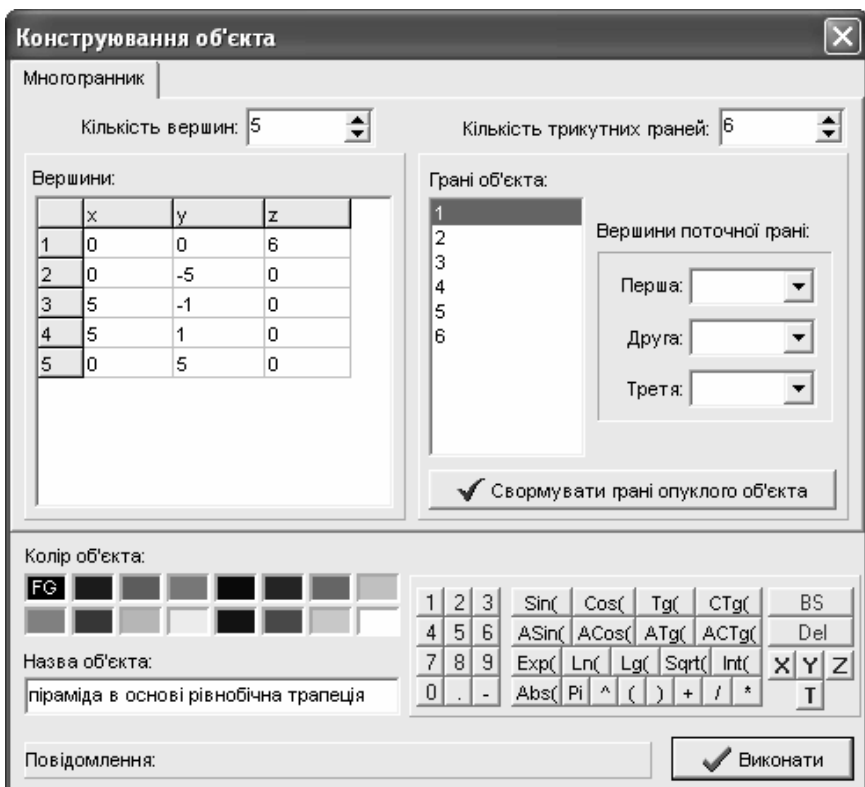


Рис. 1.68. Вікно конструювання піраміди

13. У полі *Площа* виводиться сумарна площа граней, відмічених « $\surd$ » у переліку. За допомогою кнопок *Відмітити всі*, *Зняти відмітки* та *Інвертувати відмітки* можна швидко відмітити всі грані, зняти відмітки з усіх граней в переліку або змінити стан відміток граней на протилежний. Зауважимо, що послугою *Обчислення \ Многогранник \ Площі та периметри граней* можна скористатися, коли поточним об'єктом є об'єкт типу *Многогранник*.

14. За допомогою ППЗ GRAN-3D можна виконувати *перерізи опуклих многогранників* площиною. Для цього призначено послугу *Операції \ Виконати переріз*. Необхідно вказати у полі зображення (за допомогою вказівника миші) площину (об'єкт типу *Площина*), якою перерізається многогранник, та об'єкт типу *Многогранник*. При цьому можуть бути створеними два нові об'єкти типу *Многогранник*, що матимуть таку ж назву, як і базовий, але з помітками ч.1 та ч.2 відповідно. Надалі новоутвореними многогранниками можна оперувати, як окремими об'єктами. У полі звіту з'явиться площа та величина периметра утвореного перерізу.

15. За допомогою ППЗ GRAN-3D можна обчислювати відстані між двома точками, між точкою та прямою, між двома прямими, між прямою і площиною, між точкою і площиною, а також обчислювати кути за трьома точками (між відрізками, що мають спільну точку), між прямою і площиною та між двома площинами. Для цього призначено послуги пунктів меню *Обчислення \ Відстань* та *Обчислення \ Кут*.

16. Приклад задачі на обчислення. В правильній чотирикутній піраміді бічне ребро дорівнює 9 од., а площа основи 20 кв. од. Обчислити висоту піраміди; радіус описаного навколо основи кола; кут між сусідніми бічними ребрами; кут нахилу бічного ребра до площини основи; кут між площинами суміжних бічних граней, кут між бічною площиною і площиною основи Побудувати кут нахилу бічного ребра до площини основи (*Ламана*) та лінійний кут двогранного кута при ребрі основи. Наблюдено побудувати лінійний кут двогранного кута при бічному ребрі піраміди.

У вкладці *Правильна піраміда* вікна *Задання базових просторових об'єктів* необхідно ввести параметри піраміди та натиснути кнопку *Створити* (рис. 1.66).

*Висота піраміди* – це відстань від вершини до площини основи піраміди, тому для обчислення можна скористатися послугою *Обчислення \ Відстань \ між точкою і площиною*. Але оскільки при зверненні до цієї послуги необхідно вказати об'єкт типу *Площина*, то попередньо створюють об'єкт, що відповідає площині основи піраміди. Активізуємо послугу *Об'єкт \ Створити з екрана*. За відповідними запитами програми, що з'являться у полі підказки, вказують три точки, що визначатимуть площину. Далі активізуємо послугу *Обчислення \ Відстань \ між точкою і площиною*, і за відповідними запитами програми вказуємо у полі зображення точку – вершину піраміди та площину – об'єкт *Площина основи*. У поле звіту буде виведено результат обчислення відстані, що становить 8.4261. Довжину діагоналі зручно обчислити, звернувшись до послуги *Обчислення \ Відстань \ між двома точками*. Радіус описаного кола становить 3.1623. Для обчислення *кута між сусідніми бічними ребрами* користуються послугою *Обчислення \ Кут \ за трьома точками*, вказавши послідовно на три точки, що утворюють кут. У полі звіту з'явиться результат обчислення 28.772<sup>0</sup>.

Кут нахилу бічного ребра до площини основи можна обчислити, скориставшись послугою *Обчислення \ Кут \ між прямою і площиною*. Оскільки при зверненні до цієї послуги необхідно вказати об'єкт типу *Площина* і об'єкт *Пряма*, то слід попередньо створити об'єкт *пряма*, що відповідає бічному ребру піраміди. У полі звіту з'явиться результат обчислення відповідного кута: 69.429<sup>0</sup>. Програмою не передбачено виконувати побудову даного кута, тому можна позначити основу висоти піраміди як точку перетину діагоналей піраміди, а потім побудувати *ламани*, що відповідає куту.



Кут між суміжними бічними гранями можна обчислити, скориставшись послугою *Обчислення \ Кут \ між двома площинами*. Оскільки при використанні цієї послуги вимагається вказати два об'єкти типу *Площина*, то попередньо необхідно створити об'єкти-площини, що відповідають площинам двох сусідніх бічних граней. Активізувавши послугу *Обчислення \ Кут \ між двома площинами*, за відповідними запитам програми послідовно вказати у полі зображення об'єкти *Площина грані 1* та *Площина грані 2*. У полі звіту з'явиться результат обчислення кута між вказаними площинами:  $86.228^{\circ}$ .

Щоб виконувати обчислення вручну, учневі необхідно правильно побудувати лінійний кут двогранного кута при бічному ребрі. З практики відомо, що учні часто допускають при цьому помилки. Побудувати точку на ребрі, що є вершиною цього лінійного кута краще в режимі, коли вісь, перпендикулярна до площини, проведеної через бічне ребро і висоту піраміди, є виродженою. А потім з'єднати необхідні точки ламаюю.

17. Приклад завдання на конструювання *многогранника* та побудову його перерізу площиною.

Побудувати піраміду, в основі якої лежить рівнобічна трапеція з основами 2 см і 10 см, висотою трапеції 5 см. Відомо, що вершина піраміди проектується на середину більшої основи трапеції. Висота піраміди рівна 6 см. Точка *M* лежить на бічному ребрі піраміди, що з'єднує вершину з кінцем більшої основи, і ділить ребро у відношенні 1:2, починаючи від вершини піраміди. Через точку *M* та середини бічних ребер трапеції проведено площину. Знайти об'єм піраміди, площу і периметр утвореного перерізу. Виконати обчислення вручну і за допомогою GRAN-3D. Для обчислення площі скористатися формулою площі ортогональної проєкції. Обчислити за допомогою ППЗ об'єми утворених в результаті перетину частин піраміди.

При створенні піраміди враховуємо, що вершина піраміди проектується на середину більшої основи, тому площина, в якій розміщена бічна грань, перпендикулярна до площини основи. Зручно основу висоти сумістити з початком координат, а більшу основу трапеції розташувати вздовж осі ординат. Тоді менша основа трапеції буде розташована у площині *Oxy*. Визначившись з розташуванням піраміди, отримаємо координати її вершин (рис. 1.67). Оскільки маємо справу з опуклим многогранником, то для його створення достатньо вказати кількість точок 5, кількість трикутних граней 6 (трапецію розбити на два трикутники), а потім скористатися послугою *Сформувати грані опуклого об'єкта*. Модель піраміди зображено на рис. 1.68.

За допомогою формули поділу відрізка в заданому відношенні, визначаємо координати точки  $M(0; 5/3; 4)$  та середин бічних ребер трапеції  $K(2.5; -3; 0)$ ;  $L(2.5; 3; 0)$ . Користуючись послугою *Об'єкт \ Створити з екрана*, будуємо площину через зазначені точки. Щоб побудувати пере-

різ, використовують послугу програми *Операції \ Виконати переріз* і послідовно вказують у *полі зображення* площину перерізу та піраміду. Водночас створюється ламана – контур перерізу та два нових об'єкти-многогранники, що відповідають частинам піраміди у різних півпросторах відносно площини перерізу. У *полі звіту* з'являється значення площі перерізу 22.01 кв. од. Об'єм піраміди і кожної з частин можна вписати з поля характеристик, якщо світловий курсор у переліку об'єктів встановити на цей об'єкт.  $V = 60$  куб. од.,  $V_1 = 27,8$  куб. од.,  $V_2 = 32,2$  куб. од.

18. Розглянемо приклад завдання до теми «*Декартові координати в просторі*»: 1) скласти рівняння площини, яка проходить через точки  $A(1, 3, 0)$ ,  $B(4, -1, 2)$  і  $C(3, 0, 1)$ ; 2) знайти відстань до цієї площини від точки  $D(4, 3, 0)$ ; 3) записати рівняння площини, яка проходить через дану точку і паралельна до площини ABC.

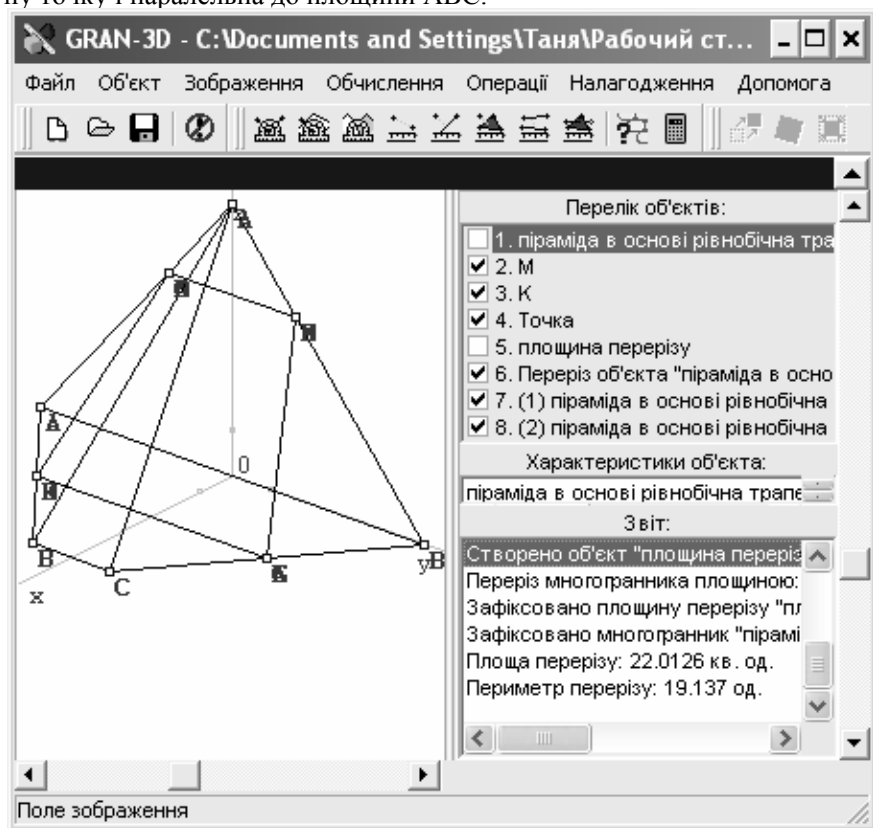


Рис. 1.69. Модель піраміди, в основі якої лежить рівнобічна трапеція

Щоб скласти рівняння площини, обираємо пункт меню *Об'єкт \ Створити \ Площина* та записуємо координати заданих точок. У звіті

прочитаємо складене рівняння:  $0,82x + 0,41y - 0,41z = 0$ . Будуємо точку  $D$  (*Об'єкт \ Створити \ Точка*). Для обчислення відстані використовуємо послугу *Обчислення \ Відстань \ Між точкою і площиною* і вказуємо відповідно до запитів програми на точку і на площину  $ABC$ . Щоб скласти рівняння площини, паралельної до  $ABC$ , пригадуємо умову паралельності: пропорційні координати нормальних векторів. Виписуємо координати вектора, перпендикулярного до  $ABC$  (82, 41, -41); складаємо рівняння площини, активізувавши пункт меню *Об'єкт \ Створити \ Площина \ Точка і вектор нормалі*.

### **Контрольні питання і завдання**

1. Виконати розглянуті в п. 1.6.4 завдання за допомогою GRAN-3D.
2. Для правильної 5-кутної піраміди  $ABCDE F$  (точка  $A$  – вершина піраміди), бічне ребро якої 10, а площа основи дорівнює 38 кв.од., обчислити висоту; радіус описаного навколо основи кола; радіус вписаного в основу кола; відстань між вершинами  $B$  і  $D$ ; відстань між вершинами  $C$  і  $F$ ; кут між сусідніми бічними гранями; кут між бічною гранню і площиною основи; кут між сусідніми бічними ребрами; кут нахилу бічного ребра до площини основи.
3. Знайти площу бічної грані правильної 6-кутної зрізаної піраміди, висота якої 4, сторона верхньої основи дорівнює 1.5, а площа нижньої 15 кв. од.
4. Обчислити площу бічних граней прямого паралелепіпеда, висота якого 30 см, а діагоналі основи довжиною 10 см та 13 см утворюють кут  $17^\circ$ .
5. Дібрати до уроку завдання для виконання за допомогою GRAN-3D. Які з якостей особистості доцільно формувати у процесі навчання математики з використанням розглянутого засобу? Як це краще здійснювати?

## **1.7. Електронний методичний посібник «Евристико-дидактичні конструкції»**

«Евристико-дидактичні конструкції» – комплекс, що включає в себе цілий спектр програм, які доцільно використовувати у процесі навчання математики в середній школі. Розроблено засіб в Донецькому національному університеті. До складу комплексу входять акцентовані програми, програми з запізнюючою корекцією, зчеплені, програми «завдання-метод», «завдання-софізм», програми автоматизованого рецензування розв'язаних задач та ін.

Під поняттям «*евристико-дидактичні конструкції*» розуміють систему логічно зв'язаних навчальних проблем (евристичних завдань або навчальних комп'ютерних програм), які в сукупності з евристичними питаннями, вказівками і мінімумом навчальних відомостей дозволяють учням переважно без допомоги ззовні відкрити нове знання про об'єкт дослідження, спосіб або засіб евристичної діяльності. ЕДК – це програ-

ми, які поступово наближають учня до пошуку розв'язання і знаходження відповіді у процесі евристичного діалогу (з програмним забезпеченням), коли акцентується увага на теоретичних фактах, деяких методах розв'язування задачі, пропонується «розміте наведення» на пошук розв'язання і дається можливість самостійно знайти «власний шлях» до відкриття, розв'язання і перевірки результатів. Метою застосування ЕДК є формування прийомів евристичної діяльності у процесі навчання математики. Прикладами конструкцій можуть служити ЕДК – Limit до теми «Границя послідовності, границя функції», евристичний тренажер до теми «Функції», для розв'язування задач на оптимізацію, навчальні програми до розділу «Нерівності» та інші.

О.І. Скафою [52] досліджувалися питання формування в учнів якостей творчої особистості з використанням загальних і спеціальних евристик. Для цього розроблено і досліджено такі напрями розвитку евристичної діяльності, як використання у навчанні загальних евристик (аналіз, аналогія, індукція тощо) і спеціальних евристик (метод перебору, принцип крайнього, інваріанти та ін.).

Значна увага розробниками ЕДК приділяється навчанню доведенням. Одним із сучасних методологічних підходів до розробки методики навчання доведенню є єдність логіки і евристики. Як зазначає О.І. Скафа, навчати доведенню означає навчати аналізу доведення, його відтворенню, самостійному відкриттю факту, пошуку і конструюванню доведення, а також спростуванню запропонованих доведень [52]. Формування такої концепції припускає широке використання евристик.

Залежно від характеру матеріалу, що вивчається, наявності навчального часу, рівня розвитку учнів та інших факторів, учитель може обирати один з таких методичних варіантів ознайомлення учнів з математичним твердженням:

1) учні готуються до самостійного формулювання, «відкриття» теореми;

2) учні готуються до свідомого сприйняття, до розуміння нового математичного твердження, формулювання якого повідомляється для них потім;

3) вчитель сам формулює нову теорему без якої-небудь попередньої підготовки, а потім зосереджує зусилля учнів на її засвоєнні і закріпленні.

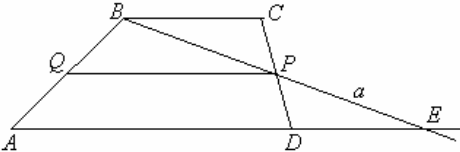
При здійсненні перших двох способів використовуються різні евристичні прийоми загального і спеціального характеру, в класі створюється проблемна ситуація, яка сприяє самостійному «відкриттю» учнями нових знань. Це підвищує інтерес до знань, сприяє розвитку творчих здібностей, але вимагає певної затрати навчального часу.

Суть програми *завдання-метод* полягає в тому, що до завдання або набору з декількох завдань пропонується декілька методів або способів розв'язання. Учні необхідно вибрати правильний і найбільш раціона-

льний до кожного із запропонованих завдань. Наприклад, процес доведення твердження про середню лінію трапеції розділено на 11 кроків. Після висвітлення кожного кроку учень повинен знайти обґрунтування правильності такого кроку, обравши для цього один із запропонованих варіантів обґрунтування (рис. 1.69). Наприклад, на 6-му кроці доведення для учня програмним забезпеченням буде згенеровано напис « $\triangle PBC = \triangle PED$ ». У відповідь учнем має бути обрано із запропонованих варіантів наступний – «за другою ознакою рівності трикутників». На 7-му кроці буде зроблено висновок, що « $PB=PE, BC=ED$ ». Учень у відповідь має обрати «за умовою, враховуючи крок доведення б».

**Средняя линия трапеции**

**Теорема.** Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме.



**Дано:**  $ABCD$  – трапеция,  
 $AD \parallel BC$ ,  $Q \in AB, AQ = QB$ ,  
 $P \in CD, CP = PD$ .

**Доказать:**  $QP \parallel AD, QP \parallel BC$ ;  
 $QP = \frac{1}{2}(AD + BC)$ .

**Шаги доказательства:**

1. Проведем через точку  $B$  и точку  $P$  прямую  $a$ .
2.  $a \cap AD = E$ .
3.  $CP = DP$ .
4.  $\angle BPC = \angle EPD$ .
5.  $\angle PCB = \angle PDE$ .
6.  $\triangle PBC = \triangle PED$ .
7.  $PB = PE, BC = ED$ .

**ОБОСНОВАНИЯ**

- По свойству вертикальных углов
- Т.к. через любые 2 точки можно провести прямую и только одну
- По условию теоремы
- По свойству внутренних накрест лежащих углов при параллельных прямых и секуш
- По определению равных треугольников
- По третьему признаку равенства треугольников
- По второму признаку равенства треугольников
- По условию и учитывая шаг доказательства б
- Учитывая шаг доказательства 9 и аксиому измерения отрезков

Рис. 1.70. Доведення теореми про властивість середньої лінії трапеції

У разі неправильної відповіді корегуються дії учня, і програма виводить його на правильне обґрунтування кожного кроку доведення. Вправи такого виду є евристичними, оскільки навчають учнів міркувати

аргументовано, свідомо застосовувати вивчені раніше аксіоми, теореми, задачі на доведення.

Текст програми *задача-софізм* є ланцюжком виконаних дій за розв'язанням завдання, в якому на одному етапі допущена помилка. Щоб знайти помилку в міркуванні, учень повинен твердження проаналізувати, провести аналогію з запропонованим розв'язанням і власним, порівнювати відповідь, встановити правильність вибору невідомого тощо. Після роботи з програмою учень отримує програму корекції з обговоренням і аналізом виконання кожної логічної операції у розв'язанні завдання. Розгляд завдань-софізмів розвиває в учня спостережливість, вдумливе і критичне ставлення до матеріалу, що вивчається. Наприклад, для розглянутої властивості середньої лінії трапеції наведено три варіанти доведення, у яких допущено помилки. Ці помилки учень може виявити у результаті ретельного аналізу. Учень після вибору етапу, що містить помилку, отримує корекцію з обговоренням і аналізом допущеної помилки у розв'язанні задачі.

У так званих *акцентованих* комп'ютерних навчальних програмах при розв'язуванні евристичної задачі вже на початкових кроках, після деякого загального евристичного правила-орієнтиру, обговорюється стратегія її розв'язання.

*Програми актуалізації знань*, зокрема «*передпрограми*», побудовані у вигляді тестів з корекцією, в яких обговорюються правильні відповіді, а також пред'являється повторний тест. Повторно сформульовані питання тесту є переформулюванням, узагальненням, аналізом або синтезом, модифікацією питань первинного тесту. Пропонуються такі завдання для поглиблення установки на сприйняття і розуміння подальшого складного навчального матеріалу. Часто такі тестові завдання складаються з набору підготовчих елементарних завдань, запропонованих перед вирішенням системи евристичних завдань. При цьому обговорюються питання граничних випадків, введення допоміжних невідомих, переходу до рівносильного завдання, введення додаткових елементів, застосування прийомів моделювання тощо.

У *програмах із запізнюючою корекцією* проходження задачі здійснюється за індивідуальною траєкторією, а в кінці шляху здійснюється корекція всієї системи помилок. *Зчеплені програми* дозволяють реалізувати евристику – варіювання розв'язанням задачі. Учень пропонується кілька способів, з яких треба вибрати найбільш раціональний.

### ***Контрольні питання і завдання***

1. Охарактеризувати основні типи евристико-дидактичних конструкцій.
2. Для обраної задачі на доведення розробити схему пошуку доведення, спланувати послідовність кроків для створення ЕДК.

## **Висновки до першого розділу**

1. ІКТН, включаючи комп'ютер як засіб управління навчально-пізнавальною діяльністю, є сукупністю комп'ютерно-орієнтованих методів, засобів та організаційних форм навчання.

2. Основними цілями КОМСН є розвиток особистості учня; інтенсифікація всіх рівнів навчально-виховного процесу за рахунок застосування ІКТН, оптимізація пошуку необхідних користувачу відомостей, підвищення якості освіти; виконання соціального замовлення суспільства на формування особистості інформаційного суспільства.

3. Вплив ІКТ на зміст навчання проявляється в розширенні та поглибленні теоретичних основ курсу математики завдяки більшій їх доступності для школярів, в поглибленні міжпредметних зв'язків і використанні завдань прикладного характеру. Можна ширше застосовувати частково-пошуковий та дослідницький методи навчання.

4. Одним з найважливіших принципів, що дозволяють здійснювати розвиваюче навчання за допомогою ІКТН, є профільна та рівнева диференціація, індивідуалізація навчання, яка може бути забезпечена при рефлексивному управлінні навчальною діяльністю.

5. Найважливіші дидактичні принципи, яким повинні задовольняти ПЗНП: науковість, доступність, наочність, відповідність рівню підготовки учнів та їх віковим особливостям. Процес засвоєння матеріалу повинен відбуватися у відповідності з методами пізнання – науковим експериментом, через здійснення аналізу, синтезу, порівняння, аналогій, індукції та дедукції, абстрагування і конкретизації, систематизації і узагальнення. Принцип наочності полягає не стільки в можливості пасивного споглядання учнями моделей, як в активній перетворюючій діяльності, у процесі якої школярі самостійно будують моделі.

## РОЗДІЛ 2. ВИБРАНІ ПИТАННЯ ШКІЛЬНОГО КУРСУ МАТЕМАТИКИ І МЕТОДИКА ЇХ ОПРАЦЮВАННЯ НА ОСНОВІ ІКТН

### 2.1. Впровадження навчальних проєктів як один із факторів посилення мотивації учіння математики

Метод навчальних проєктів, що ґрунтується на ідеї комплексного використання інноваційних педагогічних технологій та ІКТ, пов'язаний з технологіями навчання у співпраці, модульним, навчанням через дослідження, технологією успіху. У роботі за методом проєктів слід дотримуватися наступних принципів: 1) цілі навчання повинні бути сприйнятими учнями, 2) необхідно забезпечувати об'єктивний контроль якості знань, 3) сприяти розвитку особистості учня. Характерною рисою пропонованої технології є практична спрямованість навчального матеріалу.

Навчальне проєктування не є принципово новою технологією. *Метод проєктів* виник у 20-ті роки минулого століття у США. Спершу його називали «методом проблем» і розвивався він у межах гуманістичного напрямку у філософії та освіті, в педагогічних поглядах та експериментальній роботі Джона Дьюї. У ньому містилися ідеї побудови навчання на активній основі, через доцільну діяльність учня, у співвідношенні з його особистим інтересом саме в цих знаннях. Надзвичайно важливо було показати дитині її особисту зацікавленість у здобутті цих знань, де і яким чином вони можуть їй знадобитися у житті. Проблема мусить бути з реального життя, знайома і значуща для дитини, для її розв'язання дитині необхідно застосувати вже наявні знання та ті, що треба здобути.

Послідовнику Дж. Дьюї – В.Х. Кілпатрику вдалося вдосконалити систему роботи над проєктами. Під проєктом у той час мався на увазі цільовий акт діяльності, в основі якого лежить інтерес дитини. В.Х. Кілпатрик першим запропонував класифікацію проєктів.

У Росії ідеї проєктного навчання виникли практично паралельно з розробками американських вчених. Група науковців під керівництвом С.Т. Шацького намагалася активно запроваджувати проєктні методи у практику викладання. Однак, через недостатньо продумане і непослідовне використання методу проєктів у навчально-виховному процесі школи у 1931 році метод проєктів був засуджений та заборонений. Відтоді досить тривалий час в Росії і в Україні більше не робилось якихось серйозних спроб відродити метод в освітній практиці. Стрімке повернення до методу проєктів сьогодні відбувається завдяки впровадженню програми Intel «Навчання для майбутнього».

В основі методу проєктів лежить розвиток пізнавальних навичок учнів, умінь самостійно конструювати свої знання, орієнтуватися в інформаційному просторі, а також розвиток критичного та творчого мис-



лення. Метод проектів орієнтований на самостійну діяльність учнів – парну, групову, яку учні виконують протягом визначеного проміжку часу. Цей метод органічно поєднується з груповими методами навчання.

Метод проектів прагматично спрямований на *результат*, який можна отримати при розв'язанні тієї чи іншої практично чи теоретично значимої проблеми. Цей результат можна побачити, усвідомити, застосувати у реальній практичній діяльності, а значить результат повинен бути матеріальним, тобто відповідно оформленим – відеофільм, альбом, бортжурнал, комп'ютерна газета, альманах тощо.

Для досягнення такого результату треба навчити учнів самостійно мислити, відкривати та розв'язувати проблеми, залучаючи знання з інших областей, уміння прогнозувати результати і можливі наслідки різних варіантів розв'язання, уміння встановлювати причинно-наслідкові зв'язки.

*Дослідницькі проекти* – тип проектів, які потребують добре обміркованої структури, визначеної мети, актуальності предмета дослідження для всіх учасників, соціальної значущості, продуманості методів, у тому числі експериментальних методів опрацювання результатів.

*Творчі проекти* – не мають детально опрацьованої структури спільної діяльності учасників, вона розвивається, підпорядковуючись кінцевому результату, прийнятій групою логіці спільної діяльності, інтересам учасників проекту.

*Ігрові проекти* – учасники беруть собі визначені ролі, обумовлені характером і змістом проекту. Це можуть бути як літературні персонажі, так і реально існуючі особистості, імітуються їх соціальні і ділові стосунки, які ускладнюються вигаданими учасниками ситуаціями.

*Інформаційні проекти* – спрямовані на збирання відомостей про який-небудь об'єкт, явище, на ознайомлення учасників проекту з цими відомостями, їх аналіз і узагальнення фактів.

*Практико-орієнтовані проекти* – результат діяльності учасників чітко визначено з самого початку, він орієнтований на соціальні інтереси учасників (документ, програма, рекомендації, проект закону, словник тощо).

Проект може бути *монопредметним*, *міжпредметним* та *надпредметним* (або *позапредметним*). Монопредметні проекти можуть бути успішно реалізовані в умовах класно-урочної системи, інші використовуються як доповнення до урочної діяльності.

За характером контактів проекти поділяються на *внутрішні* (організовані всередині однієї школи, регіону чи країни) та *міжнародні*.

За кількістю учасників проекти поділяються на *особисті*, *парні* та *групові*.

За тривалістю проведення розрізняють проекти *короткодючі* (кілька уроків з програми одного чи кількох предметів), *середньої тривалості* (від тижня до місяця) та *довготривалі* (кілька місяців).

На практиці частіше доводиться мати справу зі змішаними типами проєктів.

Реалізація проєкту на практиці набагато складніша будь-якого фронтального заняття, як для учня, так і для вчителя. Проєкт стимулює самостійну активність, але разом з тим перекладає дидактичну відповідальність на учнів. У зв'язку з цим проєктне навчання не повинно повністю замінити традиційне навчання, а бути корисним доповненням до нього, як засіб прискорення росту у особистісному змісті, так і в академічному. При роботі над проєктом кожний учень може віднайти ту справу, яка найбільш відповідає його інтересам та можливостям.

На стадії підготовки проєкту слід дібрати зміст навчального предмету, розробити завдання для учнів, засоби оцінювання учнівських навчальних продуктів, рівня якості знань. Важливо передбачити нюанси впровадження проєктних технологій в умовах класно-урочної системи навчання. Школярі залучаються до активної участі у плануванні роботи, до розробки критеріїв оцінювання навчальних продуктів тощо. Бажано, щоб у процесі навчання учень міг дібрати посилене, цікаве для нього завдання. Діяльність школярів слід планувати так, щоб процес навчання сприяв формуванню навичок мислення високого рівня. Педагогічна таксономія окреслює шість рівнів навчальних цілей – знання, розуміння, використання, аналіз, синтез, оцінювання [5, 29]. Важливо забезпечувати формування в учнів умінь аналізувати, класифікувати, передбачати, довести, протиставити, встановити відповідність, висунути гіпотезу, розробити, організувати, написати звіт, створити схему тощо.

Головну роль у детермінуванні творчої поведінки школяра відіграють мотивація, особистісні цінності, індивідуальні риси особистості. Мотивація виконує кілька функцій – спонукує поведінку, спрямовує та організовує її, надає їй особистісного смислу й значення. Важливість формування всіх сторін мотиваційної сфери обумовлена тим, що лише у взаємному зв'язку і єдності вони реалізують функції мотивації. Потреба виконує функцію спонукання, ціль – спрямовуючу й організуючу функції, а мотив – смислоутворюючу. Виникнення мотивів навчання не є достатньою умовою для ефективної навчальної діяльності, якщо у школяра не сформоване умінь ставити цілі у навчальній роботі. Щоб збудити інтерес, створивши мотив, а потім відкрити школярам можливість знаходження системи цілей у виучуваному матеріалі, доцільно залучати їх у процесі навчання математики до впровадження навчальних проєктів.

Для підтримання стійкої мотивації необхідно здійснювати відповідний добір змісту навчального матеріалу, щоб не викликати перевантаження або недовантаження школярів; оптимально поєднувати сучасні методи навчання; організовувати й підтримувати плідні стосунки на рівні вчитель – учень та учень – учень (група); забезпечувати позитивне емоційне забарвлення від результатів навчання.

Вивчаючи тему «Відсотки» у 5-6 класах, важливо акцентувати ува-

гу учнів на тому, як знання математики допоможе їм у повсякденному житті. Для цього пропонуємо школярам взяти участь у проєкті «Казкові відсотки» та з'ясувати, як Червона шапочка з однойменної казки зможе краще допомогти бабусі поратися по господарству? Наприклад, де вигідніше купувати речі при відповідних скидках у магазинах, як скомпонувати продукти під час приготування обідів та сніданків, раціональніше розподілити власні кишенькові гроші чи бабусину пенсію тощо? Впроваджуючи зазначений навчальний проєкт, не лише можемо досягати поставлених навчальних цілей, але й здійснювати економічне, моральне виховання наших учнів, формувати у них позитивні якості особистості.

Проєкт «Цікава математика» доцільно впроваджувати з учнями 5-7 класів з метою покращення їх підготовки до участі в математичних олімпіадах. Майбутніх «олімпійців» можна об'єднати у групи відповідно до типів завдань. «Історики» вивчають та доповідають історію виникнення головоломок, задач на ігрові стратегії, пропонують власну класифікацію подібних задач. «Логісти» розв'язують задачі, пов'язані з парністю/непарністю натуральних чисел, з переливанням рідини з посудин зазначених об'ємів, завдання на зважування монет і виявлення фальшивої. «Стратеги» аналізують задачі, пов'язані з іграми двох осіб. «Пожежники» добирають матеріал про головоломки з сірниками, допомагають іншим учасникам проєкту їх розгадати. «Художники» аналізують задачі, для розв'язування яких найчастіше застосовують метод розфарбовування. Розв'язування даних типів завдань сприятиме формуванню у школярів навичок мислення високого рівня. Враховуючи вік учнів, можна опрацювання певного типу завдань подавати як «відкриття замків», подолання перепон. Наприклад, на шляху до визволення Зачарованої принцеси. Підсумком роботи над проєктом є проведення математичної олімпіади, яка зможе виявити рівень набутих учнями знань та умінь.

Підлітковий вік є чутливим для утвердження принципів загальнолюдської моралі. Реалізуючи у п'ятому класі міжпредметний проєкт «Пізнаймо рідну Україну», який об'єднує математику, природознавство та українську мову і літературу, акцентуємо увагу на проблемі навчання учнів вибору цінностей (цінностей життя, матеріальних, духовних). Для цього слід у навчальному процесі виділити і використовувати ціннісне наповнення змісту освіти, а вчителю, враховуючи індивідуальні та вікові особливості школярів, транслювати цінності в життєдіяльність п'ятикласників. Один із варіантів відповіді на питання «Як можу стати я багатшим?» прихований у самій назві навчального проєкту. Зазначений проєкт відповідає освітній галузі «Математика», оскільки відповідні завдання сприятимуть формуванню в учнів уявлень про масштаб, навичок та умінь вимірювання і обчислення відстані між об'єктами, які зображені в певному масштабі, застосування їх до розв'язування задач. Учні розроблятимуть екскурсійні маршрути в межах України, визначатимуть відстані між пунктами по карті, обчислюватимуть витрати на проїзд,

шукатимуть відомості про історичні та культурні пам'ятки на шляху слідування, випускатимуть газету, створюватимуть Web-сторінки за результатами роботи над проектом.

Підводячи підсумки впровадження того чи іншого проекту, доцільно здійснити його короткий опис на слайді презентації чи в текстовому документі, розмістити написи з переліком виконаних робіт, з цих написів здійснити гіперпосилання на самі роботи (рис. 2.1).

Наведемо приклади проектів, які доцільно реалізувати у процесі навчання математики з використанням ППЗ. Вивчаючи *теорему Піфагора*, важливо дати учням змогу відчути важливість її практичного застосування. Для цього можна запропонувати міні-проекти «Швидше ходити по прямій», «Як досягнути до недоступного об'єкта?» та інші. Цікаво буде для школярів опрацювати відомості про різні способи доведення теореми Піфагора, підготувати слайди з анімацією, що ілюструють хід доведення. Відомі давньокитайське, давньоіндійське, доведення Евкліда та багато інших. Бажано «відкрити» теорему Піфагора в ході комп'ютерного експерименту, дослідивши, що сума площ квадратів, побудованих проти катетів, рівна площі квадрата, побудованого проти гіпотенузи. Динамічну модель для дослідження створюють за допомогою GRAN-2D чи DG. Важливо, щоб створені учнями динамічні креслення можна було використати в режимі покрокового відтворення. Послідовно відкриваючи евристичні підказки (словесні чи у вигляді додаткових побудов), відповідаючи на питання, що висвітлюються при натискуванні відповідної кнопки, школяр самостійно просуватиметься до кінцевого результату, висунення гіпотези та її обґрунтування.

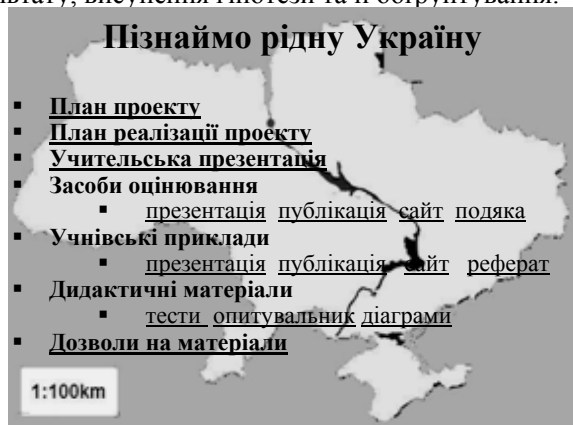


Рис. 2.1. Приклад звітної сторінки з переліком документів до проекту

Одним із «відчутних» продуктів проектного навчання можуть бути добірки розв'язаних завдань зі створеними до них слайдами, що містять динамічні креслення, підказки до ходу розв'язування. Користь від залучення учнів до створення динамічних креслень з підказками до

розв'язаних ними задач в тому, що таким чином можна розвивати здібності до рефлексії та корекції навчальної діяльності. Адже учень має мисленно чи письмово пригадати, виявити, усвідомити кожен етап розв'язування задачі. Вичленивши кожен крок, намагатися оптимізувати хід розв'язування. Крім того, учень вчиться ставити питання, щоб спонукати ним до роздумів іншого школяра, який оцінюватиме чи вивчатиме його навчальний продукт. У процесі створення слайдів з підказками до розв'язування задач в учнів удосконалюються уміння аналізувати, синтезувати, порівнювати, розвивається здатність до оціночних суджень.

В наступному проекті пропонуємо учням поміркувати, в чому виявляється краса математики? Як, знаючи математику, можна створювати красиве? Версії учнів будуть, звичайно, різними – краса задач, методу розв'язування, ліній, малюнків тощо. Важливо не пропустити жодної думки, дати можливість кожному висловитися. Можливо, таке спілкування допоможе частині учнів по-новому поглянути на роль математики у його власному житті, а тому пробудить інтерес до її вивчення.

На впровадження проекту, пов'язаного зі створенням паркетів з правильних багатокутників, доцільно відвести 5-6 тижнів, тобто весь час, протягом якого вивчається тема «*Многокутники*». Щоб урізноманітнити паркети, зробити їх привабливішими для школярів, а найголовніше, щоб ще більше охопити і втілити у проекті той матеріал, який вивчається на уроках відповідно до програми, доцільно розширити набір фігур для побудови і додати до них вписані у багатокутники кола, шести-, трипелюсткові квіти чи інші фігури, що мають симетрію порядку  $n$ . Практичним результатом втілення проекту має стати колекція створених учнями паркетів для застеляння підлоги у кабінеті математики. Запропонований міжпредметний проект об'єднує математику та інформатику, креслення та мову, вимагає знань з образотворчого мистецтва і трудового навчання. Він відповідає державному освітньому стандарту та навчальній програмі з освітньої галузі «Математика». Всі навчальні здобутки учнів, їх навчальні продукти можуть перевищувати вимоги стандарту.

В ході реалізації проекту школярі мають відповісти на питання, чи можна вважати геометричні паркети витворами мистецтва, для чого на практиці можуть бути потрібні правильні багатокутники, як знання геометрії може вплинути на вибір їхньої професії? Питання спонукатимуть учня до здійснення рефлексії, переосмислення власної діяльності, переоцінки власних здобутків.

Важливо здійснювати особистісний підхід у навчанні математики. «Дизайнерам» варто запропонувати обстежити паркети музеїв, картинних галерей, орнаменти лінолеумів в магазинах будівельних матеріалів. Тут правильні багатокутники можуть перекриватися. Доцільно представити у вигляді діаграми результати дослідження: які види правильних багатокутників використовуються у створенні паркетів. «Дизайнери»

можуть проводити опитування з питання взаємозв'язків математики, краси і творчості, випускати газету тощо. Групи «математиків», «технологів» більше уваги приділять пошуку алгоритмів побудови. На стадії планування роботи вчитель може запропонувати учням вибрати заняття до душі, відповідно до їхніх здібностей. Такий підхід сприятиме тому, що в учнів розвиватимуться пізнавальні інтереси, з'явиться бажання до пошуку нових фактів, що посилить внутрішню мотивацію. У зв'язку з можливістю вибору завдань і необхідністю досягнення певного рівня навчальних досягнень, потрібно навчати учнів *цілепокладанню*. Найпростіший рівень – вибрати мету з переліку запропонованих. Високий рівень – постійний вияв умінь прогнозувати кінцевий результат, прагнення до досягнення мети, наявність проміжних цілей. Здійснення рефлексії у навчанні (можливо, разом з учителем) допоможе учневі скоригувати мету подальшої роботи, визначити власний навчальний шлях.

Визначимо етапи реалізації проекту відповідно до загальної схеми проектного навчання. *Підготовчий етап* пов'язаний з визначенням теми і мети проекту, постановкою завдання. Вчитель обговорює разом з учнями план проекту, уточнює завдання для кожної з груп, ознайомлює з критеріями оцінювання різних форм звітності. Школярам пропонується опрацювати окремі джерела відомостей як друковані, так і електронні через мережу Internet.

*Другий етап* включає в себе пошук та аналіз відомостей. Учнім потрібно дізнатися, що таке геометричні паркети, чим однорідні паркети відрізняються від неоднорідних, розглянути різні зразки<sup>1</sup>. Нагадаємо, що паркети можуть бути двох видів – однорідними та неоднорідними, складеними з правильних многокутників без перекривання. Однорідні паркети складаються з кількох видів правильних плиток, до того ж у кожному вузлі сходиться однакова кількість плиток одного і того ж виду. У неоднорідних паркетів у вузлах сходиться різна кількість правильних многокутників.

Бажано, щоб дослідники обґрунтували, чому однорідних паркетів можна скласти лише одинадцять, в той час як кількість неоднорідних необмежена. Покажемо, як можна обґрунтовувати. Оскільки кут правильного  $n$ -кутника складає  $1/2 - 1/n$  частин повного кута, то будь-якому однорідному паркету відповідає певний набір натуральних чисел  $n, p, e,$

$i, \dots$ , які задовольняють рівняння 
$$\frac{1}{2} - \frac{1}{n} + \frac{1}{2} - \frac{1}{p} + \frac{1}{2} - \frac{1}{e} + \frac{1}{2} - \frac{1}{i} + \dots = 1.$$

В цілих числах рівняння має 17 розв'язків, але тільки 11 з них можна реалізувати у вигляді паркетів, плитки яких заповнюють всю площину і не перекриваються. Пошук розв'язків рівняння в цілих числах та їх перевірка є нестандартним завданням високого рівня. Наведемо приклади на-

<sup>1</sup> Бевз Г. П. Геометрія паркетів / Бевз Г. П. – К. : Вежа, 2007. – 88 с. : іл.

борів для однорідних паркетів: 1) шість трикутників; 2) чотири квадрати; 3) три шестикутники; 4) квадрат і два восьмикутники; 5) трикутник і два 12-кутники; 6) 12-кутник, 6-кутник, квадрат; 7) трикутник, 2 квадрати, 6-кутник; 8) два квадрати і три трикутники. Неоднорідних паркетів (сходиться різне число правильних многокутників) можна побудувати нескінченно багато. Наприклад, поділити один з шестикутників на трикутники. Відшукуючи потрібні відомості, учні вчать аналізувати матеріал, оцінювати його з позиції отримати новий продукт, усвідомлюють цей матеріал, розбирають обґрунтування певних фактів.

*Третій етап.* На уроці у формі проміжного звіту доцільно заслухати теоретиків проекту, уточнити завдання, вимоги. Домашнє завдання, крім традиційних завдань, має передбачати добровільне творче – розробку і виконання ескізу паркету.

*Четвертий.* На одному з наступних уроків варто заслухати звіт «математиків-істориків». Вони ознайомлюють решту учнів з правилами побудови правильних многокутників за допомогою циркуля та лінійки, розповідають, як це робили древні греки. Школярі готують відомості про внесок математика Гаусса у розв'язання проблеми побудови правильних многокутників, з'ясовують, які з правильних многокутників можуть бути гранями правильних многогранників та який філософський зміст древні греки вкладали у Платонові тіла?

Інша група може звітувати про особливості побудови многокутників за допомогою ППЗ GRAN-2D, DG. Слід розглянути питання створення макроконструкцій для побудови правильних многокутників за відомою стороною, квітів для оздоблення паркетів. Завдяки створенню та встановленню макроконструкцій вдасться уникнути рутинності численних побудов, а це зробить процес розробки паркетів дійсно творчим.

Оскільки не кожний з многокутників можна побудувати вручну за допомогою циркуля та лінійки, то корисно запропонувати школярам розробити макроконструкції для наближеної побудови  $n$ -кутників з використанням ППЗ. Для цього на колі, в яке має бути вписаний  $n$ -кутник, вибирають довільну точку і створюють об'єкт *Коло за радіусом*. Точку перетину двох кіл беруть за центр наступного кола. Операцію виконують  $n$  разів. Тоді змінюють радіус малого кола так, щоб перша і остання точки співпали. Центри малих кіл будуть вершинами правильного многокутника.

У ході реалізації проекту учні добирають дані і опрацьовують їх у групах. Для кращої організації спільної роботи бажано обрати керівника групи, надавати учасникам диференційовану допомогу, щоб уможливити навчання учнів у «зоні найближчого розвитку». Завдання вчителя – вчасно почути, помітити, підтримати кожного учня, організувати їх співпрацю. Його завдання *не лише передати певну суму знань, але й навчити учнів самостійно їх здобувати і застосовувати*. Робота над навчальним проектом сприяє тому, що в учнів розвиваються здібності до

втілювання здобутих знань у духовні та матеріальні форми. Навчання у співпраці формує в учнів уміння розподіляти обов'язки між членами групи, стимулює розвиток здатності до міжособистісного спілкування, добросовісності, почуття обов'язку.

*П'ятий етап.* Одне з занять доцільно провести у комп'ютерному класі, де учні виконають побудови паркетів за допомогою ППЗ GRAN-2D чи DG. Паркети на рис. 2.2 а створено за допомогою макроконструкцій, тому в переліку об'єктів є кола, симетричні точки, точки перетину, середини відрізків. На рис. 2.2 б зображено паркет, який створено за допомогою GRAN-2D з використанням послуги *Об'єкт \ Створення \ Правильний багатокутник*. Для побудови вказуються дві сусідні вершини багатокутника і кількість його сторін. Многокутник розташовується справа від побудованої сторони. Незважаючи на те, що будувати паркети за допомогою ППЗ швидше і приємніше, переконані, що спочатку необхідно сформувати в учнів уміння виконувати побудови многокутників вручну, оскільки хід побудови цілком співпадає з ходом створення *Макроконструкції*.

*Шостий етап.* На уроці виводяться формули для радіусів вписаного та описаного кіл, для площі многокутника, площі кільця, сектора, сегмента. Одночасно з обчисленнями за формулами, слід продемонструвати, як здійснюються обчислення вказаних величин за допомогою ППЗ.

*Сьомий етап.* Учні виконують розрахунки вартості паркету, враховуючи розміри кімнати, як вручну, так і за допомогою запропонованих ППЗ. Можна скористатися послугами обчислення площ многокутників, периметрів многокутників, довжин кіл, площ кругів. Для обчислення вартості викладання паркету можна складати динамічні вирази.

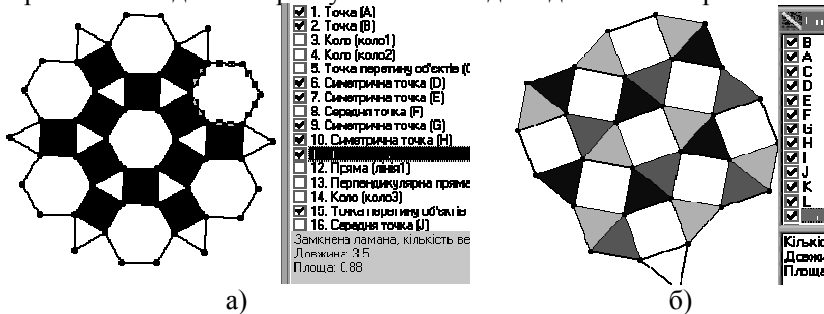


Рис. 2.2. Однорідні паркети виконано за допомогою GRAN-2D

Заключний етап. Оформлення результатів, презентація розробок, підведення підсумків. Учні створюють паспорт проекту зазначаючи, скільки і яких матеріалів потрібно придбати, яка їх вартість, загальна вартість проекту? Публікації, презентації відображають хід дослідження. На сайті крім оголошення про конкурс та його результати, учні зберігають колекцію створених малюнків. Створюючи презентацію, учні вчать-



ся виступати перед аудиторією, структурувати доповідь, удосконалюють уміння добирати найяскравіші переконливі факти для демонстрації думок, ідей.

При оцінюванні результатів роботи необхідно враховувати, як представлені виконавці проекту, наскільки зроблене відповідає поставленим завданням, в якому об'ємі дібрано і опрацьовано матеріали, чи відображені результати дослідження? Важливо звернути увагу школярів на наявність посилань на джерела відомостей. Інформатики можуть враховувати наявність в презентаціях заголовків слайдів, анімації, ефектів зміни слайдів, використання різних шрифтів, малюнків, фону, звуків.

Завершити роботу над проектом необхідно самооцінкою та оцінкою результатів навчання. Для контролю рівня знань учнів можна передбачити написання контрольної роботи і подання відповідей на тестові завдання. Оцінюються всі види робіт, що їх виконували учні в ході реалізації проекту. Найважливішою для становлення учня як самобутньої особистості є самооцінка. На основі рефлексивних суджень учень має здійснити власну оцінку діяльності: що нового дізнався, чого навчився, що зрозумів; які види роботи виходили краще; які труднощі були, що намагався зробити, щоб їх подолати, які зміни відбулися у розроблених малюнках, виступах, в особистісних якостях?

Математична теорія симетрії, симетрія у живій та неживій природі, інженерії, архітектурі та мистецтві отримали спільне підґрунтя у геометричних перетвореннях. Створення орнаментів тісно пов'язане з використанням симетричних фігур, потребує виконання геометричних перетворень (рис. 2.3). А.С. Гурська цитує німецького математика і філософа Германа Вейля: *«Мистецтво орнаменту містить у неявному вигляді найдавнішу частину відомої нам вищої математики»*<sup>1</sup> (с. 49). Автор подає у посібнику цікавий матеріал, який можна школярам використати у роботі над проектом «Геометрія українського орнаменту».

Для школярів при вивченні теми «Многокутники», «Перетворення фігур» привабливими можуть бути проекти «Розмалой писанку» (рис. 2.4), «Геометрія українського орнаменту» (рис. 2.3) (див. DVD-додаток). На диску подається добірка калейдоскопів (див. п. 1.5.1), українських вишиванок, записана мелодія пісні «Рушник», пропонуються презентації про симетрію у живій природі і в архітектурі.

Вивчаючи теми на застосування похідної і визначеного інтеграла, доцільно впроваджувати проекти, в яких розглядати задачі практичного змісту, задачі геометрії, фізики, економіки. У табл. 2.1 подано зміст творчо-пошукових завдань до теми «Застосування визначених інтегралів», які можуть виконувати школярі, готуючись до уроків систематизації і узагальнення у формі конференції. «Інформатики» наближено обчис-

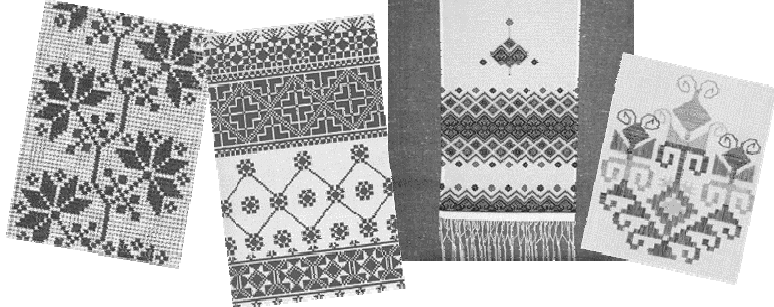
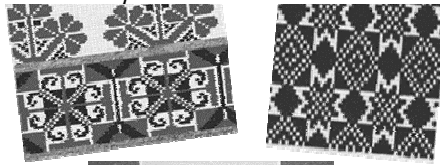
---

<sup>1</sup> Гурська А. С. Мова та граматики українського орнаменту : навчально-методичний посібник / Гурська А. С. – К. : Альтернативи, 2003. – 144 с.

люють визначені інтеграли за допомогою GRAN1. Наведемо приклади завдань на обчислення визначених інтегралів.



Множинне зображення ілюструє у великому як для координатної системи відомої нам вищої математики  
Герман Вейль



### Ексклюзив від Юлії Тимошенко



Традиційний український одяг у сучасній інтерпретації

У ті вершині Юлія Тимошенко в одній з своїх безліч видів до вишивки. На українських вишивках завжди було в нас, куди за останні кілька років, з'явилася у вишивальницю збірники ексклюзивної ручної роботи. На сьогодні малюнок "Україна" Тимошенко вписана, як завжди, у великому вишивку. Але це не раз у нас БЮТівці і востанок у величезно збірники радує на кожній "Шуї Вікторії" а сьогодні в наш час, а до жей у величезно життя і домі а свідоцтва у величезно життя і величезно життя. На сьогодні, хто село робить життя, Тимошенко відповіла, що це було "колективна праця". Це історична традиційна діяльність, яка збирала та спеціалізовані історичні знання. Проте не все у збірники Тимошенко присто дія було "колективна праця" українських майстрів. Над деякими проправами і фразою

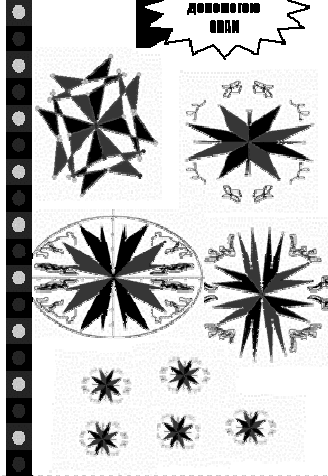


Рис. 2.3. Газета до проекту «Геометрія українського орнаменту»

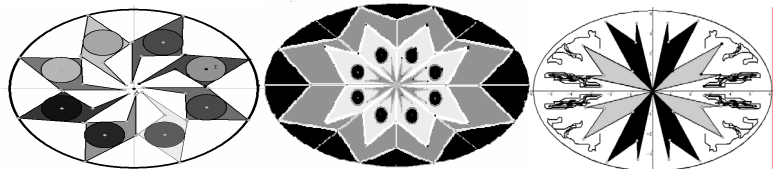


Рис. 2.4. Візерунки для писанок виконано за допомогою GRAN-2D

## Зміст творчо-пошукових завдань для учнівської конференції

№	Зміст завдань, виконавці	
1	Історичні	Історична довідка. Підготувати повідомлення про видатних математиків, чий імена пов'язані з розвитком теорії інтегрального числення
2	Математичні Інформатики	Методи інтегрування (безпосереднього інтегрування, заміни змінної, інтегрування частинами). Геометричний зміст визначеного інтеграла. Підготувати <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ теоретичні відомості,</li> <li>▪ добірки завдань на обчислення визначених інтегралів;</li> <li>▪ завдання для розв'язування за допомогою ППЗ.</li> </ul>
3	Математики	Задачі геометрії. Підготувати <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ теоретичні відомості (обчислення площі фігури, об'єму тіла, об'єму тіла обертання);</li> <li>▪ добірки задач на обчислення площі фігури, об'єму тіла, об'єму тіла обертання).</li> </ul>
4	Інформатики	Підготувати завдання на обчислення за допомогою GRAN1: <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ площі фігури;</li> <li>▪ обчислення площі поверхні і об'єму тіла обертання,</li> <li>▪ вписати у певну криву ламану, оцінити точність обчислення площі фігури, об'єму тіла обертання.</li> </ul> Створити презентацію «Об'єми тіл обертання» за допомогою Microsoft PowerPoint, що містить теоретичні відомості
5	Економісти	Економічний зміст визначеного інтеграла. Підготувати теоретичні відомості про <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ визначення коефіцієнта Джинні,</li> <li>▪ застосування функції Кобба-Дугласа,</li> <li>▪ визначення середнього часу на випуск одиниці продукції</li> </ul> Дібрати відповідні задачі економіки.
6	Фізичні Історики	Задачі фізики. Систематизувати типи задач, підготувати формули. Підготувати завдання на обчислення <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ задача на обчислення роботи газу,</li> <li>▪ роботи для побудови піраміди Хеопса</li> <li>▪ інші завдання</li> </ul> Підготувати і продемонструвати досліди Підготувати історичну довідку про єгипетські піраміди
7		Підготовка матеріалів для випуску «Інформаційного дайджесту»

1. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями

а)  $y = 3x - x^2 - 1.5$ ,  $y = 0.5 \cdot |2x - 3|$ ; б)  $y = 7 - |x|$ ,  $y = 0.25 \cdot |4 - x^2|$ .

Щоб обчислити площу фігури за допомогою ППЗ GRAN1, потрібно побудувати графіки функцій, наближено визначити межі інтегрування, розташувавши курсор в точках перетину графіків, а потім скористатися послугою *Операції \ Інтеграл*. Для завдання а) спочатку обчислюють площу фігури обмеженої зверху параболою, потім площу фігури, обмеженої кутом, і знаходять різницю знайдених величин.

2. Знайти об'єм тіла, утвореного обертанням навколо прямої  $y=0$  криволінійної трапеції, обмеженої кривими  $Y=1+0.5\sin 2x$ ,  $x=0$ ;  $x=\pi/2$ ;  $y=1$ .

Для обчислення за допомогою ППЗ GRAN1 використовують послугу *Інтеграл \ Об'єм тіла обертання \ Вісь Oх*. При цьому зображається тіло обертання.

3. Щоб отримати конус заданого об'єму чи заданої поверхні обертання, слід через параметри подати межі інтегрування і, рухаючи бігунком параметра, дібрати необхідне значення параметра.

4. Ширина річки 20 м, заміри глибини у поперечному перерізі через кожні 2 м наведено в таблиці, де  $x$  – відстань від берега, а  $y$  – глибина у метрах. Визначити наближено площу поперечного перерізу.

$x$	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
$y$	0,5	0,8	1,9	2,3	2,9	3,9	3,7	3,1	3,5	2,8	1,5

Щоб побудувати ескіз поперечного перерізу русла, слід обрати тип даних *Ламана* і занести в таблицю координати точок. Щоб можна було скористатися послугою *Операції з ламаними \ Площа многокутника*, необхідно додати ще дві точки  $(0,0)$ ,  $(20,0)$  і замкнути ламану. У вікні *Відповідь* отримаємо результат обчислення 51,8 кв. од.

Вивчаючи тему «Елементи теорії ймовірностей та математичної статистики», школярі проводять різноманітні дослідження: відслідковують курси валют; визначають зріст школярів, вагу, щоб дати рекомендації щодо харчування; досліджують якість знань; мелодійність мови через наявність м'яких приголосних, відповідних голосних букв тощо. Опрацювання результатів дослідження зручно виконувати за допомогою ППЗ GRAN1. Дослідження показали, що школярам важче скласти практичні рекомендації за частотною таблицею, ніж розрахувати саму таблицю. Тому час, який вивільняється завдяки застосуванню ППЗ для опрацювання даних, доцільно використати на постановку задачі, на обговорення результатів дослідження.

Вивчаючи тему «Многогранники», доцільно організувати роботу учнів над проектом «Перерізи многогранників площиною» (див. п. 2.2), об'єднавши їх у групи залежно від того, які засоби для побудови будуть

застосовуватися – Microsoft PowerPoint, динамічна геометрія GRAN-2D чи DG, ППЗ GRAN-3D (рис. 2.5). Доцільно так розробити наочності за допомогою названих засобів, щоб можна було покроково відтворити хід побудови перерізу, *вмикати / вимикати* кнопку побудови перерізу, записи ходу побудови, звуковий супровід. Рухаючи точки вздовж ребер чи в зазначених площинах, можна імітувати рух січної площини. При цьому може змінюватися форма перерізу і послідовність кроків побудови.



Рис. 2.5. Меню презентації «Перерізи многогранників»

Підсумовуючи, виділимо ті ідеї навчання за методом проектів, які підкреслюють доцільність його використання в процесі навчання математики:

- сприяють фундаменталізації навчання через глибоке, усвідомлене засвоєння базових знань, що забезпечується за рахунок їх універсального використання в різних ситуаціях, передбачених роботою над проектом;
- забезпечують розвиваюче навчання завдяки комплексному підходу до розробки навчальних проектів; в тому числі, сприяють розвитку творчих якостей учня, формуванню умінь самостійно конструювати свої знання, умінь орієнтуватися в інформаційному просторі;
- стверджують особистісно орієнтований підхід у навчанні, підвищують внутрішню мотивацію школяра через гармонійне вбудовування освітнього процесу в логіку діяльності учня, що має для нього особистісний зміст.

### Контрольні питання і завдання

1. Дібрати матеріали для організації навчання за проектною техно-

логією за обраною темою. Продумати і сформулювати ключові, тематичні та змістові питання для учнів, скласти план проекту і план його реалізації. Передбачити як навчання за проектною технологією буде поєднуватися з класно-урочною системою навчання.

2. Звітувати про розроблений проект поданням наступних матеріалів:

- *план проекту*, що містить короткий його опис; ключові, тематичні, змістові питання для розкриття обраної теми; завдання для груп учнів чи індивідуальні; список рекомендованих джерел для використання учнями; перелік необхідного обладнання і матеріалів та ін.;
- *план реалізації проекту* із зазначеними термінами виконання завдань;
- *учительська презентація* або *сайт* чи *газета*, в якій учитель розкриває завдання для учнів, демонструє зразки виконання завдань;
- *засоби оцінювання* учнівських презентацій, публікацій, сайтів; підготовлені подяки чи інші знаки уваги; електронні таблиці, в яких обчислюються середні бали, вибудовуються рейтинги учнів;
- *приклади учнівських робіт* – презентацію, публікацію, веб-сторінки, в яких розкриваються поставлені у проекті питання, реферати, подаються звіти про виконання завдань, зроблено висновки за висунутими гіпотезами;
- *дидактичні матеріали* – опитувальники, що містять текстові поля, поля –прапорці, поля-списки; організаційні діаграми тощо;
- *лист-дозвіл* на використання матеріалів;
- *звітна сторінка* розробленого проекту з коротким описом проекту, переліком виконаних робіт, з гіперпосиланнями з переліку на виконані роботи.

3. Проаналізувати, які особистісні якості учнів можна формувати в ході реалізації розробленого проекту з використанням ІКТН математики.

4. Для проекту «Геометрія українського орнаменту» (7-9 клас) розробити завдання для математиків, які створюють геометричні візерунки, досліджують, які геометричні фігури використовуються в орнаментах. Передбачити завдання для вишивальниць, модельєрів сучасного одягу з українським орнаментом, для художників.

## **2.2. Про виконання рисунків до стереометричних задач**

Просторове мислення як різновид образного мислення і важлива грань інтелектуального розвитку школяра відіграє значну роль в оволодінні знаннями основ наук. Оперування просторовими образами - це і вміння за плоским зображенням відтворити просторові форми і характеристики реального технічного об'єкта, і вміння уявити його в динаміці, у взаємозв'язках з іншими об'єктами. І.С. Якиманською відповідно до трьох типів оперування образами виділено типи розвитку просторового

мислення (низький, середній, високий) [64, 121]. Цей показник позитивно корелюється з такими показниками, як широта оперування просторовим образом, повнота образу, його динамічність, узагальненість, зворотність.

Розвиток здібностей до просторової уяви тісно пов'язаний з вивченням стереометрії. За висловленням О.Д. Александрова, геометрія у своїй сутності є «поєднанням живої уяви і строгої логіки, в якому вони взаємно організовують і спрямовують одна одну». *Основні завдання навчання геометрії – розвивати в учнів три якості: просторову уяву, практичне розуміння та логічне мислення*<sup>1</sup>.

Як показує практика, значна частина старшокласників надзвичайно складно сприймає перехід «від площини» до «простору», не вміє читати рисунок, плоске креслення не сприймає як об'ємне. Учні відчують труднощі при визначенні співвідношень між окремими елементами зображення, визначенню не можуть змінювати їх розташування, розділяти фігуру на частини чи, навпаки, «склеювати» її з наявних частин.

Розвиває просторову уяву і просторове мислення школярів виконання таких типів вправ [58], [64]: 1) пошук зображення серед кількох даних для пред'явленого об'єкта; 2) знаходження об'єкта, що відповідає даному зображенню, з деякого набору об'єктів; 3) завершення зображення відомої фігури за її фрагментом; 4) ідентифікація різних зображень одного і того ж просторового об'єкта; 5) впізнавання фігури за її проєкціями; 6) визначення взаємного розташування кількох фігур за їх зображенням; 7) оцінювання форми і розмірів фігури; 8) побудова проєкцій заданої фігури; 9) побудова зображення об'єкта за його проєкціями; 10) зображення об'єкта за його словесним описом; 11) виготовлення моделі за її кресленням, за пред'явленим об'єктом, за описом; 12) впізнавання і зображення об'єкта, отриманого (мисленною) зміною (за допомогою повороту, симетрії, паралельного перенесення) положення заданого об'єкта; 13) зображення перерізу заданих фігур (в тому числі після мисленого їх переміщення); 14) зображення частин фігури після її мисленого розтину.

Вважаємо, що вправи 1), 2), 6) відповідають низькому типу розвитку мислення, 3), 4), 5), 7), 8), 9), 10), 11) – середньому, 12), 13), 14) – високому.

У процесі навчання доцільно розподілити учнів на три підгрупи відповідно до типу оперування просторовими образами. Це допоможе підходити до розвитку просторової уяви учнів диференційовано, враховуючи індивідуальні особливості школярів, поступово ускладнюючи завдання, доповнюючи навчальний матеріал наочністю, фіксуючи увагу на практичному застосуванні знань.

---

<sup>1</sup> Александров А. Д. О геометрии / Александров А. Д. // Математика в школе. – 1980. – №3. – С. 56-57.

Дії з моделями, створеними за допомогою ППЗ, займають проміжну ланку між зовнішніми діями з геометричними тілами та мисленими внутрішніми діями. Мисленні дії повинні передувати зовнішнім, щоб задіяти та розвинути уяву учнів.

Дослідження за допомогою GRAN-3D можна проводити як з базовими об'єктами, так і з самостійно сконструйованими. Доцільно запропонувати учням підготувати комп'ютерні моделі до задач. Наприклад, моделі пірамід, у яких вершина проектується в одну з вершин основи (рис. 1.65) чи на одну з сторін (рис. 1.70); піраміди, в основі яких лежать прямокутники, ромби, трапеції чи інші многокутники. За допомогою ППЗ потрібно здійснювати практичну роботу з просторовими об'єктами: змінювати їх положення (обертати навколо довільного центра на певний кут, паралельно переносити), деформувати, розділяти на частини; демонструвати лінійні кути двограних кутів, кут між прямою і площиною, спільний перпендикуляр мимобіжних прямих тощо. Кращою засвоєнню матеріалу сприяє наявність режиму «Півтонового зображення», горизонтальних і вертикальних смуг прокрутки, що дає можливість розглядати тіла з усіх боків, у трьох проекціях – в режимах вироджених осей  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  (на диску подається добірка завдань).

Розв'язуючи задачі на обчислення об'ємів тіл обертання доцільно застосувати GRAN1 (рис. 1.39). Побудови тіл обертання за допомогою ППЗ в ході розв'язування задачі сприяють неформальному засвоєнню знань.

З метою підвищення ефективності сприйняття та засвоєння стереометричного матеріалу, для подолання труднощів при перекодуванні умовно-графічного зображення просторового тіла та створення адекватного просторового образу, бажано доповнити теоретичний матеріал мультимедійними демонстраційними моделями, створеними засобами ІКТ, заохотити спроби школярів самостійно підготувати такі моделі до уроку. Адже оволодіння знаннями залежить не так від пам'яті, як від тієї діяльності, в яку включається учень, від системи розумових операцій, які він здійснює при засвоєнні знань.

За допомогою ППЗ GRAN-2D зручно виконувати малюнки до задач на розташування прямих і площин у просторі. Стереометричний малюнок дає просторові образи в спотвореному вигляді. І тоді на допомогу школяреві приходить логіка. Процес побудови за допомогою ППЗ відповідає побудові вручну, оскільки враховуються властивості паралельного проектування. Перевагою комп'ютерних моделей є динамічність. Фігуру можна розташувати в найкращому ракурсі, легко змінивши розташування опорних точок, покроково відтворити хід побудови, розмістити підказки до умови завдання чи до ходу розв'язування. Розглянемо приклади таких завдань.

1) Навколо правильної чотирикутної піраміди описано кулю радіуса  $R$ . Двогранный кут при бічному ребрі піраміди дорівнює  $\beta$ . Визначити



об'єм піраміди (рис. 2.6).

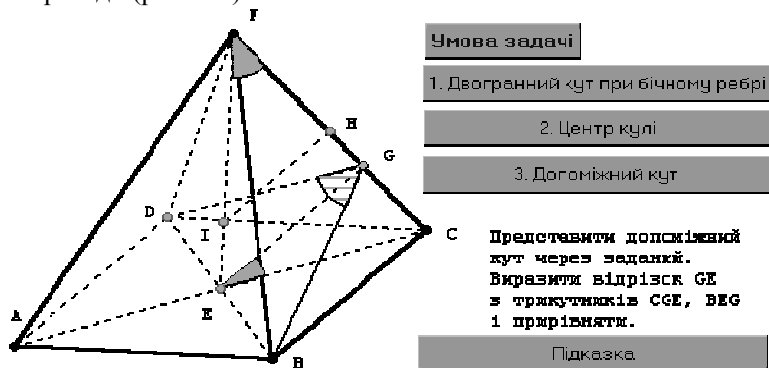


Рис. 2.6. Копія вікна GRAN-2D з відкритими підказками до умови задачі

2) Перпендикуляри, опущені з деякої точки простору на всі сторони правильного трикутника, мають однакову довжину. Інша точка простору віддалена від цих перпендикулярів і від площини трикутника на 10 см. Відстань між даними точками дорівнює 26 см. Обчислити площу трикутника (рис. 2.7).

3) Основи рівнобічної трапеції рівні 35 і 24 см, а її площа –  $540 \text{ см}^2$ . Точка простору віддалена від усіх вершин трапеції на  $2\sqrt{374}$  см. Інша точка простору рівновіддалена від даної точки і від усіх вершин трапеції. Визначити відстань від другої точки до площини трапеції (рис. 2.8).

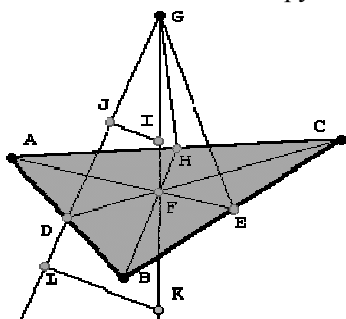


Рис. 2.7.

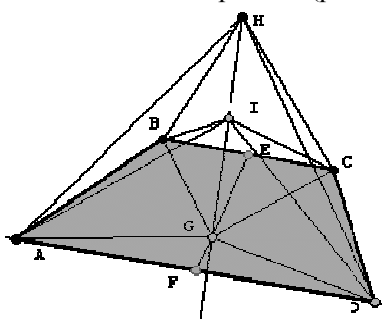


Рис. 2.8.

При завантаженні файлу, створеного за допомогою GRAN-2D, до першої задачі (рис. 2.6) на екрані спочатку з'являється зображення правильної чотирикутної піраміди. На слайді розміщені підказки до умови задачі, які школяр може послідовно відкривати, якщо натискуватиме відповідні кнопки типу *Сховати* \ *показати об'єкт*. Для цієї задачі важливо зобразити лінійний кут  $DGB$  двогранного кута при бічному ребрі  $FC$  та центр описаної кулі  $I$ . Оскільки відрізок  $GE$  перпендикулярний до бічного ребра, то серединний перпендикуляр цього ж ребра йому пара-

лельний. Наступна підказка стосується введення допоміжного кута. Якщо виразити відрізок  $GE$  з трикутників  $CGE$ ,  $BEG$  і прирівняти, то зможемо представити допоміжний кут  $GEC$  через заданий:  $\cos \alpha = ctg 0.5\beta$ .

Розв'язуючи другу задачу, необхідно розглянути два випадки. Точки, про які йдеться в умові задачі, можуть бути розташовані з одного боку від площини правильного трикутника та по різні боки від площини (рис. 2.7).

У значній кількості шкільних задач, пов'язаних з побудовою на зображеннях, вимагається виконувати побудову перерізів заданих просторових фігур. У посібниках [40], [54] виділяють метод слідів, внутрішнього проектування (спосіб відповідності) і комбінований метод.

Динамічні креслення перерізів многогранників доцільно також використовувати під час перших уроків стереометрії в 10-му класі, коли школярі опановують аксіоматику, вивчають властивості паралельного проектування. На диску пропонуються динамічні моделі, створені у ході впровадження навчального проекту «Перерізи многогранників» з використанням засобів PowerPoint, GRAN-2D, GRAN-3D та DG (рис. 2.5).

Навчання побудовам перерізів рекомендується розпочати зі складання алгоритмів до базисної задачі [54, 466]. *Задано три точки  $A, B, C$  та їх проекції. Знайти на площині  $ABC$  точку  $D$ , проекція якої  $D_1$  відома при заданому напрямку проектування.* У добірці є чотири динамічні креслення для базисної задачі, подано алгоритми побудови. Будуючи перерізи призми площиною, найчастіше користуються паралельним проектуванням, а для піраміди – центральним проектуванням. Для розвитку просторової уяви більш раціональним є знаходження сліду площини перерізу в площині будь-якої грані, відмінної від площини нижньої основи многогранника [40, 17].

Динамічні креслення, створені з використанням GRAN-2D чи DG, оснащують кнопками типу *сховати \ показати об'єкт*. За допомогою цих кнопок тимчасово приховують виконані кроки побудови, щоб учень мав змогу здійснювати самоперевірку правильності виконання завдання. Після налаштування режиму перегляду, можна покроково відтворити хід побудови перерізу, модифікувати многогранники, зробити моделі «керованими» – вмикати \ вимикати кнопки побудови перерізу, записи ходу побудови, звуковий супровід. Порядок виконання побудови учнем може бути відмінним від закладеного у файлі, однак самі перерізи повинні співпасти. Щоб дослідити, якого виду многокутник можемо отримати в якості перерізу, доцільно змінювати положення заданих точок, рухаючи їх вздовж ребер чи в певних площинах.

На рис. 2.9 подано побудову перерізу шестикутної призми площиною методом слідів. Площина перерізу проходить через три точки, розміщені в площинах бічних граней призми. Хід побудови виписано на слайді зліва.

Використання методу відповідності продемонструємо на прикладі

задачі на побудову перерізу шестикутної піраміди площиною, що проходить через точки на ребрах  $A$ ,  $E$ ,  $C$  (рис. 2.10). Знаходять точку перетину січної площини з ребром  $SB_1$ :  $E_1B_1 \cap A_1C_1 = X_1$ ,  $AC \cap SX_1 = X$ ,  $EX \cap B_1S = H$ . Виконуючи побудови  $C_1E_1 \cap A_1D_1 = Y_1$ ,  $CE \cap SY_1 = Y$ ,  $AY \cap SD_1 = D$ , встановлюють точку на ребрі  $SD_1$ . Для перетину ребра  $SF_1$  виконують дії:  $A_1D_1 \cap C_1F_1 = Z_1$ ,  $SZ_1 \cap AD = Z$ ,  $CZ \cap SF_1 = F$ . Тоді  $AHCDEF$  – шуканий переріз. Для акцентування уваги на ключових побудовах, в режимі *Налаштування відтворення побудови* знімають відмітки з допоміжних.

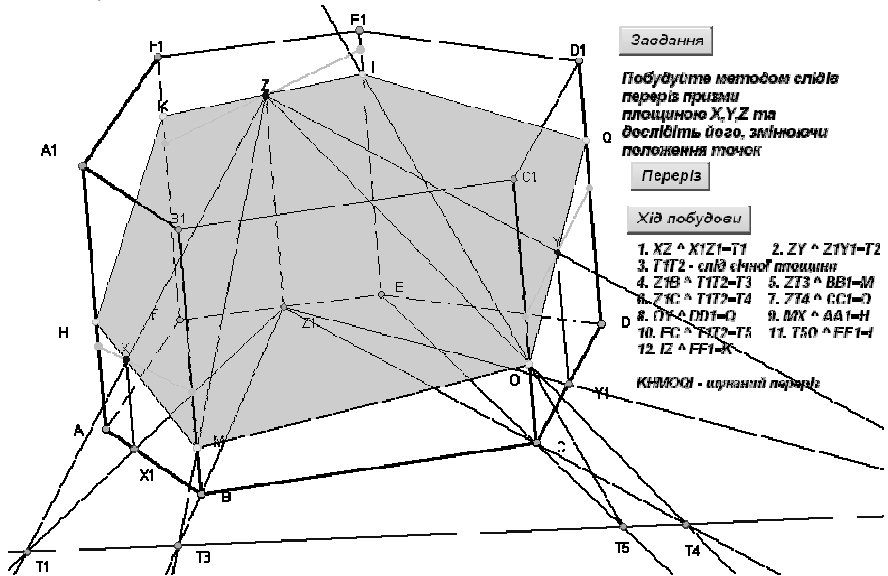


Рис. 2.9. Побудову перерізу призми виконано за допомогою DG

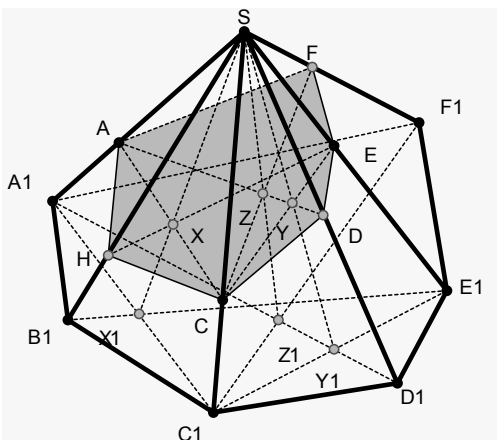


Рис. 2.10. Побудова перерізу піраміди площиною (GRAN-2D)

### **Контрольні питання і завдання**

1. Запропонувати спосіб побудови за допомогою GRAN-2D чи DG точки в площині грані многогранника, що не лежить на ребрі цієї грані.

2. Побудувати в середовищі ППЗ GRAN-2D чи DG методом слідів та методом внутрішнього проектування переріз 5-кутної піраміди (призми) площиною, що проходить через три точки, взяті на ребрах многогранника чи в його гранях. Для створеного креслення додати підказки.

### **2.3. Математичні «відкриття» за допомогою динамічної геометрії**

У навчанні геометрії за допомогою ППЗ GRAN-2D доцільно використовувати дослідницький метод навчання, який за словами С.А. Ракова, є «живою душею математики» і на практиці найчастіше використовується через розглядання «відкритих» задач («відкритих» проблем). Тобто, задач з неповними даними, з невизначеними елементами умови, з відкритістю твердження [22, 58]. Розв'язування завдання зазначеного типу розпочинається з «довизначення», яке можна здійснити різними способами залежно від наявного досвіду чи особистісних уподобань учасників навчального процесу (учнів та вчителя). Розглядання саме таких задач у навчальному курсі математики наближає навчальний процес до творчого математичного процесу. Добірку різнорівневих завдань на довизначення задач планіметрії пропонує Н.А. Тарасенкова [56].

Надзвичайно важливими для розвитку творчого потенціалу школяра є *дидактичні ігри з комп'ютерною підтримкою* [30]. Наведемо приклади завдань шкільного курсу планіметрії, виконуючи дослідження до яких за допомогою ППЗ, учні зможуть висувати гіпотези, формулювати твердження, експериментально їх перевіряти та шукати способи обґрунтування. Подання нового матеріалу через аналіз результатів графічного експерименту зручно поєднувати з методом доцільних задач.

Під «відкриттям» розуміємо результат пошукової навчальної діяльності, яку здійснює учень власними зусиллями при мінімальному керівництві з боку вчителя. У ході виконання комп'ютерних експериментів слід розвивати в учнів такі пізнавальні якості як уміння аналізувати, синтезувати, узагальнювати, створювати сприятливі умови для формування таких креативних якостей, як здібність до формулювання гіпотез, конструювання версій, здатність до дослідницької діяльності. Модель навчання через відкриття передбачає формулювання проблеми, з'ясування плану діяльності, створення динамічних креслень, проведення обчислювального експерименту, формулювання гіпотези. Збираючи та оцінюючи отримані результати, учні перевіряють гіпотезу, роблять висновок, намагаються знайти теоретичне обґрунтування. У пошуку доведення доцільно використовувати такий прийом розумової діяльності як аналіз через синтез. Особливу увагу варто звертати на інтерпретацію

отриманих відомостей, спонукати учнів до здійснення узагальнення результатів експерименту.

До завдань дидактичної гри на уроках геометрії можна включити завдання на формування та доведення гіпотези про властивість медіан і висот рівнобедреного трикутника, проведених до бічних сторін, про суму кутів трикутника, градусну міру зовнішнього кута трикутника; про властивість кутів, утворених при перетині двох паралельних прямих січною; про властивість точок, розташованих на серединному перпендикулярі відрізка, бісектрисі кута. Доцільно на основі результату експерименту сформулювати гіпотезу про розташування центра вписаного кола та описаного навколо трикутника кола.

Варто запропонувати учням експериментально відкрити залежність між сторонами прямокутного трикутника – теорему Піфагора, властивості чотирикутників, теореми про середню лінію трикутника і про середню лінію трапеції. Доцільно перевірити з використанням ППЗ теорему про пропорційні відрізки. Учні при цьому повинні з'ясувати, що дійсно паралельні прямі, які перетинають сторони кута, відтинають від сторін кута пропорційні відрізки.

У ході обчислювального експерименту учні можуть сформулювати і в подальшому довести гіпотези про градусну міру кута, вписаного в коло; про градусну міру вписаного кута і гострого кута між хордою кола і дотичною до кола в кінці хорди; про суму протилежних кутів вписаного чотирикутника; про суму протилежних сторін описаного чотирикутника. У ході експерименту доцільно сформулювати та довести гіпотези про метричні співвідношення в колі: добуток відрізків хорди, для кожної з хорд, проведених у колі через одну і ту ж точку є сталим; сталим є також добуток відрізків січної та її зовнішньої частини (якщо з точки  $P$  до кола проведено дві січні, що перетинають коло відповідно в точках  $A, B$  і  $C, D$ , то  $AP \cdot BP = CP \cdot DP$ ). Аналогічно можна висунути гіпотезу про рівність добутку січної на її зовнішню частину і квадрату довжини дотичної.

Створивши відповідні моделі, школярі зможуть експериментально перевірити теорему про властивість медіан трикутника (медіани довільного трикутника перетинаються в одній точці і точкою перетину діляться у відношенні 2:1, починаючи від вершини); теорему про властивість бісектриси довільного трикутника (бісектриса трикутника ділить протилежну сторону трикутника на відрізки пропорційні двом іншим сторонам); теорему Птолемея (сума добутків протилежних сторін вписаного чотирикутника дорівнює добутку його діагоналей); формули для радіуса описаного навколо трикутника кола  $R = abc/4S$  і  $R = a/(2\sin A)$ ; формулу для радіуса вписаного в  $n$ -кутник кола  $r = S/p$ ; де  $a, b, c$  – сторони трикутника,  $p$  – півпериметр.

У класах з поглибленим вивченням математики бажано «відкрити» теореми Чеви, Менелая, побудувати пряму Сімпсона та ін.

Нема потреби щоразу на уроці створювати динамічні креслення. Іноді доцільно напередодні запропонувати групі школярів випереджаюче завдання – підготувати відповідні моделі, виконати дослідження, в класі доповісти про отримані результати, а при наявності проєктора переглянути хід створення моделі. Для перегляду використовують послугу *Зображення \ Покрокове відтворення*. Коментування учнями готових моделей дозволить інтенсифікувати процес засвоєння матеріалу і вести навчання розвиваючими методами.

Особливу увагу вчителю слід звернути на такі важливі питання, як визначення місця дидактичної гри в системі інших видів діяльності на уроці; педагогічна доцільність її використання на різних етапах роботи з навчальним матеріалом; методика проведення «відкриття» з врахуванням мети уроку, особливостей комп'ютерних програм, навичок роботи учнів з комп'ютером та рівня здібностей і підготовленості школярів.

Розглянемо детальніше динамічне креслення для «відкриття» теореми про хорди (рис. 2.11). Створимо точки  $A, B$ ; коло з центром  $A$  і радіусом  $AB$ . На колі виберемо точки  $C, D, E, F$  (послуга *Об'єкт \ Створення \ Точка* із зазначенням прикріпити до кола), проведемо прямі  $EC$  та  $DF$  (послуга *Об'єкт \ Створення \ Пряма*), знайдемо точку їх перетину  $G$  (*Об'єкт \ Створення \ Точка перетину*) та створимо динамічні вирази для обчислення сум та добутків відрізків хорд:  $LEN(C,G)*LEN(G,E)$ ;  $LEN(F,G)*LEN(G,D)$ . Рухаючи вздовж кола одну з точок  $C, D, E, F$ , змінюючи радіус кола, учні зможуть відстежити зміни динамічних виразів, проаналізують отримані дані. Оскільки добутки залишаються рівними, то учні можуть висловити гіпотезу, що добуток відрізків однієї хорди буде сталим і залежатиме від положення точки перетину хорд.

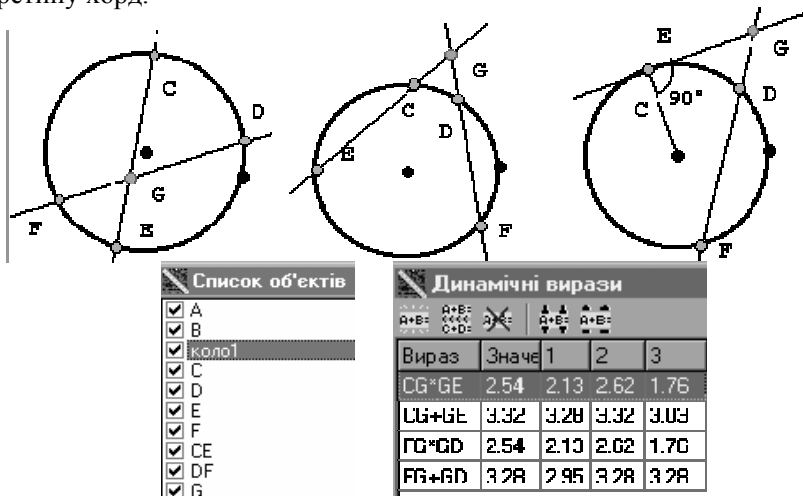


Рис. 2.11. Креслення до теорем про хорди, про січні, січну і дотичну

Стимулюємо подальші пошуки учнів питанням: які результати отримаємо, якщо перетинатимуться не хорди, а їх продовження. Учні мають з'ясувати, що в цьому разі мова йтиме про січні, проведені до кола з однієї точки. Оскільки учні з'ясують, що вписані добутки при цьому залишилися сталими, то зможуть сформулювати твердження стосовно сталості добутку січної на її зовнішню частину. В подальшому пропонуємо учням відслідковувати, які значення отримаємо для граничних положень січної, тобто для дотичної до кола. Учні зафіксують, що добуток залишається сталим. Тому зможуть сформулювати третє твердження – квадрат дотичної рівний добутку січної на її зовнішню частину. Наступний етап в ході дослідження дуже важливий, тому що учні повинні виокремити спільне в цих трьох формулюваннях, зробити узагальнення. Привертаємо увагу учнів до того, як здійснюється порядок вибору точок. Спочатку беремо точку на колі, потім точку перетину, останньою – іншу точку тієї ж січної (хорди) на колі. Точку дотику при цьому розглядаємо як подвійну. Отже, використовуючи поняття напрямлених відрізків, зводимо три формулювання в одне. Обговорення з учнями результатів дослідження сприятиме формуванню у них пізнавальних якостей узагальнення та систематизації.

Варто зауважити, що для проведення описаних досліджень важливим був той факт, що точку  $G$  отримали як перетин прямих, а не відрізків. Не змогли б на динамічному кресленні продемонструвати зв'язок між трьома згаданими вище теоремами та здійснити узагальнення і в тому разі, якби почали будувати січні, використовуючи послугу *Промінь* чи послугу *Дотична*. Наведені приклади яскраво свідчать про важливість у ході створення креслення добору об'єктів та порядку їх створення. Тому важливо пропонувати учням не готові моделі для відкриття, а разом з ними обговорювати, яку із запропонованих краще використати? Формуючи вміння створювати, добирати «гнучкі» моделі, розвиватимемо творчу компоненту гнучкість мислення.

Розглянемо, які наочності за допомогою ППЗ можна запропонувати при вивченні теми «Паралелограм. Ромб. Прямокутник. Квадрат».

У бібліотеці наочностей «Геометрія, 7-9 клас» пропонується чотири елементи, що мають по кілька кроків (рис. 2.12). Учні надається можливість моделювати фігури. Наприклад, з'єднавши середини сторін прямокутника, з'ясувати, що отриманою фігурою буде ромб. Для кожного з чотирикутників подаються його властивості у вигляді текстових повідомлень з демонстраціями. Можна прослухати звукові повідомлення про властивості.

Для зазначеної теми «Паралелограм» пропонуємо також використати динамічний опорний конспект, створений за допомогою ППЗ GRAN-2D: експертну систему «Паралелограм» (рис. 2.13). На одній і тій же моделі учні зможуть відкривати властивості паралелограма, прямокутника, ромба, квадрата. Всі елементи паралелограма (кути, сторони, від-

різки діагоналей тощо) вимірюються в динаміці. Проаналізувавши дані, учневі при засвоєнні нового матеріалу потрібно висловити гіпотези щодо властивостей паралелограма певного виду, подати їх як продовження незавершеного речення. Друга частина речення прихована за підказками, які подаються в конспекті за допомогою об'єктів-кнопок. Мислення учнів активізуємо постановкою питань, які стимулюють самостійність суджень та висування гіпотез. Відкривши кнопки з повідомленнями, учні зможуть перевірити, чи правильно вони сформулювали властивості. Наприклад, за допомогою кнопки «Діагональ ділить паралелограм...» приховано як закінчення речення, так і допоміжну побудову трикутника.

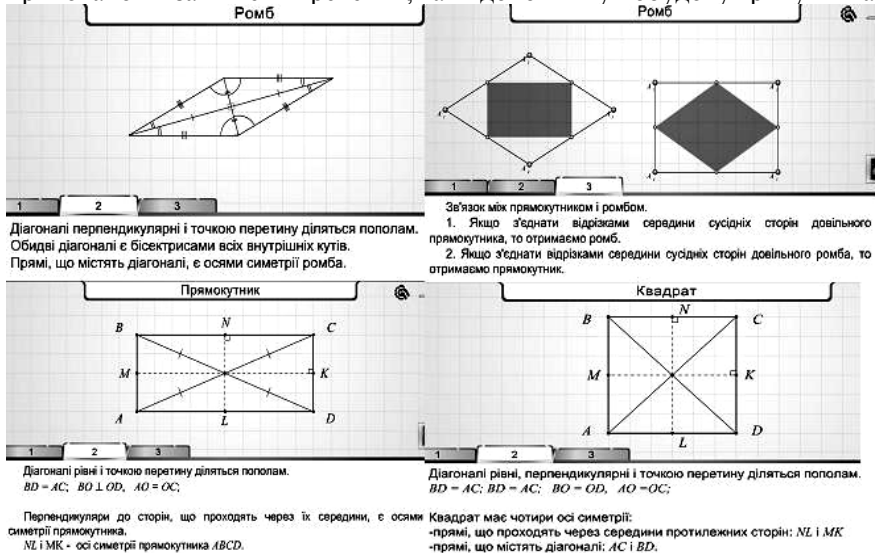


Рис. 2.12. Копії окремих кадрів з бібліотеки наочностей «Геометрія, 7-9»

Пропоновані моделі є варіативними, інтегрованими, що уможливорює використання їх при вивченні різних тем. Дану модель можна використати і при вивченні теми «Переміщення фігур». Для демонстрації того, що точка перетину діагоналей є центром симетрії паралелограма, прихована додаткова побудова двох симетричних відрізків та їх вимірів. Відповідні побудови подаються і за допомогою кнопки «Побудова осей симетрії прямокутника». Щоб їх використати, попередньо слід змінити паралелограм так, щоб він став прямокутником. В окремому завданні пропонується учням встановити вигляд чотирикутника, який отримуємо, якщо з'єднаємо середини сторін паралелограма (прямокутника, ромба, квадрата, довільного чотирикутника). Цей фрагмент динамічного конспекту стане в нагоді і при вивченні теми «Середня лінія трикутника».

Щоб обґрунтувати отримані властивості, доцільно об'єднати учнів у чотири групи, запропонувавши кожній з них відповідне завдання, а в



подальшому розглянути доведення біля дошки.



Рис. 2.13. Копія ДОК до теми «Паралелограм»

Наведемо приклади завдань, які можна запропонувати учням при вивченні теми «Прямокутник» і подамо деякі вказівки щодо створення креслень до них:

1) Діагоналі чотирикутника рівні, два кути його прями. Чи є цей чотирикутник прямокутником? Для створення креслення будемо прямо, на ній беремо точку  $A$ , через неї проведемо перпендикуляр, на перпендикулярі беремо точку  $C$  (прикріпимо до перпендикуляра) та з'єднуємо її з довільною точкою  $B$  прямої, відмінної від точки  $A$ . Оскільки діагоналі за умовою рівні, то слід провести коло з центром у точці  $A$  та радіусом, рівним довжині  $CB$ . Створюємо об'єкт-точку  $D$  і прикріплюємо її до побудованого кола. Завершують побудову створенням замкненої ламаної  $ABDC$  та вимірюванням кутів чотирикутника. Доцільно за допомогою кнопки приховати коло, описане навколо трикутника  $ABC$ , щоб проаналізувати положення точки  $D$ .

2)  $ABCD$  – прямокутник. На сторонах  $AB$  і  $CD$  відкладено рівні відрізки  $BM$  і  $CE$ .  $MK$  – перпендикуляр, опущений на  $AC$ . Знайти кут  $BKE$ .

Щоб розглянути деяке узагальнення задачі, доцільно точку  $M$  прикріплювати не до відрізка  $AB$ , а до прямої  $AB$ . Щоб побудувати рівні відрізки, слід будувати коло з центром у точці  $C$  і радіусом  $BM$  або через точку  $M$  провести пряму, паралельну  $BC$ . За допомогою об'єкта-кнопки доцільно приховати коло, описане навколо прямокутника  $CEMB$  (рис. 2.14). Слід перевірити, чи зміниться величина кута, якщо відрізки  $BM$  і  $CE$  відкладати на продовженні сторін? Якщо через точку  $C$  провести довільну пряму і на неї опустити перпендикуляр  $BK$ ?

3) На стороні  $BC$  прямокутника  $ABCD$  є така точка  $M$ , що кут

$\angle AMB$  рівний куту  $\angle AMD$ . Знаючи, що сторона  $AD$  вдвічі більша за  $AB$ , знайти величини названих кутів. Важливо побудувати прямокутник, у якого одна сторона вдвічі більша іншої. Для цього з центром у вершині прямого кута  $A$  слід провести коло, яке відітне від сторін кута рівні відрізки. Самі точки  $B$  і  $B_1$  знаходять за допомогою інструмента *Перетин двох ліній*. Щоб створити точку  $D$ , можна побудувати точку, симетричну  $A$  відносно  $B_1$ .

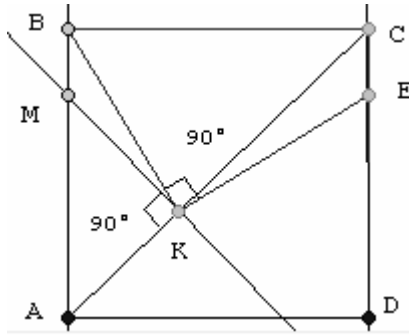


Рис. 2.14

В.О. Моляко [42], В.А. Крутецький [38], М.І. Жалдак [6], С.А. Раков [22], М.Л. Смульсон [18], Н.А. Тарасенкова [56], І.О. Теплицький [29] звертають увагу на той факт, що для формування творчих здібностей учня не завжди необхідно повністю формулювати умову завдання на дослідження. Корисно здійснювати довізначення задачі, формулювання проблеми школярем. Таке довізначення відносять до навчально-творчих задач, які розвивають здібності знаходити потрібні відомості, переносити їх, застосовувати в умовах задачі. Переформулювання та довізначення задачі – це один з видів мотивування діяльності учнів. Переформулювання допомагає створити таку навчально-пізнавальну ситуацію, коли учням захочеться досліджувати і висувати гіпотези. Наведемо приклади завдань, які доцільніше подавати як завдання на дослідження і обґрунтування.

### Довести

1. Вершини трикутника  $A_1B_1C_1$  лежать на серединах сторін трикутника  $ABC$ . Показати, що площа трикутника  $ABC$  в чотири рази більша площі трикутника  $A_1B_1C_1$ .
2. Довести, що медіани ділять трикутник на шість рівновеликих частин.

### Дослідити і обґрунтувати

1. Встановити, як співвідносяться площі трикутників  $ABC$  і  $A_1B_1C_1$ , якщо вершини трикутника  $A_1B_1C_1$  лежать на серединах сторін трикутника  $ABC$ ? Обґрунтувати отриманий результат.
2. Медіани ділять трикутник на шість частин. Дослідити, чи залежить значення площі вказаних частин від виду трикутника? Порівняти з площею трикутника. Обґрун-

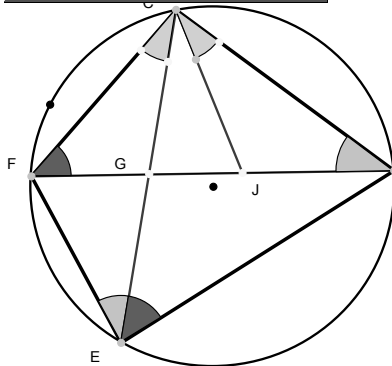
3. Довести, що відстань ортоцентра від якої-небудь вершини трикутника у два рази більша за відстань центра описаного кола від протилежної сторони.

тувати.

3. Порівняти відстані ортоцентра трикутника від його вершин з відстанями центра описаного кола від протилежних до взятих вершин сторін. Висловити і обґрунтувати гіпотезу.

Вивчаючи теорему Птолемея, спочатку доцільно провести дослідження і висловити гіпотезу стосовно залежності між сторонами та діагоналями вписаного чотирикутника (п. 1.5.1, рис. 1.24). На рис. 2.15 подано копію опорного динамічного конспекту для доведення теореми Птолемея з частиною відкритих підказок. Підказки можуть містити як текстові евристичні настанови, так і приховувати деякі побудови, співвідношення між елементами.

Перейти до слайда дослідження



Формулювання теореми

**Доведення теореми Птолемея**

1. Виконайте допоміжну побудову - кут DCJ рівний куту ECF.
3. Трикутники DCJ та ECF подібні  
Складіть пропорції для відповідних
4.  $DC / EC = DJ / EF = CJ / CF$   
Які рівності отримаємо?
5.  $CD * FE = EC * DJ$  (2)
6. Трикутники CFJ та CED подібні  
Складіть пропорції для відповідних
7.  $CF / CE = CJ / CD = FJ / ED$   
Які рівності отримаємо з пропорцій?
8.  $CF * ED = CE * FJ$  (3)

**Рівність**

Крок 1

Підказка 1

Підказка 2

Підказка 3

Підказка 4

Крок 2

Крок 3

Крок 4

Підказка 5

Підказка 6

Крок 5

Крок 6

Крок 7

Підказка 7

Якщо чотирикутник вписаний в коло, то сума добутків його протилежних сторін рівна добутку діагоналей  $FC * DE + CD * FE = FD * CE$

Рис. 2.15. Креслення до теореми Птолемея з відкритими підказками

### Контрольні питання і завдання

1. Дослідити, як використовуючи засоби динамічної геометрії, можна формувати в учнів здібності до висування гіпотез, уміння узагальнювати та інші позитивні особистісні якості?

2. Дібрати завдання з планіметрії на доведення, переформулювати його як завдання на дослідження і обґрунтування, створити відповідний ДОК уроку, який міститиме креслення, динамічні вирази, підказки.

3. Скласти конспект уроку за вибраною темою, підготувати наочно-сті за допомогою ППЗ GRAN-2D, DG, «Бібліотека наочностей *Геометрія, 7-9 клас*». Зазначити мету використання засобів у ході уроку та місце в уроці.

#### 2.4. Розв'язування задач на побудову

Розглянемо, як за допомогою ППЗ GRAN-2D і DG можна розв'язувати та подавати на уроці, пропонувати для самостійного опрацювання *задачі на побудову за допомогою циркуля та лінійки*. Розв'язування задачі полягає не стільки в побудові фігури, скільки у знаходженні способу, як це зробити, і відповідному доведенні. Основними етапами в розв'язуванні задачі є *аналіз, побудова*, що включає запис способу побудови фігур та власне виконання побудов, *доведення* та *дослідження*. Основними методами розв'язування задач на побудову є метод геометричних місць, геометричних перетворень (симетрії, повороту, паралельного перенесення, гомотетії) та алгебраїчний методи.

Щоб розв'язати задачу *методом геометричних місць*, можна використати відповідне правило-орієнтир [54, 276]: якщо при аналізі задачі встановлено, що для знаходження розв'язку потрібно побудувати деяку точку А, яка задовольняє двом умовам  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$ , то спочатку будують дві фігури  $F_1$  і  $F_2$ , відповідні цим умовам, а потім знаходять точку А, як перетин побудованих фігур:  $A = F_1 \cap F_2$ . Точка А вважається основним елементом побудови. Фігури  $F_1$  і  $F_2$  являють собою певні геометричні місця точок або множини точок. Оскільки задачу потрібно розв'язувати циркулем і лінійкою, то ці фігури повинні бути колами або прямими лініями, які відповідають певним властивостям.

Доцільно запропонувати школярам розглянути як будуються деякі геометричні місця точок, які найчастіше використовуються при розв'язуванні задач на побудову. Відзначимо з них найголовніші:

- 1) точки, розташовані на заданій відстані від фіксованої точки;
- 2) точки, рівновіддалені від кінців даного відрізка;
- 3) точки, рівновіддалені від даної прямої;
- 4) точки, рівновіддалені від двох прямих;
- 5) точки, з кожної з яких даний відрізок видно під заданим кутом;
- 6) точки, відношення відстаней від яких до фіксованих точок величина постійна (для точки М і точок А, В маємо  $AM/MB=m/n$ , де  $m/n=\lambda \neq 1$ );
- 7) точки, які ділять навпіл хорди, що виходять з однієї точки кола;
- 8) точки, для кожної з яких різниця квадратів відстаней від двох даних точок А і В постійна;
- 9) точки, для кожної з яких сума квадратів відстаней до двох даних точок А і В є сталою величиною.

Продемонструємо застосування методу геометричних місць точок на прикладі задачі: *побудувати трикутник ABC, якщо задано радіус кола, описаного навколо трикутника, кут А і медіану, проведену з вершини В*. (рис. 2.16).

Необхідно з'ясувати, до знаходження яких точок зводиться розв'язування задачі, і які дві вимоги мають ці точки задовольняти. У



Правила-орієнтири для розв'язування задач на побудову за допомогою паралельного перенесення і повороту схожі між собою [54, 278]. Застосування *методу паралельного перенесення* проілюструємо за допомогою задачі на *побудову трапеції за відомими основами та діагоналями*. Припускаємо, що задачу розв'язано. Одну з діагоналей паралельно переносимо в напрямку однієї з основ і проводимо її через другу вершину обраної основи. В результаті отримаємо допоміжний трикутник з двома сторонами, які рівні діагоналям трапеції (рис. 2.17). Третя сторона трикутника рівна сумі основ трапеції. Цей трикутник можна побудувати за даними задачі. Виконуючи обернене паралельне перенесення, будують шукану трапецію. Розглянемо послідовність дій, які потрібно виконати при побудові за допомогою GRAN-2D.

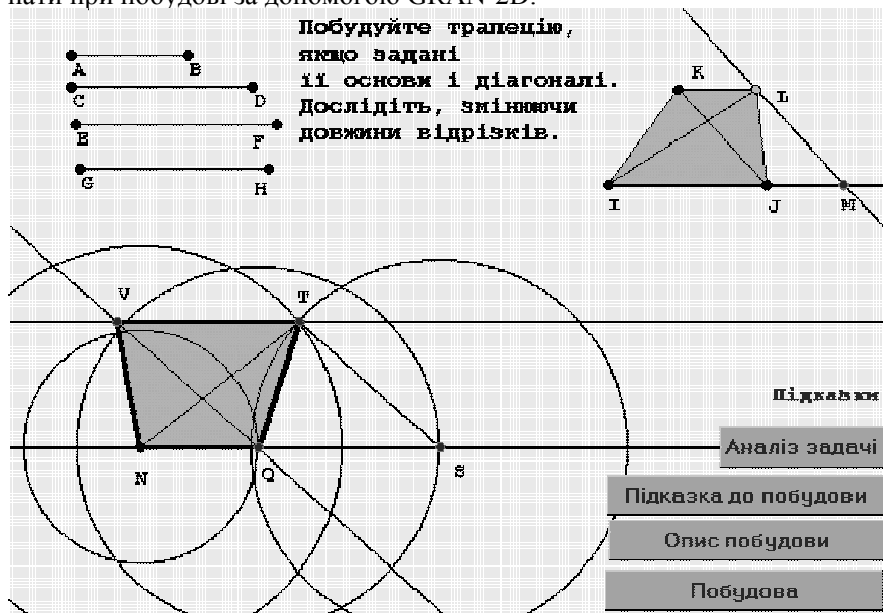


Рис. 2.17. Копія екрана GRAN-2D з відкритою підказкою аналізу і побудови

1) Щоб задати умову задачі («Дано»), створюють напис з умовою задачі (*Об'єкт \ Додати напис*). Будують чотири відрізки, що відповідають основам та діагоналям трапеції (послуга *Об'єкт \ Створення з екрана \ Відрізок*).

2) На етапі *Аналіз* будують довільну трапецію (вказують дві довільні точки – на рис. 2.17 точки I, J); проводять через них пряму. Далі створюють довільну точку K, яка не лежить на побудованій прямій, і будують пряму, яка проходить через дану точку K і паралельна до даної прямої IJ (послуга *Паралельна пряма*); створюють *Об'єкт* – точку L, що

прикріплена до побудованої паралельної прямої; застосовуючи послугу *Ламана*, будують замкнену ламану – трапецію IKLJ. При побудові трапеції послідовно вказують курсором чотири вершини I, K, L, J, а на закінчення побудови ламаної натискають праву кнопку миші. Проводять діагоналі трапеції (послуга *Створити відрізки*).

Всі розглянуті вище побудови можуть бути домашньою заготовкою і тоді їх потрібно лише відкрити одразу після обговорення з учнями, що ж саме задано. Або ж побудови одночасно виконувати за допомогою ППЗ та учнями в зошитах за допомогою креслярських інструментів. Використовуючи послугу *Паралельна пряма* (вказують на точку L та відрізок KJ), здійснюють паралельне перенесення однієї з діагоналей. Точку перетину побудованої прямої з основою трапеції (точку M) знаходять за допомогою послуги *Створення точки перетину об'єктів*. Бажано для багаторазового використання моделі додати кнопку, за допомогою якої можна приховати побудови до аналізу (послуга *Створення \ Додати кнопку*, тип кнопки *Показати \ Сховати об'єкти*) та виконати *Налагодження відображення*. Об'єкти, які потрібно приховувати, вказують курсором. Написи при цьому змінюють колір, інші об'єкти «блимають». Закінчують вибір об'єктів для приховування натискуванням клавіші *Esc*. Натискування створеної кнопки на слайді викликає появу об'єктів чи їх зникнення. Використовуючи послугу *Налагодження відображення*, з кожного із створених об'єктів бажано зняти відмітки, щоб при покроковому перегляді вони з'являлися всі одразу. В цьому випадку всі побудови з відміткою будуть відображатися окремим кроком. Це допоможе школяреві при самостійному опрацюванні задачі з врахуванням коментарів кроків побудови краще усвідомити хід побудови до задачі. Щоб не відображалися при цьому елементи фігури, створеної для аналізу, фігуру перед покроковим відтворенням потрібно приховати за допомогою кнопки.

3) *Етап побудови*. Виконуємо побудову допоміжного трикутника PLM. Послідовно використовуємо послуги для побудови точки N і прямої, яка проходить через цю точку. Іншу, допоміжну точку, необхідну для створення об'єкта пряма, після побудови приховали, знявши відмітку з відображення імені. Крім того, з цих точок бажано зняти відмітку при налагодженні відображення. Щоб побудувати відрізок, рівний відрітку АВ, застосовують послугу *Коло за радіусом*. При цьому спочатку вказують центр кола – точку N, а потім курсором відмічають початок радіуса – точку А та кінець радіуса – точку В. Використовуючи послугу *Точки перетину об'єктів*, відмічають точку Q. Далі аналогічно відкладають відрізок, рівний іншій основі. Отримують точку S. Для іншої точки перетину кола з прямою зазначають у властивостях – *Не відображати назву*. Використовуючи послугу *Коло за радіусом*, знаходять точку T; будують відрізки NT і TS. Використовуючи послугу *Паралельна пряма*, проводять пряму через точку T (вказують курсором першою), яка

паралельна до прямої NS (вказують курсором другою). Аналогічно будують пряму, паралельну TS. Точку перетину побудованих прямих (точку V) знаходять, використовуючи послугу *Точка перетину об'єктів*. Завершують побудову створенням замкненої ламаної NVTQ.

До ходу побудови бажано створити кілька кнопок, за допомогою яких приховувати і послідовно відкривати підказки. З одного боку, якщо вчитель використовує готову модель, то відкривання підказок зробить його діалог з учнями більш евристичним, що забезпечуватиме розвиток мислення школярів. Якщо учень самостійно опрацьовує задачу, то завдяки послідовному відкриванню підказок імітується евристичний діалог школяра з учителем. Адже за кнопкою можна приховувати питання для учня. Покрокова подача матеріалу може допомогти школяреві удосконалювати навички самоконтролю.

4) Виконавши побудову, *обгрунтовуємо*, що трапеція шукана. Зміна довжин заданих відрізків зразу призводить до зміни трапеції. Щоб розвинути логічне мислення школяра, необхідно спонукати його зробити висновок про можливість побудови трапеції за вихідними даними до того моменту, як це він встановить за допомогою ППЗ експериментально.

5) *Дослідження*. Побудувати трапецію можна тоді, коли можна побудувати допоміжний трикутник. Тобто сума довжин відрізків діагоналей має бути більшою суми довжин основ трапеції.

За допомогою ППЗ школяр може порівняти площу трапеції та площу допоміжного трикутника і висловити гіпотезу, що вони рівні. Тобто, вивести можливі наслідки аналізуючи виконану побудову.

Для закріплення вивченого матеріалу доцільно запропонувати виконати побудову до задач: 1) побудувати трапецію, якщо відомі її сторони; 2) побудувати трапецію за основою, різницею кутів при основі і бічними сторонами. Створені моделі можна використати у процесі вивчення тем «Чотирикутники» і «Площа трапеції».

*Метод осьової симетрії* застосовують, наприклад, для розв'язування задачі на оптимальне розміщення мосту через річку, якщо відоме розташування населених пунктів з одного боку від річки чи по різні боки.

*Центральну симетрію* можна розглядати як окремий випадок повороту на кут  $180^\circ$ . Виділимо кілька типів задач, для розв'язування яких зручно використовувати *метод повороту*. 1) Задачі на побудову многокутників, вершини яких лежать на трьох даних лініях (прямих чи колах). Наприклад, побудувати рівносторонній трикутник так, щоб три його вершини лежали на трьох даних прямих (рис. 2.18); вершини знаходились на трьох концентричних колах; одна вершина співпадала з даною точкою, інша лежала на даній прямій, третя на даному колі (рис. 2.19). Можна запропонувати учням побудувати квадрат, три вершини якого лежать на трьох паралельних прямих тощо. 2) Задачі на побудову мно-



гокутників, вписаних в інші багатокутники. Наприклад, у даний квадрат вписати рівносторонній трикутник, одну з вершин якого задано на стороні квадрата; у даний ромб вписати квадрат. 3) Задачі на доведення, що розв'язуються за допомогою повороту.

Щоб побудувати правильний трикутник, вершини якого лежать на трьох прямих (рис. 2.18), на прямій  $CD$  вибирають довільну точку  $G$  і повертають пряму  $AB$  на кути  $+60^\circ$  і  $-60^\circ$  до перетину з прямою  $EF$ .

Нехай вершини рівностороннього трикутника розташовані в точці  $A$ , на прямій  $BC$  і на даному колі відповідно. Для побудови виконано поворот прямої на кут  $+60^\circ$  відносно  $A$  (рис. 2.19).

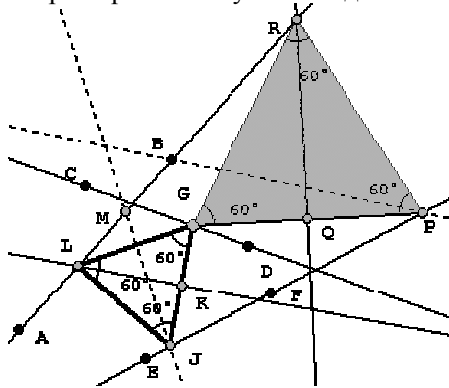


Рис. 2.18.

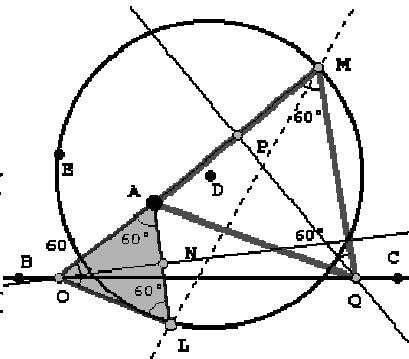


Рис. 2.19.

### Контрольні питання і завдання

1. Виконати креслення до теми «Чотирикутники» за допомогою ППЗ GRAN-2D:

а) побудувати ромб  $ABCD$ , якщо задана середина сторони  $AC$  ( $AB$ ,  $AD$ ,  $BC$ ) та центри кіл, описаних навколо трикутників  $ABC$  і  $ADC$ ;

б) побудувати ромб  $ABCD$  за розташуванням вершин  $A$  і  $B$ , відстанню від даної точки  $M$  до середини  $DC$ ;

в) побудувати квадрат за сумою сторони з діагоналлю;

г) побудувати квадрат за різницею довжин діагоналі та сторони;

д) на місцевості була відмічена ділянка  $ABCD$  квадратної форми. Дощі розмили її межі, збереглася віха в центрі ділянки і кілочка на сторонах  $AB$  та  $CD$ . Чи можна за цими даними відновити межі ділянки? Чи можна розв'язати завдання, якщо другий кілок забитий на стороні  $BC$ ?

е) побудувати трапецію за середньою лінією, відстанню між основами та кутами при одній з основ.

2. Виконати дослідження за допомогою ППЗ DG.

а) На сторонах паралелограма у зовнішній бік побудовано рівносторонні трикутники. Вершинами якого чотирикутника є ті їх вершини, які не лежать на сторонах паралелограма? Дослідити вид чотирикутника залежно від виду паралелограма.

б) В середині опуклого багатокутника рухається точка. З неї опущено перпендикуляри на всі сторони багатокутника чи їх продовження. Чи змінюватиметься сума довжин цих перпендикулярів?

3. Як можна здійснювати пошук алгоритму розв'язування задачі, якщо застосовувати послуги *Зображення \ ГМТ*, у властивостях точки зазначати, що потрібно *залишити слід*?

## 2.5. Вивчення властивостей геометричних перетворень

Мета вивчення геометричних перетворень – ознайомити учнів з різними видами рухів, подібністю і гомотетією, їх властивостями; ввести загальне поняття про рівність і подібність фігур, показати застосування окремих видів перетворень [54, 291].

Наочності з бібліотеки засобу «Геометрія, 7-9 клас» до вивчення теми «Подібність трикутників» розглядалися в п. 1.6.1. З'ясовано, як можна редагувати уроки та доповнювати засіб іншими наочностями.

Розробники ППЗ DG пропонують учням розробити наступні електронні шарнірні механізми: симетризатор – для забезпечення симетрії відносно прямої; ротатор – для забезпечення повороту, центральної симетрії; транслятор – для паралельного перенесення; гомотетор – для здійснення перетворення гомотетії, ротатор-гомотетор – для забезпечення композиції гомотетії та повороту; дилататор – засіб для виконання довільного перетворення подібності. Наведені електронні механізми можна розглядати як керовані математичні моделі з засобами змінювання параметрів моделі і динамічного відображення змін моделей, зокрема у графічній інтерпретації [22].

У процесі використання ППЗ GRAN-2D чи DG на етапі формування понять, дослідження властивостей переміщення, перетворення подібності особливу увагу звертатимемо на формування мотиваційно-творчої спрямованості особистості, розвиток творчого інтересу, потягу до пошуку нових даних, пізнавальної самостійності.

Вводячи означення центральносиметричних точок, послуговуються двома методичними прийомами: 1) означення базується на суттєвих властивостях: дві точки  $X_1$  та  $X_2$  називаються симетричними, якщо точка  $O$  – середина відрізка  $X_1X_2$ ; 2) конструктивне означення: нехай  $O$  – фіксована точка,  $X_1$  – довільна точка площина. Відкладемо на продовженні відрізка  $OX_1$  за точку  $O$  відрізок  $OX_2$ , рівний  $OX_1$ . Точка  $X_2$  називається симетричною точці  $X_1$  відносно точки  $O$ . Друге означення одночасно дає спосіб побудови центральносиметричних точок і центральносиметричних фігур.

При вивченні перетворень з використанням GRAN-2D заняття бажано провести у комп'ютерному класі. Розглядаючи *симетрію*, можна діяти наступним чином. Запропонувати учням побудувати довільну точку  $A$  і вказати центр симетрії (пряму симетрії). Симетричну точку створити, використавши послугу *Точка, симетрична відносно даної точ-*

ки (прямої). Утворені точки слід з'єднати відрізком. У цьому разі будуть створені незалежні об'єкти центр симетрії (вісь симетрії), а залежними будуть симетричні точки. У потрібно поставили учням завдання самотійно, користуючись обчислювальними інструментами ППЗ, з'ясувати властивості перетворення. Змінюючи положення точки А, учні з'ясують таку суттєву властивість, як однакові відстані до центра (прямої) симетрії. Для встановлення властивостей точок, симетричних відносно прямої, учні використовують два інструменти – обчислення відстані та обчислення кутів. Далі в бесіді з учнями потрібно сформулювати означення симетричних точок за суттєвими властивостями і конструктивне означення, скласти алгоритм побудови симетричних точок. Можна одразу з'ясувати, як пов'язані координати симетричних точок. Для цього потрібно на екрані відобразити координатні осі, а для точок зазначити у властивостях «Відобразити координати». Для центральної симетрії спочатку розташовують центр у початку координат. В ході дослідження змінюють положення точки А і отримують формули  $x_1 = -x$ ,  $y_1 = -y$ . Потім переходять до довільного центра симетрії, пригадують з учнями, за якими формулами можна знайти середину відрізка.

Наступним кроком є підведення учнів до формулювання ними означення симетричних фігур. У властивостях для двох побудованих симетричних точок зазначаємо «Залишати слід». Рухаючи точку А вздовж деякої фігури, симетрична до неї точка опише симетричну фігуру. У процесі дослідження кожен учень отримав змогу проявити творчість і побудувати ту фігуру, яка була йому до вподоби (рис. 2.20, 2.21). Щоб зручніше демонструвати властивості перетворення, бажано створити ще одну пару симетричних точок (на рисунках точка D і симетрична до неї). У подальшому доцільно обговорити, що при симетрії зберігаються відстані між відповідними точками, промені переходять у промені, зберігаються кути, зробити висновок, що симетрія є рухом.

У творчій частині домашнього завдання пропонуємо дібрати приклади застосування симетрії в архітектурі, техніці, біології, бажано підготувати презентацію з цими матеріалами, побудувати динамічні симетричні моделі.

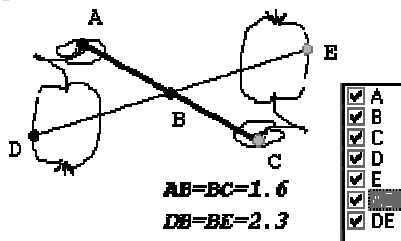


Рис. 2.20. Центральна симетрія

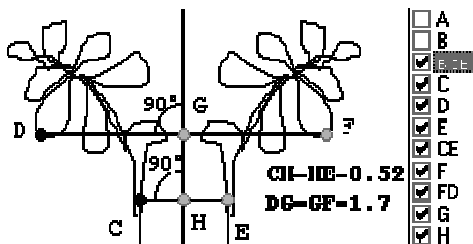


Рис. 2.21. Осьова симетрія

Для введення *повороту* необхідно вказати центр, кут повороту та

напрям. Детальніше зупинимося на створенні динамічних моделей повороту. Будемо довільний кут  $BAC$  – кут повороту і довільну ламану. Нехай точка  $J$  – центр повороту. Застосуємо послугу *Перетворення параметрично \ Поворот* до побудованої ламаної (див. рис. 1.61). Зазначимо, що в результаті повороту необхідно створити результуючий образ та прикріпити його до вихідного. Поворот здійснюємо на орієнтований кут  $BAC$ , подаючи його в градусах (запис для кута  $Deg(Oangle(B,A,C))$ ). В подальшому можемо змінювати величину кута  $BAC$ , положення центра повороту і спостерігати за переміщенням на площині ламаної. Якщо для точок новоствореної ламаної зазначити у властивостях «Залишити слід», то в результаті повороту точки повинні залишати слід у вигляді дуг кіл.

Доцільно побудувати фігури, які є центральносиметричними; мають вісь симетрії чи симетрію обертання порядку  $n$  (фігура, яка внаслідок повороту навколо деякої точки фігури на кут  $360/n$  переходить в себе). На рис. 1.62 наведено приклад фігури, яка має симетрію  $n$ -го порядку, і зроблено пояснення, як потрібно такі фігури будувати. Щоб отримати калейдоскоп, необхідно зазначити прив'язку результуючих об'єктів до початкового. У цьому разі будь-яка зміна в розташуванні вершин ламаної, що повертається, відобразиться на решті ламаних, створених в результаті повороту.

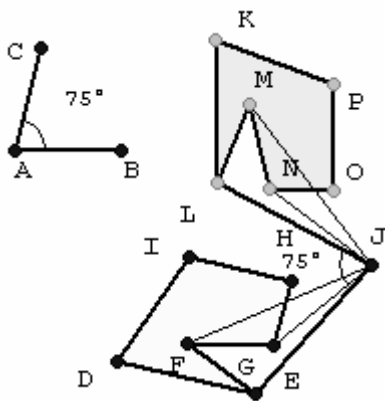


Рис. 2.22. Поворот

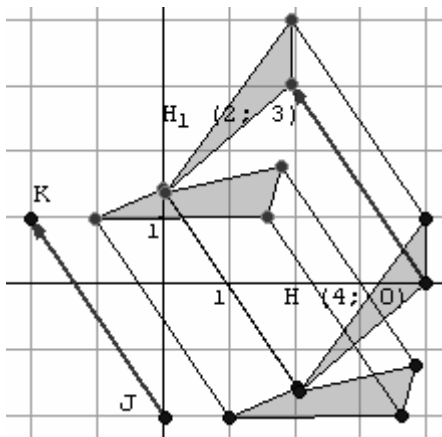


Рис. 2.23. Паралельне перенесення

Знайомлячи школярів з властивостями *паралельного перенесення* за допомогою GRAN-2D (рис. 2.23), використовуємо послугу *Об'єкт \ Перетворення параметрично \ Паралельне перенесення*. Координати вектора перенесення можна задати як постійними числами, так і через параметри. Ілюструвати паралельне перенесення краще, якщо на екрані зображена система координат і нанесена координатна сітка.

Аналогічно можна підійти до вивчення властивостей *гомотетії*. На

рис. 2.24 подано приклади гомотетичних фігур. Фігуру зліва створено як слід точки. Зміна положення центра гомотетії не змінюватиме положення намальованої фігури. Справа – зображення динамічної моделі. Коефіцієнт гомотетії подається як різниця абсцис точок К та J. Зміна положення центра гомотетії чи коефіцієнта автоматично веде до зміни фігури.

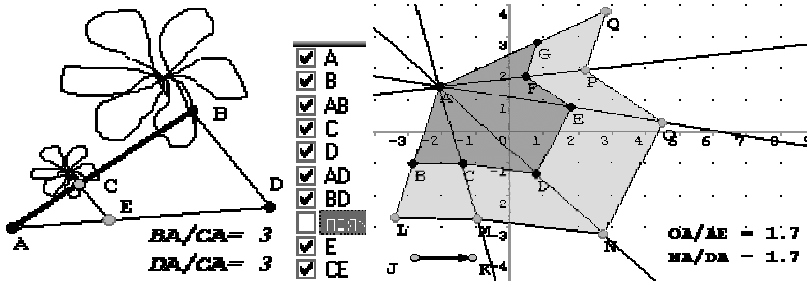


Рис. 2.24. Приклади гомотетичних фігур

### Контрольні питання і завдання

1. Підготувати креслення для демонстрації властивостей перетворень.
2. Розробити зразки орнаментів, побудувати їх за допомогою GRAN-2D.

### 2.6. Про прикладну спрямованість навчального матеріалу

В концепції математичної освіти 12-річної школи поряд із зростанням ролі теоретичної складової, посилення прикладної спрямованості навчання визначається як один із пріоритетів розвитку освіти. Прикладні задачі – це задачі, які поставлені поза математикою і розв’язуються математичними засобами. Задачі такого виду відповідають певним вимогам: мати реальний практичний зміст, який демонструє практичну цінність набутих математичних знань; відповідати шкільній програмі; бути сформульованими доступною і зрозумілою мовою, не містити термінів, що потребують додаткових знань, які не передбачені шкільною програмою.

Практичні задачі евристичного характеру є потужним знарядям для розвитку творчих здібностей особистості. Наприклад, здібностей втілювати здобуті знання в духовні і матеріальні форми, переносити знання і уміння в нові ситуації, уміння бачити знайоме в незнайомому, винахідливість, гнучкість мислення та ін. Доступні для розуміння учня прикладні задачі посилюють світоглядні аспекти навчання, мають незрівнянну цінність для мотивації вивчення нового математичного матеріалу. Життєвою необхідністю їх розв’язування найбільш природно обґрунтувати потребу у нових ідеях, знаннях і методах.

Один із фундаторів методології математичного моделювання

Б.В. Гнеденко зазначав, що готувати не лише учнів, але й майбутніх вчителів математики потрібно так, щоб вони могли бачити, з одного боку, основний зміст сучасної математики, з іншого – її прикладні можливості, методологічні проблеми та історичний процес її розвитку. Причому, метод математичного моделювання слід розглядати як метод наукового пізнання.

Питання прикладної спрямованості матеріалу як засобу стимулювання навчальної діяльності висвітлювали М.П. Маланюк [41], Л.Л. Панченко [44], З.І. Слєпкань [53], Л.М. Фрідман [57], І.М. Шапіро [63] та ін. Застосування ППЗ GRAN1 та GRAN-2D для аналізу функціональних залежностей, наближеного відшукування найбільших і найменших значень функції на заданій множині висвітлювали М.І. Жалдак, Є.Ф. Вінниченко, Ю.В. Горошко [7-8]. На важливості задач з оптимізацією розв'язку акцентують увагу З.І. Слєпкань [54], С.А. Раков [22] та ін.

Прикладні задачі в процесі навчання виконують такі дидактичні функції як навчаюча, виховна, розвиваюча, контролююча [54]. Вирішальною серед цих функцій все частіше називається розвиваюча.

На основі аналізу розглянутих вище джерел, досвіду використання ПЗНП можемо констатувати:

– розв'язування практичних задач надзвичайно важливе для розвитку творчих якостей учня, активізації його творчої діяльності;

– педагогічна практика свідчить про низьку готовність значної частини учнів до розв'язування задач зазначеного типу, починаючи з аналізу умови до дослідження на прийнятність, змістовність отриманих результатів;

– впровадження ІКТН математики дозволяє значно інтенсифікувати процес розв'язування практичних, прикладних задач за рахунок перекладання операцій обчислення на програмне забезпечення.

Розглянемо схему розв'язування задач з практичним змістом, запропоновану М.Д. Касьяненко<sup>1</sup> (с. 97):

1. Вивчення задачі і здійснення її структурного аналізу:

а) виділення об'єктів задачі та відношень між ними;

б) виділення величин, які розглядаються в задачі;

в) пригадування і встановлення співвідношень між величинами.

2. Складання плану розв'язування задачі у загальному вигляді.

3. Побудова математичної моделі: складання числових виразів, рівнянь, нерівностей, використання готових (раніше вивчених) співвідношень, формул, тотожностей.

4. Розв'язування задачі.

---

<sup>1</sup> Касьяненко М. Д. Підвищення ефективності вивчення математики : Орг. твор. діяльності учнів : навч.-метод. посібник / Касьяненко М. Д. – К. : Рад. школа, 1980. – 142 с.

5. Перевірка правильності моделювання та розв'язку задачі.
6. Дослідження здобутих розв'язків у даній практичній ситуації, знаходження остаточного результату – відповіді.
7. Пошуки інших способів розв'язування задачі, виділення найраціональнішого.
8. Опис найраціональнішого способу розв'язування задачі.
9. Складання задач, обернених до даної, їх розв'язування.
10. Встановлення меж застосування способу розв'язування задачі (для задач з іншим практичним змістом чи іншими числовими даними).
11. Складання узагальненої задачі, її розв'язування та дослідження.

Зауважимо, що не для всіх задач і не кожного разу потрібно виконувати всі етапи. Наприклад, етапи 9, 10, 11 можна включати під час розв'язування опорних задач. Поряд з повною схемою розв'язування задач з практичним змістом можна застосовувати і згорнуту [44, 22]: 1) попередній аналіз об'єкта дослідження; 2) побудова моделі; 3) реалізація моделі математичними методами; 4) аналіз одержаних результатів та їх перенесення на образ, що вивчається. В згаданій публікації задачі розглянуто тренувальні (для вироблення стійких умінь і навичок) і розвиваючі (для розвитку творчого мислення). Щоб забезпечити поетапне оволодіння евристичною схемою діяльності математичного моделювання, доцільно на першому етапі застосовувати тренувальні задачі з відносно простим змістом, такі, що текст задачі містить підказку у виборі моделі.

Комп'ютерною моделлю можна назвати таку заміну реальних об'єктів, яка дозволяє всебічно відобразити найважливіші сторони досліджуваного об'єкта або явища в навчальному процесі.

Оскільки прикладні задачі вимагають творчого підходу школяра як на стадії створення математичної моделі, так і при відшуканні одного чи кількох способів розв'язування, інтерпретації отриманих результатів, то доцільно розв'язувати їх в кілька етапів. На першому етапі – здійснювали аналіз умови, можливо, і постановку задачі. На другому етапі можна вислуховувати пропозиції учнів, обговорювати результати дослідження, в тому числі отримані на комп'ютері. На цьому ж етапі намічають шлях теоретичного обґрунтування. На заключному етапі можна робити остаточні висновки. Розбиття на кілька етапів корисне з метою забезпечення інкубації – *через уявний відхід від проблеми, підсвідомий аналіз і вибір підготувати ґрунт для відкриття.*

Наведемо приклади розв'язування задач з практичним змістом за допомогою ППЗ GRAN-2D, DG, GRAN1. Вивчаючи тему «Нерівність трикутника», помітили, з якою цікавістю школярі розв'язують задачу про оптимальне розміщення мосту через річку, яка протікає поблизу двох населених пунктів, та вирішують проблему зменшення витрат на асфальтування доріг. Для вирішення проблеми запропонували учням створити динамічне креслення за допомогою GRAN-2D (рис. 2.25).

На першому етапі переводимо прикладну задачу на математичну мову. Вводимо наступні абстрактні об'єкти: населені пункти – точки; береги річки – дві паралельні прямі; шлях, що з'єднує населені пункти, подаємо у вигляді ламаної. Аналізуємо, які величини задані в умові, а які потрібно в задачі знайти. До заданих відносимо відстані до берегів річки від населених пунктів, ширину річки, відстань між населеними пунктами вздовж берега. Щоб побудувати динамічне креслення, необхідно з'ясувати, які об'єкти в динамічному кресленні будуть головними, залежними чи напівзалежними. Виробляємо поданий нижче алгоритм створення креслення:

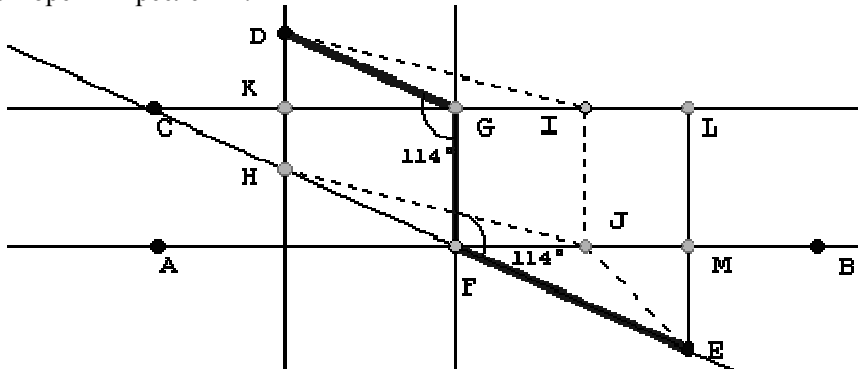


Рис. 2.25. Проект для побудови мосту

- 1) побудуємо точки  $A, B, C$  (Об'єкт \ Створити \ Точка);
- 2) проведемо берег річки  $AB$  (Об'єкт \ Створити \ Пряма);
- 3) через точку  $C$  паралельно до  $AB$  проходить другий берег (Об'єкт \ Створити \ Паралельна пряма);
- 4) позначаємо населені пункти  $D, E$  (Об'єкт \ Створити \ Точка);
- 5) вибираємо на прямій  $AB$  довільну точку  $F$  (вхід на міст) і даємо ствердну відповідь на питання про її прикріплення до об'єкта;
- 6) будуємо міст – перпендикулярну до  $AB$  пряму через точку  $F$  (Об'єкт \ Створити \ Перпендикулярна пряма);
- 7) знаходимо точку  $G$  – точку перетину з протилежним берегом (Об'єкт \ Створити \ Точка перетину об'єктів);
- 8) прокладаємо дорогу, що з'єднує пункти (Об'єкт \ Створити \ Ламана  $DGFE$ ). Якщо вказівник переліку об'єктів установемо на пункті «ламана», то в полі характеристик з'явиться її довжина;
- 9) щоб знайти оптимальне розташування точки  $F$ , змінюють її положення, рухаючи вздовж прямої. При цьому відстежуємо зміну величини шляху як довжину ламаної або ж створюємо динамічний вираз за формулою  $Len(D,G)+Len(G,F)+Len(F,E)$ .

Якщо в розпорядженні вчителя лише один комп'ютер, краще пропонувати заздалегідь підготовану модель, проставляючи відмітки біля введених об'єктів.



Для довільного розташування пунктів на кресленні можемо знайти розташування точки  $F$ . Вчитель пропонує учням знову повернутися до вихідної проблеми і проаналізувати кожен із складових шляху. Варіюючи такою несуттєвою величиною, як відстань до берега, встановлюємо, що ширина річки не впливає на оптимальну довжину шляху. Тому переходимо до підзадачі даної задачі. За якої умови сума відстаней від населених пунктів до входу на міст буде однаковою? Учні можуть висунути дві гіпотези – внутрішні різносторонні кути  $DGF$  і  $EFG$  рівні чи прямі  $DG$  та  $EF$  паралельні. Зрештою, обидві гіпотези будуть правильними. Перевірку рівності кутів виконуємо за допомогою послуги *Обчислення \ Кут*. Користуючись динамічним кресленням, спрямували учнів до самостійного висновку, маленького відкриття майбутнього інженера.

Наступним кроком має йти пошук обґрунтування висунутої гіпотези. Для цього потрібно здійснити побудову паралелограма. Для обґрунтування висунутої гіпотези застосовуємо властивості паралелограма  $DGFH$  та нерівність трикутника  $HEJ$ , де  $J$  – довільна точка на прямій  $AB$ , відмінна від  $F$ . Оскільки  $HE < HJ+JE$ , то  $DG+GF+FE < DI+IJ+JE$ . Шлях  $DGFE$  найкоротший.

Для самостійної роботи учням можна запропонувати розглянути розташування пунктів з одного боку річки, а додатково створити динамічне креслення за допомогою GRAN-2D.

Задачу про побудову мосту через річку можна розв'язувати з використанням похідної. Модель-функція для дослідження за допомогою GRAN1 така ж, як і для дослідження з похідною вручну. Позначимо відстань  $DK$  (рис. 2.26) через параметр  $P1$ , ширину річки  $P2$ , відстань між пунктами  $KL$  вздовж берега через  $P3$ , відстань  $EM$  від другого пункту до берега річки через параметр  $P4$ . Нехай змінна  $x$  – це відстань  $KG$ . Для дослідження за допомогою GRAN1 створюємо об'єкт явного типу задання за формулою  $Y(X)=\text{Sqrt}(P1^2+X^2)+P2+\text{Sqrt}((P3-X)^2+P4^2)$ . Для кожного з параметрів вказуємо невід'ємні межі. Відстані, про які йде мова в задачі, можна змінювати рухаючи бігунком параметра. Щоб знайти точку мінімуму функції, встановлюємо курсор в найнижчу точку на графіку.

Важливо правильно інтерпретувати отриманий результат і узагальнити його. Для параметрів функції, графік якої подано на рис. 2.26 ( $P1=4$ ,  $P2=0.025$ ,  $P3=5$ ,  $P4=6$ ), знайдено, що  $X=2$ . Для точки мінімуму буде виконуватися умова рівності тангенсів кутів  $DGK$  і  $EFM$ , тобто  $P1/X=P4/(P3-X)$ . Умову отримаємо обґрунтовуючи результат за допомогою похідної  $X=P1*P3/(P1+P4)$ .

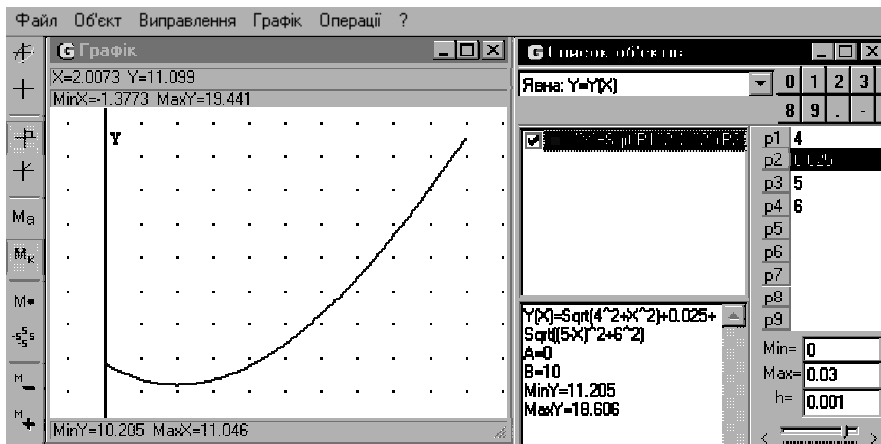


Рис. 2.26. Дослідження розташування мосту через річку (GRAN1)

Вивчаючи тему «Переміщення фігур», доцільно запропонувати побудувати динамічні креслення до наступних практичних задач:

1) З прямокутного листа жерсті розмірами 5 x 8 дм виготовити коробку без кришки найбільшого об'єму. Якими мають бути її виміри (рис. 2.27)?

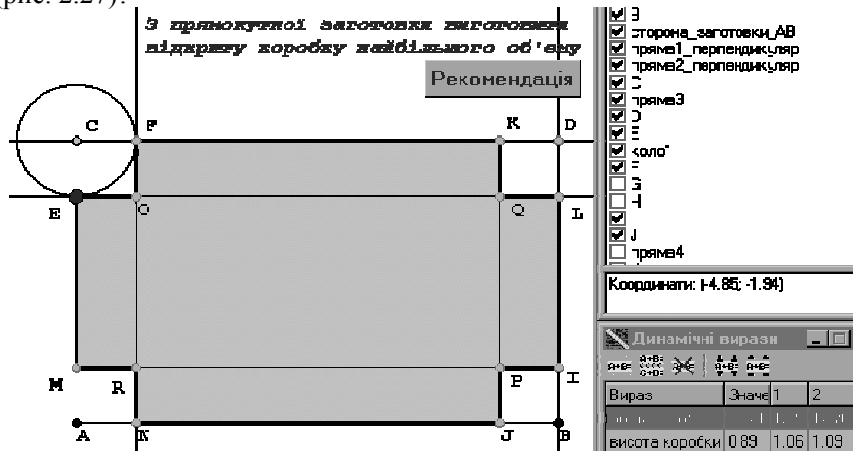


Рис. 2.27. Розгортка відкритої коробки

2) При конструюванні трансформатора змінного струму заповнити порожнину котушки залізним хрестоподібним осердя найбільшої площі. Знайти розміри осердя, якщо задано радіус порожнини котушки?

Створюємо розгортку поверхні коробки, дотримуючись правил побудови у GRAN-2D. Послідовність побудов у програмі така сама, як і при виконанні цих дій вручну з циркулем та лінійкою. На стороні AC прямокутника ACDB виберемо довільну точку E і прикріпимо її до

об'єкта (пряма  $AC$ ). Відріжемо у кожному з чотирьох кутів прямокутника квадратики, довжини сторін яких дорівнюють  $CE$ . Для цього знайдемо точку  $F$  – точку перетину кола (центр  $C$ , радіус  $CE$ ) зі стороною  $CD$  і проведемо через точки  $F$  та  $E$  прямі, перпендикулярні до сторін прямокутника. Точку перетину прямих позначимо  $G$ . Через середину сторони  $AB$  проведемо вісь симетрії. Точка перетину її з діагоналлю  $AD$  утворить центр симетрії прямокутника. Для побудови симетричних точок користуємося послугою *Побудова точки, симетричної даній відносно прямої (точки)*. Якби лист жерсті був квадратним, то для відрізання квадратиків могли б застосувати поворот навколо центра на кут  $90^\circ$ . На завершення побудови розгортки обводимо контур – створюємо замкнену ланану, що містить 12 вершин.

Активізувавши послугу *Обчислення \ Динамічний вираз \ Створити*, складемо вираз для відстеження зміни об'єму коробки  $LEN(O,Q)*LEN(Q,P)*LEN(O,F)$ . Рухаємо точку  $E$  вздовж сторони прямокутника і, звернувшись до послуги *Обчислення \ Динамічний вираз \ Зафіксувати поточне значення*, реєструємо величину об'єму. Серед обчислених значень вибираємо найбільше. Для прямокутника з розмірами  $5 \times 8$  дм встановлюємо, що відрізати потрібно квадратики зі стороною  $1$  дм. Для листа квадратної форми знайдемо, що максимальне значення об'єму буде за умови, коли відтинаємо квадратики зі стороною, рівною шостій частині сторони початкової заготовки.

Порівняємо, як задачу про коробку розв'язують за допомогою GRAN-2D через створення моделі у вигляді функції. Правило-орієнтир для учнів при цьому таке ж, як і для дослідження з похідною [54, 414]: 1) проаналізувати формулювання задачі, з'ясувавши, найбільше значення якої величини треба знайти; вибрати незалежну змінну (аргумент)  $x$  і записати цю величину у вигляді формули, що задає відповідну функцію; 2) знайти найбільше значення функції. Отже, введемо змінну  $x$  – довжину сторони квадрата і складемо функцію  $V(x) = (5 - 2x)(8 - 2x)x$ , при  $x \in (0; 2.5)$ . Побудувавши графік функції, визначають точку екстремуму і екстремум за допомогою координатного курсору, який потрібно розмістити у найвищій точці графіка. Обґрунтовують результат з використанням похідної. Знаходять похідну  $V' = 12x^2 - 52x + 40$  і переконуються, що при  $x=1$  значення об'єму максимальне.

Якщо розглянуті конструкції зберегти у файлі або ж на їх основі створити *Макроконструкції*, то це дозволить на уроці з метою економії часу використати моделі в режимі *покрокової побудови*. Наприклад, доцільно продемонструвати модель для створення проблемної ситуації на етапі мотивації при вивченні теми «Застосування похідної до дослідження функції», що сприятиме формуванню мотиваційно-творчої активності та спрямованості особистості. Застосування комп'ютерних технологій спрямоване на цілісне сприйняття досліджуваного явища,

з'ясування його сутності, а тому сприятиме кращому засвоєнню навчального матеріалу, більш повному осмисленню його школярами. Це зробіть їх діяльність більш усвідомленою і продуктивною.

Спираючись на класифікацію В.І. Андрєєва [32, 42], запропоновані задачі можна віднести як до навчально-творчих *задач на оптимізацію*, що передбачають вибір оптимального розв'язування та оптимізацію затрат і розвивають відповідно такі компоненти творчих здібностей особистості, як *гнучкість та раціоналізм мислення*, так і до *конструкторських задач* чи до *експериментальних задач на моделювання*. Два останні види навчально-творчих завдань дозволяють розвивати здібності до конструювання та до широкого перенесення принципів, методів наукового пізнання у нові ситуації.

Конкретну задачу на відшукування екстремальних значень можна розв'язувати різними способами. Часто використовують нерівність трикутника, обмеженість функції синус і косинус; квадратична функція  $y=ax^2+bx+c$  досягає в точці  $x=-0.5b/a$  максимального значення при  $a<0$ , та найменшого при  $a>0$ . Вивчаючи тему «Доведення нерівностей» в класах з поглибленим вивченням математики, доцільно запропонувати школярам для розв'язування практичні задачі, в яких для обґрунтування використовуються нерівності Коші, Коші-Буняковського. Зазначимо, що учні часто опорну нерівність Коші (для  $a\geq 0, b\geq 0$  виконується  $0.5(a+b)\geq\sqrt{ab}$ ) використовують формально, бо не перевіряють, коли в нерівності виконується умова рівності (при  $a=b$ ). Саме з умови рівності отримуємо важливий висновок: якщо сума двох додатних чисел стала, то їх добуток буде найбільшим тоді, коли значення цих величин рівні між собою. Якщо ж добуток двох додатних величин сталий, то їх сума буде найменшою тоді і тільки тоді, коли значення цих величин збігаються. Умова рівності в практичних задачах на екстремум найсуттєвіша.

На заняттях з підготовки до олімпіад при поглибленому вивченні математики бажано розглянути більш загальні твердження, сформульовані в посібнику [41, 82]: добуток  $x_1^{m_1}\cdot x_2^{m_2}\cdot\dots\cdot x_n^{m_n}$  змінних  $x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$ , сума яких дорівнює даному числу  $S$ , набуває найбільшого значення тоді, коли  $\frac{x_1}{m_1} = \frac{x_2}{m_2} = \dots = \frac{x_n}{m_n}$ , де  $m_1, m_2, \dots, m_n$  – довільні додатні раціональні числа. Сума  $x_1 + x_2 + \dots + x_n$  набуває найменшого значення, якщо добуток  $x_1^{m_1}\cdot x_2^{m_2}\cdot\dots\cdot x_n^{m_n}$  сталий і виконується співвідношення:  $\frac{x_1}{m_1} = \frac{x_2}{m_2} = \dots = \frac{x_n}{m_n}$ .

Розвиває творчі якості учнів як розв'язування нестандартних задач, так і відшукування нестандартного методу для розв'язування пізнавальної задачі. Наприклад, учням математичного класу доцільно запропонувати

використати нерівність Коші для обґрунтування результатів, отриманих за допомогою GRAN-2D до такої розвиваючої задачі: під яким кутом потрібно збити три однакові дошки, щоб одержати жолоб з найбільшим поперечним перерізом (найбільшим об'ємом)?

*Попередній аналіз і побудова моделі.* Якщо в завданні стоїть вимога щодо об'єму жолоба, то виділяємо підзадачу: знайти рівносторонню трапецію найбільшої площі. Розчленуємо умову задачі на елементарні умови і вимоги. Об'єктом в задачі є трапеція, у якої менша основа і бічні сторони рівні. Вимогою є обчислення площі. Вибудовуємо послідовність створення об'єктів за допомогою GRAN-2D, поданих на рис. 2.28. Креслимо кола з центрами в точках А і В та радіусом АВ. Виберемо на одному з кіл точку С і через неї проведемо пряму, паралельну АВ до перетину з другим колом. Будуємо замкнену ламану – трапецію. Довжина відрізка АВ рівна ширині дошки і меншій основі трапеції.



Рис. 2.28. Поперечний переріз жолоба – рівностороння трапеція

*Реалізація моделі засобами ІКТ.* Величини, необхідні для дослідження, обчислюються в програмі автоматично. Для зменшення похибки обчислення рекомендуємо збільшити кількість значущих цифр за допомогою послуги «Налагодження програми». При зверненні до послуги *Обчислення \ Кут* і вказуванні букв D, B, A, в динаміці обчислюватиметься тупий кут, який змінюється в результаті руху по колу точки С. Досліджуємо зміну площі залежно від тупого кута (динамічний вираз  $AREA(A, B, D, C)$ ) і встановлюємо шуканий кут.

Розглянемо, як розв'язують задачу за допомогою GRAN1. *Здійснимо попередній аналіз моделі.* Спочатку переформулюємо задачу з прикладної на математичну. Оскільки дошки однакові, то від визначення об'єму можна перейти до визначення максимальної площі перерізу.

*Реалізація моделі засобами ІКТ.* Складемо функцію для обчислення площі і знайдемо її найбільше значення за допомогою GRAN1. Позначимо через  $x$  довжину відрізка EC, рівного піввізніці основ, через  $y$  довжину меншої основи та бічної сторони. За формулою

$$S = \frac{1}{2}(2x + 2y) \cdot \sqrt{y^2 - x^2}$$

обчислюватимемо площу трапеції. Для дослідження

дження за допомогою GRAN1 позначаємо ширину дошки (змінна  $y$ ) через параметр  $P1$  і створюємо об'єкт типу *Явний*  $y(x)$  за формулою  $(X + P1) \cdot \text{SQRT}(P1^2 - X^2)$ . Вказуємо межі зміни  $X$  та параметра  $P1$ :  $A=0, B=5$ . Рухаючи бігунок параметра  $P1$ , змінюємо ширину дошки і відстежуємо, як точка максимуму пов'язана з величиною параметра  $P1$ . Знаходимо, що  $X_{\max}=0,5P1$ , тобто згідно з позначенням  $2x=y$  (рис. 2.29).

*Аналіз одержаних результатів та перенесення їх на образ, що вивчається.* З трикутника АСЕ встановлюємо кут збивання дошок.

*Реалізація моделі математичними методами.* При обґрунтуванні гіпотези за нерівністю Коші чи з використанням похідної, попередній аналіз і побудова моделі-функції повторюють викладені вище. Для доведення за нерівністю Коші перетворимо формулу

$S = \frac{1}{2}(2x + 2y) \cdot \sqrt{y^2 - x^2}$  для вираження площі трапеції. Необхідно

знайти найбільше значення площі за умови сталої величини  $l=3y$ . Добуток  $3S^2 = (x + y)(x + y)(x + y)(3y - 3x)$  набуває найбільшого значення при сталій сумі  $2l = (x + y) + (x + y) + (x + y) + (3y - 3x) = 6y$  за умови  $x + y = 3y - 3x$ . Тоді  $y=2x$ .

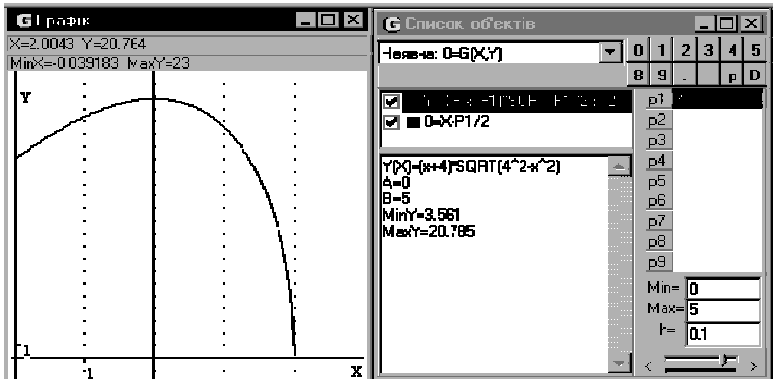


Рис. 2.29. Графік функції площі трапеції

*Навчальна* функція розглянутої задачі забезпечує формування системи математичних знань, умінь і навичок на різних етапах засвоєння. В учнів формується вміння застосовувати нерівність Коші чи похідну до розв'язування задач на екстремум, будувати до них динамічні креслення. *Виховна* роль задачі проявляється у формуванні навичок навчальної праці, наукового світогляду, пізнавального інтересу і самостійності. *Розвиваюча* – забезпечує розвиток вміння моделювати ситуацію, оволодіння прийомами розумової діяльності, сприяє формуванню здібності переносити знання і уміння в нові ситуації, бачити знайоме в незнайомому та ін. *Контролююча* функція спрямована на встановлення навченості, рівня загального і математичного розвитку, стану засвоєння мате-

ріалу.

У двох наступних задачах для обґрунтування результатів також можна використати нерівність Коші. Однак ці завдання краще розглянути при вивченні теми «Площі фігур».

– В деталі, що має форму циліндра, просвердлити паралельно її осі круглий наскрізний отвір, діаметр якого дорівнював би діаметру кола, вписаного в трикутник, вписаного в свою чергу у поперечний переріз цієї деталі. Знайти максимально можливий відсоток відходів від первісної маси деталі [12, 190].

– З відходів виробництва, що є обрізками трикутної форми, штампують круглі шайби. Визначити найбільший відсоток використання матеріалу.

У результаті дослідження для першого завдання сформулюємо висновок: з усіх трикутників, вписаних в дане коло, найбільший радіус вписаного кола у рівностороннього трикутника.

Для другого завдання динамічний вираз складемо як відношення площі вписаного кола до площі трикутника CDE (рис. 2.30): за формулою  $(\text{LEN}(F,G))^2 \cdot \pi \cdot 100 / \text{AREA}(C,D,E)$  чи за іншою, в якій площа кола не розписана,  $\text{AREA}(\text{КОЛО2}) / \text{AREA}(C,D,E) \cdot 100$ . Для рівностороннього трикутника встановимо

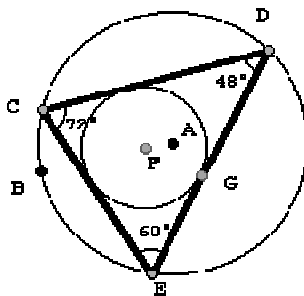


Рис. 2.30

найбільший відсоток використання матеріалу обрізків – майже 60,5%.

Як результати дослідження, сформулюємо з учнями важливі практичні висновки: найбільшу площу з усіх трикутників, вписаних в дане коло, має рівносторонній; з усіх трикутників зі сталою площею найбільший радіус вписаного кола також у правильного трикутника.

Обґрунтуємо висунуту гіпотезу. При незмінній величині площі отримаємо  $r = \frac{2S}{a+b+c} = \frac{4S}{(a+b)+(b+c)+(a+c)} \leq \frac{4S}{3 \cdot 2a}$ . Рівність маємо при  $a=b=c$ .

Завдяки розв’язуванню задач кількома способами, включаючи і моделі, створені за допомогою ППЗ, вибору найдоцільнішого способу розв’язування, задач нестандартного виду формується креативна якість особистості – гнучкість мислення. Прояв цієї якості діагностується в легкості переходу від одного способу розв’язування до іншого, вмінні знаходити декілька способів розв’язування поставленої задачі.

Навчальний матеріал слід насичувати різними економічними задачами – *задачами лінійного програмування* (рис. 1.47), завданнями, пов’язаними з опрацюванням *статистичних вибірок* (рис. 1.45).

### ***Контрольні питання і завдання***

1. Із залишку тирсоплити у вигляді трапеції необхідно вирізати прямокутну кришку з максимальною площею. Як це зробити?

2. Із заготовки у вигляді трикутника вирізати паралелограм найбільшої площі так, щоб у паралелограма і трикутника був спільний кут.

3. Серед усіх прямокутників, вписаних в дане півколо, знайти прямокутник найбільшої площі.

4. З клаптиків тканини у вигляді кругів вирізати для аплікацій чотирикутники найбільшої площі. Як це зробити?

### **2.7. Дослідження властивостей функцій за допомогою GRAN1**

Дослідницька навчальна діяльність школяра стимулює розвиток креативних особистісних якостей, тому вчитель математики має не просто подати школяреві певний об'єм знань, а навчати його самостійно оволодівати знаннями, на основі міцних базових знань розвивати в учнів мислення, інтуїцію, уяву. Навчання повинне готувати учня до відкриття і не подавлювати в ньому ростки винахідливості.

Під пошуково-дослідницькою діяльністю учнів розглядаємо таку навчально-пізнавальну діяльність, яка спрямована на самостійне набуття суб'єктивно нових математичних знань на основі аналізу наявних даних, висування гіпотез та їх обґрунтування. У ході дослідницької діяльності удосконалюються дослідницькі уміння учнів. Під такими розумітимемо вміння прогнозувати кінцевий результат роботи, знаходити певні закономірності, досліджувати їх на основі висунутих гіпотез, перевіряти гіпотези, шукати шляхи їх обґрунтування, використовувати для дослідження ППЗ.

Лабораторні роботи з використанням GRAN краще виконувати на початку вивчення певної теми, оскільки GRAN в більшій мірі є засобом інструментального, ніж контролюючого характеру, і тому найбільш ефективний при ознайомленні з новим матеріалом та при розв'язуванні задач дослідницького характеру. Передувати лабораторній роботі може підготовка у формі виконання домашнього завдання, коли повторюється певний теоретичний матеріал, що використовуватиметься при виконанні роботи. Доцільно запропонувати аналітично розв'язати приклади, щоб в подальшому перевірити правильність розв'язку за допомогою ППЗ. Можна запропонувати учням самостійно скласти чи дібрати задачі для лабораторної роботи. Для виконання роботи варто забезпечити школярів роздрукованими інструкціями щодо ходу дослідження, можливо, зошитами з друкованою основою чи електронними, в яких є відведені місця для занесення результатів спостереження та знахідок. З електронних зошитів зручно здійснюються гіперпосилання на файли ППЗ.

Дослідження показали, що підсумовуючи результати графічних експериментів, виконаних за допомогою GRAN1, учні можуть складати інструкції, алгоритми, схеми, узагальнювати способи розв'язування за-



дач.

На заключному етапі роботи формулюються загальні твердження. Графічні експерименти за допомогою GRAN1 дають матеріал для емпіричних узагальнень, відповіді на питання «Як?». Для теоретичного узагальнення слід обґрунтувати «Чому?».

1. Розглянемо приклади завдань, при виконанні яких зручно виконати дослідження за допомогою GRAN1. Школярі можуть висунути гіпотези стосовно властивостей лінійної функції  $y=kx+b$  ( $y=P1*x+P2$ ), оберненої пропорційності  $y=k/x$  ( $y=P3/x$ ), квадратичної  $y=ax^2+bx+c$  ( $y=P4*x^2+P5*x+P6$ ), дробово-раціональної  $y=(ax+b)/(cx+d)$  (рис. 2.31). В дужках до кожної з функцій вказано об'єкт типу «Явний:  $Y=Y(x)$ » з аналітичним виразом. Для дробово-раціональної функції доцільніше досліджували об'єкт  $y(x)=P7+P8/(x+P9)$ , тобто попередньо виділити цілу частину. Саме у такому записі школярі зрозуміють зв'язок між параметрами, властивостями функції і розташуванням графіка функції.

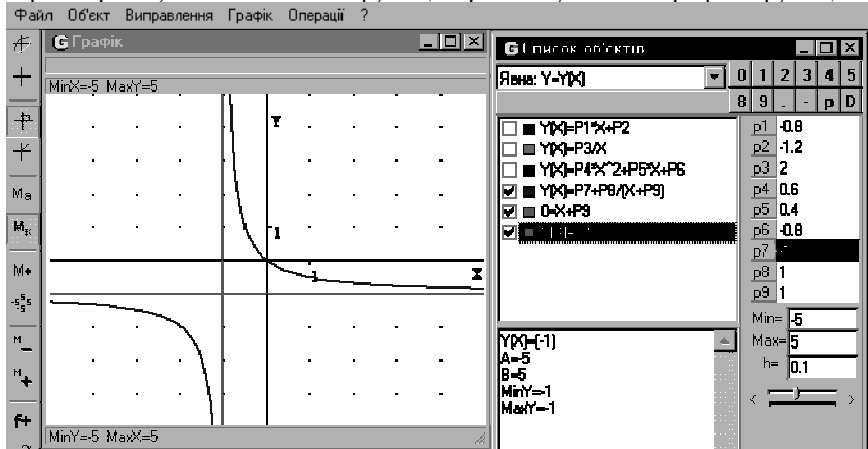


Рис. 2.31. Побудовано графік дробово-раціональної функції (GRAN1)

2. Детальніше зупинимося на переліку завдань для дослідження, які можна запропонувати школярам при вивченні *квадратичної функції*.

- Для функції  $y=ax^2$ ,  $a \neq 0$  необхідно створити об'єкт типу «Явна»  $y=p1*x^2$  ( $A=-10$ ,  $B=10$ ), встановити світловий курсор на параметр  $P1$  і плавно рухати бігунок параметра, наприклад, з кроком 0.1 від значення -5 до значення 5, спостерігаючи при цьому за зміною графіка функції. В результаті дослідження учні можуть відповісти на питання: Як коефіцієнт  $a$  впливає на напрям віток параболи? Для яких значень параметра функція досягає найбільшого (найменшого) значення? В якій точці досягається екстремальне значення?

- Дослідити, як будуть виглядати графік функції  $y=ax^2$ ,  $a \neq 0$ , якщо побудовано графік функції  $y=x^2$ ? Для дослідження створюють об'єкт  $y=p1*x^2$ ;

встановлюють значення параметра  $p_1$  рівним одиниці; використовуючи послугу *Об'єкт \ Нова функція з зафіксованими параметрами*, будують графік функції  $y=x^2$ . Змінюють значення параметра і фіксують нові функції для значень параметра  $-3, -2, -1, 2, 3$ . Заповнивши таблицю, учні зроблять висновки щодо перетворення графіка функції  $y=ax^2, a \neq 0$  залежно від параметра  $a$ .

- $y=ax^2+n, a \neq 0$ . Дослідити за допомогою GRAN1, як впливає значення коефіцієнта  $n$  на зміну графіка функції  $y=ax^2, a \neq 0$ . Для цього створюють об'єкт  $y=p_1*x^2+p_2$  і змінюють значення параметра  $p_2$ . Використовуючи послугу *Об'єкт \ Нова функція з зафіксованими параметрами*, будують кілька графіків для різних значень параметра  $n$ . Роблять висновок щодо перетворення графіка.

- $y=a(x-m)^2$ . Дослідити, як впливає коефіцієнт  $m$  на зміну графіка функції  $y=ax^2, a \neq 0$ ? Для дослідження необхідно створити об'єкт  $y=p_1*(x-p_3)^2$  і змінювати параметр  $p_3$ .

- $y=a(x-m)^2+n$ . На основі попередніх досліджень пояснити вплив коефіцієнтів  $n$  та  $m$  на розташування параболи.

- Для функції  $y=ax^2+bx+c$  дослідити вплив параметрів на розташування параболи (об'єкт-функція за формулою  $y=p_1*x^2+p_2*x+p_3$ ).

- Для квадратичної функції *експериментально встановити формулу абсциси вершини параболи*. З попереднього дослідження, учень має зробити висновок, що параметр  $P_3$  не впливає на зміну абсциси вершини параболи. Тому можна зафіксувати параметр  $P_3$ , а параметр  $P_2$  змінювати, наприклад, з кроком 2. Необхідно з'ясувати, як при цьому змінюється абсциса вершини. В подальшому змінюємо параметр  $P_1$  з кроком 2 при інших зафіксованих параметрах. Підсумовуючи результати дослідження, школяр встановлює, що абсцису вершини параболи можна знайти за формулою  $x_0 = -b/(2a)$ .

- З'ясувати, як залежить розташування параболи (перетинає вісь  $Ox$ , дотикається, не перетинає) від значення дискримінанта відповідного квадратного рівняння?  $D=(p_2)^2-4p_1p_3$ . Змінюючи значення коефіцієнтів  $p_1, p_2, p_3$ , необхідно обчислити дискримінант, використовуючи при цьому послугу *Калькулятор*. Обговорення результатів дослідження доцільно провести у формі інтерактивної вправи «Незавершене речення»: парабола перетинає вісь  $Ox$ , якщо ... ; дотикається до осі  $Ox$ , якщо ... ; не перетинає вісь  $Ox$ , якщо ... ; якщо дискримінант ..., то... .

- Попереднє дослідження можна поєднати з використанням послуги *Операції \ Нерівність*, щоб за допомогою ППЗ розв'язувати нерівності виду  $f(x)>0, f(x)<0$ . При цьому у вікно *Відповіді* заноситься результат розв'язування, а на осі абсцис розв'язки виділяються жирною лінією. Аналізуючи результати графічного експерименту, учень може самостійно заповнити таблицю розв'язування нерівностей другого степеня для функції  $f(x)=ax^2+bx+c$ .

- Щоб відновити графік функції  $f(x)=ax^2+bx+c$ , необхідно на

площині задати три точки, скласти систему із трьох рівнянь з трьома змінними та розв'язавши її, визначити невідомі коефіцієнти. Щоб виконати завдання за допомогою GRAN1, необхідно створити об'єкт *Функція задана таблично*. Точки можна вибрати, якщо вказати їх координати з екрана або з клавіатури. Для побудови параболи зазначають степінь многочлена 2. Потрібно з'ясувати, для якого розташування точок параболи не вдасться побудувати?

Доцільною для розвитку мислення школяра є вправа на визначення за графіком знака дискримінанта і знаків коефіцієнтів  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . Розглянуті дослідження властивостей функції залежно від значень коефіцієнтів є пропедевтикою розв'язування задач з параметрами.

3. Зміна значення коефіцієнта  $c$  у функції  $y=ax^2+bx+c$  спричинює переміщення параболи вздовж її осі  $x=-b/(2a)$ . Дослідити, *вздовж якої кривої рухатиметься вершина параболи*, якщо змінювати лише коефіцієнт  $a$ ?

Для цього створюють об'єкт  $y=p1*x^2+p2*x+p3$  і змінюють параметр  $p1$ , надаючи йому різних значень. Щоб встановити лінію, вздовж якої рухається вершина, потрібно залишати слід параболи на площині, тобто створювати об'єкти типу «явна» для різних значень параметра  $p1$ . Значно спрощує дослідження використання послуги *Об'єкт \ Нова функція з зафіксованими параметрами*. Рекомендуємо в ході дослідження заносити координати вершини параболи в таблицю. Їх можна отримати, підставивши значення параметрів у формули для координат вершини параболи. Простіше створити таблицю значень за допомогою GRAN1. Для цього обирають тип даних *Таблично*, створюють об'єкт-функцію, вказують з екрана вершини побудованих парабол та степінь многочлена, яким наближатимуть табличні дані. Оскільки крива нагадує пряму, то вибирають степінь многочлена 1 і будують цю пряму. Коли змінюється лише параметр  $a$ , траєкторія вершини описується лінійною функцією  $y=bx/2+c$  (рис.2.32).

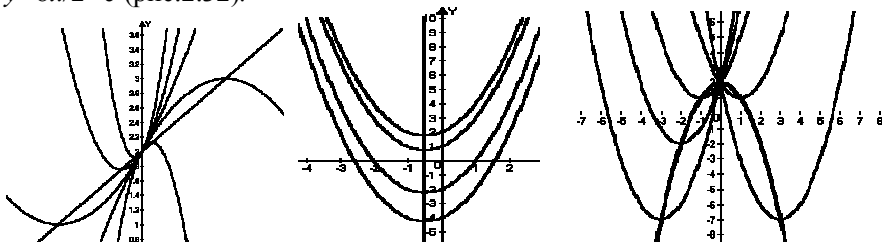


Рис. 2.32. Траєкторії руху вершини параболи Рис. 2.33

Якщо зафіксувати значення параметрів  $p1$  і  $p3$ , а змінювати коефіцієнт  $b$  ( $p2$ ), то встановимо, що вершина параболи буде рухатися вздовж іншої параболи, заданої рівнянням  $y=-ax^2+c$  (рис. 2.33).

4. Вивчаючи квадратичну функцію, доцільно запропонувати школярам дослідити *траєкторії польоту тіла, кинутого під кутом до горизонту*

нту (рис. 2.34).

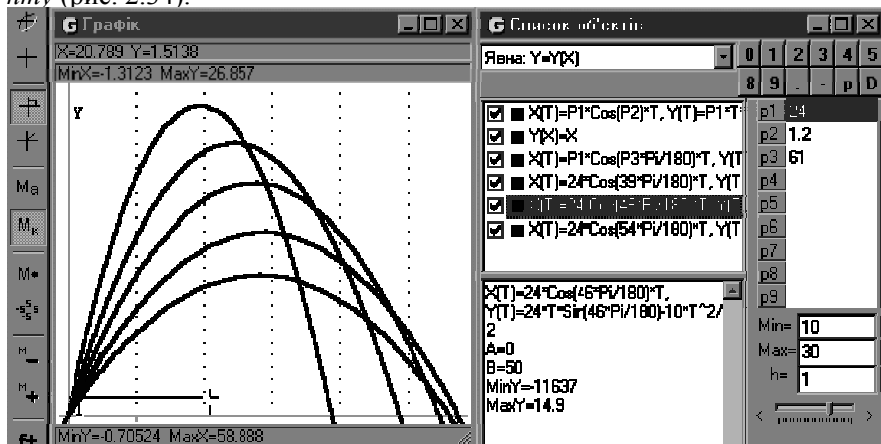


Рис. 2.34. Траєкторія польоту тіла, кинутого під кутом до горизонту

Задаємо параметрично функцію, за допомогою якої можемо визначити положення тіла над горизонтом у довільний момент часу:  $x=(V_0 \cos \alpha)t, y=(V_0 \sin \alpha)t - gt^2/2$ , будуємо графік і досліджуємо, змінюючи кут чи початкову швидкість. Спочатку виконаємо дослідження за допомогою ППЗ GRAN1. При цьому для радіанної міри кута необхідно створити об'єкти типу «параметрично» за формулами  $x(t)=P1*\text{Cos}(P2)*T, y(t)=P1*T*\text{Sin}(P2)-10*T^2/2$ . Рухаючи бігунок параметра спочатку для  $P1$ , а потім для  $P2$ , досліджують залежність дальності польоту і висоти підйому від початкового кута і початкової швидкості. У процесі дослідження встановлюють світловий курсор на функцію з параметром та використовують для створення траєкторій польоту послугу *Об'єкт \ Нова функція з зафіксованими параметрами*. Графіки, побудовані за допомогою GRAN, можна розрізнити за кольорами. В ході дослідження необхідно встановити, що найбільша дальність польоту досягається, коли початковий кут рівний  $45^\circ$ . Обґрунтовують результати дослідження властивостями квадратичної функції, заданої формулою  $y=x \tan \alpha - gx^2/(2v^2 \cos^2 \alpha)$ .

5. За допомогою програми GRAN1 учні краще засвоять *побудови графіків функцій через елементарні перетворення*, в тому числі, і перетворення з модулями: 1)  $-f(x)$ ; 2)  $f(-x)$ ; 3)  $|f(x)|$ ; 4)  $f(|x|)$ ; 5)  $f(x)+b$ ; 6)  $f(x+a)$ ; 7)  $af(x)$ ; 8)  $f(ax)$ ; 9)  $|f(|x|)|$ ; 10)  $\frac{1}{f(x)}$ ; 11)  $|y|=f(x)$ .

6. При вивченні тригонометричних функцій новим для них є поняття періодичності функції. Формула  $I = I_m \sin(\omega(t + \varphi))$ , яка виражає залежність між силою струму  $I$  та часом  $t$  у ланцюгу змінного струму. Пропонуємо школярам дослідити за допомогою GRAN1 об'єкт-функцію

$Y=P1*\sin(P2*(X+P3))$  і встановити зміст коефіцієнтів  $I_m$ ,  $\omega$ ,  $\varphi$  гармонічних коливань – амплітуди, частоти, початкової фази; з'ясувати, який з коефіцієнтів впливає на зміщення графіка функції вздовж осі  $Ox$ ; на період коливань, як саме визначається період.

7. Використовуючи ППЗ, школярі краще засвоять побудови ГМТ на площині, задані тригонометричними нерівностями з двома змінними. Щоб отримати заштриховані смуги, задані нерівністю  $\cos(y-x)>0$  (рис. 1.37), необхідно перейти від нерівності  $\cos(y-x)>0$  до подвійної нерівності

$$-\pi/2 + 2\pi n < y - x < \pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$$

$$x - \pi/2 + 2\pi n < y < x + \pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

8. Важко даються школярам побудови графіків складених функцій, що містять обернені тригонометричні функції. На диску пропонується добірка графіків функцій, що містять обернені тригонометричні. Разом з графіком функції  $y=\arccos((1-x^2)/(1+x^2))$  (рис. 2.35), доцільно побудувати в одній системі координат графік внутрішньої функції, горизонтальні асимптоти.

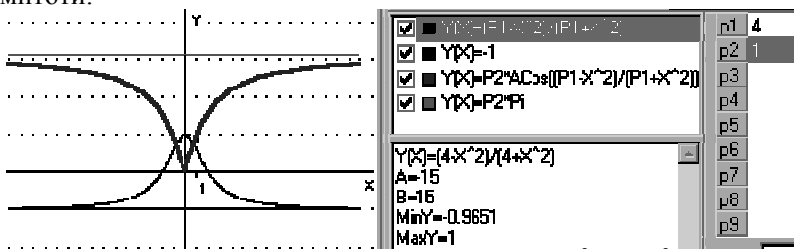


Рис. 2.35. Графік складеної функції  $y=k \arccos((1-x^2)/(1+x^2))$ , асимптота

Для побудови графіка функції  $y=\arcsin(\sin(x))$  важливо встановити період функції, непарність, записати аналітичні вирази, перевірити правильність запису, виконуючи побудову графіка за допомогою ППЗ. На завершення дослідження формулюють алгоритм побудови та здійснюють його перевірку для функції  $y=\arccos(\cos(x))$  чи  $y=\arctg(\tg(x))$ .

9. Задачі, які містять цілу і дробову частину числа, досить часто зустрічаються на олімпіадних змаганнях різних рівнів, є нестандартними і вимагають творчого підходу до розв'язування. Завдання по праву називають «шедеврами шкільної математики», тому доцільно розглянути їх на факультативних заняттях та спецкурсах математики [39; 41].

Дробове число можна подати у вигляді суми двох доданків, один з яких ціле число, а другий – невід'ємний правильний дріб. Нагадаємо, що ціла частина числа – це найбільше ціле число, що не перевищує дане. Дробова частина визначається як різниця між числом і його цілою частиною. З означення слідує, що дробова частина невід'ємна. Для будь-

якого  $x$  виконуються подвійні нерівності  $[x] \leq x \leq [x] + 1$ ,  $0 \leq \{x\} < 1$ .

Щоб побудувати за допомогою GRAN1 графіки функцій  $y = [x^2 - a|x|]$  і  $y = \{x^2 - a|x|\}$ , створюють для першої функції об'єкт явного виду задання  $y = INT(x^2 - P1 * ABS(x))$ . Для дробової частини на панелі введення даних нема зарезервованої кнопки, тому її потрібно ввести виходячи з означення:  $\{f(x)\} = f(x) - [f(x)]$ . Маємо  $y = x^2 - P1 * ABS(x) - INT(x^2 - P1 * ABS(x))$ .

Варто наголосити на тому, що навіть тоді, коли графік побудований за допомогою GRAN, для школярів залишається невирішеною проблема «виколотих» точок. Тому на графіках функцій, побудованих за допомогою GRAN-2D (рис. 2.36), позначки для «виколотих» точок проставлені вручну. Графіки розривних функцій потрібно будувати в режимі «за точками».

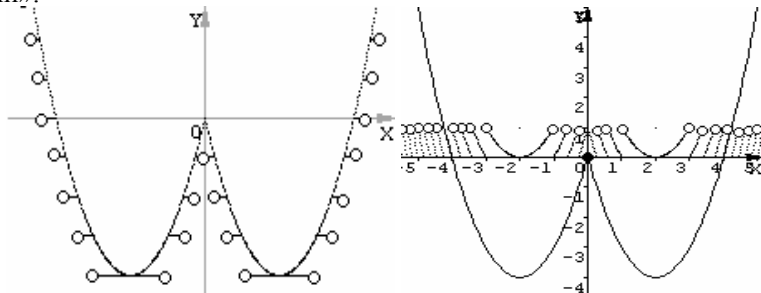


Рис. 2.36. Графіки функцій  $y = [x^2 - 4|x|]$ ,  $y = \{x^2 - 4|x|\}$  (GRAN-2D)

10. Вивчаючи похідну, корисно провести за допомогою GRAN дослідження, які допоможуть школяреві глибше усвідомити сутність цього поняття, з'ясувати геометричний зміст похідної, «відкрити» теореми про необхідну умову існування локального екстремуму; достатню умову монотонності функції; висунути гіпотези стосовно зв'язку, який існує між знаком другої похідної функції та опуклістю графіків функції. Комп'ютерні експерименти за допомогою GRAN1 можна виконати у двох режимах:

- 1) побудувати в одній системі координат графік функції і графік її першої похідної; графік функції і графік другої похідної;
- 2) провести дослідження за допомогою GRAN1, користуючись послугою *Операції. Похідна* (рис. 2.37).

Можна запропонувати школярам для дослідження функції:  $y = x^3$ ,  $y = x^4$ ,  $y = x^5$ ,  $y = |x|$ ,  $y = x^3 - 3x^2$ ,  $y = 3x^4 - 7x^3 + 3x - 7$ ,  $y = 0.25x^4 - 2x^2$ ,  $y = x - x^3$ ,  $y = x^2 - \ln(1+2x)$ ,  $y = x^2 - \ln(1-2x)$ . Розглянемо кубічний многочлен. Для дослідження за допомогою GRAN1 створюють об'єкти типу «явна»: для кубічного многочлена  $Y(X) = P1 * X^3 + P2 * X^2 + P3 * X + P4$ , для

першої та другої похідної відповідно  $Y'(X)=3*P1*X^2+2*P2*X+P3$ ,  $Y''(X)=6*P1*X+2*P2$ . В одній системі координат будуємо два графіки.

У ході лабораторної роботи в комп'ютерному класі чи евристичної бесіди на уроці школярі аналізують побудовані графіки, порівнюють проміжки монотонності функції та проміжки знакосталості першої похідної, проміжки опуклості графіків функцій та проміжки знакосталості другої похідної, співставляють нулі похідної та точки екстремумів, нулі другої похідної та точки перегину. Пропонуємо учням низку запитань і підводимо до формулювання необхідної та достатньої умов існування екстремуму, до складання алгоритму дослідження на монотонність та екстремуми, на опуклість графіків функцій та точки перегину графіків.

Досліджуючи функцію на монотонність та екстремуми, школярі заповнюють таблицю, у якій фіксують проміжки монотонності функції, точки екстремумів, екстремуми, проміжки знакосталості похідної, критичні точки (стаціонарні точки і точки з області визначення, в яких похідна не існує).

У процесі дослідження на опуклість графіків функцій заповнюють таблицю, в якій фіксують проміжки, на яких графік опуклий вгору, вниз, точки перегину, проміжки знакосталості другої похідної, нулі другої похідної.

Учням слід надавати диференційовану допомогу. Щоб простіше було аналізувати графічні образи, можна запропонувати підказки у вигляді незакінчених речень. Наведемо приклади таких речень.

- Якщо  $a$  – точка екстремуму, то похідна, якщо вона в цій точці існує, ...
- Якщо диференційовна функція зростає (спадає), то перша похідна ...
- Критична точка буде точкою максимуму (мінімуму), якщо ...
- Диференційовна функція зростає (спадає) тоді, коли похідна ...
- Якщо  $a$  – точка перегину, то друга похідна ...
- Якщо графік двічі диференційовної функції опуклий вгору (вниз), то друга похідна за умови, що вона існує, буде ...
- Точка  $a$  тоді буде точкою перегину, якщо ...
- Графік двічі диференційовної функції тоді опуклий вгору (вниз), якщо друга похідна ...

Провести дослідження на монотонність та екстремуми можна також з використанням послуги *Операції. Похідна \ Будувати дотичну*. Попередньо слід побудувати графік функції. Дотична до графіка функції  $f(x)$  проходить через точку  $(x_0, f(x_0))$ . Якщо абсцису точки дотику задати через параметр  $P5$ , то плавно змінюючи значення параметра, будемо рухати дотичну вздовж кривої (рис. 2.37). При цьому динамічно обчислюється похідна функції в кожній з розглянутих точок. Значення похідної можна фіксувати та заносити у відповіді. В точках екстремумів отримуємо нульові значення похідної.

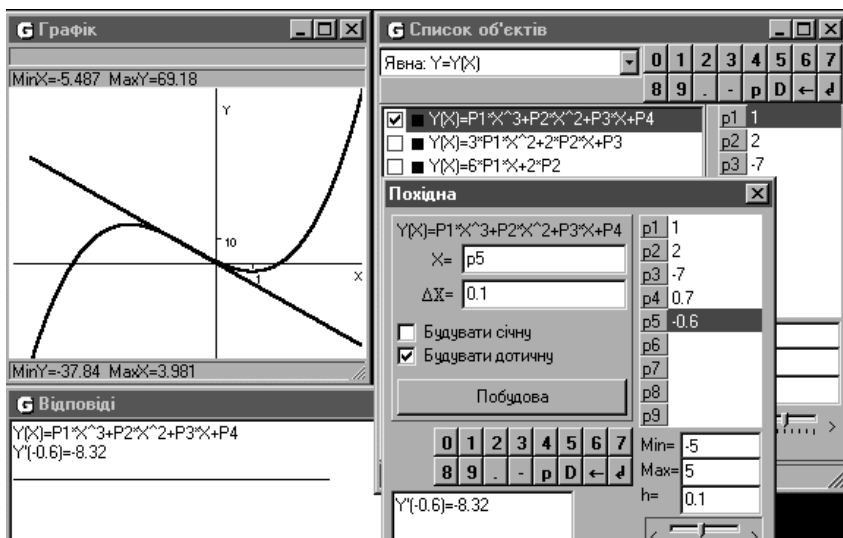


Рис. 2.37. Дотична рухається вздовж кривої (GRAN1)

Послугу *Обчислення \ Похідна* зручно застосовувати також при формуванні поняття приросту функції, границі функції в точці, поняття похідної, оскільки за допомогою GRAN1 можна будувати як дотичну, так і січну. Приріст аргументу потрібно плавно зменшувати через параметри. При цьому рухається і січна. Завдяки демонстраціям з використанням ППЗ школярі краще усвідомлюють поняття граничного переходу в означенні похідної функції. Не менш важлива зазначена послуга і при вивченні теми «Наближені обчислення з використанням похідної». З використанням ППЗ зручно продемонструвати зв'язок між приростом функції та диференціалом.

11. Розглянемо добірку завдань для вивчення властивостей логарифмічної функції за допомогою GRAN1 (рис. 2.38). До тематичного оцінювання учень повинен знати означення, властивості логарифмів, графік логарифмічної функції, будувати графіки за допомогою перетворень, застосовувати властивості функції до розв'язування рівнянь та нерівностей. На панелі введення даних виділено натуральні логарифми  $\ln(x)$ , десяткові  $\lg(x)$  та логарифми з довільною допустимою основою  $\log(p1, x)$ . В дужках на першому місці вказується основа, через кому вираз під знаком логарифма.

- На етапі мотивації доцільно навести школярам приклади залежностей, які виражаються через логарифмічну функцію. За формулами, що містять логарифмічні функції, визначають інтенсивність звуку, повну вартість продукції, виготовленої на фабриці; їх використовують при визначенні сили землетрусу (показники шкали Ріхтера), для встановлен-



ня об'єму легенів людини  $V(x) = \frac{110(\ln x - 2)}{x}$ , де  $x$  – вік людини в роках ( $x \in [10; 100]$ ) [53]. Графік функції *об'єму легенів людини* представлений на рис. 2.39. Для його побудови за допомогою GRAN1 на панелі введення даних набирають вираз  $Y = 110 * (\ln(x) - 2) / x$ .

- Об'єм легенів людини
- Обернена до показникової
- Виберіть графік логарифмічної
- Знайдіть число e!
- Порівняти зростання
- Елементарні перетворення графіків
- Властивості функцій
- Функції з модулями
- Найпростіші нерівності
- Знайти площу фігури

$$y = \lfloor \log_2(|x| - 3) - 1 \rfloor$$

$$y = \lfloor \log_2|x - 3| - 1 \rfloor$$

$$\log_2(13 - x) \leq 2x + 11$$

$$\log_{0.5}(2 - x^2 - y^2) \geq 0$$

$$\log_{|y|-x^2}(x^2 + y^2) \geq \log_{|y|-x^2} 4$$

$$ax^2 = \ln x$$

$$\ln x = ax$$

$$\log_{a+x}(ax - x^2) < \log_{a+x} x$$

$$\log_1/(a-x) \leq 1$$

$$\log_x(x-a) > 2$$

Рис. 2.38. Перелік завдань на диску до теми «Логарифмічна функція»

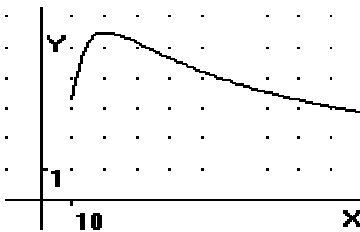


Рис. 2.39

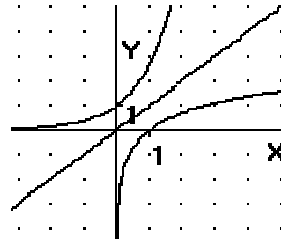


Рис. 2.40

■ Пропонуємо учням самостійно *знайти функцію, обернену до показникової*  $y = a^x$ , скориставшись відомим алгоритмом відшукування формули функції, оберненої до даної: встановити проміжки монотонності і з'ясувати, що показникова функція оборотна; розв'язати рівняння відносно змінної  $x$ ; поміняти позначення незалежної і залежної змінних. За допомогою GRAN1 можна розглянути невяно задані функціональні залежності  $y - P1^x = 0$  і  $x - P1^y = 0$ . Для параметра P1 зазначаємо межі зміни  $[0.1; 7]$  та крок зміни 0,1. Змінюємо основу, рухаючи за допомогою миші чи клавіш управління курсором  $\leftarrow$ ,  $\rightarrow$  бігунок параметра, і досліджуємо зміну графіків функцій. Графіки даних функцій симетричні відносно прямої  $y = x$  (рис. 2.40). В результаті дослідження школярі зможуть зробити висновки про залежність властивостей логарифмічної функції від основи логарифма і порівняти властивості логарифмічної функції з

властивостями показникової. Потрібно пояснити, що отримаємо при  $P1=1$  чи  $P1<0$ .

▪ Один із шляхів введення числа  $e$  ( $e=2.718281828\dots$ ) полягає в тому, що будують дотичну до графіка показникової функції  $y=a^x$  в точці  $x=0$  чи до графіка логарифмічної  $y=\log_a x$  в точці  $x=1$  і визначають кут, який вона утворює з додатнім напрямом осі  $Ox$ . Основу, при якій тангенс рівний одиниці (кут  $45^\circ$ ), позначають  $e$ . Завдання на визначення числа  $e$  зручно виконати за допомогою GRAN1. З цією метою створюють об'єкти  $y=P1^x$  і  $y=\text{Log}(P1,x)$  та зазначають межі зміни параметра  $P1$ ,  $P1 \in [2;3]$  і крок зміни  $h=0,1$ . Змінюємо основу і будуємо дотичні до графіків функцій у вказаних точках за допомогою послуги *Операції \ Похідна \ Дотична*. При цьому у вікні *Відповідь* отримуємо значення тангенса кута. Щоб визначити число  $e$  з більшою точністю, для  $P1$  зазначають межі зміни параметра  $P1 \in [2.7;2.8]$  зменшують крок зміни параметра до  $h=0,01$ .

▪ За допомогою GRAN1 доцільно провести дослідження, які дозволять порівняти швидкість зростання степеневих функцій  $y=x^\alpha$ ,  $\alpha > 0$ , показникової та логарифмічної функцій з основою, більшою одиниці, при  $x \rightarrow +\infty$ . З цією метою створюють об'єкти:  $Y(x)=x^P2$ ;  $Y(x)=(P1)^x$ ;  $Y(x)=\text{log}(P3,x)$ . Для кожного з параметрів задають область зміни і крок зміни:  $P1 \in (1;7)$ ,  $P2 \in (0,1;15)$ ,  $P3 \in (1;7)$ ,  $h=0,1$ . Потреба у виконанні запропонованих досліджень викликана труднощами, які часто виникають у школярів при побудові графіків функцій. Наприклад, при поглибленому вивченні математики, таких, як  $y=x^2 e^x$ ,  $y=x \ln^2(x)$ ,  $y=(x \ln(x))^{-1}$ . Для останньої функції найчастіше помилка допускається при обчисленні границі, коли  $x$  прямує до нуля справа. Підсумовуючи результати дослідження, школярі здійснюють емпіричне узагальнення, яке сприятиме глибшому усвідомленню теоретичного матеріалу, пов'язаному з обчисленнями границі функції, з відшукуванням горизонтальних та вертикальних асимптот графіків.

▪ Розглянемо, як можна подати з використанням GRAN1 побудови графіків функцій, що містять модулі:  $y = |\log_2(|x| - 3) - 1|$ ,  $y = |\log_2|x - 3| - 1|$  (рис. 2.41). Учні найчастіше допускають помилки при записуванні ланцюжка перетворень, оскільки плутають, що раніше потрібно будувати  $y = \log_2(x - 3)$  чи  $y = \log_2|x|$  і для якої з функцій? Запропонуємо для аналізу сім ланцюжків для побудови графіка першої функції і виберемо з них правильні. Для решти ланцюжків необхідно пояснити, які саме кроки здійснити неможливо.

Для функції  $y_3 = |\log_2(|x| - 3) - 1|$  проаналізуємо варіанти побудови:

$$1) y_1 = \log_2 x; y_2 = \log_2(x-3); y_3 = \log_2(x-3)-1, y_4 = |\log_2(x-3)-1|, y_5.$$

$$2) y_1; y_2 = \log_2(x-3); y_3 = \log_2(|x|-3), y_4 = \log_2(|x|-3)-1.$$

$$3) y_1, y_2 = \log_2 x - 1, y_3 = \log_2(x-3)-1, y_4 = |\log_2(x-3)-1|.$$

$$4) y_1, y_2 = \log_2 x - 1, y_3 = \log_2(x-3)-1, y_4 = \log_2(|x|-3)-1.$$

$$5) y_1, y_2 = |\log_2 x|, y_3 = |\log_2 x - 1|, y_4 = |\log_2(x-3)-1|, y_5.$$

$$6) y_1, y_2 = \log_2|x|, y_3 = \log_2(|x|-3), y_4 = \log_2(|x|-3)-1, y_5.$$

$$7) y_1, y_2 = \log_2|x|, y_3 = \log_2|x|-1, y_4 = \log_2(|x|-3)-1, y_5.$$

Обговорюємо з школярами, чому в 5-му і 6-му варіантах не можна здійснити перехід 2-3, а в 7-му перехід 3-4.

Для функції  $y = |\log_2|x-3|-1|$  складаємо ланцюжок перетворення графіка: 1)  $y_1 = \log_2 x$ , 2)  $y_2 = \log_2|x|$ , 3)  $y_3 = \log_2|x-3|$ , 4)  $y_4 = \log_2|x-3|-1$ , 5)  $y = |\log_2|x-3|-1|$ . Пропонуємо учням порівняти послідовність побудов для даної та розглянутої вище функцій і узагальнити алгоритми побудови, щоб в подальшому уникнути помилок, пов'язаних зі складанням ланцюжка перетворень. Для самостійної роботи можна рекомендувати розглянути функції  $y = |2\log_3(|x+3)-1|$  або  $y = |\log_{0,5}|x+2||$ .

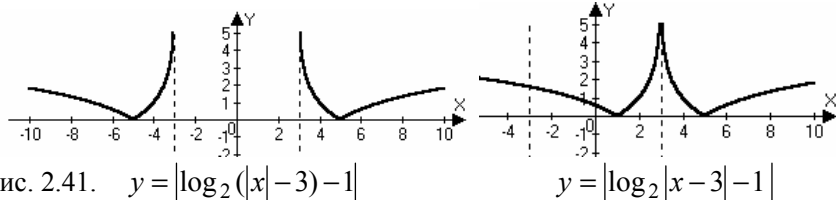


Рис. 2.41.  $y = |\log_2(|x|-3)-1|$   $y = |\log_2|x-3|-1|$

У презентації «Логарифмічна функція» на екрані послідовно з'являються після натискування довільної клавіші формули ланцюжка перетворень, підказка до питання про кількість розв'язків рівняння з параметром, запис функції у форматі ППЗ та малюнок.

Значну кількість помилок допускають школярі при розв'язуванні логарифмічних нерівностей, що мають змінну основу. Потрібно розглянути два випадки: а) основа більша одиниці, б) основа набуває значень від нуля до одиниці. Нерівність  $\log_{|y|-x^2}(x^2 + y^2) \geq \log_{|y|-x^2} 4$ , що має змінну основу, рівносильна сукупності двох систем:

$$\begin{cases} |y| - x^2 > 1, \\ x^2 + y^2 \geq 4, \end{cases} \quad \text{і} \quad \begin{cases} 0 < |y| - x^2 < 1, \\ 0 < x^2 + y^2 \leq 4. \end{cases}$$

Для побудови за допомогою GRAN1 створюємо об'єкт неявного ти-

пу задання  $0=G(x,y)$ :  $0=\log(ABS(y)-x^2, (x^2+y^2)/4)$  і використовуємо послугу *Операції. Нерівність*.  $G(x,y)>0$ .

### **Контрольні питання і завдання**

1. Проаналізувати можливості застосовування ППЗ з метою розвитку здібностей учнів генерувати ідеї, висувати гіпотези в умовах обмежених даних, прогнозувати розв'язування творчих задач, інтелектуально вбачати і висувати оригінальні підходи, методи.

2. Оцінити можливості засобів GRAN1, Алгебра, 7-9 клас, Алгебра, 10 клас для перевірки результатів розв'язування задачі, удосконалення учнями умінь знаходити власні помилки та причини їх появи.

3. Скласти за допомогою ППЗ рівняння дотичної до графіка функції  $y = \log_2(x) - \cos(x/20)$  у точці з абсцисою  $x_0 = 5$ .

4. Побудувати графіки функцій  $y = |2 \log_3(|x| + 3) - 1|$ ,  $y = |\log_{0.5}|x + 2||$ .

### **2.8. Розвиток креативності школярів за допомогою ейдографіки**

Ейдографіка – особливий різновид комп'ютерного моделювання за допомогою графіків рівнянь. Це своєрідний симбіоз математики, комп'ютера і мистецтва. Як зазначає С.П. Параскевич [45, 67], самостійне створення образів у техніці ейдографіки є продуктивною діяльністю і сприяє розвитку креативності учнів чи студентів завдяки інтегрованому поєднанню математичних та художньо-естетичних знань при посередництві комп'ютерного забезпечення; реальній можливості самовиразитися, створити щось нове, особистісно значуще; збагаченню навчального процесу позитивними емоціями; активізації навчально-пізнавальної діяльності.

Значно підвищує інтерес школярів до вивчення математики *дидактична гра*. Вплив її на школярів проявляється в тому, що гра вносить деякий елемент невизначеності, що збуджує, активізує розум, налаштовує на пошук оптимальних рішень. Використовуючи у навчанні дидактичну гру, вчитель може розвивати у школярів такі компоненти творчих якостей як фантазія, творча уява, образність мислення. Л.В. Тополя, М.Е. Марко<sup>1</sup> (с.18) виокремлюють наступні притаманні педагогічній грі риси: вільна розвиваюча діяльність, що починається за бажанням учня, заради задоволення від самого процесу діяльності, а не тільки від результату (процедурне задоволення); творчий, в певній мірі імпровізаційний, активний характер діяльності (поле творчості); емоційна піднесеність діяльності (емоційна напруга), що передбачає як суперництво, так і співпрацю в команді; змагання та ін.; наявність прямих чи непрямих правил, що відображають зміст гри, логічну і часову послідовність її розвитку. За характером педагогічного процесу виділяють такі групи гри: а) навчальні, тренувальні, контролюючі, узагальнюючі;

---

<sup>1</sup> Марко М. Е. Дидактичні ігри на уроках математики / Марко М. Е. – Ужгород : Авторський навчально-виховний комплекс, 2003. – 141 с.

б) пізнавальні, виховні, розвиваючі; в) репродуктивні, продуктивні, творчі та інші. Дидактична гра, що використовується як засіб розвитку пізнавальної активності школярів, є грою за готовими правилами.

У формі конкурсу художників-математиків рекомендують провести заняття побудови графіків функцій і автори посібника<sup>1</sup>. На уроці чи спецкурсі бажано об'єднати учнів у групи і кожній з них запропонувати системи рівнянь чи нерівностей, якими зашифровано малюнок. Переможе та команда, яка краще справиться з побудовою графіків, записаних на аркушах. Побудову можна здійснити як вручну, так і з використанням ПЗНП GRAN1. Виконуючи завдання, учні оперують поняттями області визначення і області значень функції.

При розшифровці рис. 2.42 у школярів можуть виникнути проблеми при побудові залежностей з модулями, а саме – «руки»  $y = 2||x| - 2| - 2$  та «рукавів»  $y \leq -2(|x| - 2)^2 + 3,5$ .

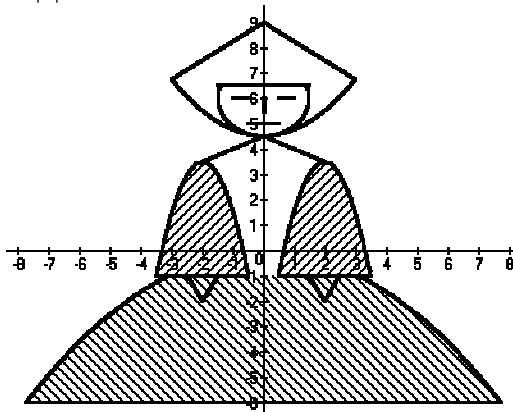


Рис. 2.42. ГМТ, побудовані за рівняннями чи нерівностями

Завдання з тренувального перейде в розряд розвиваючого, якщо запропонувати учням описати рівняннями малюнок, виконаний в координатній площині. При вивченні теми «Побудови графіків функцій за допомогою елементарних перетворень» актуальним буде творчий проект «Малюємо графіками функцій». Кінцевим продуктом в проекті стане колекція малюнків. Завдання для школярів будуть корисними у тому смислі, що закладають базу для усвідомлення практичного застосування матеріалу – опису графічних зображень за методом функціонального подання. Учням доступно вивчати предмет в ігровій формі. При цьому наявний елемент заохочення, ігровий ефект. Школярі мають можливість проявити нестандартний підхід, творчість, розкрити прихований потен-

<sup>1</sup> Скобелев Г. М. Математика в позаурочний час / Скобелев Г. М., Берман В. П. – К. : Радянська школа, 1973. – 160 с.

ціал дослідника.

В окремих учнів можуть виникнути проблеми при створенні малюнка для описування, а не лише при добиранні функцій. Простіше побудувати графік функції за готовою формулою. Інша справа, коли потрібно проаналізувати – графіки яких функцій (чи частини графіків) нагадують ті чи інші криві, дібрати формулу, з'ясувати вплив коефіцієнтів, можливо, зробити корекцію малюнка тощо. Тобто, виконання малюнків створює передумови формування не лише творчої уяви і фантазії, але й таких пізнавальних якостей, як уміння аналізувати, синтезувати, креативної якості – здібності до формування залежності.

За допомогою GRAN1 можна не тільки побудувати графіки функції, але й наближати криві графіками многочленів від першого до сьомого степеня включно. Для цього обирають в GRAN1 тип залежності «Таблична», створюють об'єкт *Таблиця*, зазначають степінь многочлена, будують графік. Звернемо увагу на можливість добору коефіцієнтів, наприклад, квадратичної функції, через зміну параметрів у формулі  $y=ax^2+bx+c$ . В GRAN1 для цього створюють об'єкт  $y = P1 * x^2 + P2 * x + P3$ , де  $P1, P2, P3$  – коефіцієнти, які можна змінювати, якщо рухати бігунок параметра. Більша затрата часу при такому доборі функції компенсується тим, що учні глибше усвідомлюють зміст параметрів.

Завдання на створення малюнків можна ускладнити виставленням вимоги: для описування кривих, що мають вертикальну вісь симетрії задіяти перетворення  $y=f(|x|)$ , з горизонтальною віссю – перетворення  $|y|=f(x)$ . Учням, які поглиблено вивчають математику, можна запропонувати задіяти функції, які містять цілу та дробову частину числа. Наприклад, «рівняння трави» задається формулою періодичної функції  $y=k\{x\}+b$ . За допомогою GRAN1 для цього створюють об'єкт явного типу завдання  $y = k * (x - \text{int}(x)) + b$ . Дробова частина представлена як різниця між числом та його цілою частиною. Для розфарбовування частин малюнка учні будують ГМТ, задані відповідними нерівностями і перевіряють правильність виконання за допомогою програмного засобу.

Доступні для побудови у 9-му класі при поглибленому вивченні математики рис. 2.43–2.45. Малюнок «Котик» (рис. 2.43) описано поданими нижче рівняннями та нерівностями у форматі для Advanced Grapher (<http://www.serpik.net/agrapher/agrapher.zip>).

Об'єкти явного виду завдання:

- 1)  $y=x*x/4, x \in [-6,5; 6,5]$ ;
- 2)  $y=10, x \in [-5;-3]$ ;
- 3)  $y=2, x \in [-1; 1]$ ;
- 4)  $y=9, x \in [-4;-2]$ ;
- 5)  $y=9, x \in [2; 4]$ ;
- 6)  $y=x*x+1, x \in [-1;1]$ ;
- 7)  $y=-0.25*x^2+abs(x)+3$ ,
- 8)  $y=-0.35*x^2+abs(x)+3, x \in [-3; 3]$ ;
- 9)  $y=-0.5*x^2+abs(x)+3, x \in [-2,5; 2,5]$ .

Об'єкти неявного виду завдання  $f(x,y)=0, f(x,y)<0, f(x,y)>0$ :

- 1)  $y + \text{abs}(\text{abs}(x)^2 - 8) - 15 = 0, x \in [-10; 10]; y \in [10; 15];$
- 2)  $y + \text{abs}(\text{abs}(x)^2 - 8) - 12 < 0, x \in [-10; 10]; y \in [10; 12];$
- 3)  $y + 7 * \text{abs}(x) - 7 < 0, x \in [-10; 10]; y \in [5; 7];$
- 4)  $(\text{abs}(x) - 3)^2 + (y - 8)^2 - 0.5 = 0$
- 5)  $(\text{abs}(x) - 3)^2 + (y - 8)^2 - 0.05 < 0$
- 6)  $y + 2 * x^2 - 1.5 < 0, x \in [-10; 10]; y \in [1; 2].$

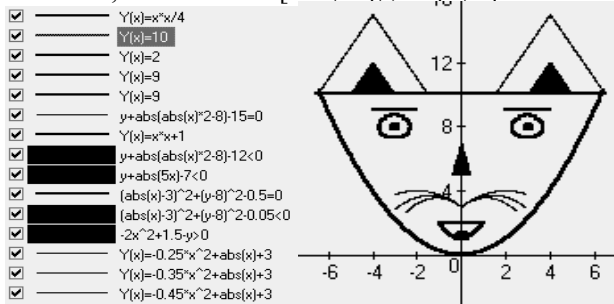


Рис. 2.43. Малюнок «Котик» виконано за допомогою Advanced Grapher

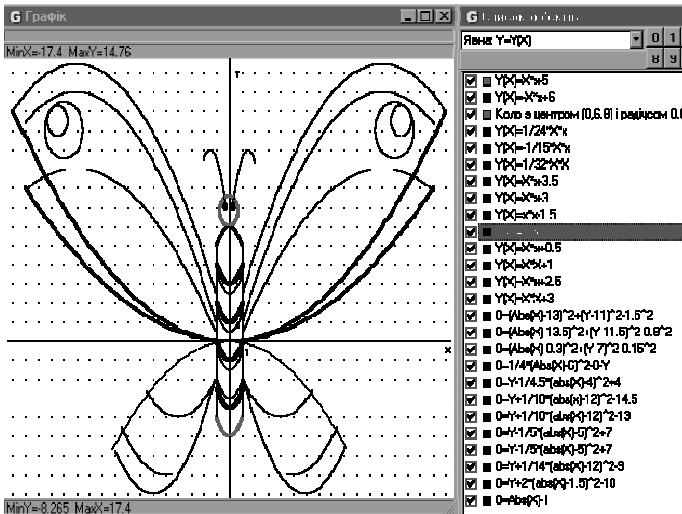


Рис. 2.44. Метелик. Справа подано перелік об'єктів у форматі GRAN1

При побудові ГМТ, заданих рівняннями, враховують особливості. Наприклад, графік функції  $y = -\text{abs}(\text{abs}(x)^2 - 8) + 15$  потрібно будувати двічі, оскільки за один раз умову області визначення функції  $1.5 < |x| < 6.5$  подати не можна. Якщо ж для побудови ГМТ створити об'єкт неявного типу задання, то побудову можна здійснити за один раз, оскільки при створенні вказують як відрізки для  $x$ , так і для  $y$ . У побудовах використано лінійну, квадратичну функції, функції з модулями, задієне також рівняння кола. Якщо малюнок виконувати за допомогою Advanced Gra-

рher, то можна зберегти у файлі заштриховані ГМТ, задані нерівностями. Щоб побудувати ГМТ, заданих нестрогою нерівністю, слід створити два об'єкти – графік рівняння та ГМТ, задане строгою нерівністю. Зменшити кількість об'єктів у переліку можна, якщо розглянути перетворення з модулем.

Користуючись ППЗ для побудови графіків, учень може розглядати відомі йому функції, будувати графіки їх композицій. Важливо, щоб змодельовавши візерунки, школярі проаналізували, як побудовано графіки, з'ясували вплив параметрів, від несвідомого перейшли до свідомого, щоб отримати підґрунтя для нових творчих актів.

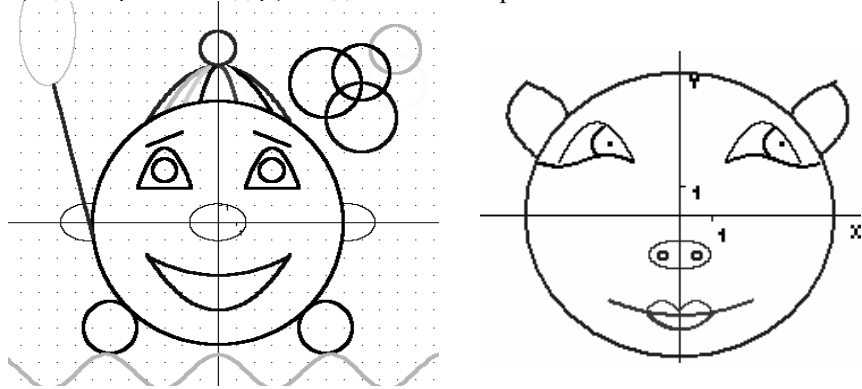


Рис. 2.45. Рисунки виконано з використанням ППЗ GRAN1

Починаючи вивчення *декартових координат*, доцільно запропонувати учням створити колекцію малюнків «У світі тварин», «Квіти мого міста» та інші. Мета гри – розвивати фантазію учнів, формувати естетичні якості школярів. Пропонуємо завдання відтворити на площині ланцюжок, заданий парами чисел, за яким приховано зображення якоїсь фігури, тварини тощо (рис. 2.46). Вдома бажано підготувати загадку для друзів: побудувати малюнок, описати його координатами. Зазначені завдання можна виконувати як вручну, так і з використанням ППЗ GRAN. Для цього необхідно створювати об'єкти типу *Ламана*. Щоб частину площини, обмеженої ламаною, можна було розфарбувати, необхідно побудувати за допомогою GRAN-2D замкнену ламану.

Вивчаючи тему «*Круг та його частини*», учні можуть створити колекцію малюнків, в яких приховані дані геометричні фігури (рис. 2.47). Маючи необмежений час для виконання домашнього завдання, можливість дібрати в літературі потрібний матеріал, порадитися з друзями, учні, створюючи малюнки, можуть самовиразитися. Щоб зробити малюнок яскравим, привабливим, його можна розфарбувати різними кольорами.

Для побудови фігур, обчислення периметра чи площі можна застосувати ППЗ GRAN-2D. Зменшивши у налаштуваннях програми кількість



значущих цифр для розрахунків, учні можуть оцінювати похибку наближених обчислень.

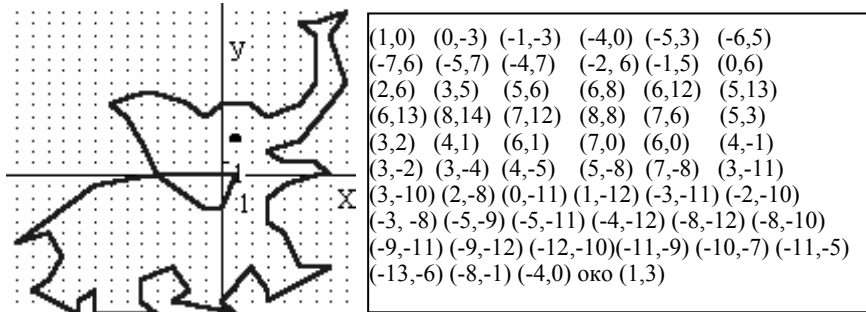


Рис. 2.46. Веселе слоненя. GRAN1, Об'єкт ламана, дані подано в рядках

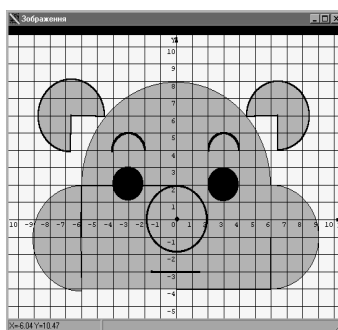
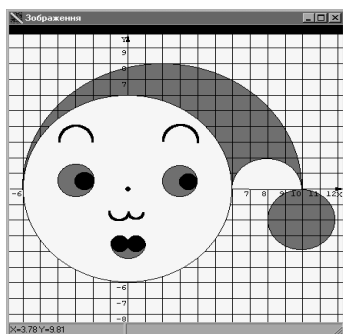


Рис. 2.47. Побудовано з використанням послуг ППЗ GRAN-2D

### Контрольні питання і завдання

1. Порівняти, як будують графіки функціональних залежностей з використанням ППЗ «Алгебра, 7-9 клас» і ППЗ GRAN1. Звернути увагу на можливість введення обмеження на незалежні та залежні змінні.

2. Побудувати малюнок на папері вручну, описати криві функціональними залежностями. Для корекції складених формул, області визначення функції скористатися побудовою графіків з використанням ППЗ GRAN1 чи GRAN-2D.

3. Розробити ланцюжок пар чисел, побудувавши які на площині, отримаємо зображення певної фігури, тварини тощо.

### 2.9. Розв'язування задач з параметрами графічними прийомами

Через систему вправ, що пропонуються школярам при поглибленому вивченні математики, червоною ниткою проходять задачі з параметрами – дослідницькі мініатюри, які сприяють розвитку інтелектуально-логічних здібностей учня та формують його математичну культуру. Оскільки задачі вимагають ретельного аналізу та всебічного дослідження умов, то їх розв'язування відкриває перед школярами значну кіль-

кість евристичних прийомів загального характеру, які цінні для математичного розвитку особистості і застосовні в дослідженнях чи в будь-якому іншому математичному матеріалі. Теоретичне вивчення багатьох фізичних процесів приводить до більш чи менш складних рівнянь та нерівностей, що містять параметри, і необхідною частиною їх розв'язування є дослідження характеру процесу залежно від значень параметра.

Автори посібників [35], [49] виокремлюють як аналітичні, так і графічні прийоми розв'язування основних типів задач, широко використовують в дослідженнях такі властивості функцій, як область визначення, монотонність, парність, періодичність, оборотність, наявність точок екстремумів тощо. Графічні прийоми передбачають побудови образів як на координатній площині  $(x,y)$ , так і на площині  $(x,a)$ . В значній кількості задач застосовуються методи паралельного перенесення, повороту, гомотетії, стискування до прямої.

Параметри у функціональній залежності для дослідження за допомогою GRAN-2D вводять як абсциси чи ординати деяких точок, що можуть рухатися вздовж певних кривих, змінюватися в певних межах. В комп'ютерних експериментах для задач з параметрами використовуються графічні прийоми розв'язування задач.

Параметр має двоїсту природу – з одного боку це фіксоване, але невідоме число, а з іншого – змінна, оскільки розглядаємо задачу для всіх допустимих значень параметра. Двоїста природа параметра обумовлює два основні методи розв'язування – аналітичний та графічний. Щоб не допустити помилок у ході міркувань, по можливості їх поєднують.

Залежно від того, яка роль параметру відводиться в задачі (нерівноправна чи рівноправна зі змінною), можна відповідно виділити два основних графічних прийоми – побудова графічного образу на координатній площині  $(x;y)$  або на площині  $(x;a)$ . У першому випадку розглядають параметричну сім'ю кривих, що залежить від параметра  $a$ . Змінюючи параметр, відстежують зміни графіків, фіксують контрольні значення параметрів, розбивають множину допустимих значень параметра на підмножини і розв'язують для кожної з утворених підмножин. Під час побудови графічного образу на площині  $(x,a)$  згідно з [35] встановлюють ОДЗ змінної, а також ОДЗ параметрів; виражають параметр  $a$  як функцію від  $x$ ; перетинають отриманий графік прямими, перпендикулярними до параметричної осі і записують результати згідно з умовою. При використанні GRAN1 виражати параметр явно не потрібно. Досить вибрати тип *Функція задана неявно*. Крім того, щоб заштрихувати ГМТ на площині, функцію потрібно подати як неявну  $y-f(x)=0$ .

1. *Щоб знайти при яких значеннях параметра  $a$  рівняння  $x^2-2ax+a+1=0$  і  $x^2+ax-a-1=0$  мають хоча б один спільний корінь, традиційно користуються аналітичним методом. Нехай  $x=a$  – спільний корінь даних рівнянь. Матимуть місце тотожності:  $a^2-2aa+a+1=0$ ,*

$a^2+aa-a-1=0$ . Відніmemo від першої рівності другу:  $-3aa+2a+2=0$ ;  $3aa=2a+2$ ;  $a=(2a+2)/(3a)$ . Якщо  $a=0$ , то рівняння дійсних спільних коренів не мають. Тому  $3a \neq 0$ . Підставляємо знайдене значення  $a$  в перше рівняння:

$$\left(\frac{2a+2}{3a}\right)^2 - 2a\frac{2a+2}{3a} + a + 1 = 0 \qquad (a-2)(3a^2+5a+2) = 0.$$

$$3a^3 - a^2 - 8a - 4 = 0$$

Отримаємо розв'язки:  $a_1 = -1$ ;  $a_2 = -\frac{2}{3}$ ;  $a_3 = 2$ . Оскільки значення параметра  $a$  знайдено припускаючи, що дані рівняння мають спільний корінь, то необхідно виконати перевірку.

Розглянемо, які дані можна отримати за допомогою GRAN1. Для цього побудуємо в системі координат  $(x, a)$  (рис. 2.48) графічні образи рівнянь, позначивши параметр через  $y$ . Створюємо за допомогою GRAN1 об'єкти неявного типу задання  $0=G(x, y)$ :  $0 = x^2 - 2 * y * x + y + 1$ ;

$0 = x^2 + y * x - y - 1$ . Використовуючи послугу *Координати точки*, знаходимо ординати точок перетину графіків:  $-1$ ;  $2$ ;  $\approx -0,67$ . При таких значеннях параметра рівняння мають спільний корінь. Графічним образом другого рівняння є прямі  $x=1$  та  $x=-a-1$ . Користуючись графіками, учень має можливість з'ясувати, наприклад, при якому значенні параметра спільний корінь рівний одиниці, скільки розв'язків може мати кожне з рівнянь?

З іншого боку, за допомогою GRAN1 можна побудувати параболи за формулами  $y=x^2-2ax+a+1$  і  $y=x^2+ax-a-1$ , створивши для цього об'єкти явного типу задання  $y = x^2 - 2 * P1 * x + P1 + 1$ ;

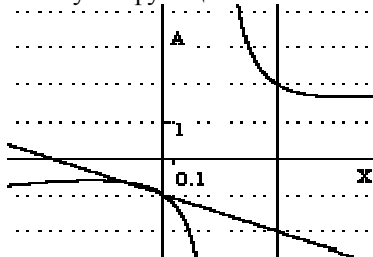


Рис. 2.48. Координати  $(x, a)$

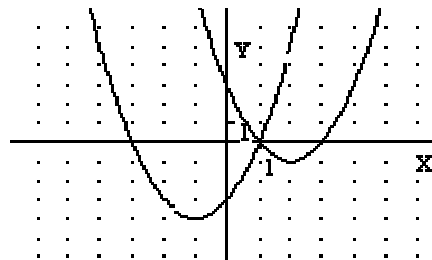


Рис. 2.49. Координати  $(x, y)$

Для відшукування розв'язків нерівностей  $f(x) \geq 0$ ,  $f(x) > 0$ ,  $f(x) < 0$ ,  $f(x) \leq 0$ , спочатку будують графік рівняння  $f(x)=0$ . Для цього створюють об'єкти

явного  $y=f(x)$  чи неявного виду задання  $G(x,y)=0$ , а потім використовують послугу *Розв'язати нерівність*.

2. Щоб з'ясувати, скільки розгалужень отримаємо при розв'язуванні нерівності  $x^2(4-a) > x^2(x^2-2a) + 4a$  залежно від параметра  $a$ , створимо об'єкт  $x^2 * (4 - Y) - x^2 * (x^2 - 2 * Y) - 4 * Y = 0$ . Заштриховане з використанням GRAN1 ГМТ (рис. 2.50), що задовольняє нерівність, перетинаємо горизонтальними прямими, перпендикулярними до осі параметра.

Абсиси спільних точок дадуть розв'язки нерівності. Записуючи їх, враховуємо, що нерівність строга:

якщо  $a < 0$ , то  $x \in (-2; 2)$ ; якщо  $0 \leq a < 4$ , то  $x \in (-\sqrt{a}; -2) \cup (\sqrt{a}; 2)$ ;

для  $a=4$  нема розв'язків; при  $a > 4$   $x \in (-\sqrt{a}; -2) \cup (2; \sqrt{a})$ .

На основі графічного образу складаємо нові задачі: дослідити, при яких значеннях параметра множині розв'язків належить відрізок  $[3; 4]$ ; коли отримаємо розв'язки, що містять не менше шести цілих чисел та інші.

3. За допомогою GRAN1 учні встановлять, що при значеннях параметра  $a \geq 1$  нерівність  $a4^x - 4 \cdot 2^x + 3a + 1 \geq 0$  виконується для всіх дійсних  $x$  (рис. 2.50). Для дослідження створюють об'єкт типу  $G(x,y)$  за формулою  $0 = y * 4^x - 4 * 2^x + 3 * y + 1$  (параметр позначили через  $y$ ) і використовують послугу *Розв'язати нерівність  $G(x,y) > 0$* . Побудову виконано в координатній площині  $(x,a)$ .

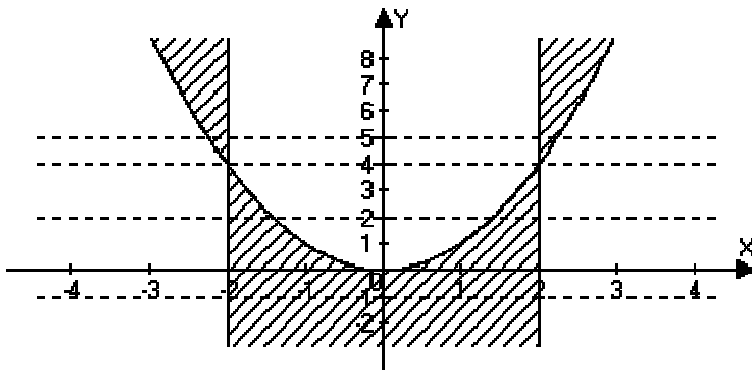


Рис. 2.50. ГМТ, що задовольняють нерівність  $x^2(4-a) > x^2(x^2-2a) + 4a$

Заштриховане з використанням GRAN1 ГМТ, що задовольняє нерівність, перетинаємо горизонтальними прямими, перпендикулярними до осі параметра. При різних значеннях  $a$  прямі або не перетинають заштриховану область, або перетинають її вздовж відрізків. Абсиси спільних точок дадуть розв'язки нерівності.

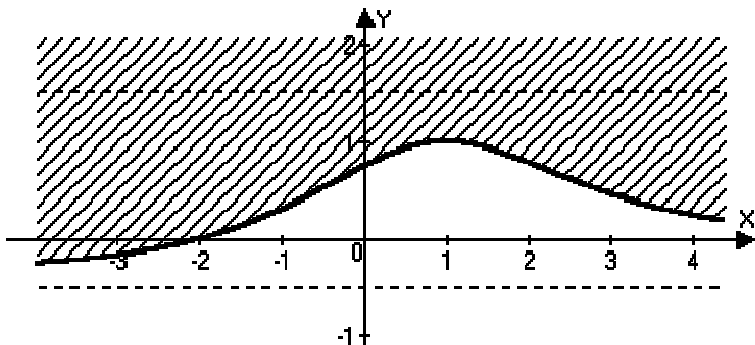


Рис. 2.51. ГМТ, побудоване в координатах  $(x, a)$

Важливо спонукати школярів створити власні задачі за побудованим ГМТ, поставити питання та відповісти на них. Наприклад, дослідити, коли нерівність не має розв'язків; розв'язки записуються через об'єднання двох інтервалів; при яких значеннях параметра множині розв'язків належить відрізок  $[-1; 2]$ ; коли отримаємо розв'язки, що містять цілі числа більші шести та інші? Вміння аналізувати графічні образи допоможе в подальшому швидше шукати ефективні методи розв'язування задач. Крім того, завдяки складанню чим більшої кількості задач за певний час на основі одного і того ж ГМТ, розвиватимемо таку компоненту дивергентного мислення як продуктивність.

Якщо нерівність переписати у вигляді  $a(4^x + 3) \geq 4 \cdot 2^x - 1$ , і врахувати, що  $4^x + 3 > 0$ , то обґрунтування зведеться до знаходження найбільшого значення функції  $f(x) = (4 \cdot 2^x - 1) / (4^x + 3)$ . Виконують заміну  $2^x = t$  і досліджують функцію  $g(t) = (4 \cdot t - 1) / (t^2 + 3)$  за допомогою похідної для додатних  $t$ .  $g'(t) = -4(t-2)(t+1.5) / (t^2 + 3)^2$ . З урахуванням  $t > 0$ , отримуємо, що  $g'(t) = 0$  при  $t = 2$ . Для  $t > 2$   $g'(t) < 0$  і функція спадає, при  $t < 2$   $g'(t) > 0$  – функція зростає. В точці  $t = 2$  функція  $g(t)$  досягає свого найбільшого значення, тоді функція  $f(x)$  досягає свого найбільшого значення в точці  $x = 1$ . Знаходимо, що  $f(1) = 1$ . Отже, дана нерівність виконується для всіх  $a \geq 1$ . Доцільно звернути увагу школярів на те, що на рис. 2.51 побудовано графік функції  $f(x)$  та заштриховане ГМТ, заданих нерівністю  $y \geq f(x)$ . Оскільки встановлено проміжки монотонності для функції  $g(t)$ , точки екстремумів та екстремуми, то враховуючи властивості функції  $y = 2^x$ , нескладно вручну побудувати ескіз графіка функції  $f(x)$ . Для побудови необхідно обчислити границю функції  $f(x)$  на нескінченності: при  $x \rightarrow -\infty$  отримуємо, що  $f(x) \rightarrow -1/3$ ; для  $x \rightarrow +\infty$  маємо, що  $f(x) \rightarrow 0$ .

Щоб розвивати гнучкість мислення школяра, корисно розв'язувати одну і ту ж задачу різними методами. Так, попередню нерівність заміною змінної  $t = 2^x$  можна звести до квадратної нерівності  $at^2 - 4t + 3a + 1 \geq 0$ , де  $t > 0$  і досліджувати квадратний тричлен  $at^2 - 4t + 3a + 1$ . Якщо застосовувати GRAN1, то необхідно створити об'єкт явного типу задання за

формулою  $y=P1*x^2-4*x+3*P1+1$  і побудувати графік на координатній площині  $(x,y)$ . У формулах для GRAN1 можна використовувати лише змінні  $x$ ,  $y$  і параметри  $p$  з індексами. Змінюємо значення параметра рухаючи бігунок, що розташований під списком об'єктів (функцій). У ході дослідження школярі зможуть зафіксувати чотири різних положення параболы, що є важливими для відшукування розв'язків (перший для  $a<0$ , наступні для  $a>0$  – парабола не перетинає вісь  $Ox$ , дотикається, перетинає у двох точках). Очевидно, що від'ємні  $a$  умову нерівності не задовольняють, бо в цьому разі над віссю абсцис може бути розташованою лише частина параболы. Тобто нерівність буде виконуватися не для всіх дійсних  $x$ . Для нульового значення параметра отримаємо лінійну нерівність, розв'язки якої утворюють підмножину множини додатних чисел. Для додатних  $a$  вітки параболы напрямлені вгору. Враховуючи знак нерівності (« $\geq$ »), умову завдання задовольняють ті значення параметрів, коли парабола розташована над віссю абсцис чи дотикається до неї, тобто дискримінант  $-3a^2-a+4$  відповідного квадратного рівняння недодатний, значення параметра при цьому  $a$  не менші одиниці.

4. Нерівності  $\sqrt{x+a} > x+1$ ,  $\log_{1/x}(a-x) < 1$  можна розв'язувати як аналітичними, так і графічними методами. Для першої нерівності необхідні побудови показані на рис. 2.52. При виконанні побудови за допомогою GRAN1 на площині  $(x,a)$  створюють об'єкти неявного типу задання. Для цього набирають на панелі введення даних для першої нерівності вираз  $SQRT(x+y)-x-1$ , для другої  $\log(1/x, y-x)-1$  та використовують послугу *Розв'язати нерівність*  $G(x,y)>0$  для першої нерівності чи  $G(x,y)<0$  для другої. При цьому світловий курсор у списку об'єктів має бути встановленим на об'єкт неявного типу. Щоб записати розв'язки нерівності, проводять прямі  $a=const$  (об'єкт явного типу задання  $y=P1$ ), які перпендикулярні до осі параметра. Для фіксації прямих при різних значеннях параметра P1, світловий курсор у списку об'єктів необхідно встановити на функцію  $y=P1$  і використати послугу *Об'єкт \ Нова функція з зафіксованими параметрами*. Абсциси точок перетину є розв'язками нерівності. Отримаємо розв'язки: якщо  $a \leq 0.75$ , то  $\emptyset$ ; для  $0.75 < a \leq 1$  маємо  $x \in (x_1, x_2)$ ; якщо  $a > 1$ , то  $x \in (-a; x_2)$ .

Щоб знайти аналітичні вирази для  $x_1$  та  $x_2$ , переходимо від нерівності до рівносильної сукупності систем: 
$$\begin{cases} x+1 < 0, \\ x+a \geq 0; \end{cases} \text{ або } \begin{cases} x+1 \geq 0, \\ x+a > (x+1)^2. \end{cases}$$

З другої системи маємо, що  $a > x^2+x+1$ . Графіком функції  $a(x)=x^2+x+1$  є парабола, вітки якої напрямлені вгору, найменше значення  $0.75$  досягається у вершині  $x=-0.5$ . Нехай  $x_1$  – менший корінь рівняння  $a=x^2+x+1$ ,  $x_2$  – більший.

Для  $a \geq 0.75$  отримаємо, що  $x_1 = 0,5(-1 - \sqrt{4a-3})$ ,



«півпарабола» розташована нижче прямої і розв'язків нерівність не має; 2) при  $a=0.75$  парабола дотикається до прямої; 3) для  $0.75 < a \leq 1$  розв'язками будуть  $x \in (x_1, x_2)$ , де  $x_1$  та  $x_2$  – абсциси точок перетину прямої та «півпараболи» ( $x_1 < x_2$ ); 4) при  $a > 1$ , парабола перетинає пряму в одній точці і тоді  $x \in (-a; x_2)$ . Вирази для  $x_1$  та  $x_2$  подані вище.

Якщо у початковій нерівності виконати заміну  $x+a=t$ , то перейдемо до нерухокої параболи  $y = \sqrt{t}$  та прямої  $y=t+1-a$ , що рухається вздовж осі  $Oy$ . Завдяки застосуванню ППЗ учні краще усвідомлять, як здійснюється паралельне перенесення кривої вздовж осі координат і відбувається фіксація контрольних значень параметра, що сприятиме в подальшому кращому виконанню цих дій мисленно.

5. В класах з поглибленим вивченням математики доцільно запропонувати учням розв'язати логарифмічну нерівність з параметром та змінною основою. Наприклад, *розв'язати залежно від параметра  $a$  нерівність  $\log_{1/x}(a-x) \leq 1$* . Здійснимо побудову графічного образу нерівності в координатній площині  $(x, a)$ . Вздовж осі абсцис відкладемо значення змінної  $x$ , вздовж осі ординат – значення параметра  $a$ . Для побудови ГМТ за допомогою GRAN1 не потрібно виражати параметр, досить обрати тип «неявно задана функція», позначивши при цьому параметр через  $y$ :  $\log(1/x, y-x) - 1 = 0$ . Побудувавши образ рівняння, використовують послугу *Розв'язати нерівність  $G(x,y) < 0$* . Заштриховане ГМТ перетинають прямими  $y=const$  ( $Y=P1$ ), перпендикулярними до осі параметрів. Для різних значень параметра прямі або не перетинають заштриховану область, або перетинають її вздовж відрізків. Абсциси точок цих відрізків є розв'язками даної нерівності: 1) якщо  $a \leq 0$ , то нема розв'язків; 2) якщо  $0 < a \leq 1$ , то  $x \in (0, a)$ ; 3) якщо  $1 < a \leq 2$ , то  $x \in (0, 1)$ ; 4) при  $a > 2$ ,  $x \in (0; x_1) \cup (1; x_2)$ , де  $x_1, x_2$  – корені рівняння  $x + 1/x = a$ .

Дана нерівність рівносильна сукупності двох систем:

$$\begin{cases} 0 < 1/x < 1, \\ a - x \geq 1/x; \end{cases} \text{ і } \begin{cases} 1/x > 1, \\ a - x \leq 1/x \\ a - x > 0. \end{cases}$$

Розв'язуючи нерівність вручну, виражають параметр через змінну  $x$ , оскільки в нерівність параметр входить лінійно, та будують графічний образ нерівності у координатній площині  $(x, a)$ . Щоб побудувати графік функції  $y = x + 1/x$ , виконують дослідження за допомогою похідної. Ескіз графіка можна побудувати, якщо поточково додати значення функцій



$y = \frac{1}{x}$  і  $y=x$ . Найменше значення функції  $y=2$  досягається при  $x=1$ , що слідує, наприклад, з нерівності Коші. Завершуємо розв'язування виконанням описаної вище процедури знімання результатів.

6. Розглянемо завдання на застосування паралельного перенесення. Це завдання можна використати на уроці геометрії в темах «Рівняння кола», «Взаємне розташування двох кіл на площині».

Знайти всі значення параметра  $a$ , для кожного з яких система рівнянь  $\begin{cases} x^2 + y^2 - 4ax - 2y = 3 - 4a^2 \\ x^2 + y^2 - 2ax - 2y = -a^2 \end{cases}$  має два розв'язки?

Для дослідження за допомогою GRAN1 створюємо два об'єкти невяного типу задання  $0=G(x,y)$  за формулами  $0=X^2+Y^2-4*P1*X-2*Y-3+4*P1^2$  та  $0=X^2+Y^2-2*P1*X-2*Y+P1^2$ . Змінюючи значення параметра  $P1$ , досліджуємо рух кіл на площині вздовж прямої  $y=1$ . Фіксуємо можливі випадки взаємного розташування двох кіл (не перетинаються, дотикаються, перетинаються у двох точках). Зазначимо, що знизивши в програмі якість побудови кривих (послуга *Об'єкт \ Змінити властивості*), виграємо у швидкості їх побудови. Значення параметра можна уточнити, зменшивши його крок зміни. На рис. 2.54 представлено копію слайда презентації з умовою завдання. До підказки, формул у форматі ППЗ, малюнка з колами прикріплені ефекти анімації *Поява*, які спрацювують при натискуванні довільної клавіші. До графіка, до ярлика текстового файлу приєднані гіперпосилання на відповідні файли з введеними функціями.

**Знайти всі значення параметра  $a$ , при кожному з яких система рівнянь має два розв'язки.**

**Підказка**  
Виділити повні квадрати!

Представити вирази у форматі GRAN1

$$0 = x^2 + y^2 - 4 * P1 * x - 2 * y - 3 + 4 * P1^2$$

$$0 = x^2 + y^2 - 2 * P1 * x - 2 * y + P1^2$$

Рис. 2.54. Копія слайда презентації з дослідженням розташування кіл

Для обґрунтування отриманих результатів аналізують обидва рівняння, виділяють повні квадрати, знаходять центри кіл  $(2a;1)$ ,  $(a;1)$  та

їхні радіуси  $R_1=2, R_2=1$  відповідно. Кола перетинатимуться в двох точках за умови, що відстань між центрами буде меншою за суму радіусів і більшою за різницю більшого і меншого радіусів. Розглянемо два випадки:

1) для  $2a < a$  маємо  $R_1 - R_2 < a - 2a < R_1 + R_2$ ;  $a \in (-3; -1)$ ;

2) якщо  $a < 2a$ , то знайдемо, що  $a \in (1; 3)$ .

7. Продемонструємо застосування методу повороту при розв'язуванні наступної задачі: *при яких значеннях параметра  $a$  рівняння  $ax - 1 = \sqrt{8x - x^2} - 15$  має єдиний розв'язок?*

Розглянемо функції  $y=ax$  і  $y = \sqrt{8x - x^2} - 15 + 1$ . Перетворивши другу з них за умови, що  $y \geq 1$ , отримаємо що графік є дугою кола, заданого рівнянням  $(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 1$  (рис. 2.55). Для дослідження за допомогою GRAN1 створюють об'єкти явного типу задання  $y=P1*x, y=SQRT(8*x-x^2-15)+1$ . При побудові у *Властивостях графіка* слід зазначити, що  $y \geq 1$ . Пряма  $y=ax$  ( $y=P1*x$ ) повертається навколо початку координат. Аналізуючи графічні образи, встановлюємо, що єдиний розв'язок рівняння матиме тоді, коли промінь перетинатиме півколо в одній точці. Це буде пучок прямих, у яких кутовий коефіцієнт змінюватиметься від  $1/5$  до  $1/3$ , а також пряма, яка є дотичною до півкола. Здійснюючи поворот прямої, що проходить через початок координат, фіксуємо контрольні значення параметрів. Відшукування точного значення кутового коефіцієнта дотичної зводиться до розв'язування квадратного рівняння  $(ax-1)^2=8x-x^2-15$  за умови єдиності розв'язку. Об'єднавши розв'язки для обох випадків, отримаємо, що  $a \in \left[ \frac{1}{5}; \frac{1}{3} \right) \cup \left\{ \frac{8}{15} \right\}$ .

8. У задачі на відшукування кількості різних розв'язків, що має система рівнянь 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = b, \\ (y - ax)(y - a\sqrt{2}) = 0, \end{cases}$$
 залежно від параметрів  $a$  і  $b$ , при

графічній інтерпретації маємо справу для  $a$  одночасно з двома перетвореннями – з поворотом ( $y=ax$ ) та паралельним перенесенням ( $y=a\sqrt{2}$ ); для  $b$  – з гомотетією з центром у початку координат (рис. 2.56).

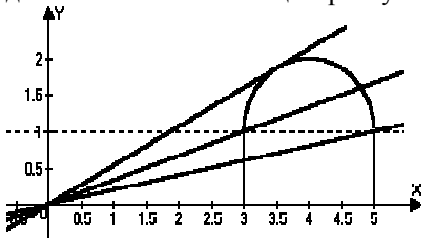


Рис. 2.55. Поворот прямої

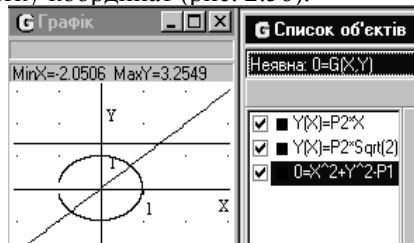


Рис. 2.56. Перетин кола і прямих

9. Доцільно запропонувати школярам, що вивчають математику поглиблено, виконати за допомогою GRAN дослідження і самостійно *сформулювати теорему про розміщення коренів квадратного тричлена  $f(x)=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ ) залежно від значень параметрів*. Слід отримати умови, коли

- обидва корені будуть більші (менші), ніж задане число;
- корені матимуть різні (однакові) знаки;
- корені належатимуть заданому проміжку;
- заданий відрізок буде знаходитися всередині проміжку між коренями квадратного тричлена;
- тільки більший (менший) корінь лежатиме на заданому відрізку;
- значення тричлена будуть лише додатними (від'ємними) та інші.

На рис. 2.57 подано креслення, за допомогою якого можна досліджувати розташування коренів квадратного тричлена  $f(x)=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ ) залежно від коефіцієнтів  $a, b, c$ . Точки  $I$  та  $J$  вибрані на осі абсцис і можуть вільно рухатися вздовж неї, а точки  $K, L, M, E$  створені за аналітичними виразами. Змінюючи положення точок  $A, B, C$ , змінюємо відповідні значення параметрів та положення параболи. Попередньо слід звернути увагу школярів на те, що відстежувати необхідно такі величини, як старший коефіцієнт квадратного тричлена, дискримінант відповідного квадратного рівняння, абсцису і ординату вершини параболи, значення функції в певних заданих точках.

Наприклад, досліджуючи, *при якому значенні параметра  $t$  корені рівняння  $4x^2 - (3t + 1)x + t - 2 = 0$  знаходяться між числами 0 і 2*, не лише встановлюємо, що умову задовольняють ті значення параметра, для яких  $t \in (2; 2.4)$ , але й через узагальнення переходимо від системи нерівностей  $D \geq 0, f(0) > 0, f(2) > 0, 0 < x_0 < 2$  до системи загального вигляду  $D \geq 0, f(x_1) > 0, f(x_2) > 0, x_1 < x_0 < x_2$ , яка виражає необхідну та достатню умови того, що корені рівняння для коефіцієнта  $a > 0$  лежать на проміжку  $(x_1, x_2)$ . Для узагальнення необхідно проаналізувати можливі положення параболи.

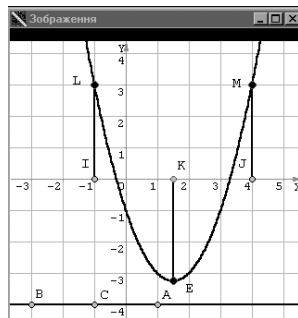


Рис. 2.57. Модель для дослідження розміщення коренів

10. Зауважимо, що графічні методи розв'язування задач з параметрами не повною мірою можна вважати строгими, при їх застосуванні цілком ймовірні помилки. Тому *розв'язування графічними прийомами бажано супроводжуватися доказовими аналітичними міркуваннями*. З іншого боку, можливі помилки і при розв'язуванні аналітичним методом. У цьому випадку графічні побудови можуть допомогти усунути недоліки.

Наприклад, для яких значень параметра  $p$  система двох рівнянь  $y^2 + (2x + 4)y + (x^2 + 2x)(4 - x^2) = 0$  і  $y = p(x + 4)$  має три різні розв'язки?

ГМТ, заданих першим рівнянням, розпадається на дві параболі. Друге рівняння задає сім'ю прямих, що проходять через точку  $(-4; 0)$ . Розв'язуючи графічним методом, школярі швидше всього припустяться помилки, тому що знайдуть лише чотири положення прямої, а не шість. Однак, аналітична частина розв'язування, без якої в задачі не обійтися, покаже всі шість шуканих значень параметра. Для побудови за допомогою GRAN1 створюють об'єкти неявного типу задання  $0 = y^2 + (2 * x + 4) * y + (x^2 + 2 * x) * (4 - x^2)$  і явного  $y = P1 * (x + 4)$ . Кожна з двох прямих дотикається до однієї параболі і перетинає в двох точках другу параболу.

Завдяки застосуванню ППЗ в дослідженнях до задач з параметрами частині учнів можна запропонувати знаходити наближені розв'язки за побудованим ГМТ з використанням ППЗ і долучатися до процесу обговорення, представивши свої результати. Учні повинні аналізувати задачу, планувати її розв'язання. Сильнішим школярам доцільно запропонувати більше уваги приділити обґрунтуванню отриманих результатів, відшуканню інших способів розв'язування задачі, зокрема аналітичних. Учні краще зможуть засвоїти запропоновані прийоми розв'язування задач, якщо вчитель передбачить групові форми роботи.

### **Контрольні питання і завдання**

Розв'язати задачі, виконати перевірку з використанням ППЗ GRAN1.

1. При яких значеннях параметра  $a$  корені рівняння  $x^2 - (3a - 1)x + 2a^2 + a - 6 = 0$  належать відрізку  $[2; 4]$ ?

2. При яких значеннях  $a$  корені  $x_1$  і  $x_2$  квадратного тричлена  $f(x) = (a^2 + 1)x^2 + (a + 2)x - a^2 - 3$  задовольняють умову  $x_1 \in (-4; -1)$ ,  $x_2 \in (0; 2)$ ?

3. Розв'язати нерівності  $\log_x(x - a) > 2$ ,  $\log_{a+x}(ax - x^2) < \log_{a+x} x$ .

4. Показати, що при  $a \in [0, 5; +\infty)$  нерівність  $\ln(1 + x) \geq x - ax^2$  виконується для всіх додатних  $x$ .

## Висновки до другого розділу

1. Доцільне застосування у навчанні математики ППЗ може забезпечувати диференціацію навчання і підвищення його результативності, сприяти розкриттю творчого потенціалу та пізнавальних здібностей кожного окремого учасника навчального процесу.

2. З метою підвищення ефективності сприйняття та засвоєння стереометричного матеріалу, для подолання труднощів при перекодуванні умовно-графічного зображення просторового тіла та створення адекватного просторового образу, доцільно доповнити теоретичний матеріал демонстраційними моделями, створеними засобами ІКТ. Практика використання на уроках стереометрії ППЗ свідчить про краще набуття школярами вмінь та навичок правильно виконувати просторові рисунки, про підвищення рівня знань та умінь учнів, розвиток просторової уяви.

3. У навчанні планіметрії за допомогою GRAN-2D доцільно використовувати дослідницький метод навчання, який на практиці найчастіше використовується через розглядання «відкритих» задач: задач з неповними даними, з невизначеними елементами умови, з відкритістю твердження. Розв'язування завдання зазначеного типу розпочинається з довізначення. Довізначення відносимо до навчально-творчих задач, які розвивають здібності знаходити потрібні відомості, переносити їх, застосовувати в умовах задачі. Це один з видів мотивування діяльності учнів, оскільки допомагає створити навчально-пізнавальну ситуацію, коли учням захочеться досліджувати і висувати гіпотези.

4. Аналізуючи графічні образи в задачах з параметрами, школяр може встановити кількість розгалужень, визначити контрольні значення параметрів, отримати дані для створення евристичних правил-орієнтирів. Доцільно розглядати одночасно графічні та аналітичні прийоми розв'язування однієї і тієї ж задачі.

5. У ході графічних експериментів за допомогою ППЗ формуються різні прийоми мислительної діяльності – аналіз, синтез, узагальнення та ін., удосконалюються навички самоконтролю, розвивається пізнавальна самостійність учня. Якщо завершувати аналіз побудованих графічних образів виведенням можливих наслідків, то стимулюватимемо розвиток у школярів компоненти дивергентного мислення як продуктивність.

## Література до розділів 1, 2

### *Література про комп'ютерно-орієнтовані технології навчання*

1. Вембер В. П. Навчально-методичні вимоги до електронного підручника / В. П. Вембер // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наукових праць / Редада. – К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2006. – № 4 (11). – С. 50-56.
2. Вінниченко Є. Ф. Розв'язування задач на ГМТ з використанням моделюючих програмних засобів / Вінниченко Є. Ф. // Математика в школі. – 2003. – № 4. – С. 13–16.
3. Вінниченко Є. Ф. Розвиток творчих здібностей старшокласників у процесі навчання інформаційних технологій розв'язування математичних задач : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Є. Ф. Вінниченко; НПУ імені М. П. Драгоманова. – К., 2006. – 234 с.
4. Вінниченко Є. Ф. Деякі особливості геометричних перетворень в програмі GRAN-2D / Є. Ф. Вінниченко, А. О. Костюченко // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наук. праць / Редада. – К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2007. – № 5 (12). – С. 114–120.
5. Дементієвська Н. П. Як можна комп'ютерні технології використати для розвитку учнів та вчителів? / Н. П. Дементієвська, Н. В. Морзе // Актуальні проблеми психології : Психологічна теорія і технологія навчання / За ред. С. Д. Максименка, М. Л. Смульсон. – К. : Міленіум, 2005. – Т. 8, вип. 1. – С. 23-38.
6. Жалдак М. І. Комп'ютерно-орієнтовані засоби навчання математики, фізики, інформатики : [посібник для вчителів] / М. І. Жалдак, В. В. Лапінський, М. І. Шут. – К. : Дініт, 2004. – 110 с.
7. Жалдак М. І. Педагогічний потенціал комп'ютерно-орієнтованих систем навчання математики / М. І. Жалдак // Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наук праць / Редкол. – К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова. – [Випуск 7]. – 2003. – С. 3–16.
8. Жалдак М. І. Комп'ютер на уроках математики : посібник для вчителів / М. І. Жалдак. – К. : Техніка, 1997. – 304 с.
9. Жалдак М. І. Математика (алгебра і початки аналізу) з комп'ютерною підтримкою : навч. посіб. для підготов. відділень / М. І. Жалдак, А. В. Грохольська, О. Б. Жильцов. – К. : МАУП, 2003. – 304 с.
10. Жалдак М. І. Комп'ютер на уроках геометрії : посібник [для вчителів] / М. І. Жалдак, О. В. Вітюк. – К. : Дініт, 2003. – 168 с.
11. Жалдак М. І. Математика с компьютером : пособие [для учителей] / М. И. Жалдак, Ю. В. Горошко, Е. Ф. Винниченко. – К. : Динит, 2004. – 251 с.

12. Жалдак М. І. Елементи стохастики з комп'ютерною підтримкою: посібник [для вчителів] / М. І. Жалдак, Г. О. Михалін. – К. : Шкільний світ, 2006. – 119 с.
13. Крамаренко Т. Г. Уроки математики з комп'ютером: навч. посіб. / Т. Г. Крамаренко; за ред. М. І. Жалдака. – Кривий Ріг : Видавн. дім, 2008. – 272 с.
14. Крамаренко Т. Г. Формування особистісних якостей школяра у процесі комп'ютерно-орієнтованого навчання математики : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Т. Г. Крамаренко; НПУ ім. М. П. Драгоманова. – К., 2008. – 20 с.
15. Лупан І. В. Лабораторні роботи на уроках алгебри і початків аналізу в 10 класі / І. В. Лупан // Математика в школі. – 2000. – № 6. – С. 36–39.
16. Львов М. С. Шкільна система комп'ютерної алгебри ТерМ 7-9. Принципи побудови та особливості використання / М. С. Львов // Науковий часопис НПУ імені М.П.Драгоманова (серія № 2), Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наук. праць. – К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2005. – № 3 (10). – С. 160-169.
17. Мадзігон В. М. Педагогічні аспекти створення і використання електронних засобів навчання / В. М. Мадзігон, В. В. Лапінський, Ю. О. Дорошенко // Проблеми сучасного підручника : зб. наук. праць. – К. : Педагогічна думка, 2003. – Вип. 4. – С. 70-82.
18. Машбиць Ю. І. Актуальні психолого-педагогічні проблеми дистанційного навчання / Ю. І. Машбиць, М. Л. Смульсон // Актуальні проблеми психології (психологічна теорія і технологія навчання) / За ред. С. Д. Максименка, М. Л. Смульсон. – К. : Міленіум, 2005. – Т. 8, Вип. 1. – С. 6–23.
19. Морзе Н. В. Intel. Навчання для майбутнього [адаптація до укр. видання] / Н. В. Морзе, Н. П. Дементієвська. – К. : Видавнича група ВНУ, 2004. – 416 с.
20. Морзе Н. В. Методика навчання інформатики. Ч. 2. Методика навчання інформаційних технологій / Н. В. Морзе. – К. : Навчальна книга, 2003. – 288 с.
21. Програма спеціального курсу «Навчальні дослідження та їх підтримка засобами ІКТ у курсі математики загальноосвітніх навчальних закладів» / [М. І. Жалдак, В. Ю. Биков, Ю. О. Жук та ін.] // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики : зб. наук. праць. – Випуск VI: в 3-х томах. – Кривий Ріг: Видавн. відділ НметАУ, 2006. – Т. 1: Теорія та методика навчання математики. – С. 4-20.
22. Раков С. А. Формування математичних компетентностей учителя математики на основі дослідницького підходу у навчанні з використанням інформаційних технологій : дис. ... д-ра пед. наук : 13.00.02 / С.А. Раков. – К., 2005. – 503 с.

23. Відкриття геометрії через комп'ютерні експерименти в пакеті DG : посіб. [для вчителів математики] / [С. А. Раков, В. П. Горох, К. О. Осенков та ін. ] – Харків : Вікторія. – 2002. – 136 с.
24. Семеріков С. О. Фундаменталізація навчання інформатичних дисциплін у вищій школі : монографія / Науковий редактор академік АПН України, д.пед.н., проф. М.І. Жалдак. – Кривий Ріг : Мінерал ; К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2009. – 340 с.: іл. – Бібліогр.: с. 284–339.
25. Смалько О. А. Використання програмного педагогічного засобу «GRAN-2D» на уроці планіметрії / О. А. Смалько // Математика в школі. – 2003.– №1. – С. 10–14.
26. Смирнова-Трибульська Е. Н. Теоретико-методологические основы формирования информационных компетентностей учителей естественно-научных дисциплин в области дистанционного обучения : дисс. ... д-ра пед. наук : 13.00.02 / Е. Н. Смирнова -Трибульська. – К., 2008. – 676 с.
27. Смирнова-Трибульська Є. М. Інформаційно-комунікаційні технології в професійній діяльності вчителя : посібник [для вчителів] / Є. М. Смирнова-Трибульська. – Херсон: Айлант, 2007. – 560 с.
28. Співаковський О. В. Теоретико-методичні основи навчання вищої математики майбутніх вчителів математики з використанням інформаційних технологій : дис. ... д-ра пед. наук : 13.00.02. / О. В. Співаковський. – К., 2003. – 534 с.
29. Теплицький І. О. Розвиток творчих здібностей школярів засобами комп'ютерного моделювання : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / І.О. Теплицький. – К., 2000. – 222 с.
30. Тополя Л. В. Математичні відкриття у процесі дидактичних ігор з комп'ютерною підтримкою / Л. В. Тополя // Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наук. праць, вип. 5. – 2002. – С. 110–118.
31. Триус Ю. В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математики : [монографія] / Ю. В. Триус. – Черкаси: Брама-Україна, 2005. – 400 с.

*Інша використана література*

32. Андреев В. И. Диалектика воспитания и самовоспитания творческой личности / В. И. Андреев. – Казань : Изд-во Казанского ун-та, 1988. – 238 с.
33. Бевз Г. П. Методика розв'язування стереометричних задач / Г. П. Бевз. – К. : Рад. шк., 1975. – 240 с.
34. Буряк В. К. Самостійна робота з книгою / В. К. Буряк. – К. : Знання, 1990. – 48 с.
35. Вишенський В. А. Збірник задач з математики : навч. посібник / В. А. Вишенський, М. О. Перестюк, А. М. Самойленко. – 2-е вид., доп. – К. : Либідь, 1993. – 344 с.



36. Горнштейн П. И. Задачи с параметрами / П. И. Горнштейн, В. Б. Полонский, М. С. Якир. – К. : Текст, 1992. – 290 с.
37. Задачі з параметрами. Розв'язки, рекомендації, приклади : навч. посіб. [для старшокласників та абітурієнтів] / [Віктор Репета, Надія Клешня, Марина Коробова, Леся Репета]. – Тернопіль : Підручники і посібники, 2002. – 264 с.
38. Капіносов А. М. Тематичне поетапне рівневе вивчення математики в основній школі / А. М. Капіносов. – Кривий Ріг : Видавничий дім, 2005. – 112 с.
39. Крутецкий В. А. Психология математических способностей школьников / В. А. Крутецкий. – М. : Просвещение, 1968. – 431 с.
40. Кушнир И. А. Математическая энциклопедия. – К. : Астарт, 1995. – 768 с.
41. Литвиненко В. Н. Задачи на развитие пространственных представлений / В. Н. Литвиненко. – М. : Просвещение, 1991. – 127 с.
42. Маланюк М. П. Олімпіади юних математиків / М. П. Маланюк, В. І. Лукавецький. – К. : Радянська школа, 1977. – 104 с.
43. Моляко В. А. Психология решения школьниками творческих задач / В. А. Моляко. – К. : Радянська школа, 1983. – 94 с.
44. Освітні технології : навч.-метод. посіб. / [О. М. Пехота, А. З. Кіктенко, О. М. Любарська та ін.], за ред. О. М. Пехоти. – К. : А.С.К., 2001. – 256 с.
45. Панченко Л. В. Система прикладних задач як засіб формування вмій математичного моделювання у майбутніх учителів математики / Л. В. Панченко // Математика в школі. – 2004. – № 9. – С. 21-28.
46. Параскевич С. П. Ейдографіка як засіб розвитку креативності майбутніх учителів математики / С. П. Параскевич // Кривий Ріг: Видавн. відділ НМетАУ, 2008. – Т. 1: Теорія та методика навчання математики. – С. 67-71.
47. Педагогіка в питаннях і відповідях : навч. посіб. / [Л. В. Кондрашова, О. А. Пермяков, Н. І. Зеленкова, Г. Ю. Лаврешина]. – К. : Знання, 2006. – 252 с. – (Вища освіта ХХІ століття).
48. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения / Д. Пойа. – М. : Наука, 1975. – 463 с.
49. Програми для загальноосвітніх навчальних закладів. Математика / М-во освіти і науки України, управл. змісту освіти, науково-метод. центр середн. освіти [Електронний ресурс] / [2008]. – Режим доступу: <http://www.mon.gov.ua/main.php?query=education/average/prog12>
50. Сисоєва С. О. Підготовка вчителя до формування творчої особистості учня : [монографія] / С. О. Сисоєва. – К. : Поліграфкнига, 1996. – 406 с.
51. Сиротенко Г. О. Шляхи оновлення освіти : науково-методичний аспект : інформаційно-метод. зб. / Г. О. Сиротенко. – Х. : Основа, 2003. – 96 с.

52. Скафа Е. И. Эвристическое обучение математике : теория, методика, технология : [монография] / Е. И. Скафа. – Донецк : ДонНУ, 2004. – 439 с.
53. Слепкань З. І. Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики / З. І. Слепкань. – Тернопіль : Підручники і посібники, 2004. – 240 с.
54. Слепкань З. І. Методика навчання математики : підруч. [для студ. мат. спец. пед. навч. закл. / З. І. Слепкань. – К. : Зодіак-ЕКО, 2000. – 512 с.
55. Степанов О. М. Основы психологии і педагогіки : посібник / О. М. Степанов, М. М. Фіцула. – К. : Академвидав, 2003. – 504 с.
56. Тарасенкова Н. А. Диференційовані завдання за готовими малюнками для 8 класу / Н. А. Тарасенкова. – К. : Кімо, 1999. – 80 с.
57. Фридман Л. М. Как научиться решать задачи : [кн. для учащихся ст. классов сред. шк.] / Л. М. Фридман, Е. Н. Турецкий. – [3-е изд., до-раб.] – М. : Просвещение, 1989. – 192 с.
58. Цукаръ А. Я. Упражнения на развитие пространственного воображения / А. Я. Цукаръ // Математика в школе. – 2000. – № 9. – С. 14–18.
59. Хуторской А. В. Современная дидактика : учебник [для вузов] / А. В. Хуторской. – СПб. : Питер, 2001. – 544 с. – (Серия «Учебник нового века»).
60. Чашечнікова О. С. Система компонентів творчого мислення, що можуть діагностуватися в процесі навчання математики / О. С. Чашечнікова // Дидактика математики: проблеми і дослідження : міжнародний зб. наук. робіт, вип. 14. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2005. – С. 33–40.
61. Черных Л. А. Теоретические основы разработки методической системы обучения / Л. О. Черних // Евристика та дидактика точних наук : зб. наук. робіт, вип. 3. – Донецьк, 1995. – С. 15–19.
62. Шамова Т. И. Активизация учения школьников / Т. И. Шамова. – М. : Педагогика, 1982. – 208 с.
63. Шапиро И. М. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики : пособие [для учителя] / И. М. Шапиро. – М. : Просвещение, 1990. – 96 с.
64. Якиманская И. С. Развитие пространственного мышления школьников / И. С. Якиманская. – М. : Педагогика, 1980. – 240 с.

## РОЗДІЛ 3. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ ЗАСАДИ ЗАСТОСУВАННЯ ДИСТАНЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ НАВЧАННЯ

### 3.1. Основи технологій дистанційного навчання

На виконання завдань, задекларованих в основних національних освітніх документах [6; 7; 18] щодо забезпечення розвитку освіти на основі нових прогресивних концепцій, впровадження в навчально-виховний процес новітніх технологій та науково-методичних досягнень, дистанційне навчання (ДН) набуває все більшого поширення в Україні.

Проаналізуємо історичні етапи розвитку та становлення дистанційного навчання у світовій практиці.

#### 3.1.1. Історія становлення дистанційного навчання

Історично дистанційне навчання виникло у 1840 році, коли Ісаак Пітман запропонував навчання через поштовий зв'язок для студентів Англії. У 1850 р. в Росії було створено Інститут заочного навчання, а у 1856 році Чарльз Тюссе та Густав Лангеншейдт розпочали викладання іноземної мови заочною формою у Берліні.

Перший етап розвитку дистанційного навчання тривав майже сто років – до другої половини ХХ століття. Основними технологіями доставляння навчальних матеріалів тим, хто навчається і географічно віддалений від навчального закладу, був поштовий зв'язок, радіозв'язок (з 20-х років ХХ століття) та телебачення (з 50-х років ХХ століття). Ці технології поєднувались з аудиторними заняттями та екзаменаційним контролем [1].

Приватні школи, відділення коледжів та університетів пропонували програми навчання за допомогою листування тільки як додаткову освіту: короткострокові професійно-технічні курси, різні курси доекзаменаційної підготовки.

Появу навчання за допомогою листування можна впевнено розглядати як ранню форму дистанційного навчання [4]. Підсумками першого періоду дистанційного навчання фахівці вважають такі: усвідомлення першими практиками-організаторами дистанційного навчання як особливої форми, в основі якої міститься особливе середовище, відмінне від середовища «класної кімнати»; часткове формування типової структури дистанційних освітніх програм, в яких поєднуються академічні та професійно-технічні курси; визначення пріоритетної цільової групи тих, хто обирає дистанційне навчання; виникнення відкритого дистанційного навчання у сегменті додаткового та продовженого навчання; початок термінологічного оформлення дистанційного навчання в англійській мові: поява термінів «home-study» («домашнє навчання»), «independent study» («незалежне навчання»), «external student» («зовнішній студент», або «екстерн», або «заочник»), а в 1892 році в каталозі кореспондентсь-

ких курсів Університету штату Вісконсін вперше з'явився термін «distance education» [2].

В 1915 році професор Університету штату Вісконсін У. Лайті дав оцінку стану дистанційного навчання першого покоління: «... передбачається створити метод, техніку, атмосферу, ... розв'язати складні проблеми, пов'язані з навчанням на відстані. І це розв'язання, поки що, тільки накреслено» [23].

Другий етап – етап поширення заочного навчання – розпочинається із заснування Відкритого Університету Великобританії (1969 р.). З цього моменту в дистанційному навчанні почав використовуватися комплексний підхід до навчання з використанням різних засобів при домінуванні друкованих матеріалів. Взаємодія викладача зі студентами здійснювалася через друкований матеріал, що доповнювався радіо- та телепередачами, за допомогою листування, очних консультацій та короткострокових курсів [5].

У 60-ті роки у зв'язку з поширенням програм неперервного навчання, підвищення кваліфікації та перепідготовки фахівців перед вищою школою постали важливі завдання [15]. Філософія міжнародних організацій, що здійснюють свою діяльність у сфері освіти, зокрема ЮНЕСКО, спрямовується на те, щоб перетворення та нововведення у вищій освіті сприяли втіленню в життя різних теорій та концепцій неперервної освіти, перетворенню жорстких, негнучких та елітарних систем вищої освіти в доступні для всіх.

У цей період відбувається активне становлення та розвиток радянської системи заочного навчання, яка стала історично першою державною системою дистанційного навчання і випустила мільйони дипломованих фахівців [11].

Кінець 60-х – початок 70-х рр. є найбільш плідним у теоретичному осмисленні дистанційного навчання. В цей час розвиваються основні концепції дистанційного навчання. В центрі уваги науковців з'явилися нові теорії дистанційного навчання: теорія індустріалізації, теорія взаємодії та комунікації, теорія автономності та незалежності. За дистанційним навчанням остаточно закріплюється соціальна функція – надати освітні послуги тим, хто бажає навчатися, але не має можливості змінити свій спосіб життя [23].

Завдяки появі та поширенню інформаційних та комунікаційних технологій у різних сферах життєдіяльності суспільства, в тому числі й в освіті, у другій половині 80-х років ХХ століття відбувся перехід до третього етапу дистанційного навчання. Використання технологій третього етапу, на відміну від технологій першого та другого, забезпечило можливість здійснювати двосторонній зв'язок у найрізноманітніших формах як у синхронному, так і в асинхронному режимі [62].

Наприкінці 80-х років бібліографія з проблем дистанційного навчання нараховувала близько двох тисяч публікацій тільки англійською

та німецькою мовами. Однак слід зазначити, що теоретичні узагальнення 80-х суттєво не відрізнялись від зазначених теорій 70-х років і значно відставали від практики дистанційних університетів, які емпірично виробляли власні дидактичні стратегії [25].

Розвиток дистанційної освіти в Україні розпочався значно пізніше, ніж у країнах Західної Європи, і здійснювався за умов низького рівня інформатизації українського суспільства, слабкого оснащення комп'ютерною технікою шкіл України та відсутності методик дистанційного навчання. Проте більш пізній початок призвів до того, що сьогодні розвиток дистанційної освіти в Україні відбувається з урахуванням уже існуючих досягнень у цій галузі. В динаміці цього процесу можна умовно виділити кілька етапів. Перші кроки були зроблені ще наприкінці 90-х років минулого століття. У лютому 1998 р. Верховна Рада приймає Закон України «Про національну програму інформатизації» [10], в якому формулюються завдання щодо інформатизації освіти та визначаються напрями їх реалізації. З моменту прийняття цього Закону в системі освіти України відбувається ряд позитивних змін у галузі інформатизації та освоєння Internet.

З 1997 року в Україні регулярно проводяться Всеукраїнські конференції «Internet-технології в інформаційному просторі держави» (м. Ялта). В 1998 році науковці країни організовують та проводять національну конференцію в Одесі, на якій відбулося підписання меморандуму про співробітництво між 27 ВНЗ України. Спільною постановою Президії Національної Академії наук України і Колегії Міністерства освіти України в 1997 році було створено Асоціацію користувачів телекомунікаційних мереж закладів освіти і науки України з координуючим центром Європейської інтеграції у місті Києві, який у подальшому отримав офіційну назву «Українська науково-освітня телекомунікаційна мережа „УРАН”» [23].

В 2000 році Міністерство освіти та науки України затвердило «Концепцію розвитку дистанційної освіти в Україні», яка передбачає створення в країні системи освіти, що забезпечує розширення кола користувачів освітніх послуг, реалізацію системи безперервної освіти протягом всього життя та індивідуалізацію навчання при масовості освіти [18].

Крім того, створення Українського центру дистанційної освіти на основі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут» дало можливість проводити в Україні курси навчання для викладачів ВНЗ, розробників дистанційних курсів і укладати договори з ВНЗ про співробітництво з метою координації розбудови системи дистанційної освіти в Україні.

Розвиток дистанційної освіти в Україні пройшов два етапи становлення. На першому етапі розвитку вітчизняної дистанційної освіти протягом 2001 року було:

- створено організаційну структуру системи дистанційної освіти;
- розроблено правові основи і стандарти дистанційної освіти;
- створено матеріально-технічну базу регіональних і локальних центрів дистанційної освіти;
- створено первинний фонд дистанційних курсів і забезпечено їх експериментальне впровадження;
- розроблено засади фінансування системи дистанційної освіти;
- реалізовано пілотні проекти впровадження дистанційної освіти.

На другому етапі становлення дистанційної освіти в Україні протягом 2002-2003 рр. проходило:

- повномасштабне розгортання і впровадження дистанційної освіти як форми навчання, рівноцінної з очною і заочною формами та екстернатом;
- розробка і впровадження системи пільг щодо використання комп'ютерних мереж і телекомунікаційної інфраструктури для складових системи дистанційної освіти (юридичних і фізичних осіб);
- впровадження системи ліцензування, атестації та акредитації закладів дистанційної освіти;
- інтеграція системи дистанційної освіти України у світову систему.

Інтенсивному впровадженню дистанційної освіти у вищих навчальних закладах протягом останніх років сприяло прийняття таких офіційних документів: «Програма розвитку системи дистанційного навчання» на 2004-2006 рр. (2003 р.) [38], «Положення про дистанційне навчання» (2004 р.) [31], проект ліцензійних умов надання освітніх послуг у сфері вищої освіти за дистанційною формою навчання» (2005 р.) [39], Державна програма «Інформаційні та комунікаційні технології в освіті і науці» на 2006-2010 роки [7].

Сьогодні в Україні вже функціонують понад 224 дистанційні курси, розроблені в центрах дистанційного навчання більш ніж десяти вищих навчальних закладів. Найбільш продуктивними на даний момент є такі заклади: Український центр дистанційної освіти, Українська система дистанційного навчання, Українська академія державного управління при Президентові України та Харківський національний політехнічний університет.

### ***Контрольні питання і завдання***

1. Коротко охарактеризувати становлення дистанційного навчання у світовій практиці.
2. Проаналізувати основні етапи становлення дистанційного навчання в Україні. Спрогнозувати перспективи розвитку дистанційного навчання в системі освіти України.

#### ***3.1.2. Тлумачення поняття «дистанційне навчання»***

У психолого-педагогічній літератури та нормативно-правових освітніх документах немає єдиного тлумачення поняття «дистанційне на-

вчання». Інколи це поняття ототожнюється з поняттям «дистанційна освіта», що є некоректним з точки зору педагогіки, адже навчання – це двоєдиний процес взаємодії вчителя і учня (діяльностей викладання і учіння), тоді як освіта – більш широке поняття, яке включає результат і процес, систему навчання і самоосвіти.

У Концепції розвитку дистанційної освіти в Україні [18] дистанційна освіта визначається як форма навчання, рівноцінна очній, вечірній, заочній та екстернату, яка реалізується, в основному, за технологіями дистанційного навчання через мережу Інтернет.

Розробкою теоретичних основ дистанційного навчання займалися О.О. Андрєєв [2], В.М. Кухаренко [4; 20], Н.В. Морзе [26; 27; 29; 30], В.В. Олійник [33], Є.С. Полат [34; 35; 36], О.В. Рибалко [20], Є.М. Смирнова-Трибульська [44; 46], А.В. Хуторський [53; 54] та інші вчені-педагоги.

За Є.М. Смирновою-Трибульською, дистанційна освіта – це керована навчально-пізнавальна діяльність, яка забезпечує інтелектуальну взаємодію студента й педагога на відстані і студентів між собою. Вона ґрунтується на використанні сучасних телекомунікаційних засобів і є найбільш ефективним і адекватним видом навчання для сучасного інформаційного суспільства [46].

А.В. Хуторський вважає, що дистанційна освіта – це освіта, яка здійснюється з переважанням у навчальному процесі дистанційних освітніх технологій, а також з використанням інформаційних ресурсів і освітніх масивів мережі Інтернет, а дистанційне навчання – це навчання за допомогою засобів телекомунікацій, за яким суб'єкти навчання (учні, педагоги, тьютори та ін.), віддалені у просторі й часі, здійснюють загальний навчальний процес, спрямований на створення ними зовнішніх освітніх продуктів і відповідних внутрішніх зміни (приростів) суб'єктів освіти [53].

О.О. Андрєєв і В.І. Солдаткін розглядають дистанційне навчання як цілеспрямований, організований процес інтерактивної взаємодії учнів та вчителів між собою і роботи учнів із засобами навчання, інваріантний до їх розташування в просторі й часі, що реалізується за специфічною дидактичною схемою [2].

Група російських вчених на чолі з Є.С. Полат під дистанційним навчанням розуміють навчання на відстані, коли вчитель та учень розподілені простором [34; 35; 36].

На думку В.М. Кухаренка, дистанційне навчання – це сукупність педагогічних технологій (форма навчання), що базується на принципах відкритого і комп'ютерного навчання та активних методах навчання у спілкуванні в інформаційно-освітньому просторі, для організації освіти користувачів, розподілених у просторі і часі [20].

Педагогічні технології, які частково можуть бути використані при організації дистанційного навчання на думку ряду вчених, у тому числі

Є.С. Полат, повинні бути перш за все *особистісно орієнтованими*. Основне призначення особистісно-орієнтованих технологій навчання полягає в тому, щоб підтримувати та розвивати природні якості дитини, її здоров'я та індивідуальні здібності, допомагати в становленні її суб'єктивності, соціальності, культурної ідентифікації, творчої самореалізації особистості.

Сьогодні різні автори називають різноманітні технології, які належать до особистісно-орієнтованих технологій. Є.С. Полат серед всього різноманіття таких технологій зупиняє свій вибір на дидактичній системі, що включає метод проектів, різнорівневе навчання та навчання у групах.

Оскільки, історія виникнення методу проектів та особливості його застосування у шкільній практиці, зокрема на уроках математики як мотивуючого фактору, раніше вже були розглянуті (див. п. 2.1), залишається коротко охарактеризувати технології різнорівневого навчання та навчання у групах.

*Технологія різневої диференціації* визначається як сукупність форм і методів навчання, в якому враховуються індивідуальні особливості учня, його потреби та інтереси. Рівнева диференціація виражається у тому, що, навчаючись у одному класі, за однією програмою та підручником, учні можуть засвоювати матеріал на різних рівнях. Вчитель організовує навчання на всіх чотирьох рівнях навчальних досягнень (початковому, середньому, достатньому та високому), а учень сам обирає рівень засвоєння навчального матеріалу.

Рівнева диференціація є формою реалізації *принципу індивідуалізації навчання*, відповідно до якого у процесі навчально-виховної роботи з класом вчитель взаємодіє з окремими учнями за індивідуальною моделлю, враховуючи властивості особистості учня.

В умовах індивідуалізованого навчання з'являються можливості:

- повністю адаптувати зміст, методи та темпи навчальної діяльності учня відповідно до його індивідуальних особливостей;
- спостерігати за кожною дією і операцією учня при розв'язуванні конкретної задачі;
- спостерігати за просуванням учня від незнання до знання, оперативно коригуючи його діяльність.

Головні переваги індивідуального навчання можуть бути успішно реалізовані як за умов традиційного навчання, так і при організації навчання за дистанційною формою, наприклад на вільнопоширюваній платформі дистанційного навчання MOODLE.

*Групова навчальна діяльність* (кооперативне навчання, *cooperative learning*) визначається як форма організації навчання в малих групах, об'єднаних загальною навчальною метою при опосередкованому керівництві вчителем [26].

Учитель у груповій навчальній діяльності керує роботою кожного



учня опосередковано, через завдання, які він пропонує групі та через які регулюється діяльність учнів. Стосунки між учителем та учнем набувають характеру співпраці, тому що педагог безпосередньо втручається у роботу груп тільки в тому разі, якщо в учнів виникають запитання і вони самі звертаються за допомогою до вчителя. Ця їхня спільна діяльність. При груповій навчальній діяльності, на відміну від фронтальної та індивідуальної, учні не ізолюються один від одного, а навпаки, є можливість реалізувати природне прагнення до спілкування, взаємодопомоги та співпраці.

Відомо, що учням буває психологічно складно звертатись за поясненням до вчителя і набагато простіше – до ровесників.

Групова навчальна діяльність сприяє активізації й результативності навчання школярів, вихованню гуманних стосунків між ними, самостійності, умінню обґрунтовувати і відстоювати свою точку зору, а також прислуховуватися до думки товаришів, культурі ведення діалогу, відповідальності за результати своєї праці. В умовах групової навчальної діяльності на занятті створюються умови для формування позитивної мотивації учіння школярів.

Як вид навчальної діяльності школярів, групова діяльність багатофункціональна.

Організаційна функція групової діяльності полягає в тому, що учні вчаться розподіляти обов'язки, спілкуватися один з одним, розв'язувати конфлікти, що виникають у спільній діяльності. В груповій роботі учень бере на себе функції вчителя і виконує дорослі види діяльності.

Важливу роль групова діяльність відіграє у досягненні виховної функції навчання. У груповій навчальній діяльності формується колективізм, моральні, гуманні якості особистості. Важливу роль у формуванні цих якостей відіграють особливості організації групової роботи; розподіл функцій і обов'язків між учасниками діяльності, обмін думками, взаємна вимогливість і допомога, взаємоконтроль і самооцінка.

Організуючи групову навчальну діяльність, потрібно забезпечити активність кожного учня. Цього можна досягти, розподіливши запропоновані групі завдання на частини за кількістю учасників групи, коли кожен має виконати свою частину роботи і пояснити спосіб її виконання іншим, а також налагодивши систему обліку діяльності кожного учня в групі. Для цього після виконання запропонованого групі завдання кожен учень має поставити оцінку роботи всієї групи та кожного її члена.

Ефективно реалізувати навчання і взаємодопомогу в групах за умов дистанційної форми навчання можна завдяки доступним засобам комунікації, таким як форум, Wiki, e-mail, чат, програми-комунікатори та ін.

Дидактичну систему дистанційного навчання, запропоновану Є.С. Полат [35], розширює Є.М. Смирнова-Трибульська, додавши до неї технології *повного засвоєння та «занурення у предметне середовище»* [46].

### **Контрольні питання і завдання**

1. Вказати характерні ознаки понять «дистанційна освіта» та «дистанційне навчання».

2. Із застосуванням засобів яких педагогічних технологій може бути організоване дистанційне навчання? Дати їм коротку характеристику.

#### **3.1.3. Характерні риси та принципи дистанційного навчання**

У концепції розвитку дистанційної освіти в Україні [18] виділяються наступні *характерні риси* дистанційного навчання:

*Гнучкість*: можливість навчатись у зручний для себе час, у зручному місці і темпі.

*Модульність*: в основу програм дистанційного навчання покладений модульний принцип оволодіння кожним окремим курсом створює цілісне подання про певну предметну галузь. Це дозволяє з набору незалежних курсів-модулів формувати навчальну програму, що відповідає індивідуальним або груповим (наприклад, для персоналу окремої фірми) потребам.

*Паралельність*: паралельне з професійною діяльністю навчання, тобто без відриву від виробництва.

*Велика аудиторія*: одночасне звернення до учбової інформації великої кількості студентів. Можливість спілкування студентів один з одним і з викладачами через Інтернет та інтранет-мережу.

*Економічність*: ефективне використання учбових площ, технічних засобів, концентроване і уніфіковане подання матеріалів знижують витрати на підготовку фахівців.

*Технологічність*: використання в навчальному процесі нових досягнень інформаційних і телекомунікаційних технологій, що сприяє просуванню людини у світовий постіндустріальний інформаційний простір.

*Соціальна рівність*: рівні можливості одержання освіти незалежно від місця проживання, стану здоров'я, елітарності і практично рівні можливості для молодих людей різного рівня матеріальної забезпеченості.

*Інтернаціональність*: експорт та імпорт світових досягнень на ринку освітянських послуг.

*Нова роль викладача*: дистанційне навчання розширює і оновлює роль викладача, робить його наставником-консультантом, який повинен координувати пізнавальний процес, постійно удосконалювати ті курси, яких він навчає, підвищувати творчу активність і кваліфікацію відповідно до нововведень та інновацій.

*Позитивний вплив на студента (учня, слухача)*: підвищення його творчого та інтелектуального потенціалу за рахунок самоорганізації, прагнення до знань, вміння користуватись комп'ютерною технікою і самостійно приймати відповідальні рішення.

*Висока якість*: якість дистанційного навчання не поступається якості очної форми, оскільки вона підвищується завдяки залученню най-

кращого професорсько-викладацького складу та використанню в навчальному процесі найкращих навчально-методичних посібників і контролюючих тестів.

Дистанційне навчання ґрунтується на певних *педагогічних принципах*, що діляться на три групи:

– *загальні* (принципи гуманізації навчання, науковості, системності та розвитку);

– *принципи, що стосуються цілей та змісту навчання* (відповідності цілей та змісту навчання державним освітнім стандартам, генералізації, історизму, цілісності та комплектності);

– *принципи на яких базується дидактичний процес та адекватна йому педагогічна система з її елементами* (відповідності дидактичного процесу закономірностям учіння, провідній ролі теоретичних знань, єдності освітньої, виховної та розвивальної функцій навчання, стимуляції та мотивації позитивного ставлення до навчання, проблемності, поєднання колективної навчальної роботи з індивідуальним підходом до навчання, узгодження абстрактності мислення з наочністю у навчанні; доступності; міцності оволодіння змістом навчання).

Із загальних принципів стосовно ДН найбільш значимим та об'ємним вважається *принцип гуманізації*. Його суть полягає в спрямованості навчання та освітнього процесу в цілому на благо людини; у створенні максимально сприятливих умов для оволодіння студентами соціально накопиченим досвідом, структурованим у зміст навчання; в опануванні обраною професією для розвитку та вияву творчої індивідуальності, високих громадських, моральних, інтелектуальних якостей, що забезпечувало би соціальну захищеність людини, безпечно та комфортно існування.

Аналізуючи процеси у системі дистанційної освіти, вчені дійшли висновку, що цих структурованих і в повній мірі обґрунтованих принципів недостатньо для ДН. Емпіричний досвід вітчизняного та зарубіжного дистанційного навчання дозволив сформулювати *специфічні* для ДН принципи. О.О. Андрєєв [2] відзначає такі специфічні принципи:

– *принцип інтерактивності*. Особливість даного принципу полягає в тому, що він відображає закономірність контактів не лише учнів з викладачем шляхом застосування засобів нових інформаційних технологій, але й учнів між собою. Для реалізації на практиці даного принципу рекомендується, наприклад при проведенні комп'ютерних телеконференцій, обов'язково повідомляти учням електронні адреси всіх учасників навчального процесу;

– *принцип стартових знань*. Ефективне навчання за дистанційною формою вимагає певного набору знань, умінь та навичок. Наприклад, для продуктивного навчання кандидат на навчання повинен бути ознайомлений з науковими основами самостійної навчальної праці, володіти певними навичками роботи з комп'ютером, у тому числі і у мережі, та

інше;

– *принцип індивідуалізації*. Сутність принципу розкрита у п. 3.1.2. Для виконання даного принципу в реальному дистанційному навчальному процесі проводиться вступний та поточний контроль. Вступний контроль дозволяє у подальшому не лише скласти індивідуальний план навчання, але й усунути прогалини у наявних початкових знаннях та уміннях, що дозволить успішно навчатися дистанційно. Поточний контроль дозволяє коригувати освітню траєкторію;

– *принцип ідентифікації* полягає у необхідності контролювати самостійність учіння, тому що при дистанційному навчанні можливостей фальсифікації навчання надається набагато більше, ніж за умов очного навчання. Окрім безпосереднього контакту, контроль за самостійністю виконання звітних робіт (тестів, рефератів та ін.) може бути виконаний за допомогою різних технічних засобів (шляхом налагодження від'єозв'язку тощо);

– *принцип регламентування навчання*. Поширеною є думка, що оскільки час навчання за програмою дистанційного курсу чітко не регламентується, то для слухача не є необхідним складання графіка самостійної роботи. Однак досвідчені тьютори наполягають на жорсткому контролі та плануванні для учнів та студентів молодших курсів;

– *принцип педагогічно виваженого і доцільного застосування засобів нових інформаційних технологій*. Більшості освітніх установ, де починається впровадження технологій дистанційного навчання, притаманна «дитяча хвороба» захоплення засобами нових інформаційних технологій, особливо Інтернет. Санкт-Петербурзький технічний університет, узагальнюючи власний досвід впровадження дистанційного навчання, пропонує таке співвідношення між засобами дистанційного навчання, а саме: друковані матеріали – 40-50%, навчальні матеріали на WWW-серверах – 30-35%, комп'ютерний відеоконференцзв'язок – 10-15% та інші засоби навчання – 5-20%.

### ***Контрольні питання та завдання***

1. Перелічити характерні риси дистанційного навчання.
2. Які принципи навчання є специфічними для дистанційного навчального процесу?

#### ***3.1.4. Типи та моделі дистанційного навчання***

На сьогодні існує кілька десятків класифікацій типів та моделей дистанційної освіти і навчання. Розглянемо найпоширеніші з них.

Відповідно до генезису дистанційного навчання виділяють такі типи: *кореспондентське навчання, зовнішнє навчання, подовжене навчання та відкрите навчання* [73].

*Кореспондентське навчання* існує вже більше ста років. Для самонавчання в рамках кореспондентського навчання використовуються автономні матеріали (переважно друковані), а для встановлення контакту з

навчальними центрами використовуються переважно поштові служби або телефон.

Багато університетів Північної Америки в останні 30 років переіменували свої програми кореспондентської освіти, даючи їм більш сучасні назви, такі як відкрите та дистанційне навчання або самостійне навчання.

Термін «*зовнішнє навчання*» застосовується до навчання, що здійснюється поза основною територією навчального закладу, наприклад, в аудиторії, що перебуває за межами кампусу, передбачає розмаїтість засобів доставляння матеріалів, включаючи комп'ютерні конференції, аудіо- та відеозасоби.

У багатьох університетах і навчальних закладах, таких як Університет Намібії, є Центри зовнішнього навчання, на які покладається відповідальність за складання програм відкритого та дистанційного навчання.

Термін «*подовжене навчання*» звичайно відноситься до курсів, в яких не застосовується система заліків (кредитів).

В Університеті Ботсвани, наприклад, є відділення дистанційного навчання, що є частиною університетського Центру подовженого навчання.

*Відкрите навчання* – сучасна форма навчання, спрямована на отримання якісних знань у поєднанні з більш повним розвитком особистості (незалежність, творчість, ініціативність, інтелігентність та ін.).

Педагогічна доктрина *відкритого навчання* в центрі ставить надання учням можливості вибору:

- місця навчання – вдома, на робочому місці, у навчальному закладі;
- темпу навчання – із чітко заданим темпом або без чіткої структури;
- моментів початку та завершення навчання;
- середовищ та медіа – друкованих, онлайн-ових, телевізійних або відео;
- механізмів підтримки – допомога тьюторів на вимогу, аудіоконференції та ін.

Н.В. Морзе пропонує класифікацію моделей дистанційного навчання за ступенем дистанційності [28], зазначаючи при цьому, що навчання, в якому застосовуються технології і ресурси Інтернет може бути:

- 1) повністю дистанційним з використанням електронної пошти, чатів, відеозв'язку;
- 2) очно-дистанційним, коли частина очних занять у класі є порівняною з кількістю занять, що проводяться вчителем дистанційно;
- 3) доповнювати очну форму з окремими параметрами, наприклад, вчитель проводить заняття з учнями в очній формі, але при цьому використовуються матеріали з мережі Інтернет, відеоклекції з освітніх сай-

тів та інші Інтернет-ресурси – так звана *Інтернет-освіта*.

Дещо іншу класифікацію пропонують Є.С.Полат [34] та В.В.Олійник [33]. На їхню думку найважливішими технологіями дистанційного навчання є: *TV-технологія, кейс-технологія, мережна та змішана технології*.

*TV-технологія* (в інших джерелах *трансляційна модель*) дистанційного навчання передбачає застосування у процесі навчання різних систем телебачення (кабельне, супутникове, мережне тощо) та спеціальних освітніх програм. Телезаняття, які проводили висококваліфіковані викладачі, були дуже розповсюджені у 70-х роках минулого століття. Але вже через 20 років освітні технології телебачення втратили актуальність через відсутність особистісної орієнтації змісту навчання, недостатній зворотний зв'язок, високу вартість ефірного часу та освітніх програм і т. ін.

*Кейс-технологія* дистанційного навчання дістала свою назву через комплект засобів навчання, який розміщено у кейсі і надається суб'єкту навчання з моменту його зарахування на курс.

Кейс-комплект, як правило, містить: навчальну програму, список літератури (основної, додаткової, факультативної), методичні вказівки з вивчення курсу, навчально-практичні посібники (опорний конспект, план-конспект лекцій), тести (вхідні, проміжні, ідентифікаційні та підсумкові) аудіо- та відео матеріали, комп'ютерні навчальні програми у звичайному чи у мультимедійному варіантах, робочі зошити та рекомендації з організації самостійної роботи учня і план-графік його самостійної роботи. У випадку вивчення природничонаукових дисциплін до складу кейса додаються завдання та матеріали для виконання лабораторного практикуму. Рекомендується включати у складу кейсу рекомендації та практикуми з опанування основних навичок роботи з комп'ютером та мережею Інтернет.

Організація навчального процесу кожного з курсів, що вивчається, передбачає проведення тьюторіалів (семінарів), виконання домашніх завдань, проміжні та підсумкові екзамени, а також «недільні» («літні») школи. Останні являють собою інтенсивні практичні заняття навчальної групи під керівництвом тьютора.

У більшості випадків кейс-технології дистанційного навчання є першими сходинками, які долають навчальні заклади на шляху впровадження дистанційної освіти.

*Мережна технологія* дистанційного навчання на сьогодні є педагогічною технологією високого рівня. Її основним принципом є застосування у навчанні телекомунікаційних мереж, у тому числі й Інтернет, найсучасніших інформаційних технологій подання, відображення, корекції, оновлення та зберігання навчальних матеріалів.

Мережне навчання пропонується використовувати у тих випадках, коли виникають перешкоди отримання якісної освіти шляхом очного

навчання (для дітей з фізичними вадами, для дітей із віддалених населених пунктів або сіл та ін.), для ліквідації пропусків у знаннях, а також для поглиблення знань з того чи іншого предмету (для обдарованих дітей та ін.). У такому разі створюються спеціальні, автономні курси дистанційного навчання з окремим навчальних предметів, розділів чи тем програми або ж віртуальні школи та університети.

Реальне впровадження мережного навчання вимагає значних організаційних зусиль, відповідних інтелектуальних ресурсів, матеріально-технічного та фінансового забезпечення.

Органічне та педагогічно обґрунтоване поєднання елементів різних технологій дистанційного та денного навчання передбачається в *змішаних технологіях* дистанційного навчання. Накопичений досвід вітчизняних та світових тьюторів показує, що дана модель є найбільш перспективною на всіх рівнях впровадження дистанційної освіти.

Впровадження у практику навчання старшокласників спеціалізованих профільних курсів дистанційного навчання дозволить вирішити певні проблеми профільного навчання, урізноманітнити його напрямки відповідно до профорієнтаційних інтересів учнів, надати учням можливість більш чіткої професійної орієнтації та підготовки до вступу у відповідний вищий навчальний заклад.

Крім того, інтеграція дистанційного та денного навчання досить перспективна і в умовах навчання за індивідуальними програмами. Пропонується частину навчального матеріалу, який не потребує значних інтелектуальних зусиль для його засвоєння, перенести на вивчення за дистанційною формою. Така заміна могла б не просто значно розвантажити денний час учня, а й створити умови для продуктивної самостійної творчої діяльності, забезпечуючи при цьому гармонійний інтелектуальний розвиток учня-старшокласника та досягнення однієї з основних цілей сучасної освіти – формування умінь працювати з інформаційними ресурсами.

Кожна із зазначених моделей специфічна і вибір тієї чи іншої моделі обумовлюється перш за все конкретними дидактичними задачами, які ставить перед собою вчитель при організації дистанційного навчання [2]. Реалізація цих задач у значній мірі залежить від обґрунтованого вибору платформи дистанційного навчання.

### ***Контрольні питання і завдання***

1. Яких типів набувало дистанційне навчання за періоди свого історичного становлення?

2. Дослідити особливості організації дистанційного навчання за кожною із моделей, відміченою у класифікації Є.С. Полат та В.В. Олійника.

### 3.2. Порівняльний аналіз технологічних платформ дистанційного навчання

Одним із найголовніших чинників успішного впровадження дистанційного навчання є правильний вибір телекомунікаційного інформаційно-навчального середовища, на основі якого навчання буде здійснюватися дистанційно. Навчальні платформи повинні відповідати таким вимогам:

- надійність в експлуатації;
- відповідність міжнародним стандартам із розробки дистанційних курсів;
- можливість здійснювати гнучке управління навчальним процесом (модульність побудови);
- наявність мовної локалізації;
- наявність простого інтерфейсу, доступного для користувача-початківця [19].

Виділяють наступні типи середовищ, за допомогою яких може здійснюватися дистанційне навчання [20]: авторські програмні продукти, системи управління навчанням, системи управління контентом (навчальним наповненням) та системи управління знаннями.

Розглянемо докладніше кожен із зазначених типів середовищ.

*Авторські програмні продукти (Authoring Packages)* найчастіше всього розроблюються для інтенсифікації активізації навчального процесу і в основному охоплюють лише окремі розділи певного предмету. Такі програмні продукти мають обмежені технологічні і функціональні характеристики, вони використовуються в основному для певних визначених груп студентів.

*Системи управління навчанням (LMS – Learning Management System)* призначені для:

- комп'ютерної підтримки навчально-адміністративної роботи: формування навчальних груп, складання розкладу занять, генерація відомостей та звітів;
- контролю кількості пройденого матеріалу та якості його засвоєння;
- роботи в асинхронному режимі з можливістю індивідуалізованого навчання;
- підтримки колективної роботи учнів з викладачем у вигляді семінару чи конференції;
- підтримки електронної пошти, форуму, чату, відеоконференції, обміну файлами, спільного використання програм і даних, віртуального класу;
- комп'ютеризованого розподілу учасників навчального процесу за ролями: гість, учень, автор, тьютор, інструктор, розробник курсів, адміністратор;



– надання різних типів навчальних матеріалів – електронних підручників, тестів, моделей та лабораторних робіт.

Ці системи найчастіше використовуються для контролю великої кількості студентів.

Використання *систем управління контентом* (CMS – Content Management System) дозволяє здійснювати функції управління вмістом навчальних курсів, подавати навчальний матеріал у різних форматах і маніпулювати ним.

*Системи управління знаннями* (KMS – Knowledge Management System) призначені для здійснення різноманітних операцій управління над різними матеріалами (зберігання, пошук і т.д.)

*Системи управління навчальним контентом* (CLMS – Content Learning Management System) – це програмно-апаратні комплекси, що використовуються для створення, зберігання й доставляння користувачеві персоналізованого контенту у формі «навчальних об'єктів». Використання цього типу середовища може замінити два попередні типи.

Межі відмінностей одних типів зазначених середовищ від інших досить розмиті. Але порівнюючи LMS та CLMS, відмічають, що використання LMS пов'язане з вирішенням адміністративних аспектів навчання, а використання CLMS – з управлінням навчальним процесом.

*За способом отримання права на придбання, використання та поширення* середовища дистанційного навчання поділяють на комерційні програмні продукти та вільнопоширювані (в т.ч. Open Source середовища – середовища з відкритим кодом) [47].

Ринок систем управління навчальними ресурсами розвивається швидкими темпами, системи такого класу стають все більш необхідними і розглядаються не просто в якості інфраструктури для комп'ютеризованого навчання, але і в якості інформаційної інфраструктури навчального закладу.

Розглянемо докладніше системи підтримки дистанційного навчання, які набули найбільшого застосування у навчальних закладах України, а саме: системи дистанційного навчання, що розповсюджуються на комерційній основі – Lotus LearningSpace (виробник: IBM, офіційний сайт системи: <http://www.lotus.com>), Прометей (НІЦ «АСК», <http://www.prometeus.ru>), «Агапа» (ТОВ «АВ-Консалтинг», <http://www.agapa.com.ua>) та вільно поширювані програмні засоби – «Веб-клас ХПІ» (НТУ «ХПІ», <http://dl.kpi.kharkov.ua>) та MOODLE (М. Дугіямас, <http://www.moodle.org>).

### **Lotus LearningSpace**

Lotus LearningSpace – це програмне навчальне середовище, використання якого дозволяє поєднати технології традиційного навчання із сучасними інформаційними технологіями, заснованими на автоматизації діяльності викладача та студентів.

Відмітимо основні характеристики системи LearningSpace версії 5.0:

1. Інсталується на серверні операційні системи Windows NT, Windows 2000 тощо.

2. Обмеження на тип Web-браузера відсутні.

3. Підтримка систем управління реляційними базами даних IBM DB2, Oracle та MS SQL.

4. Організація навчання як у синхронному, так і в асинхронному режимі.

5. Платформа не містить вбудованого інструментарію розробки курсів. Зміст курсу може бути створений користувачем за допомогою будь-яких програм, а потім розміщений у середовищі LearningSpace 5.0. Для цього рекомендується використовувати програмне забезпечення компанії Macromedia (Macromedia Flash, DreamWeaver, AuthorWare) або компанії IBM (IBM Knowledge Producer, Content Producer).

6. Гнучка система редагування та адміністрування курсу.

7. Програмна підтримка 24 мов навчання.

### **Організація роботи з курсами**

Курси організовані у вигляді набору занять, які можуть бути самостійними, інтерактивними або колективними. Для самостійних занять надається матеріал для перегляду і тести, які необхідно пройти після вивчення матеріалу. Інтерактивні заняття передбачають відвідування лекцій у віртуальному класі, участь в онлайнівій дискусії або чаті, роботу з віртуальною дошкою і системою спільного перегляду Web-сайтів (Follow me). Колективні заняття можливі в офлайнівій та онлайнівій дискусіях, чаті. Всі записи, які були зроблені під час дискусії, доступні протягом всього часу вивчення курсу. Інтерактивні заняття плануються на певну дату і час, і проводяться викладачем у віртуальному класі в режимі реального часу. Поточні результати роботи учнів (ступінь проходження курсу, оцінки за курс, витрачений час, кількість звернень і т.д.) зберігаються у базі даних і доступні викладачеві у будь-який час у вигляді звітів різної форми.

Функціонально система LearningSpace 5.0 складається з двох основних компонентів «Базового модуля» (Core) – ядра системи і модуля «Колективна робота» (Collaboration).

«**Базовий модуль**» складається із сервера Core (на якому встановлено програмне забезпечення LearningSpace 5.0), сервера бази даних та авторського Web-сервера. Ці сервери можуть знаходитися на окремих комп'ютерах або ж бути віртуальними серверами, що розміщені на одному комп'ютері. Сервер LearningSpace 5.0 містить основне програмне забезпечення продукту і є ядром системи дистанційного навчання. Він використовується для створення інтерфейсу інструктора і призначений для введення та отримання відомостей про користувачів та курси, зберігання та отримання відомостей про результати роботи учнів. В ньому також підтримується інтерфейс студента, призначений для участі в заняттях і перегляді персональних даних реєстрації та результатів навчан-

ня.

У базі даних містяться дані про користувачів, курс та результати навчання, які можуть бути вилучені автоматично (за допомогою програмного забезпечення LearningSpace 5.0) чи явно (за запитом користувача) під час виконання SQL-запиту до бази даних.

LearningSpace 5.0 містить багато шаблонів звітів, за допомогою яких користувачі можуть легко генерувати, переглядати та роздруковувати звіти.

**Модуль «Колективна робота» (Collaboration)** призначений для створення віртуального класу («живих уроків» в онлайн-режимі), у якому викладачі та учні можуть одночасно працювати з прикладними програмами, рисувати на віртуальній дошці та одночасно відвідувати Web-сайти.

Окрім того, модуль «Колективна робота» використовується для створення дискусійних форумів, в яких користувачі можуть розміщувати коментарі з певного курсу, відповідати на повідомлення інших користувачів та брати участь в онлайн-чатах.

Серед недоліків системи Lotus LearningSpace слід відмітити неповну відповідність міжнародним стандартам підтримки дистанційного навчання (лише IMS і AICC), недосконалість інструментарію створення резервних копій дистанційних курсів – тільки на рівні архівування головної бази даних системи управління базами даних, недосконалість вбудованого інструментарію з розробки тестів (всі тестові питання за всіма курсами розміщуються в одному спільному банку питань), недосконалі засоби відновлення окремих курсів чи всієї платформи при їхньому ушкодженні, відсутність можливості використання операційних систем сімейства UNIX.

Незважаючи на зазначені недоліки, система Lotus LearningSpace займає одне з провідних місць серед програмних продуктів організації дистанційного навчання у світових масштабах, у навчальних закладах Росії та України. Так, у вітчизняних вищих навчальних закладах систему Lotus LearningSpace широко використовують Київський національний університет ім. Т.Г. Шевченка, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут» та Національний університет «Львівська політехніка».

### **«Прометей»**

Система дистанційного навчання «Прометей» є середовищем, використання якого не тільки забезпечує дистанційне навчання і тестування слухачів, але й дає змогу керувати всією діяльністю навчального закладу.

Розробники платформи «Прометей» відзначають такі переваги даного програмного продукту:

- «люб'язний» інтерфейс, простота опанування та експлуатації;
- відсутність ліцензій на клієнтські місця;

- можливість використання методики онлайн-навчання, що базується на командній роботі;
  - висока продуктивність та масштабованість у міру збільшення кількості користувачів та навантаження;
  - 10 видів тестів, можливість використання графіки та мультимедіа в тестах;
  - можливість побудови додаткових звітів;
  - можливість об'єднання кількох систем у єдине освітнє середовище;
  - помірні вимоги до ресурсів сервера та клієнтських місць, пропускових характеристик мережі;
  - можливість під'єднання до системи електронних курсів, розроблених за допомогою різних прикладних програм і в будь-яких форматах.
- У 2000 році Інститут інформаційних технологій і засобів навчання Академії педагогічних наук України спільно з російським Інститутом віртуальних технологій навчання створили українську локалізацію існуючого комплексу програмних засобів організації дистанційного навчання «Прометей» – «Прометей-3».

Система має гнучку модульну архітектуру, використання якої дозволяє:

- проводити дистанційне навчання через Інтернет (інтранет) практично в будь-яких сферах людської діяльності;
- управляти системою, розподіляючи права доступу до її компонентів серед користувачів, та формувати групи, реєструвати слухачів та вносити відомості про них до бази даних, контролюючи оплату навчання та розсилання навчальних матеріалів;
- консультувати слухачів, проводячи контроль за їх навчанням, тестуванням, заносити оцінки у залікову книжку, формувати звіти для керівництва;
- автоматично фіксувати в базі даних всі звернення до інформаційних матеріалів, що розташовані на Web-сервері навчального центру. Отримувати звіт про те, хто, коли і що читав або переглядав;
- забезпечувати доступ до курсів з боку слухачів, тьюторів, організаторів та адміністратора;
- формувати для кожного слухача унікальне тестове завдання та проводити багаторівневий контроль знань. В системі зберігаються відповіді на запитання в базі даних, автоматично аналізуються та підраховуються набрані бали. Генерується детальний звіт про спробу проходження тесту та зберігається на сервері для подальшого аналізу;
- створювати нові тести, розширювати та змінювати існуючі або імпортувати тест з текстового файлу;
- швидко створювати мультимедійні курси;
- використовувати інформаційно-навчальні матеріали: лекції, словники, посилання на літературні джерела, на віддалені мережні ресурси;

– підключати комп'ютерні тренажери для дистанційного проведення лабораторних робіт;

– спілкуватися слухачам з викладачем різноманітними засобами: електронна пошта, дискусійний клуб (телеконференція), круглий стіл (чат), аудіо-/ відеоконференція.

Система дистанційного навчання «Прометей» була створена за принципами простоти та зручності для користувача, чому сприяють:

- мінімальні вимоги до технічної підготовки тьютора та слухача;
- відсутність прив'язки до певного комп'ютера;
- невисокі технічні вимоги до комп'ютерів слухачів і викладачів, відсутність потреби встановлювати на них спеціальні програми;
- використання курсів у форматі HTML;
- відкритість структури бази даних, можливість розширення та налаштування системи;
- висока продуктивність та масштабованість у відповідності з робочим навантаженням.

Сьогодні в Україні платформу «Прометей» використовують такі навчальні заклади:

- Національна академія державного управління при Президентові України (м. Київ);
- Київський обласний інститут післядипломної освіти педагогічних кадрів (Центр дистанційного навчання);
- Інститут післядипломної освіти Національного університету державної податкової служби України (м. Ірпінь, Київська обл.);
- Східноєвропейський університет економіки і менеджменту (м. Черкаси).

#### **«Агапа»**

«Агапа» – це система, в якій поєднуються навчальний комплекс, комунікаційне середовище та система управління даними. Це перший в Україні програмний засіб, зареєстрований як «Система дистанційного навчання» у травні 2005 року, а в листопаді 2007 року – як «Система управління контентом».

Роботу над системою дистанційного навчання «Агапа» розпочала у 2003 році компанія «АВ-Консалтинг» (м. Кривий Ріг), коли у її керівництва виникли потреби оперативної підготовки й перепідготовки кадрів. Основний профіль компанії – інформаційні технології, тому компанія мала потребу у високоефективних інструментах збирання та структурування нових відомостей, а також створення й переробки на їх основі навчальних курсів. Наявність великої кількості структурних підрозділів та їхня віддаленість один від одного вимагали використання систем дистанційного навчання й систем управління навчальним процесом. Також виникла необхідність у створенні багаторівневого комунікаційного середовища як всередині підприємства, так і за його межами для підтримки роботи з партнерами та клієнтами.

На початку 2005 року система була випробувана й впроваджена в компанії «АВ-Консалтинг», а вже наприкінці 2005 року була взята для використання Криворізьким технічним університетом і стала основою для створення освітнього порталу університету. Досвід впровадження показав високу ефективність системи як для оперативної підготовки кадрів на підприємстві, так і для всебічної підтримки навчального процесу у вищому навчальному закладі.

Система дистанційного навчання «Агапа» створена засобами мови програмування PHP та включає в себе систему управління базами даних MySQL.

Основні характеристики системи дистанційного навчання «Агапа» версії 4.5:

1. «Агапа» – це система класу «клієнт-сервер», призначена для автоматизації і контролю процесу навчання. Система може використовуватися як інструмент управління дистанційним навчанням, і як інструмент підтримки очного/заочного навчання. Програма містить набір модулів, призначених для створення дистанційного навчального курсу, управління дистанційним навчанням, комунікації, контролю, аналізу, персоналізації та ін.

2. В системі поєднуються елементи системи управління навчальним матеріалом та навчальним процесом.

3. Система дистанційного навчання «Агапа» може бути використана і в якості корпоративного сайту без функцій навчання.

4. Система «Агапа» має відкритий програмний код.

5. Програмний комплекс може бути встановлений на UNIX/Windows сервер.

6. Інсталяція програми може відбуватися в будь-який каталог з будь-якою зовнішньою адресою. Також підтримується мультиадресація (коли система у локальній мережі може використовуватися під однією адресою і одночасно у мережі Інтернет – під іншою).

7. В системі дистанційного навчання «Агапа» використовується вільно поширюване програмне забезпечення Apache Web Server, MySQL Database 4.x, PHP4 (з розширеннями zip, gd2, domxml).

8. Управління системою повністю здійснюється через Web-інтерфейс, від користувачів не вимагається жодних спеціальних знань.

9. Підтримка різних мов інтерфейсу закладена у програму, але поки що пропонується лише російськомовний варіант.

10. Передбачена підтримка шаблонів оформлення інтерфейсу. Завдяки гнучкій модульній структурі система дистанційного навчання «Агапа» може бути змінена адміністратором, не втрачаючи функціональності та зручності.

11. Для навчальних закладів державної форми власності, що знаходяться на території України, система дистанційного навчання «Агапа» безкоштовна.

«Агапа» – це проект, що розвивається. Кінцевою метою розвитку системи дистанційного навчання «Агапа» є створення повнофункціональної системи управління навчанням з підтримкою українських та світових стандартів (SCORM, IMS і інших).

Партнерами з розробки, впровадження та удосконалення системи дистанційного навчання «Агапа» є такі вищі навчальні заклади України:

– Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»;

– Київський національний економічний університет імені Вадима Гетьмана;

– Криворізький технічний університет;

– Луганський національний педагогічний університет імені Тараса Шевченка;

– Кримський інститут економіки та господарського права (м. Сімферополь);

– Тернопільський національний економічний університет;

– Запорізький обласний інститут післядипломної педагогічної освіти.

### **«Веб-клас ХІІІ»**

Розробка середовища «Веб-клас ХІІІ» була розпочата у 1999 році на базі Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут» під керівництвом М.В. Савченка та В.М. Кухаренка.

В основу середовища покладена технологія клієнт-сервер. Середовище створене з використанням технології ASP, доступ до баз даних виконується через ADO, діалог на Web-сторінках побудований на основі мови JavaScript.

Віртуальне навчальне середовище призначене для забезпечення основних педагогічних технологій дистанційного навчання. Для роботи адміністратора системи, автора курсу, тьютора і студента використовується єдиний інтерфейс українською, російською та англійською мовами.

До складу системи входять підсистеми:

– доступу до довідкових матеріалів про курс (передмова до курсу, відомості про авторів та тьюторів).

– адміністрування (реєстрація, контроль активності слухачів);

– налагодження параметрів системи;

– планування занять;

– доступу до статичного електронного курсу;

– доступу до динамічного електронного курсу (онлайн-зв'язок наявних на сайті та/або в Інтернет навчальних Web-сторінок і формування динамічних уроків) – курс-меню;

– створення бази навчальних сторінок та використання їх у динамічних уроках;

– підготовки і проведення онлайн-тестування (включаючи тесту-

- вання знань, психологічні тести, анкетування);
- доступу до системних Web-довідників;
  - внутрішньої пошти за курсом;
  - форуму – курсового дискусійного клубу;
  - стрічки чатів.

Найбільш високий пріоритет доступу до ресурсів системи має адміністратор системи. Його діяльність спрямована на підтримку цілісності системи, збереження бази даних, виконання загального контролю навчального процесу. Він контролює процес реєстрації нових користувачів, відслідковує можливі порушення правил роботи у даній системі.

Автор курсу створює дистанційний курс, який включає план занять, електронний курс, набір тестів, анкет, теми для обговорення на форумі курсу та у стрічці чатів. Використовуючи систему, автор має можливість формувати частину занять динамічно, якщо цього вимагає індивідуальний підхід до студентів чи групи студентів.

Тьютор відповідає за успішне проведення дистанційного навчання. Він відслідковує наповненість баз даних курсу відомостями про слухачів. Тьютор контролює повідомлення у форумі, організовує та проводить чати. За необхідності він може створити динамічні уроки. Протягом навчального процесу тьютор може аналізувати статистику, що автоматично накопичується в середовищі: кількість відвідувань курсу студентами, час роботи студентів за сеансами, середній час роботи студента протягом сеансу, кількість записів у глосарії чи в тестах, статистику відповідей студентів на кожен тестову задачу.

Віртуальне середовище «Веб-клас ХІІІ» вільно розповсюджується серед навчальних закладів.

## **MOODLE**

MOODLE (від англ. Modular Object Oriented Dynamic Learning Environment – модульне динамічне об'єктно-орієнтоване середовище для навчання) є програмним комплексом для організації дистанційного навчання в мережі Internet. Це пакет програм, призначений для створення в мережі Інтернет навчальних курсів різних напрямків, а також різних тестових програм для перевірки знань. Розробка системи була розпочата Мартіном Дугіямасом (який і сьогодні координує її) у 90-ті роки ХХ ст., кілька попередніх прототипів були створені і відкинуті перед тим, як 20 серпня 2002 року він випустив версію 1.0. Ця версія була націлена на малі класи університетського рівня і була предметом наукових досліджень, у яких детально аналізувалася природа співробітництва і процеси, що відбувалися всередині цих маленьких груп студентів. З тих пір постійно проводилися нові випуски системи, що включали додаткові послуги, кращу масштабованість та удосконалене виконання [41].

Остання англійська версія системи дистанційного навчання MOODLE – Moodle 1.9.4, українськомовна – Moodle 1.7.

Наведемо загальні характеристики системи дистанційного навчання



MOODLE [44]:

- простий та зручний інтерфейс користувача;
- просто інсталюється майже на всі платформи, де підтримується PHP;
- повна абстракція баз даних, підтримуються всі види баз даних;
- у списку курсів висвітлює опис кожного курсу, включаючи можливість перегляду гостями;
- існує можливість категоризації та пошуку курсів – на одному сайті за допомогою MOODLE можна підтримувати тисячі курсів;
- надійна система безпеки – форми перевіряються, дані підтверджуються, паролі шифруються.
- більшість текстових областей введення (ресурси, поштові відправлення) можуть бути відредаговані за допомогою вбудованого WYSIWYG HTML-редактора.

Перелічимо основні характеристики системи стосовно підтримки роботи користувачів [61]:

- вплив адміністратора зводиться до мінімуму, проте забезпечується високий рівень безпеки;
- підтримка ряду механізмів аутентифікації через вбудовані модулі аутентифікації полегшує інтеграцію з існуючими системами;
- адміністратор контролює створення курсів і призначає викладачів, записує користувачів на курси;
- розробник курсів створює курси;
- викладачі можуть не мати привілеїв модифікувати курси (наприклад, позаштатні викладачі);
- викладачі можуть додавати «реєстраційний ключ» до своїх курсів для неможливості прослуховування їх не-студентами. Ключ може передаватися особисто чи електронною поштою;
- при бажанні викладачі можуть власноруч записувати студентів;
- заохочується створення студентами онлайн-описів профайлів, включаючи фотографії, описи. При бажанні поштові адреси можуть не висвітлюватися;
- кожен користувач може обрати мову для інтерфейсу MOODLE (на сьогодні підтримується 78 мов).

Основні можливості системи щодо підтримки курсів:

- штатний викладач має повний контроль над всіма налаштуваннями, включаючи обмеження щодо інших викладачів;
- курси можуть обиратися в залежності від тижня, теми, дискусії;
- гнучкі засоби діяльності стосовно курсу – форуми, журнали, ресурси, дослідження, вибори, завдання, чати, семінари;
- зміни у курсі з моменту останнього входження в систему можуть висвітлюватися на домашній сторінці курсів;
- усі оцінки за форуми, журнали, виконані завдання можуть бути переглянуті на одній сторінці (і збережені в окремому файлі);

– повні звіти про вхід у систему і діяльність користувачів доступні з графами і деталями стосовно кожного модуля (останній вхід, кількість часу) так само, як і детальна історія активності кожного студента, включаючи листування, журнальні статті на сторінці;

– копії листів на форумах, відповіді викладачів можуть бути збережені в форматі HTML чи у вигляді простого тексту;

– викладачі можуть вводити власні системи оцінювання форумів, завдань, журналів;

– курси можуть бути запаковані у стандартний zip-файл.

Наведемо основні характеристики системи навчання за модулями дистанційного курсу [59].

*Модуль завдань:*

– завдання можуть бути охарактеризовані датою складання і максимальною оцінкою;

– студенти можуть завантажувати свої завдання на сервер (у будь-якому форматі);

– дозволяється невчасне виконання завдання, але час запізнення показується викладачеві;

– відповідь викладача приєднується до сторінки із завданням кожного студента, про що надсилається попередження;

– викладач може дозволити перескладання завдань після оцінювання.

*Модуль тестів:*

– викладачі можуть визначати базу даних питань для використання у різних тестах;

– тести можуть бути розподілені за категоріями для полегшення доступу, і ці категорії можуть бути доступними для всіх курсів на сайті;

– тести автоматично оцінюються і переоцінюються, якщо питання змінюються;

– тестам відповідає обмежене часом вікно, поза яким доступу до них немає;

– на вимогу викладачів тестування може проводитися багаторазово, з демонстрацією правильних відповідей;

– тестові питання і відповіді можуть бути перемішані для захисту від списування;

– в тестах підтримується HTML і малюнки;

– тестові питання можуть бути імпортовані із зовнішнього текстового файлу;

– кількість спроб проходження тестів може бути обмеженою;

– існують питання з багатьма правильними відповідями, питання, що потребують короткої відповіді (слово чи фразу), питання типу правда-неправда, випадкові питання, нумеровані питання, питання із вбудованими відповідями (у фрагменті тексту), вбудований описовий текст і графіка.

В Україні систему MOODLE для підтримки дистанційного навчання використовують:

- Дніпропетровський національний університет;
- Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»;
- Києво-Могилянська академія;
- Інститут інформатики Національного педагогічного університету ім. М.П. Драгоманова (м. Київ);
- Херсонський економіко-правовий інститут;
- Херсонський державний аграрний університет;
- Кафедра інформатики Тернопільського національного педагогічного університету;
- Класичний приватний університет (м. Запоріжжя);
- Криворізький державний педагогічний університет та інші заклади.

Таблиця 3.1.

**Порівняльний аналіз  
систем підтримки дистанційного навчання**

<i>Специфікація і можливості вико- ристання системи</i>	<i>Lotus Learning Space 5.0</i>	<i>Прометей</i>	<i>Агана</i>	<i>Веб-клас ХПІ</i>	<i>MOODLE</i>
<b>Платформа</b>					
Операційна систе- ма	Windows	Windows	Windows, Unix/Linux	Windows	Windows, Unix/Linux
База даних	MS SQL Server 7.0, Oracle	MS SQL Server 7.0	MySQL	MS SQL Server 7.0	MS SQL Server 7.0, PostgreSQL
Web-сервер	MS IIS	MS IIS	Apache	MS IIS	Apache
Інсталяція і конфі- гурація	+	+	+	+	+
<b>Адміністрування</b>					
Засоби адміністру- вання	Вбудовані	MS IIS	Вбудовані	MS IIS	Вбудовані
Системний адміні- стратор	+	+	+	+	+
<b>Структура управління</b>					
Віртуальний дека- нат	–	+	–	–	–
Автор курсу	–	–	+	+	+
Тьютор	+	+	+	+	+

<i>Специфікація і можливості вико- ристання системи</i>	<i>Lotus Learning Space 5.0</i>	<i>Прометей</i>	<i>Агана</i>	<i>Веб-клас ХІІІ</i>	<i>MOODLE</i>
<b>Режими навчання</b>					
Самостійне на- вчання	+	+	+	+	+
Групове навчання	+	+	+	+	+
Асинхронне на- вчання	+	+	+	+	+
Синхронне навчан- ня	+	Окремі комуніка- ційні про- грами	+	+	+
<b>Розробка курсів дисциплін</b>					
Редагування на від- стані (завантажен- ня на сервер)	+	-	+	+	+
Експорт-імпорт курсів	+	-	-	-	+
Використання кур- сів третіх фірм	+	-	-	-	-
<b>Можливості використання у процесі навчання</b>					
Планування на- вчання за спеціаль- ністю	+	-	-	-	-
Бібліотека вільного доступу	-	-	-	+	+
Модульна структу- ра курсу	+	-	+	-	+
Бібліографія	+	-	-	+	-
Структура курсів у вигляді дерева	-	-	-	-	+
Календар	+	-	+	+	+
Глосарій	+	-	+	+	+
<b>Засоби комунікації</b>					
Загальний форум системи	+	+	+	+	+
Форум групи	+	+	+	+	+
Чат з тьютором	-	+	-	-	-
Чат групи	+	+	-	+	-

<i>Специфікація і можливості вико- ристання системи</i>	<i>Lotus Learning Space 5.0</i>	<i>Прометей</i>	<i>Агана</i>	<i>Веб-клас ХІІІ</i>	<i>MOODLE</i>
Внутрішньокурсowa пошта	+	+	+	+	+
<b>Тестування</b>					
Типи питань	5	10	5	5	8
Статистика тестування	+	+	+	+	+
Статистика досягнень групи	+	+	+	+	+
Графік тестування	–	+	+	+	+
Звіт досягнень в групах	–	+	–	+	–
<b>Інтерфейс користувача</b>					
Пошукова система	+	–	–	–	–
Вибір дизайну	Частково	–	+	Частково	+
Корисні посилання	+	+	+	+	+
Часто поставлені запитання	+	+	+	+	+
Оцінювання якості навчання студентом	–	–	–	–	–
Вбудована навчальна система користування середовищем ДН	+	–	–	–	+

Є.М. Смирновою-Трибульською сформульовані наступні *рекомендації щодо вибору навчальної платформи для організації дистанційного навчання школярів* [47]:

- наявність інтуїтивно зрозумілого інтерфейсу користувача, а також довідки та документації рідною мовою;

- можливість використання платформи на комп'ютері з будь-якою операційною системою без необхідності встановлення спеціального обладнання;

- дешева, або навіть безкоштовна, з помірними вимогами до швидкісних характеристик мережі та апаратної складової;

- зручне управління змістом і спілкуванням з користувачами, легка комунікація з ними, можливість швидкого створення документів, легкість у наданні доступу;

- можливість розширення сукупності використовуваних компонен-

тів відповідно до зростаючих потреб та умінь вчителя й учнів;  
– наявність інструментів, що служать для підтримки складових елементів процесу навчання, специфічних для шкільної педагогіки;  
– підтримка різних форм комунікації та групових форм навчання, взаємного оцінювання та самоуправління.

За результатами порівняльного аналізу програмно-інструментальних платформ дистанційного навчання середовище MOODLE виявляється найзручнішим для організації позаурочної самостійної роботи з вивчення інформаційних технологій математичного призначення у формі дистанційного факультативу.

#### ***Контрольні питання і завдання***

1. Які вимоги покладені в основу будівництва інформаційно-навчального середовища?
2. Описати основні характеристики найпопулярніших в Україні платформ дистанційного навчання.
3. Відмітити переваги відкритих вільно поширюваних платформ дистанційного навчання над комерційними.

### **3.3. Дистанційне навчання у загальноосвітніх закладах**

Сучасне інформаційне суспільство вимагає від кожної людини уміння постійно вчитися протягом всього свого життя, бути конкурентоспроможною, високо кваліфікованою та професійно компетентною, про що йдеться у деклараціях Болонського процесу, до якого Україна приєдналася у 2005 році. Відповідні загальнонавчальні уміння повинні закладатися під час навчання в школі [17]. Провідними у підготовці учнів до навчання протягом всього життя (LLL – Life Long Learning) є дистанційні технології навчання, поєднані з технологіями традиційного навчання.

#### ***3.3.1. Сучасний стан дистанційного навчання в школах Росії та України***

Розвиток дистанційної освіти в Україні, зокрема у загальноосвітніх навчальних закладах, відбувається з урахуванням уже існуючих досягнень у цій галузі науковців США, Європи та Росії. Через відсутність мовних бар'єрів, термінологічну схожість у галузі освіти та схожість у підходах до проблем освіти в цілому, особливий інтерес вітчизняних педагогів зосереджений на теоретичному та практичному досвіді впровадження дистанційної освіти в Росії.

Початок впровадження технологій дистанційного навчання в практику роботи російських шкіл припадає на 1999 рік. За десять років накопичено величезний досвід Інтернет-підтримки середньої освіти. За даними порталу «Все про дистанційне навчання» [67] лідерами у наданні дистанційних освітніх послуг називають проекти: «Телешкола», «Відкритий коледж» і «Віртуальна школа Кирила та Мефодія». Наведемо

коротку характеристику проектів-лідерів.

Некомерційне партнерство **«Телешкола»** [76] – це перша в Росії, ліцензована й акредитована Інтернет-школа, яка, пройшовши всі рівні державної експертизи, має офіційний статус середнього загальноосвітнього закладу.

Інтернет-школа, заснована у 2001 році, в ній надається можливість всім бажаючим засвоїти освітню програму 10-го та 11-го класів за дистанційною формою, після завершення навчання отримати повну середню загальну освіту і атестат державного зразка.

Компанія розробила інформаційно-освітню платформу для дистанційного навчання з використанням Інтернет-технологій – «TS – distant learning». Дана платформа включає всі необхідні для навчального процесу елементи, а саме: електронні журнали користувачів, систему комунікацій, засоби обліку успішності та ін. На платформі розміщені мережні навчальні матеріали для основної та додаткової освіти учнів загальноосвітніх закладів, а також закладів додаткової професійної освіти.

Проект **«Відкритий коледж»** [70] – перший у Росії освітній Інтернет-портал, на якому представлені дистанційні курси, спрямовані на учнівську аудиторію, а також курси для професійної освіти.

Розробка проекту виконується з 1999 року компанією **«ФІЗІКОН»**. Основне призначення проекту – інтеграція навчальних комп'ютерних курсів, що випускаються компанією на компакт-дисках, та індивідуального навчання через Інтернет.

У середовищі **«Відкритий коледж»** учні можуть:

- самостійно навчатися за основними предметами шкільної програми, розв'язувати задачі, спілкуватися з віртуальним вчителем та отримувати електронні консультації;

- брати участь у дистанційних олімпіадах і вікторинах;

- перевіряти набуті знання шляхом тестування.

Для професійної підготовки пропонується курси з основ бізнесу та економіки, курси інформатики, фізики, англійської мови та інші. Після закінчення за результатами навчання видається сертифікат.

**«Віртуальна школа Кирила та Мефодія (КМ-школа)»** [72] – інформаційний інтегрований продукт, створений на основі Інтернет та Інтранет технологій. В ньому об'єднуються освітній мультимедійний зміст, система доставляння та управління ним, а також ефективні засоби автоматизації управління школою (робочі місця директора, заступника директора, вчителя, учня, бібліотекаря та адміністратора).

До складу освітнього контенту **«КМ-школи»** входять:

- мультимедіа-уроки,

- мультимедіа-енциклопедії;

- інструмент для тренінгу, перевірки та самоперевірки знань учнів зі шкільних предметів («репетитори»);

- тренінги з інформаційних технологій;

- електронна бібліотека;
- практичні курси розвитку особистості та ін.

На базі «КМ-школи» може бути створений електронний освітній простір в окремому регіоні та мінімізований Інтернет-трафік шкіл.

Досвід впровадження дистанційного навчання в школах України значно поступається російському. Про масштаби відставання свідчить той факт, що перший конкурс «Дистанційний вчитель року» всеросійського рівня був проведений у 1999 році, а в Україні міського рівня – у 2007 році у м. Херсон.

Активному впровадженню дистанційного навчання в практику роботи загальноосвітніх закладів перешкоджають об'єктивні та суб'єктивні проблеми психологічного, технічного, юридичного та методичного характеру, а саме: інертність вчителів-предметників, слабкість технічної бази, відсутність апробованих програмних засобів, недостатність нормативної, законодавчої документальної бази, якою регламентується навчальну діяльність під час дистанційної форми навчання, слабе забезпечення методичними розробками за технологіями дистанційного навчання.

Незважаючи на наявні проблеми, про становлення дистанційного навчання в Україні на рівні загальноосвітніх закладів свідчать експериментальні дослідження: В.М. Кухаренка [21; 22], Є.М. Смирнкової-Трибульської [45], В.В. Сташенко [45;48], освітні портали: Шкільний Інтернет-портал «Острів знань» [68], Всеукраїнський шкільний портал [75], а також діяльність шкіл Херсону, Харкова, Вінниці та ін.

Перша дистанційна школа в Україні, призначена для проведення додаткового навчання, була відкрита на базі проблемної лабораторії дистанційного навчання НТУ «ХПІ» під керівництвом В.М. Кухаренка за участю співробітників кафедри технічної кріофізики. Навчальний процес у дистанційній школі, яка отримала назву «**Фізик-інформатик**», розпочався з жовтня 2005 року. У школу приймаються особи із середньою освітою, учні випускних класів середніх навчальних закладів, студенти випускних курсів технікумів, училищ, котрі мають намір до вступу в НТУ «ХПІ».

Школа є структурним підрозділом факультету дистанційного навчання та доуніверситетської підготовки НТУ «ХПІ».

Основними задачами школи є:

- проведення профорієнтаційної роботи серед школярів, студентів випускних курсів технікумів та інших громадян із середньою освітою з метою залучення їх до вступу до університету;
- проведення відбору найбільш здібної молоді, що має нахил до оволодіння науками відповідно до профілю факультету;
- підвищення рівня підготовки молоді в галузях наук, що відповідають спрямуванням факультету;
- підготовка і залучення найбільш обдарованих учнів до участі в ре-



спубліканських та регіональних олімпіадах з фундаментальних дисциплін.

### **Контрольні питання і завдання**

1. Порівняти масштаби впровадження дистанційного навчання у практику роботи шкіл Росії та України.

#### **3.3.2. Особливості навчання школярів за дистанційною формою**

У більшості випадків, дистанційне навчання школярів повинно розглядатися як додаткове до традиційного класно-урочного навчання. Так, елементи дистанційного навчання можуть стати незамінними для таких груп учнів:

- учням сільських шкіл для отримання якісної освіти;
- обдарованим дітям для поглиблення знань, перевірки ступеня самореалізації під час участі в олімпіадах різного рівня, для виконання робіт МАН на високому науковому рівні;
- учням випускних класів для підготовки до складання зовнішнього незалежного тестування;
- невстигаючим дітям для формування інтересу до навчання чи його поновлення, підвищення якості навчання;
- учням, які з різних причин пропускали заняття (активісти, спортсмени та ін.) для усунення прогалин у знаннях;
- учням різних класів для самореалізації, загального розвитку та систематизації знань, уникнення прогалин у знаннях через непередбачувані обставини (наприклад, карантин).

А для дітей з індивідуальними особливостями, через які вони не можуть відвідувати школу (фізичні вади, перебування у лікарнях, колоніях і т.ін.), дистанційне навчання за умов створення відповідних інфраструктур може стати основною і єдиною формою одержання середньої освіти.

Дистанційне навчання знімає багато психологічних проблем, пов'язаних із комунікабельністю школярів, дозволяє їм бути більш відвертими. Можливість попрацювати над своєю думкою допомагає учням усувати огріхи усного спілкування.

Н.В. Морзе визначає *типи* дистанційного навчання, які відрізняються між собою за ступенем дистанційності, індивідуалізації і продуктивності [28, 96]:

1. *Школа – Інтернет*
2. *Школа – Інтернет – Школа*
3. *Учень – Інтернет – Учитель*
4. *Учень – Інтернет – Центр*
5. *Учень – Інтернет – ...*

Як зазначає В.В. Сташенко, «навчальний процес при дистанційному навчанні містить у собі всі основні форми традиційної організації освітнього процесу та поєднує дослідницьку і самостійну роботу учнів; при

цьому реалізація цих форм значно змінюється» [48].

Вирішуючи одну із задач сучасної освіти, застосування дистанційних форм навчання урізноманітнює види й форми навчальної діяльності школярів [3]. Складовими навчальної діяльності дистанційного учня є:

- пізнавально-продуктивна діяльність;
- комунікативна діяльність;
- методологічно-змістова діяльність;
- психолого-виховна діяльність;
- технічна діяльність.

*Пізнавально-продуктивна діяльність* учнів реалізується у таких формах, як дистанційні творчі олімпіади, проекти і курси. Основною метою такої діяльності в дистанційному навчанні є набуття і розвиток учнями умінь створювати творчий продукт з використанням засобів телекомунікацій.

*Комунікативна діяльність* учнів під час дистанційного навчання передбачає винесення творчого продукту, створеного у результаті пізнавально-продуктивної діяльності, на обговорення в електронні конференції та дискусійний чат. Форми організації комунікативної діяльності поділяються на: асинхронні (електронна пошта, телеконференція, форум, дошка оголошень, гостьова книга) і синхронні (чат-уроки і чат-конференції у режимі реального часу).

*Методологічно-змістова діяльність* учнів передбачає суттєве збільшення складової самостійного правління учнями пізнавально-продуктивною діяльністю, розвиток у них умінь, спрямованих на самоуправління своєю навчальною діяльністю.

*Психолого-виховна діяльність* учнів полягає у вихованні особистісних умінь для підсилення самостійності учня у дистанційному навчальному процесі:

- уміння бути здатним до самоосвіти, людиною, яка може вчасно реагувати на стрімкі зміни в соціальній та технічній областях життя;
  - цілеспрямованість, самодисципліна і наполегливість;
  - позитивне ставлення до навчання за дистанційною формою;
- та ін.

*Технічна діяльність* полягає у набутті специфічних знань, умінь та навичок із застосування засобів телекомунікацій.

Проаналізувавши досвід впровадження дистанційного навчання у навчально-виховний процес шкіл Росії, а також стан впровадження дистанційного навчання у навчальний процес вітчизняних шкіл (у тому числі в рамках експерименту «Дистанційне навчання для середньої школи» [21; 22]), можна сформулювати загальні вимоги щодо організації дистанційного навчання у загальноосвітніх навчальних закладах та рекомендації щодо розробки дистанційних курсів для школярів різних вікових категорій.

*Вимоги до організації дистанційного навчання у загальноосвітніх*

*навчальних закладах:*

– наявність високоорганізованої комп’ютерної мережі з одним чи кількома серверами (один – для обслуговування локальної комп’ютерної мережі, другий може використовуватися для підтримки організації Екстрнету [28], третій – для використання ресурсів глобально мережі Інтернет в освітніх цілях);

– наявність висококваліфікованих кадрів, компетентних в організації та проведенні дистанційного навчального процесу – фахівців у предметних галузях, методистів, добре ознайомих зі специфікою Інтернет- і комунікаційних технологій, із сучасними тенденціями в системі освіти, сучасними концепціями, теоріями, педагогічними технологіями, психологічними особливостями взаємодії в мережі тощо [25];

– наявність нормативно-правової документації з регулювання навчальної діяльності за дистанційних форм навчання.

*Рекомендації щодо розробки дистанційних курсів для школярів:*

– оформлення теоретичного матеріалу теми має бути виконане у гіпертекстовому чи мультимедійному форматі [9];

– обов’язковою є наявність списку рекомендованої додаткової друкованої літератури та точних (актуальних і робочих) гіперпосилань на Інтернет-ресурси з розглядуваної теми;

– до навчального матеріалу мають бути включені всі додаткові питання, які можуть виникнути в учнів під час навчання;

– необхідно передбачити використання різноманітних складових елементів системи дистанційного навчання;

– після завершення вивчення окремої теми учень обов’язково має отримати оцінку, без якої неможливе подальше вивчення курсу.

Дотримання зазначених вимог є необхідною умовою успішного впровадження технологій дистанційного навчання у навчально-виховний процес школи.

### ***Контрольні питання і завдання***

1. Доповнити перелік груп учнів, для яких дистанційне навчання може стати альтернативою традиційному.

2. Охарактеризувати складові навчальної діяльності учня під час навчання за дистанційними формами.

3. Прокоментувати вимоги та рекомендації щодо організації дистанційного навчання у школі.

## Висновки до третього розділу

1. Провідною тенденцією розвитку дистанційного навчання в Україні є застосування технологій дистанційного навчання у традиційному очному навчанні, що, зокрема, дозволяє його застосовувати при навчанні школярів.

2. Порівняння платформ дистанційного навчання показало, що повна підтримка міжнародного стандарту дистанційного навчання SCORM 2004, найкраща локалізація та найбільш повна реалізація дистанційного навчання як педагогічної технології наявна у СДН MOODLE.

3. Дистанційне навчання школярів має такі основні особливості:

- є додатковим до традиційного класно-урочного навчання;
- основними критеріями вибору навчальної платформи дистанційного навчання школярів є наявність інтуїтивного інтерфейсу, довідки та документації рідною мовою, зручність управління змістом і спілкуванням з користувачами, можливість розширення сукупності використовуваних компонентів відповідно до зростаючих потреб та умінь вчителя й учнів, підтримка різних форм комунікації та групових форм навчання, взаємного оцінювання та самоуправління, а також наявність інструментів, що служать для підтримки складових елементів процесу навчання в середній школі;

- при розробці шкільного дистанційного курсу необхідно забезпечити: використання різноманітних складових елементів системи дистанційного навчання, оформлення теоретичного матеріалу у гіпертекстовому та мультимедійному форматі, наявність списку рекомендованої додаткової друкованої літератури та точних гіперпосилань, включення до навчального матеріалу всіх додаткових питань, які можуть виникнути в учнів у процесі навчання, оцінювання кожної вивченої теми окремо.

## РОЗДІЛ 4.

### МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ ЗАСТОСУВАННЯ МЕРЕЖНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ПРИ НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ

За ідеєю М.І. Жалдака, прикладне програмне забезпечення математичного призначення можна умовно поділити на дві великі групи:

– програмне забезпечення *навчально*-дослідницького призначення, так звані педагогічні програмні засоби (ППЗ), розраховані на учнів загальноосвітніх навчальних закладів та студентів вузів, які лише почали вивчати шкільний курс математики та основи вищої математики;

– програмне забезпечення *науково*-дослідницького призначення, розраховане на математиків-фахівців досить високої кваліфікації.

Найбільш придатними для підтримки вивчення ШКМ та основ вищої математики на сьогоднішній день називають такі програми: програмно-методичний комплекс GRAN, система динамічної геометрії DG і система комп'ютерної алгебри ТерМ, описані у першому розділі.

Програмне забезпечення науково-дослідницького призначення не має широкого застосування у школі, тоді як використання цих програмних засобів у процесі навчання шкільної математики сприятиме утвердженню нової парадигми розвитку математичної освіти, основним змістом якої є не опанування певними алгоритмами розв'язування математичних задач, а розуміння та застосування математичних методів дослідження.

#### 4.1. Науково-дослідницьке програмне забезпечення математичного призначення

Починаючи з 1960-го року було створено кілька сотень систем для розв'язування математичних задач та візуалізації математичних об'єктів. Всі ці системи характеризуються наявністю обчислювального ядра, чисельних бібліотек математичних об'єктів та алгоритмів роботи з ними, пакетів розширень, більш менш розвинутим інтерфейсом та ін.

За своїм призначенням, структурою та функціями математичне програмне забезпечення науково-дослідницького призначення можна умовно поділити на кілька груп, а саме:

1. Математичні пакети вузької спеціалізації: *GAP*, *Macaulay*, *Singular* та ін.

2. Програмні засоби візуалізації математичних даних: *Gnuplot*, *JMol*, *LaTeX* та ін.

3. Системи геометричного моделювання: *Autodesk 3ds Max*, *ANSYS* та ін.

4. Системи комп'ютерної математики: *Derive*, *Maple*, *Matlab*, *Mathematica*, *MathCAD*, *Maxima*, *SAGE* та ін.

У даній класифікації наведені далеко не всі, а лише найпопулярніші на сьогодні, переважно некомерційні, програмні засоби підтримки математичних досліджень. Коротко зазначимо основні можливості викори-

стання професійно орієнтованого програмного забезпечення математичного призначення.

Так, математичні пакети вузької спеціалізації призначені для виконання алгебраїчних та теоретико-числових обчислень, чисельних та матричних обчислень необмеженої точності, розв'язування диференціальних рівнянь та ін. Вони набагато швидше та ефективніше універсальних систем, оскільки від початку були орієнтовані на розв'язування досить обмеженого кола задач без необхідності інтерпретувати вхідні дані, компілювати тисячі функцій ядра у момент завантаження, підтримувати інтерфейс та графіку, мати вбудовану довідкову систему та ін.

За представленістю у наукових публікаціях та кількістю посилань на сторінках мережі Інтернет найпопулярнішою системою вузької спеціалізації є система *GAP (Groups, Algorithms, Programming)* – система для обчислювальної дискретної алгебри. Розробка системи була розпочата у 1986 році у Німеччині (м. Аахен), в 1997 році центр координації розробки та технічної підтримки перемістився у Шотландію (Університет м. Сент-Ендрюс). *GAP* безкоштовно поширюється разом із дистрибутивом на умовах ліцензії GNU.

Система *GAP* може бути використана для проведення досліджень та навчання в галузі теорії груп, кілець, алгебри, комбінаторних структур, теорії графів та їх автоморфізмів, теорії кодування, кристалографії, векторних просторів та ін. В систему *GAP* вбудовано спеціалізовану мову програмування, бази даних математичних об'єктів та величезну бібліотеку алгоритмів роботи з ними. За допомогою *GAP* можна працювати з циклотомічними полями, скінченими полями, алгебраїчними розширеннями полів, групами Галуа, многочленами від багатьох змінних, раціональними функціями, векторами та матрицями. Користувач має доступ до різноманітних комбінаторних функцій, елементарних теоретико-числових функцій, різноманітних функцій для роботи з множинами та списками та ін. Окрім того, за допомогою *GAP* можна виконувати обчислення з гігантськими цілими та раціональними числами, допустимі значення яких обмежуються лише обсягом допустимої пам'яті.

Менш відомою відкритою вільно поширюваною системою вузької спеціалізації є система *Singular*, створена на потребу виконання спеціальних операцій у сфері комутативної алгебри, алгебраїчної геометрії та теорії особливостей.

Перша версія *Singular* вийшла у 1997 році. За допомогою *Singular* можна виконувати обчислення над такими математичними об'єктами, як ідеали та модулі, скінченні поля, алгебраїчні розширення, фактор-кільця та ін.

Але однією з перших вільно поширюваних спеціалізованих систем для виконання досліджень в галузі алгебраїчної геометрії та комутативної алгебри була створена система *Macaulay* (1983–1993 – роки написання ядра системи). Дана система призначена для опрацювання складних

математичних об'єктів високого рівня, включаючи поля Галуа, кільця поліномів, алгебраїчні розширення, алгебри Вейля, фактор-кільця, гомоморфізми кілець та модулів та ін.

Окрім виконання швидких та точних обчислень переважна кількість математичних задач вимагають адекватної візуалізації математичних даних та отриманих результатів.

Найпопулярнішим серед програмних засобів візуалізації математичних функцій і даних є середовище *Gnuplot*, розробка якого розпочалася у 1986 році. Не зважаючи на назву, *Gnuplot* не є частиною проекту GNU, захищений авторським правом розповсюджується безкоштовно, але не за ліцензією GNU GPL.

Використовуючи *Gnuplot*, можна працювати у будь-якій операційній системі у режимі командного рядка або у пакетному режимі, виконуючи скрипти, прочитані з файлів. Також *Gnuplot* використовують в якості системи виведення зображень у різних математичних пакетах, таких як GNU Octave, Maxima, SAGE та ін.

За допомогою *Gnuplot* можна будувати різноманітні типи графіків та поверхонь для функцій, заданих аналітично, параметрично або переліком координат точок. В системі підтримується не лише декартова система координат, а і полярна система координат при побудові двовимірних графіків та сферична чи циліндрична – при побудові тривимірних графіків.

В *Gnuplot* підтримується кілька різних типів виведення: на екран, у файли різних графічних форматів (eps, fig, jpeg, LaTeX, metafont, pbm, pdf, png, postscript, svg та ін.), на графічні пристрої (графопобудівники) та сучасні принтери.

До складу *Gnuplot* входить стандартна бібліотека математичних функцій, яка відповідає бібліотеці UNIX. Бібліотеку можна налаштувати на використання радіан та градусів (за замовчуванням використовуються радіани). В функціях у якості аргументів підтримуються цілі, дійсні та комплексні числа.

Вибір системи *Gnuplot* буде виправданим для виконання базових побудов графіків.

Для адекватного подання тривимірних об'єктів унікальною на сьогодні є система *JMol*, яка від початку була задумана як програма для простої візуалізації складних хімічних структур. Але, через те, що вона описана мовою Java, система *JMol* може бути використана в якості аплета на динамічних Web-сторінках (аплет – програма, що розміщена на Web-сервері, виконується на комп'ютері користувача, а результати її роботи відображаються у вікні браузера). Тому, у мережних системах комп'ютерної математики аплет *JMol* використовується для перегляду результуючого файлу обчислень із тривимірним зображенням. Змінити параметри (обертання, масштаб та ін.) аплетного 3D-зображення можна за допомогою контекстного меню відповідного аплета.

Візуалізації підлягають не лише різноманітні математичні функції та дані, отримані у результаті математичних розрахунків, а й самі математичні тексти через наявність у них специфічних математичних символів, формул, виразів та ін.

Для підготовки та друку математичної документації високої якості Леслі Лампортом був створений макропакет *LaTeX*. На сторінках Вікіпедії відзначені такі особливості пакету:

- високоякісні алгоритми розстановки переносів, перенесень між словами, балансування тексту в абзацах;
- автоматична генерація таблиці змісту документа, таблиць ілюстрацій та ін.;
- зручний механізм роботи з перехресними посиланнями (на формули, таблиці, ілюстрації, їхній номер або сторінку);
- зручний механізм цитування бібліографічних джерел;
- оформлення математичних та фізичних формул і рівнянь, хімічних формул та структурних схем молекул;
- оформлення графів, схем, діаграм та ін.

*LaTeX* входить до складу сучасних дистрибутивів *TeX*, і доступний на більшості основних апаратних та програмних платформах.

У зв'язку з поширенням геометричних досліджень, зокрема в галузі проєктивної геометрії та геометрії комплексних чисел, актуальності набувають системи геометричного моделювання. Найбільш вдалою системою такого класу на сьогодні є *Autodesk 3ds Max*.

*Autodesk 3ds Max* є об'єктно-орієнтованим середовищем для напів-автоматичного моделювання, анімації та візуалізації. За допомогою *Autodesk 3ds Max* можна створювати та редагувати геометричні поверхні будь-яких форм та складності, а також моделювати складні динамічні процеси.

Основним методом моделювання в *Autodesk 3ds Max* є моделювання на основі стандартних (прямокутний паралелепіпед, сфера, циліндр, тор, конус, труба, піраміда, чайник, площина, геосфера) та додаткових об'єктів, кожен із яких володіє рядом параметрів, на основі яких однозначно визначається форма тривимірного тіла. Після створення об'єкта кожен із його параметрів можна змінити і переглянути як змінився об'єкт у вікні редагування.

Програма *Autodesk 3ds Max* оснащена DCOM-інтерфейсом, за допомогою якого нею можна управляти з інших додатків, у тому числі через мережу. Враховуючи відкритість та гнучкість архітектури пакету *Autodesk 3ds Max*, можна необмежено розширювати його функціональні характеристики.

Серед значної кількості переваг *Autodesk 3ds Max* певним недоліком є можливість роботи з пакетом лише на Windows-платформі.

Широкі можливості для ефективного здійснення розрахунків та проведення дослідження чи моделювання явищ різної природи у різних



предметних галузях відкриваються на основі використання *систем комп'ютерної математики (СКМ)*. В цих універсальних математичних пакетах поєднуються спеціалізоване математичне програмне забезпечення з виконання символічних та чисельних розрахунків, потужні графічні засоби, власні мови програмування, графічний інтерфейс, засоби підготовки математичних текстів до друку, засоби для здійснення експортування даних в інші програмні продукти (текстові і графічні редактори, електронні таблиці) та імпортування з них даних для опрацювання.

Ефективність застосування СКМ універсального типу, таких як *Derive, Maple, Matlab, Mathematica, MathCAD* чи *Maxima*, у дослідницькій діяльності студентів не викликає сумнівів, тоді як їх застосування у загальноосвітніх школах є дискусійним щодо педагогічної доцільності.

Р.І. Івановський відмічає, що необхідність вивчення СКМ у школі визначається такими факторами:

- високою інтенсивністю навчального процесу;
- вимогами щодо підвищення інформативності занять;
- нестачу навчального часу на розробку учнями складних програм;
- вимогами варіативності типових задач, що розв'язуються;
- простотою створення ілюстрацій на базі СКМ та їх анімації;
- намаганнями виключити рутинні операції;
- простотою символічного, чисельного чи графічного розв'язування задач [13].

На думку М.В. Рафальської, застосування засобів СКМ на різних етапах уроку математики дає змогу активізувати навчально-пізнавальну діяльність учнів, сприяє розвитку їх творчих здібностей, математичної інтуїції та навичок здійснення дослідницької діяльності з використанням сучасних засобів ІКТ, а можливість проведення комп'ютерних експериментів у середовищі СКМ дає змогу організувати навчання математики з використанням елементів проблемного навчання, дослідницьких підходів у навчанні. Окрім того, оволодіння вміннями та навичками здійснення обчислень у певній СКМ та використання цих засобів для розв'язування навчальних та прикладних задач є необхідною умовою формування математичних компетентностей учнів [40].

Результати експериментального впровадження СКМ у процес навчання математики С.Ю. Попад'їною [37] є свідченням ефективного застосування засобів СКМ у дослідницькій роботі учнів з математики.

Грунтового дослідження потребує визначення змісту, засобів та форм навчання учнів можливостей використання СКМ, як компонентів відповідної методичної системи, побудованої за принципом педагогічної доцільності застосування СКМ у навчальному процесі загальноосвітньої школи.

### ***Контрольні питання і завдання***

1. Доповнити перелік професійного програмного забезпечення математика.

2. Провести порівняльний аналіз систем комп'ютерної математики Derive, Maple, Matlab, Mathematica, MathCAD та Maxima, відмітити їхні переваги та недоліки.

#### 4.2. Мережні системи комп'ютерної математики (Web-СКМ)

Однією з проблем, що постають у процесі навчання математики за умов широкого впровадження засобів сучасних ІКТ, є вибір середовища для роботи. Як комерційні, так і вільно поширювані системи суттєво різняться за функціональністю (універсальні системи та системи вузької спеціалізації), інтерфейсом (командного рядка, графічним), розміром (від кількох кілобайт до кількох гігабайт), вбудованою мовою програмування тощо. Безальтернативне ознайомлення лише з однією СКМ (навіть такою розвинутою, як Maxima) неминуче впливатиме на подальшу професійну діяльність, обмежуючи клас розв'язуваних задач за допомогою конкретного програмного продукту.

Як у педагогічній, так і в інженерній та науково-дослідницькій роботі діє єдиний принцип: *вибір інструмента визначається задачею*, тому обійтися лише однією СКМ не вдається, та й не потрібно.

Фактором, що утруднює вивчення та застосування різних СКМ, є синтаксичні відмінності у застосуванні одних і тих самих команд, що можуть змінюватися навіть у межах однієї СКМ різних версій. Інша проблема – те, що досить часто в універсальних системах не вистачає функціональностей спеціалізованих систем, та навпаки. В результаті для роботи буває необхідним цілий «зоопарк» СКМ, встановлених на одному комп'ютері, що в умовах загальноосвітньої школи та ВНЗ реалізувати практично неможливо через ліцензійні чи адміністративні перешкоди.

Проблема вибору СКМ та підтримки великої інсталяційної бази може бути розв'язана через застосування мережних надбудов до існуючих СКМ – *мережних систем комп'ютерної математики*, або *Web-СКМ*. Основними характеристиками мережних систем комп'ютерної математики є:

- відсутність необхідності встановлення обчислювального ядра СКМ на клієнтській машині;
- виконання обчислень – на Web-сервері СКМ;
- відображення результатів – у Web-браузері;
- невидимість до апаратної складової обчислювальної системи;
- індиферентність до використовуюваного браузера;
- простота адміністрування (зняття проблеми підтримки великої інсталяційної бази та ліцензування програмного забезпечення);
- мобільний доступ до навчальних ресурсів, програм і даних та ін.

Сьогодні представниками класу мережних СКМ є *MathCAD Application Server (MAS)*, *MapleNet*, *Matlab Web Server (MWS)*, *webMathematica*, *wxMaxima* та *SAGE*. Проте, не всі із перелічених Web-СКМ можуть бути

з легкістю використані для організації очно-дистанційного навчання математики в умовах загальноосвітніх шкіл.

Найбільший потенціал щодо організації учнівських досліджень, що включають побудову та оцінку математичної моделі, із застосуванням мережних технологій відмічено у системі SAGE, перша версія якої з'явилася у лютому 2006 року.

**SAGE** (Software for Algebra and Geometry Experimentation – програмне забезпечення для алгебраїчних та геометричних досліджень) – це безкоштовне вільно поширюване середовище математичних обчислень для виконання чисельних розрахунків та символічних перетворень, а також наочної візуалізації даних.

Проектом SAGE [74] керує професор факультету математики Вашингтонського університету (м. Сіетл) Вільям Штейн. Кінцевою метою проекту є створення відкритого високоякісного програмного забезпечення як гідної альтернативи комерційним програмним засобам, таким як Maple, Mathematica, MuPAD чи Matlab.

Система SAGE оснащена двома інтерфейсами – локальним інтерфейсом командного рядка (рис. 4.1) та Web-інтерфейсом (рис. 4.2).

```
sage login: sage
Linux sage 2.6.17-12-386 #2 Tue Dec 18 02:08:33 UTC 2007 i686
Програми, включенные в Ubuntu Linux - свободно распространяемое ПО;
SAGE - свободно распространяемое математическое ПО, которое успешно может
работать и с несвободными системами (Matlab, Mathematica, Maple, Magma).
-----
| Sage Version 4.1, Release Date: 2009-07-09                               |
| Type notebook() for the GUI, and license() for information.             |
-----
sage: simplify(3*x^2+5*x+17*x-x^2)
2*x^2 + 22*x
sage: f=(x-1)*(x-1)*(2*x-3); simplify(f)
(x - 1)^2*(2*x - 3)
sage: f.simplify()
(x - 1)^2*(2*x - 3)
sage: expand((x-1)*(x^2-1))
x^3 - x^2 - x + 1
sage: b=(x-1)*(x^2-2*x+2); b
(x - 1)*(x^2 - 2*x + 2)
sage: b.expand()
x^3 - 3*x^2 + 4*x - 2
sage: factor(x^12-1)
(x - 1)*(x + 1)*(x^2 + 1)*(x^2 - x + 1)*(x^2 + x + 1)*(x^4 - x^2 + 1)
sage: var('a,b')
(a, b)
sage: factor(a^2-a*b-4*a-4*b)
a^2 - a*b - 4*a - 4*b
sage: _
```

Рис. 4.1. Інтерфейс командного рядка SAGE

Оснащеність Web-інтерфейсом та вільне поширення середовища математичних обчислень SAGE – це основні, але не єдині переваги програми у порівнянні з іншими мережними системами комп'ютерної математики. Серед визначальних характеристик SAGE слід відмітити такі:

- відкритість повнофункціонального Web-сервера системи;
- інтеграція більше 100 математичних пакетів вузької спеціалізації у єдиному середовищі: PARI, GAP, GSL, Singular, MWRANK, NetworkX, Maxima, Symru, GMP, Numpy, matplotlib та ін.;
- підтримка інтерфейсів до комерційних систем комп'ютерної ма-

тематики, таких як Maple, Magma, Mathematica і Matlab;

- виконання на Web-сторінках програм, описаних мовами програмування Python, Lisp, Java та ін.;

- спрощеність процедури публікації робочих аркушів у мережі Інтернет;

- наявність режиму спільної роботи (collaborate) з даними певного робочого аркуша;

- відсутність потреби встановлення спеціального програмного забезпечення для подання математичних виразів у звичній математичній нотатції (достатньо виконати дозавантаження математичних шрифтів);

- підтримка технологій LaTeX та Wiki.

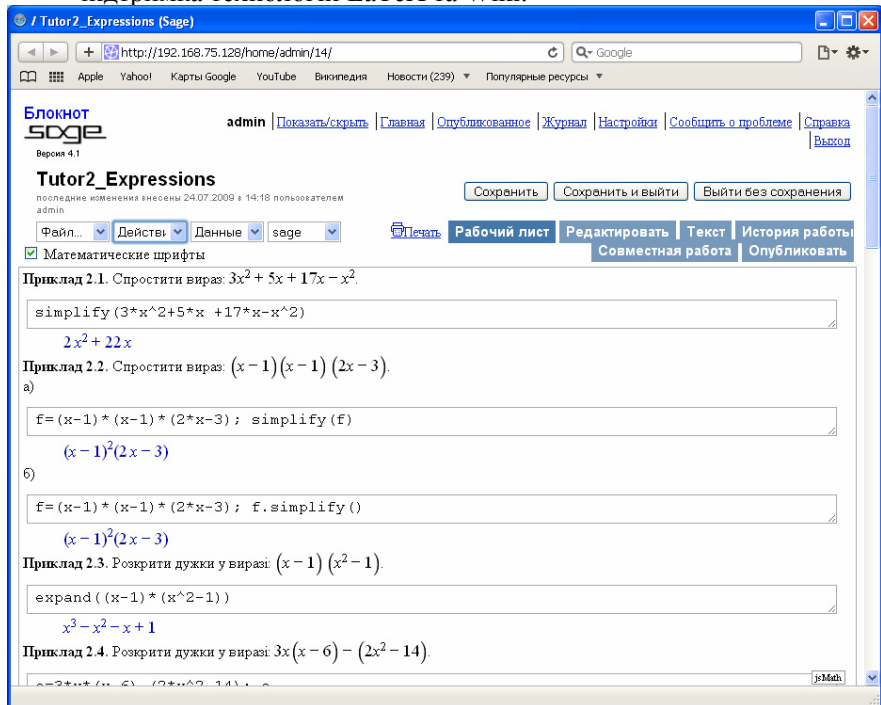


Рис. 4.2. Web-інтерфейс SAGE

Користуючись засобами SAGE є можливість виконати:

- арифметичні операції над числами та обчислення значень числових функцій (таких як, факторіал та ін.) та елементарних математичних функцій;

- наближені обчислення із заданою точністю;

- операції перетворення виразів (зведення подібних, розкриття дужок розкладання полінома на множники та інші);

- обчислення границь послідовностей і функцій;

- диференціювання та інтегрування функції;
- обчислення визначених інтегралів;
- розв’язування алгебраїчних та трансцендентних рівнянь аналітично, графічно та чисельно;
- розв’язування диференціальних рівнянь;
- операції лінійної алгебри (зокрема дії з векторами і матрицями);
- обчислення комбінаторних виразів;
- побудови графіків функцій та залежностей між змінними на площині та у просторі, заданих у декартових чи у полярних координатах.

Більш того, система SAGE може бути ефективно використана у процесі навчання багатьох розділів вищої та прикладної математики, зокрема, алгебри, геометрії, математичного аналізу, методів математичної фізики, теорії чисел, комбінаторики, теорії графів, моделювання, чисельних методів, теорії кодування, паралельних та розподілених обчислень та ін.

Короткий огляд основних прийомів роботи в системі SAGE наведено у посібнику «Основи роботи в SAGE» [56] (див. DVD-додаток). Більш глибоке засвоєння можливостей використання інструментарію SAGE до розв’язування математичних задач рекомендується старшокласникам у формі позаурочної самостійної роботи з інформатики, організованої з використанням технологій дистанційного навчання.

### **Контрольні питання і завдання**

1. Які фактори стали причиною появи та популярності мережних систем комп’ютерної математики?

2. На одному з Web-серверів SAGE (<http://sagenb.org/>, <http://sagenb.kaist.ac.kr/>, <http://sagemath.ru:8000/> чи ін.) зареєструвати власний блокнот, виконати вхід до системи та створити новий робочий аркуш для здійснення обчислень.

3. Визначити поточну версію системи та які математичні пакети інтегровані в SAGE.

4. Виконати дії  $2+3$ ,  $7-5$ ,  $3.5*2$ ,  $15/6$ ,  $7/0$ ,  $2^{1000}$ : а) у різних командних рядках; б) в одному командному рядку.

5. Знайти значення тригонометричних функцій для кутів: а)  $27$  радіан; б)  $27^0$ .

6. Обчислити значення числового виразу

$$\frac{\frac{5}{6} - \frac{21}{45}}{1\frac{5}{6}} \cdot \frac{1,125 + 1\frac{3}{4} - \frac{5}{12}}{0,59}$$

7. Виконати: імпортування робочих аркушів з DVD-диску (\*.sws) до власного блокноту; перейменувати імпортовані робочі аркуші дописуванням символу \_ та вашого прізвища латиницею (наприклад: Tutor2\_Expressions\_Ivanov).

8. Виконати обчислення у всіх командних рядках аркушу одночасно. Передбачити виведення результатів: а) у текстовому форматі; б) у звичній математичній нотації.

9. Підготувати SAGE до роботи у локальному режимі, використовуючи ресурси DVD-додатку до посібника та слідуючи рекомендаціям, поданим у додатку А.

10. Виконати завдання:

1) звести подібні та вказати степінь многочлена:

$$3a^2 + 3ax^2 + 5a^3 + 3ax^2 - 8a^2x - 10a^3;$$

2) спростити вираз  $2a(a + b - c) - 2b(a - b - c) + 2c(a - b + c)$ ;

3) подати у вигляді добутку:  $5a - 5b - xa + xb - b + a$ ;

4) проілюструвати покрокову побудову графіка функції виду  $y = a \sin(bx + c) + d$ . Значення параметрів  $a$ ,  $b$ ,  $c$  і  $d$  обрати самостійно. Додати підписи до побудованих графіків;

5) побудувати графік залежності між полярними координатами  $\rho$  і  $\varphi$  (при конкретних  $a$ ,  $b$ )  $\rho = a \sin(b\varphi)$ ;

6) виконати побудову-ілюстрацію правил додавання та віднімання векторів;

7) побудувати циліндр, заданий параметрично;

8) побудувати сферу, вписану в тетраедр;

9) розв'язати рівняння  $\frac{x^2 + 1}{x - 4} - \frac{x^2 - 1}{x + 3} = 23$ ;

10) знайти наближені розв'язки рівняння  $\log_2 x - \sin x = 0$ ;

11) знайти нулі функції  $y = x^4 - 3x^3 + x^2 + 3x - 2$ ;

12) розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{cases} (x + y)(x^2 - y^2) = 16 \\ (x - y)(x^2 + y^2) = 40 \end{cases}$$

13) визначити при яких значеннях параметра  $a$  дана система рівнянь: а) має єдиний розв'язок; б) має нескінченну кількість розв'язків; в) не має розв'язків:

$$\begin{cases} (a + 1)x + y = 2 \\ 3x + (a - 1)y = a \end{cases}$$

14) знайти об'єм піраміди, побудованої на векторах  $a(-4, 2, 3)$ ,  $b(2, -7, 5)$  і  $c(4, 3, 9)$ ;

15) розв'язати систему рівнянь

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 14 \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 - x_4 = -1 \\ x_1 + 4x_2 + 2x_4 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$

за формулами Крамера та матричним способом. Перевірити правиль-

ність знайдених розв'язків, виконавши одну команду;

16) знайти похідні функції  $f(x)=3x^7+5x^3-2x+1$  до 4-го порядку включно. Обчислити  $f^{IV}(1)$ ;

17) дослідити функцію  $y=(x+1)\sin x - x\cos 2x$  засобами SAGE та побудувати її графік;

18) знайти площу фігури, обмежену графіками функцій  $y=x^2-5x+4$  та  $y=2x-2$ ;

19) обчислити наближено  $\log_2(3+|\sin(x)|)$  для  $x=1$ ;

20) знайти загальний розв'язок диференціального рівняння руху частинки масою  $m$ , яка здійснює пружні коливання з коефіцієнтом пружності  $k$  вздовж вісі  $Ox$ :

$$mx'' + cx' + kx = 0,$$

де член  $cx'$  являє собою опір руху, викликаний тертям ( $c > 0$ );

21) розв'язати задачу Коші:

$$q'' + \frac{1}{C}q = \sin(2t) + \sin(11t), \quad q(0) = q'(0) = 0,$$

для  $C=1/121$ ;

22) скласти всі можливі слова із чотирьох літер, які містять двічі літеру "а" і по одному разу літери "b" та "с";

23) вивести всі п'ятизначні числа, що складаються лише з непарних цифр. Підрахувати їх кількість;

24) визначити, скільки існує способів видати 1 гривню копійками цінністю 1, 2, 5, 10, 25 та 50.

### 4.3. Елементи методики навчання Web-СКМ SAGE за технологіями дистанційного навчання

Враховуючи перспективність мережних технологій у навчанні, а також широкий набір функцій і переваги SAGE, дана система була обрана як інструментальний засіб для підтримки позаурочної самостійної роботи учнів старших класів з розділу «Прикладне програмне забезпечення навчального призначення» шкільного курсу інформатики у формі дистанційного факультативу «Комп'ютерні технології у наукових дослідженнях». *Дистанційний факультатив* розглядається як форма організації самостійного вивчення додаткового навчального матеріалу (за бажанням учня) на засадах змішаної моделі дистанційного навчання, що передбачає інтеграцію елементів його методичної системи з елементами традиційного навчання – 1 година на тиждень у комп'ютерному класі під керівництвом вчителя та самостійна робота учня протягом тижня з системою дистанційного навчання.

Призначення факультативу полягає у поглибленому вивченні розділу «Прикладне програмне забезпечення навчального призначення» шкільного курсу інформатики та формуванні практичних навичок розв'язування математичних задач засобами діяльнісного середовища для алгебраїчних та геометричних досліджень SAGE.

Завдання, що передбачається вирішити в ході опанування змісту дистанційного факультативу:

- сформувати в учнів поняття «система комп'ютерної математики»;
- визначити характерні риси мережних систем комп'ютерної математики;
- навчити виконувати математичні розрахунки та обчислення у Web-СКМ з їх подальшою публікацією у мережі;
- продемонструвати можливості застосування Web-СКМ для візуалізації математичних об'єктів (виразів, функцій, числових даних, фігур та ін.);
- залучити учнів до дослідницької роботи у проектах з елементами математичного моделювання.

Відмітимо загальні вимоги до знань та умінь, які висуваються до учасників очно-дистанційного навчального процесу за програмою факультативу «Комп'ютерні технології у наукових дослідженнях».

Учні повинні *знати*:

- призначення та основні характеристики науково-дослідницького математичного програмного забезпечення;
- відмінності і переваги систем комп'ютерної математики, зокрема Web-СКМ;
- послідовність дій для обчислення значень арифметичних виразів;
- допустимі способи розв'язування рівнянь та їх систем;
- основні етапи побудови графіків функцій та залежностей між змінними;
- особливості визначення та принципи роботи з об'єктами лінійної алгебри – векторами та матрицями;
- основні принципи об'єктно-орієнтованого програмування.

Використовуючи інструментарій системи комп'ютерної математики, учні повинні *вміти*:

- здійснювати чисельні розрахунки та символічні перетворення;
- обчислювати значення функції у даній точці;
- виконувати графічні побудови на площині та у просторі, у тому числі, будувати графіки функцій та залежностей між змінними, заданих у декартових чи полярних координатах;
- розв'язувати рівняння та їх системи, зокрема, окремі види звичайних диференціальних рівнянь;
- виконувати аналітичне дослідження функцій із застосуванням апарату диференціального числення;
- знаходити первісну для заданої функції, будувати криволінійну трапецію та обчислювати її площу;
- виконувати основні операції над векторами та матрицями;
- розв'язувати задачі комбінаторики;
- застосовувати елементи об'єктно-орієнтованого програмування для розв'язування математичних задач.



У відповідності до п. 3.2, матеріали дистанційного факультативу були створені на платформі MOODLE.

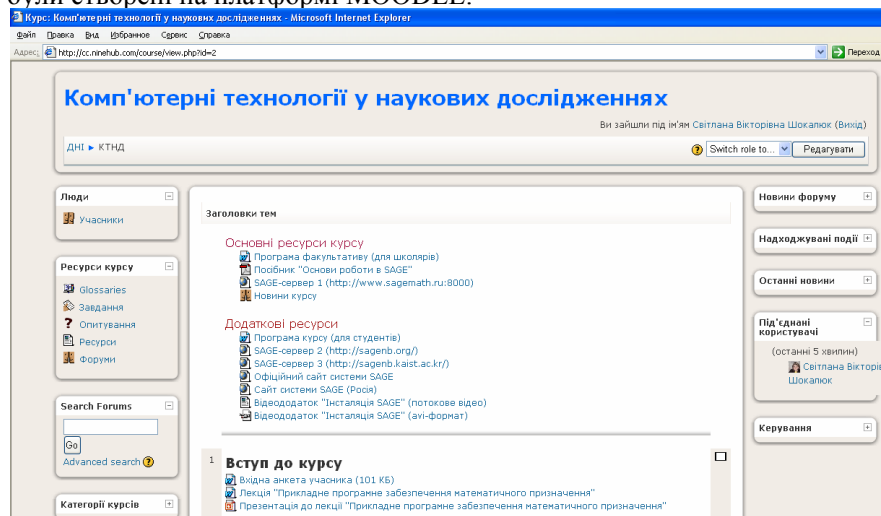


Рис. 4.3. Головне вікно дистанційного факультативу «Комп'ютерні технології у наукових дослідженнях»

Для реалізації очно-дистанційного навчання за принципами відкритого навчання, матеріали дистанційного факультативу виконано у двох варіантах – локальній версії та Інтернет-версії. Локальні версії дистанційного факультативу (див. DVD-додаток) були розміщені на серверах експериментальних навчальних закладів, а Інтернет-версія – на Web-сервері <http://cc.ninehub.com/>.

Зміст навчального матеріалу факультативу (див. табл. 4.1) узгоджено з діючими програмами шкільних курсів інформатики та математики, а також адаптовано під графік навчального процесу у старшій школі.

Таблиця 4.1.

Зміст навчального матеріалу дистанційного факультативу «Комп'ютерні технології у наукових дослідженнях»

№	Тематичний модуль
	<b>10 клас (2 семестр, 20 тижнів)</b>
1.	<b>Вступ до курсу (2 тижні)</b> Програмні засоби математичного призначення: загальна характеристика, класифікація, системи комп'ютерної математики (СКМ) та Web-СКМ, особливості організації учнівських досліджень засобами Web-СКМ.
2.	<b>Початок роботи у SAGE (2 тижні)</b> Огляд інтерфейсу, основні принципи роботи (операції з файлами системи, правила введення команд, основні математичні функції, ініці-

№	Тематичний модуль
	алізація процесу обчислень, виклик довідки за контекстом, отримання довідки за об'єктно-орієнтованим принципом побудови системи, одночасна робота з даними всього аркуша, перехід до інтерфейсів інших СКМ та ін.)
3.	<b>LaTeX як засіб візуалізації математичних текстів (2 тижні)</b> Передумови та історія виникнення мови LaTeX. Основні команди написання математичних текстів.
4.	<b>Перетворення виразів (3 тижні)</b> Функції перетворення цілих виразів: зведення подібних, розкриття дужок, розкладання на множники). Функції спрощення раціональних, ірраціональних, трансцендентних та тригонометричних виразів.
5.	<b>Робота з графікою в SAGE (4 тижні)</b> Графічні примітиви на площині. Побудова графіків функцій від однієї змінної та залежностей між змінними, заданих у декартових та у полярних координатах. Комбінування графіків. Додавання підписів до графічних зображень. Способи збереження зображень у файл. Побудова графічних примітивів у просторі та правильних многогранників. Побудова поверхонь, заданих явно, неявно або параметрично. Підготовка анімованих ілюстрацій.
6.	<b>Розв'язування рівнянь та їх систем (3 тижні)</b> Аналітичний спосіб розв'язування алгебраїчних рівнянь та їх систем. Наближене розв'язування трансцендентних рівнянь (чисельний та графічний способи).
7.	<b>Елементи програмування (4 тижні)</b> Особливості програмування у системі SAGE. Основні типи даних та прийоми роботи з ними. Виведення даних. Організація розгалужених та циклічних обчислень. Правила написання підпрограм-функцій. Застосування стандартних елементів управління (input_box, slider та ін.) при програмуванні демонстрацій засобами SAGE.
<b>11 клас (1 семестр, 14 тижнів)</b>	
8.	<b>Операції математичного аналізу (4 тижні)</b> Обчислення границь послідовностей та функцій. Диференціювання функцій, знаходження похідних вищих порядків. Інтегрування функцій, обчислення визначеного інтегралу.
9.	<b>Операції над векторами та матрицями (3 тижні)</b> Визначення вектора та його довжини, знаходження скалярного та векторного добутків векторів. Задання матриць різних видів, додавання та множення матриць, обчислення визначника матриці, знаходження транспонованої та обер-

№	Тематичний модуль
	неної матриць). Розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь за формулами Крамера.
10.	<b>Диференціальні рівняння (3 тижні)</b> Особливості застосування універсального та спеціалізованого інструментарію до розв'язування звичайних диференціальних рівнянь та ілюстрації його розв'язку.
11.	<b>Елементи комбінаторики (4 тижні)</b> Визначення набору перестановок, кортежів, розміщень та комбінацій (з повтореннями та без); підрахування їх кількості.
12.	<b>Захист проекту</b>

Кожен навчальний модуль включає типові структурні компоненти: *урок, відеододатки до уроку, глосарій функцій модуля, завдання для практичного виконання, контрольні питання та тестові завдання.*

Таблиця 4.2.

#### Типові структурні компоненти модуля

Назва	Призначення
<i>Урок</i>	подання навчальних матеріалів, що містять відомості про призначення та особливості застосування функцій SAGE для розв'язування математичних задач стандартного типу
<i>Відеододатки до уроку</i>	унаочнення прикладів застосування функцій SAGE, виконаних за сценарієм відповідного уроку
<i>Глосарій функцій модуля</i>	забезпечення оперативного пошуку відомостей щодо призначення функцій SAGE та ілюстрації допустимих форматів їх застосування
<i>Завдання для практичного виконання</i>	з одного боку – як засіб формування практичних навичок виконання обчислень у системі SAGE, з іншого – як засіб систематичного поточного контролю за успішністю та якістю опанування навчальним матеріалом
<i>Контрольні питання</i>	забезпечення контролю за успішністю засвоєння навчальних матеріалів
<i>Тестові завдання</i>	

Подання *уроку* у форматі опублікованого sws-файла системи SAGE (рис. 4.4) дає змогу учневі в процесі ознайомлення з навчальним матеріалом, перевірити виконуваність програмних кодів системи, не витрачаючи час на операції копіювання.

Після ознайомлення з навчальним матеріалом у текстовому форматі учням пропонується закріпити нові знання і переглянути *відеододатки до уроку*. Подання відеоматеріалів у різних форматах (відеофайл та по-

токове відео) зумовлено тим, що для кожного з них можна зазначити і переваги, і недоліки їх використання при організації дистанційного навчання (див. табл. 4.3).

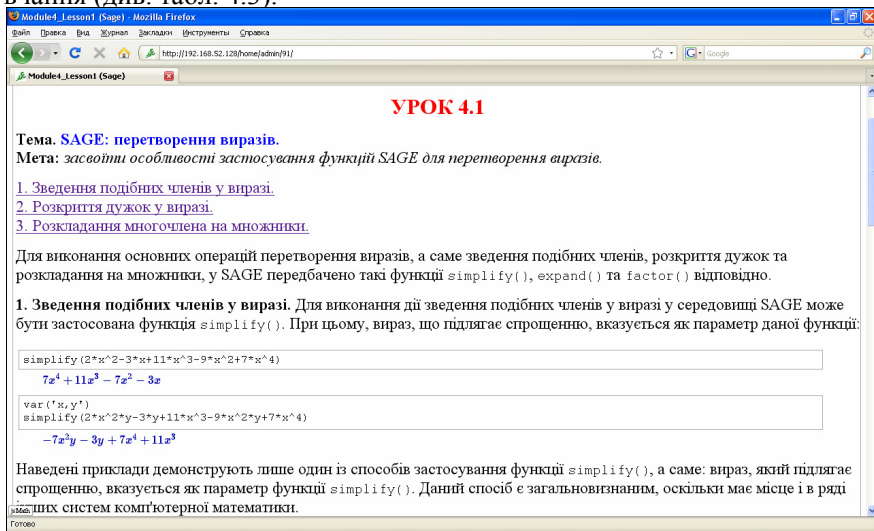


Рис. 4.4. Фрагмент дистанційного уроку до модуля «Перетворення виразів»

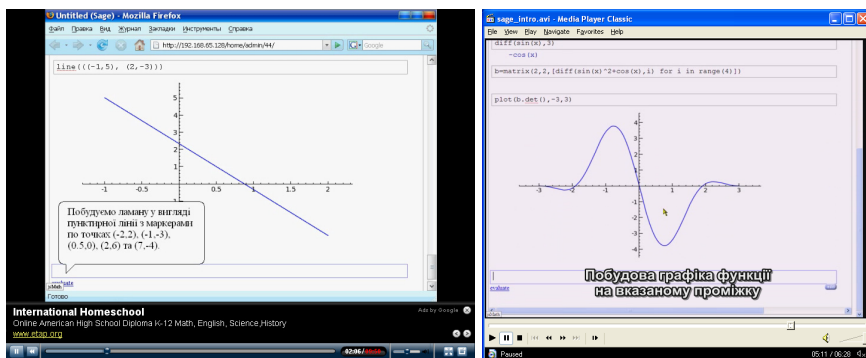
Таблиця 4.3.

**Переваги та недоліки застосування відеоресурсів різних форматів при організації дистанційного навчання**

<b>Відеофайл</b>	
<i>Переваги</i>	<i>Недоліки</i>
виконавши єдиний раз експортування відеоресурсу, доступ до його перегляду не регламентується доступом до мережі та серверу дистанційного курсу	добір програмних засобів (відеопрогравача, відеокодеків) для адекватного перегляду навчального відео може стати проблемою для необізнаного в даному питанні учня
<b>Потокове відео</b>	
<i>Переваги</i>	<i>Недоліки</i>
відсутність проблеми добору програмного забезпечення для адекватного перегляду	доступ до перегляду потокового відео регламентується доступом до мережі та серверу дистанційного курсу

Для організації диференційованого навчання завдання для практичного виконання надаються учням трьох рівнів складності.

Виконуючи завдання першого рівня, учні мають засвоїти основні прийоми роботи з об'єктами системи та системою взагалі, правила застосування функцій системи та продемонструвати набуті знання для розв'язування завдань за зразком.



а) б)  
 Рис. 4.5. Фрагменти відеододатків до модуля «Графічні операції в SAGE» (а) потокове відео, б) відео в аві-форматі)

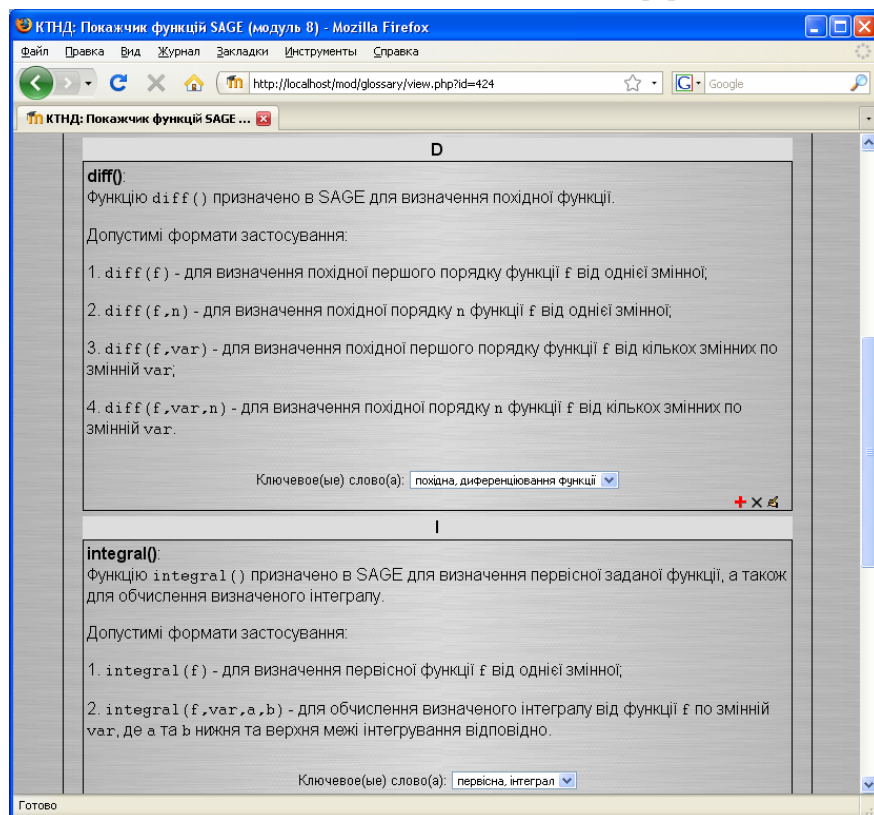


Рис. 4.5. Фрагмент глосарія до модуля «Операції математичного аналізу»

Завдання другого рівня укладені таким чином, щоб учень міг самостійно застосовувати набуті знання в стандартних ситуаціях, використовувати інструментарій системи для розв'язування задач, загальна методика і послідовність розв'язування яких йому знайомі, але умови задач переформульовані.

На третьому рівні учням пропонуються завдання, виконання яких дозволяє перевірити здатність учня самостійно орієнтуватися в нових для нього ситуаціях, уміння складати план дій і виконувати його, пропонувати новий, невідомий йому раніше інструментарій для розв'язування задач і самостійно орієнтуватися в нових для нього ситуаціях.

Наведемо приклади *рівневих* завдань до модуля «Операції математичного аналізу» (символам \* та \*\* позначені завдання другого та третього рівня складності позначені відповідно).

1. Обчислити границю: а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - 3n^2 + 44}{6n^2 - 3n + 7}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x - 7}{2 - \sqrt{x - 3}}$ .
2. Знайти похідну функції: а)  $y = (6x^5 - 2x)^8$ ; б)  $y = \frac{x-1}{\sqrt{x}}$ ; в)  $y = \sqrt{tg 2x}$ .
3. Обчислити значення похідної функції  $f(x) = \frac{3x^2 - 7}{\sqrt{2x - 3}}$  в точці  $x_0 = 2$ .
4. Знайти невизначений інтеграл: а)  $\int tg^2 x dx$ ; б)  $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x - 3}\sqrt{x^2}}$ .
5. Обчислити визначений інтеграл:  $\int_0^{\pi/2} \left( 3 \cos 3x + \frac{1}{2} \sin \frac{x}{2} \right) dx$ .
- 6\*. Довести, що функція  $f(x) = 3x - 1$  неперервна в точці  $x_0 = 2$ .
- 7\*. Для функції  $f(x) = 5x^4 + 3x^2 - 7$  знайти первісну, графік якої проходить через точку  $A(1; -4)$ .
- 8\*. Знайти суму коренів рівняння  $f(x) + 4f'(x) = 0$ , якщо  $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 10}$ .
- 9\*. Знайти площу фігури, обмеженої графіком функції  $y = 4 - x^2$  та прямою  $y = 2 - x$ .
- 10\*. Знайти кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції  $f(x) = \frac{x^3}{3} - 2x^2 - 4x - 2$  в точці  $x_0 = -2$ .
- 11\*. Знайти найбільше і найменше значення функції  $f(x) = \frac{x^2 + 7x}{x - 9}$  на проміжку  $[-4; 1]$ .
- 12\*. Дослідити функцію  $f(x) = 2x^2 - x^4 - 1$  та побудувати її графік.
- 13\*\*. Обчислити наближено та порівняти результат з точним значенням:

a)  $\frac{(1,05)^3 - (0,89)^4}{(4,1)^5}$ ; б)  $\sqrt[3]{0,988}$ .

14\*\*. Знайти похилі та горизонтальні асимптоти кривої  $(y-x)x^4 + 8 = 0$ . Виконати побудову.

15\*\*. Знайти, при яких значеннях  $a$  зростає на  $\mathbf{R}$  функція  $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{(2a^2 + 1)x^2}{2} + 2ax + a - 3$ .

16\*\*. Знайти роботу, необхідну для запуску ракети вагою  $\mathbf{P}$  з поверхні Землі вертикально вгору на висоту  $\mathbf{h}$ .

17\*\*. При яких значеннях  $\mathbf{b}$  і  $\mathbf{c}$  парабола  $y = x^2 + bx + c$  дотикається прямої  $y = 3x - 1$  в точці з абсцисою  $x_0 = 1$ ? Виконати побудову.

18\*\*. Точка рухається за законом  $x(t) = 3t^2 - 5t + 8$  (час  $t$  вимірюється в секундах ( $s$ ), переміщення  $x$  – в метрах ( $m$ )). Знайти швидкість руху в момент часу  $t = 4$ .

19\*\*. Визначити масу кулі радіуса  $\mathbf{r}$ , якщо її густина в кожній точці пропорційна до відстані від центра кулі.

20\*. Яку мінімальну роботу треба виконати, щоб насипати купу піску у формі конуса висотою  $\mathbf{H}$  і радіусом основи  $\mathbf{R}$ ? Густина піску дорівнює  $\rho$ . Пісок піднімають з площини основи конуса.

Рівневі завдання для практичного виконання пропонуються учням як елементи курсу СДН MOODLE, результати виконання яких надсилаються учнями на сервер дистанційного курсу у вигляді sws-файлів та оцінюються вчителем згідно з критеріями, наведеними у таблиці 4.4.

Таблиця 4.4.

**Критерії оцінювання рівня навчальних досягнень учнів  
з дистанційного факультативу  
«Комп'ютерні технології у наукових дослідженнях»**

Рівні навчальних досягнень	Бали	Критерії оцінювання
I. Початковий	1	Учень має уявлення про системи комп'ютерної математики (СКМ) та їх призначення.
	2	Учень має початкові знання про СКМ, наводить приклади програм даного класу, називає характерні задачі, які можна розв'язувати за допомогою СКМ.
	3	Учень має уявлення про мережні системи комп'ютерної математики (Web-СКМ), виділяє суттєві ознаки програм даного класу; вміє виконати звернення до Web-сервера СКМ.

Рівні навчальних досягнень	Бали	Критерії оцінювання
II. Середній	4	Учень вміє організувати елементарні обчислення без застосування спеціальних функцій Web-СКМ; вміє додавати нові командні рядки та вилучати зайві; має початкові знання про введення команд та їх редагування; вміє отримати контекстну довідку з конкретної функції.
	5	Учень вміє створити новий робочий аркуш для організації обчислень, виконує операції копіювання та перейменування аркуша, вміє імпортувати аркуші з довільних носіїв до власного блокноту та зберігати аркуші у спеціальному форматі.
	6	Учень володіє основними навичками роботи у середовищі Web-СКМ; виконує завдання першого рівня складності.
III. Достатній	7	Учень самостійно використовує функції Web-СКМ як у звичному форматі, так і при об'єктному зверненні; вміє організувати виведення результатів у природній математичній формі в окремо взятих полях та на робочому аркуші в цілому; вміє аварійно перервати процес обчислень; має уявлення про особливості програмування у середовищі Web-СКМ; знає призначення режиму редагування аркуша та основні прийоми редагування.
	8	Учень самостійно вміє організувати роботу з робочим аркушем у режимі редагування; має початкові знання про призначення мови LaTeX, за допомогою вчителя використовує основні команди LaTeX для коментування результатів обчислень.
	9	Учень вільно володіє навичками роботи у середовищі Web-СКМ в основному режимі – режимі організації обчислень та в режимі редагування; виконує завдання другого рівня складності; має початкові знання про основні прийоми програмування у середовищі Web-СКМ.
IV. Високий	10	Учень досконало знає і використовує інструментарій Web-СКМ (в межах навчальної програми курсу). Самостійно виконує завдання третього рівня складності.
	11	Учень знаходить і використовує додаткові джерела навчальних матеріалів; має уявлення про організацію обчислень засобами інших СКМ у середовищі Web-інтегратора.
	12	Учень має стійкі системні знання про Web-СКМ та продуктивно їх використовує. У процесі виконання завдань прояв-



Рівні навчальних досягнень	Бали	Критерії оцінювання
		ляє творчий підхід; використовує основні прийоми програмування для розробки програм з елементами управління.

З метою організації оперативного зворотного зв'язку між вчителем та учнем до кожного з модулів курсу включено елементи для організації синхронного та асинхронного режиму спілкування між учасниками навчального процесу - *Чат* і *Форум* відповідно. Перегляд стрічок чату та форумів дозволяє вчителю якісно підготуватися до проведення очної консультації з учнями. Це дає змогу виявити поточні проблеми в роботі над курсом, причину їх появи, з'ясувати їх глибину та підготувати рекомендації для їх вирішення. Таким чином, мають місце як фронтальні консультації із залученням до вирішення наявних проблем всієї групи учнів, які проходять навчання за курсом, так і індивідуальні консультації.

На завершальному етапі навчання за програмою факультативу учням пропонувалося взяти участь у *дослідницьких проектах* міжпредметного характеру.

Окрім того, що робота над дослідницьким проектом є формою узагальнення та систематизації знань учня щодо розв'язування математичних задач засобами Web-СКМ, такий вид роботи сприяє комплексному вдосконаленню умінь учня добирати корисні матеріали, звертаючись до послуг Інтернет, опрацьовувати текстові і графічні дані, готувати якісні Web-публікації у гіпертекстовому форматі засобами HTML, а також застосовувати елементи об'єктно-орієнтованого програмування для розробки демонстраційних програм.

Учням, які засвоїли навчальний матеріал факультативу на високому рівні у повному обсязі, виконали всі етапи навчального проектування у відповідності до поставлених вимог, оцінка за роботу над проектом може бути зарахована (за бажанням учня) як оцінка з державної підсумкової атестації з інформатики у відповідності до Листа МОН [24]. У Листі зазначається, що державна підсумкова атестація з інформатики може проводитися усно (за білетами), у тестовій формі (бланкове або комп'ютерне тестування) чи у формі захисту творчих робіт зі створення програмного засобу підтримки навчально-виховного процесу.

Атестація за результатами захисту творчих робіт зі створення програмного засобу підтримки навчально-виховного процесу сприяє: надбанню учнями особистого і професійного досвіду в процесі навчання нестандартними засобами; розвитку пізнавальних, творчих навичок; виробленню прагнення і вмінь самостійно здобувати та використовувати

отримані знання; розвитку логічного та критичного мислення.

Виходячи з переліку допустимих напрямів творчих робіт, в якості логічного завершення вивчення факультативу «Комп'ютерні технології у наукових дослідженнях» учням пропонується взяти участь у дослідницьких проектах переважно за двома напрямами – автоматизація наукових досліджень та розрахунків і демонстраційні програми підтримки навчання окремих розділів шкільної математики та інформатики. Тематика проектів подана в таблиці 4.5.

Таблиця 4.5.

**Перелік тем дослідницьких проектів**

<b>№</b>	<b>Тема проекту</b>
1.	Розробка програми для демонстрації виконання операцій перетворення виразів
2.	Розробка програми для демонстрації методів наближених обчислень визначеного інтегралу (за формулами прямокутників, трапецій та Сімпсона) у середовищі SAGE (рис. 4.6)
3.	Розробка програми для демонстрації фігур Ліссажу засобами SAGE
4.	Розробка наочностей з теми «Границя функції і неперервність функції. Точки розриву, їх класифікація»
5.	Автоматизація досліджень і побудови графіків циклоїдальних кривих
6.	Розробка програми для демонстрації пошуку наближених значень коренів трансцендентних рівнянь (рис. 4.7)
7.	Розробка власної бібліотеки комбінаторних функцій засобами SAGE
8.	Розробка програми для демонстрації розв'язування комбінаторних задач у середовищі SAGE
9.	Розв'язування геометричних задач засобами GeoGebra у середовищі SAGE (рис. 4.8)
10.	Розв'язування геометричних задач засобами The Geometer's Sketchpad у середовищі SAGE
11.	Побудова фрактальних об'єктів засобами пакету Maxima у середовищі SAGE
12.	Розв'язування задач апроксимації засобами Maple та Mathematica у середовищі SAGE (додаток Г)

Ефективність розроблених компонентів методики організації самостійної роботи старшокласників з вивчення програмного забезпечення математичного призначення із застосуванням засобів технологій дистанційного навчання підтверджена результатами педагогічного експерименту.

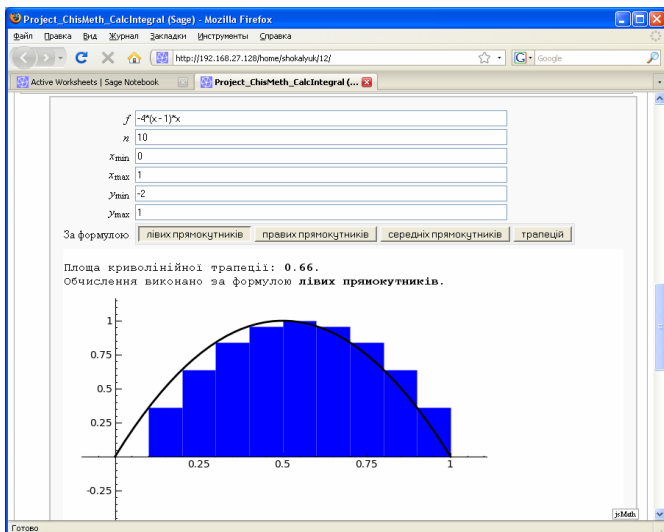


Рис. 4.6. Фрагмент реалізації проекту «Розробка програми для демонстрації методів наближених обчислень визначеного інтегралу у середовищі SAGE»

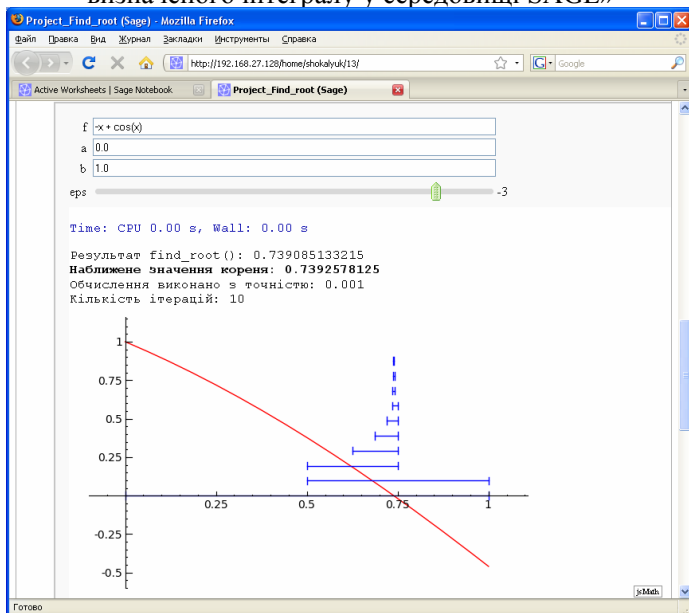


Рис. 4.7. Фрагмент реалізації проекту «Розробка програми для демонстрації пошуку наближених значень коренів трансцендентних рівнянь»

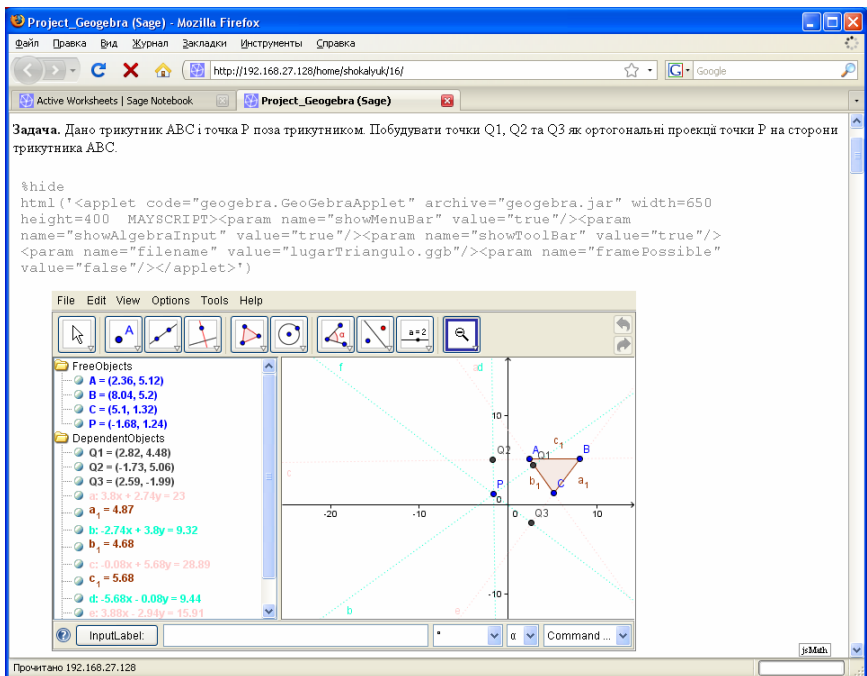


Рис. 4.8. Фрагмент реалізації проекту «Розв’язування геометричних задач засобами GeoGebra у середовищі SAGE»

### ***Контрольні питання і завдання***

1. Зареєструватися на курсі «Комп’ютерні технології у наукових дослідженнях» за адресою <http://cc.ninehub.com/>.
2. Заповнити вхідну анкету до курсу та слідуючи інструктивно-методичним рекомендаціям з курсу, стати активним учасником дистанційного навчального процесу з опанування можливостей використання інструментарію SAGE для розв’язування математичних задач; рівень засвоєння навчального матеріалу обрати самостійно; тему дослідницького проекту узгодити з викладачем.

## **Висновки до четвертого розділу**

1. Поява нового класу програмного забезпечення для розв'язання математичних задач – мережних систем комп'ютерної математики – створює умови для організації якісного дистанційного навчання інформаційних технологій математичного призначення.

2. Дослідження з математики доцільно організувати таким чином, щоб проведення та презентація учнівських математичних досліджень були виконані у єдиному динамічному мережному навчальному Web-середовищі. Такі можливості надає безкоштовна програма SAGE, яка у 2007 році на міжнародних змаганнях була визнана найкращим програмним засобом з відкритим кодом у категорії «Наукове програмне забезпечення».

3. Одночасне вивчення можливостей декількох систем комп'ютерної математики в межах одного середовища, як це пропонує SAGE, є умовою обґрунтованого вибору адекватного до поставленої задачі засобу дослідження.

## Література до розділів 3, 4

1. Аванесов В. С. Дистантное обучение. Теория и методика педагогических измерений [Электронный ресурс] / В. С. Аванесов / Режим доступа : <http://testolog.narod.ru/Theory19.html>
2. Андреев А. А. Дистанционное обучение : сущность, технология, организация / А. А. Андреев, В. И. Солдаткин – М. : Изд-во МЭСИ, 1999. – 196 с.
3. Андрианова Г. А. Виды учебной деятельности школьников в дистанционном обучении [Электронный ресурс] / Г. А. Андрианова // Интернет-журнал "Эйдос". – 2004. – Режим доступа : <http://www.eidos.ru/journal/2001/0516.htm>
4. Биков В. Ю. Дистанционный навчальний процес / В. Ю. Биков, В. М. Кухаренко – К. : Міленіум, 2005. – 292 с.
5. Гриценко В. И. Дистанционное обучение: теория и практика / [В. И. Гриценко, С. П. Кудрявцева, В. В. Колос, Е. В. Веренич] – К. : Наукова думка, 2004. – 376 с.
6. Державна національна програма “Освіта. Україна ХХІ століття”. – К. : Райдуга. – 1994. – 61 с.
7. Державна програма «Інформаційні та комунікаційні технології в освіті і науці» на 2006-2010 роки [Електронний ресурс] – Режим доступа : [http://www.mon.gov.ua/laws/KMU\\_1153.doc](http://www.mon.gov.ua/laws/KMU_1153.doc)
8. Євтеєв В. М. Досвід вивчення інтерактивних Web-технологій в середній школі та педагогічному ВНЗ / В. М. Євтеєв, С. О. Семеріков, І. О. Теплицький // Рідна школа. – 2004. – №2. – С. 46–47.
9. Завизена Н. С. Построение гипертекстовых систем на основе Web-технологий / [Н. С. Завизена, А. И. Теплицкий, С. А. Семериков, А. М. Карашук] – Кривой Рог : КГПИ, 1999. – 42 с.
10. Закон України «Про національну програму інформатизації» від 4 лютого 1998 р. №74/98-ВР [Електронний ресурс]. – Режим доступа : [http://www.nbuv.gov.ua/law/98\\_inf.html](http://www.nbuv.gov.ua/law/98_inf.html)
11. Зинченко В. П. Дистанционное образование: к постановке проблемы / В. П. Зинченко // Педагогика. – 2000. – №2. – С. 23-34.
12. Інтеграція системи MOODLE в єдиний інформаційний простір навчального закладу // Комп'ютер у школі та сім'ї. – 2007. – №5. – С. 36-37.
13. Ивановский Р. И. Системы компьютерной математики в школе (первый опыт) [Электронный ресурс] / Р. И. Ивановский – Режим доступа : <http://mas.exponenta.ru/Literatura/total.pdf>
14. Кателл Дж. П. Виртуальное обучение / Дж. П. Кателл // Информатика и образование. – 2002. – №11. – С. 2-16.
15. Кашицин В. П. Дистанционное обучение в высшей школе: модели и технология / В. П. Кашицин // Педагогическая информатика. – 1997. – №2. – С. 56-61

16. Кондратенко С. В. Підготовка студентів щодо використання ІКТ у навчальному процесі до впровадження програми „Intel® Навчання для майбутнього” та в рамках експерименту / С. В. Кондратенко // Модернізація освіти: пошуки, проблеми, перспективи: Матеріали міжнародної науково-практичної конференції (Київ – Переяслав-Хмельницький, 22-25 травня 2006 року). – Київ – Переяслав-Хмельницький, 2006. – С. 242–243.
17. Кондратенко С. В. Формування загальнонавчальних умінь ліцеїстів під час вивчення математики / С. В. Кондратенко // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики : Збірник наукових праць. Випуск 3 : В 3-х томах. – Кривий Ріг : Видавничий відділ НМетАУ, 2003. – Т.1 : Теорія та методика навчання математики. – С. 123–126.
18. Концепція розвитку дистанційної освіти в Україні. – Затверджено Постановою МОН України 20 грудня 2000 р. – К. : НТУ «КПІ», 2000. – 12 с.
19. Крылова Т. В. Проблемы дистанционного обучения математике / Т. В. Крылова, Е. М. Гулеша // Матеріали Всеукраїнської науково-методичної конференції “Проблеми математичної освіти” (ПМО–2005), м. Черкаси. – Черкаси : Вид. від. ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2005. – С. 258–259.
20. Кухаренко В. М. Дистанційне навчання : Умови застосування. Дистанційний курс : навч. посібник / За ред. В.М. Кухаренка, 3-е вид. / В. М. Кухаренко, О. В. Рибалко, Н. Г. Сиротенко – Харків : НТУ «ХПІ», «Торсінг», 2002. – 320 с.
21. Кухаренко В. М. Дистанційне навчання школярів / В. М. Кухаренко // Комп’ютер у школі та сім’ї. – 2006. – №4. – С. 23–26.
22. Кухаренко В. М. Експеримент «Дистанційне навчання для середньої школи» / В. М. Кухаренко // Комп’ютер у школі та сім’ї. – 2007. – №5. – С. 28–31.
23. Лаврик Т. В. Дистанційне навчання: історичний аспект / Т. В. Лаврик // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики : збірник наукових праць. – Випуск VII : В 3-х томах. – Кривий Ріг : Видавничий відділ НМетАУ, 2008. – Т. 3 : Теорія та методика навчання інформатики. – С. 15–19.
24. Лист МОН «Про порядок закінчення навчального року та проведення державної підсумкової атестації у загальноосвітніх навчальних закладах в 2007/2008 навчальному році» [Електронний ресурс] – Режим доступу : [http://www.mon.gov.ua/laws/list\\_1\\_9\\_137\\_08.doc](http://www.mon.gov.ua/laws/list_1_9_137_08.doc)
25. Маклаков Г. Ю. Проблеми дистанційного навчання / Г. Ю. Маклаков // Інформатика та інформаційні технології в начальних закладах. – 2008. – №1. – С. 102–103.
26. Морзе Н. В. Дистанційне навчання і технологія співробітництва / Н. В. Морзе // «Інтернет–освіта – наука – 2002», 3-я міжнар. конф. ІОН–

2002. Т. 1. – Вінниця : УНІВЕРСУМ–Вінниця, 2002. – С. 138–140.
27. Морзе Н. В. Интерактивные методы в дистанционном обучении / Н. В. Морзе // Образование и виртуальность – 2002 [Сборник научных трудов 6-й Межд. конф. УАДО]. – Харьков – Ялта : УАДО, 2002. – С. 307–314.
  28. Морзе Н. В. Методика навчання інформатики. Ч. 1. Загальна методика навчання інформатики / Н. В. Морзе – К. : Навчальна книга, 2003. – 254 с.
  29. Морзе Н. В. Особливості організації навчального процесу учнів в системі дистанційного навчання / Н. В. Морзе // Наука і сучасність [Зб. наук. праць]. – К. : Логос, 1999. – Випуск № 2. – Ч. 4 (педагогічні науки) – С. 64–71.
  30. Морзе Н. В. Використання нових інформаційних технологій при дистанційному навчанні / Н. В. Морзе, П. С. Ухань // Вісник Академії праці і соціальних відносин [Зб. наук. праць.] – К. : Курс, 1999. – №1. – С. 128–139.
  31. Наказ Міністерства освіти і науки України (від 21 січня 2004 р. №40) Про затвердження «Положення про дистанційне навчання» [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://zakon.rada.gov.ua/>
  32. Овчарук О. В. Відкрита освіта та дистанційне навчання за рубежом: сучасні тенденції та їх вплив на процеси модернізації освітньої галузі / О. В. Овчарук // Комп'ютер у школі та сім'ї. – 2007. – №2. – С. 46–49.
  33. Олійник В. В. Дистанційна освіта за кордоном та в Україні: стислий аналітичний огляд / В. Олійник // Директор школи, ліцею, гімназії. – 2002. – №3. – С. 42–51.
  34. Полат Е. С. Педагогические технологии дистанционного обучения : учебное пособие для студ. высш. учеб. заведений / Е. С. Полат, М. В. Моисеева, А. Е. Петров и др. [Под ред. Полат Е. С.] – М. : Издательский центр «Академия», 2006. – 400 с.
  35. Полат Е. С. Дистанционное обучение / Е. С. Полат, М. В. Моисеева – М. : Владос, 1998. – 192 с.
  36. Полат Е. С. Теория и практика дистанционного обучения / Е. С. Полат // Информатика и образование. – 2001. – №5. – С. 37–42.
  37. Попадьяна С. Ю. Исследовательская работа по алгебре с использованием системы компьютерной математики и средства ее реализации в основной и средней школе [Електронний ресурс] / С. Ю. Попадьяна – Режим доступу : [www.ict.edu.ru/ft/005185/bytic-2006.pdf](http://www.ict.edu.ru/ft/005185/bytic-2006.pdf)
  38. Постанова Кабінету Міністрів України (від 23 вересня 2003 р. №1494 м. Київ) Про затвердження «Програми розвитку системи дистанційного навчання» на 2004-2006 роки [Електронний ресурс] – Режим доступу : <http://zakon.rada.gov.ua>
  39. Проект «Ліцензійні умови надання освітніх послуг у сфері вищої освіти за дистанційною формою навчання» (від 21 червня 2005 р.).



- [Електронний ресурс] – Режим доступу : [http://ubgd.lviv.ua/UA/zaochka/Lab\\_SITE/doclym/licenz.htm](http://ubgd.lviv.ua/UA/zaochka/Lab_SITE/doclym/licenz.htm)
40. Рафальська М. В. Комп'ютерні технології у навчанні математики [Електронний ресурс] / М. В. Рафальська – Режим доступу : [http://www.donnu.edu.ua/mf/heuristic/dist\\_conf/Рафальська%20М.pdf](http://www.donnu.edu.ua/mf/heuristic/dist_conf/Рафальська%20М.pdf)
  41. Сабанов С. О. Інтеграція системи MOODLE в єдиний інформаційний простір навчального закладу / С. О. Сабанов // Комп'ютер у школі та сім'ї. – 2007. – №5. – С. 36–37.
  42. Семенов М. А. Як підготувати дистанційний курс [Методичні поради] / М. А. Семенов, Л. М. Кутепова – Луганськ : ЛДПУ, 2003. – 28 с.
  43. Семеріков С. О. Нові засоби дистанційного навчання інформаційних технологій математичного призначення / С. О. Семеріков, І. О. Теплицький, С. В. Шокалюк // Вісник. Тестування і моніторинг в освіті. – 2008. – №2. – С. 42–50.
  44. Смирнова-Трибульська Є. М. Дистанційне навчання з використанням системи MOODLE [Навчально-методичний посібник для студентів вищих педагогічних навчальних закладів] / Є. М. Смирнова-Трибульська / Науковий редактор : д.пед.наук, академік АПН України, проф., М. І. Жалдак. – Херсон : Айлант, 2007. – 492 с.
  45. Смирнова-Трибульська Є. М. Досвід використання дистанційного навчання в школі / Є. М. Смирнова-Трибульська, В. В. Сташенко // Комп'ютер у школі та сім'ї. – 2007. – №7. – С. 19–23.
  46. Смирнова-Трибульська Е. Н. Основы формирования информатических компетентностей учителей в области дистанционного обучения. [Монография] / Смирнова-Трибульская Евгения Николаевна. / Научный редактор : академик АПН Украины, д.пед.наук, проф., М. И. Жалдак. – Херсон : Айлант, 2007. – 704 с.
  47. Смирнова-Трибульська Е. Теоретические и практические аспекты использования в образовании информатических средств Open Source [Электронный ресурс] / Е. Смирнова-Трибульская, Р. Копочек, Д. Виллманн // Интернет-журнал «Эйдос». – 2005. – Режим доступу : <http://www.eidos.ru/journal/2005/0910-14.htm>
  48. Сташенко В. Використання технології дистанційного навчання у школі / В. Сташенко // Інформатика та інформаційні технології в початкових закладах. – 2007. – №6. – С. 58–60.
  49. Тавгень И. А. Дистанционное обучение: опыт, проблемы, перспективы / И. А. Тавгень – Минск : Изд-во БГУ, 2003. – 218 с.
  50. Триус Ю. В. Віртуальне середовище для дистанційного навчання в Internet / Ю. В. Триус, А. П. Мещеряков, Н. О. Коваль // Комп'ютерне моделювання та інформаційні технології в науці, економіці та освіті : Збірник наукових праць – Черкаси : Брама ІСУЕП, 2003. – С. 161–165.
  51. Холина Л. И. Дидактические принципы дистанционного обучения / Л. И. Холина, Э. Г. Скибицкий // Новые информационные технологии

- в университетском образовании : сб. науч. тр. – Новосибирск : Изд-во НИИ МИОО НГУ, 1998. – С. 193-194.
52. Хортон У. Электронное обучение : инструменты и технологии / У. Хортон, К. Хортон [Пер. с англ.] – М. : Кудиц-Образ, 2005. – 264 с.
  53. Хуторской А. В. Дистанционное обучение и его технологии [Электронный ресурс] / А. В. Хуторской // Интернет-журнал «Эйдос». – 2005. – Режим доступа : <http://www.eidos.ru/journal/2005/0910-18.htm>.
  54. Хуторской А. В. Интернет в школе [Практикум по дистанционному обучению] / А. В. Хуторской – М. : ИОСО РАО, 2000. – 304 с.
  55. Шокалюк С. В. Застосування СДН Moodle для навчання комп'ютерної алгебри / С. В. Шокалюк // Міжвузівська науково-практична конференція «Актуальні проблеми технічних, природничих та соціально-гуманітарних наук в забезпеченні цивільного захисту» (3 квітня 2008 року) : Тези доповідей. – Черкаси : АПБ ім. Героїв Чорнобиля, 2008. – С. 56.
  56. Шокалюк С.В. Основи роботи в SAGE / Світлана Вікторівна Шокалюк // за ред. академіка АПН України М. І. Жалдака. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2008. – 64 с.
  57. Шокалюк С. В. Програмна підтримка навчальних математичних досліджень засобами систем дистанційного навчання / С. В. Шокалюк // Комп'ютерне моделювання та інформаційні технології в науці економіці та освіті : збірник наукових праць. – Відповід. ред. проф. В.М. Соловійов. – Кривий Ріг : КЕІ ДВНЗ „КНЕУ ім. В. Гетьмана”, 2007. – С. 208–210.
  58. Dewey, J. Democracy And Education: An Introduction to the Philosophy of Education / Dewey, J.. – New York : Free Press, 1997. – 384 p.
  59. Doudiamas, M. MOODLE: Using Learning Communities to Create an Open Source Course Management System / Doudiamas, M. and Taylor, P.C. // Proceedings of the EDMEDIA 2003 Conference, Honolulu, Hawaii.
  60. Doudiamas, M. Importing the effectiveness of tools for Internet-based education / Doudiamas, M. and Taylor, P.C. // Teaching and Learning Forum 2000, Curtin University of Technology.
  61. Doudiamas, M. Interpretive analysis of an internet-based course constructed using a new courseware tool called MOODLE / Doudiamas, M. and Taylor, P.C. // Proceeding of the Higher Education Research and Development Society of Australasia (HERDSA) 2002 Conference, Perth, Western Australia.
  62. Georgiev T. M-learning – a New Stage of E-Learning / Georgiev T., Georgieva E., Smrikarov A. // Proceedings of the 5th International Conference on Computer Systems and Technologies – CompSys-Tech'2004. – Rouse, 2004. – Pp. IV.28-1 – IV.28-5.
  63. Granville, W.A. Differential Calculus and SAGE / Granville, W.A. – 2008. – X+275 p.

64. Stein, W. Sage Reference Manual. Release 4.1 / Stein, W. and The Sage Development Team. – July 10, 2009. – XII+3677 p.
65. Stein, W. Sage Tutorial : [www.sagemath.org](http://www.sagemath.org) / Stein, W. – CreateSpace, 2008. – 100 p.
66. <http://dl.kpi.kharkov.ua> – сайт проблемної лабораторії дистанційного навчання НТУ „ХПІ”
67. <http://dstudy.ru/> – Все о дистанционном обучении
68. <http://ostriv.in.ua/> – Шкільний Інтернет-портал «Острів знань»
69. <http://udc.ntu-kpi.kiev.ua> – сайт Українського центру дистанційної освіти при НТТУ „КПІ”
70. <http://www.college.ru/> – портал «Открытый Колледж»
71. <http://www.dl.com.ua> – сайт центру впровадження систем електронного навчання Київського університету імені Тараса Шевченка
72. <http://www.km-school.ru/> – «КМ-школа»
73. <http://www.osvita.org.ua/> – освітній портал України
74. <http://www.sagemath.org/> – офіційний сайт системи SAGE
75. <http://www.school.ed.net.ua/> – Всеукраїнський шкільний портал
76. <http://www.teleschool.ru/> – Інтернет-школа «Просвещение.ru» («Телешкола»)

## РОЗДІЛ 5. ПЕРСПЕКТИВИ РОЗВИТКУ ТЕХНОЛОГІЙ: ВІД ЕЛЕКТРОННОГО НАВЧАННЯ ДО МОБІЛЬНОГО

Характерною рисою останнього десятиріччя стало активне використання засобів мобільного зв'язку та різноманітних електронних пристроїв. Сучасний мобільний телефон має можливості, що не поступаються комп'ютерам початкового рівня, а в деяких випадках – і середньої потужності. В першу чергу це стосується смартфонів та персональних комунікаторів (КПК із засобами зв'язку). Поширеність серед користувачів мобільного зв'язку смартфонів та персональних комунікаторів, на думку відповідних фахівців, складає біля 10%, і має чітку тенденцію до зростання.

Розвиток інформаційних технологій призвів до появи нового соціального явища – *цифрового бар'єру* (digital divide; інші назви – цифрова нерівність, цифровий поділ): обмеженню можливостей соціальної групи через відсутність в неї доступу до сучасних засобів комунікації, тобто нерівний доступ членів суспільства до ІКТ. Виникнувши в середині 90-х рр., даний термін спочатку характеризував лише можливість доступу до комп'ютерного обладнання, проте згодом став характеризувати інформаційні технології в цілому.

Подолання цифрового бар'єру в системі освіти можливо лише через забезпечення рівного доступу до неї засобами ІКТ, тому цілком природно, що даний напрямок є провідним у вітчизняній методиці навчання математики. Надання закладам освіти засобів сучасних технічних засобів ІКТ створює умови для організації електронного навчання, а їх об'єднання засобами Інтернет – й для організації дистанційного навчання. Водночас поза увагою дослідників залишаються різноманітні електронні пристрої, що не є персональними комп'ютерами, проте за потужністю не поступаються комп'ютерам початкового, а в деяких випадках – і середнього рівня. Це стосується, насамперед, смартфонів та персональних комунікаторів, особливо широко поширених серед учнів старшої школи та студентів. Проте наказом МОН України від 24.05.2007 №420 «Про використання мобільних телефонів під час навчального процесу» заборонено використання мобільних телефонів у загальноосвітніх та професійно-технічних навчальних закладах під час проведення навчальних занять; подібні накази видані й керівниками багатьох ВНЗ.

На користь такої заборони наводяться наступні аргументи: «По-перше, наявність телефону дає можливість своєчасно повідомити батькові чи матері про те, що дитина закінчила навчання, та дає можливість оперативного зв'язку дитини з батьками. Але (уявіть ситуацію) коли йде урок і в класі сидить 30 учнів і через кожну хвилину дзвонить мобільний телефон в одного чи іншого учня. Чи можливо в таких умовах проводити повноцінний навчальний процес? По-друге, під час виконання самостійних, контрольних робіт в студентів та учнів часто виникає ідея ви-

користувати мобільний телефон як джерело списування. ... До цих всіх факторів додається ще одна проблема – більшість школярів користуються телефонами з відеокамерами, і пристроями доступу до мережі Інтернет. Ці телефони перетворюються на засіб поширення юнаками і дівчатами сцен насилля.»

Керівниками багатьох ВНЗ також заборонено *використання мобільних телефонів в навчальному процесі*, що призвело до створення унікальної ситуації – офіційної заборони потужного технічного засобу навчання, адже головним аргументом на користь такої заборони є те, що **мобільні пристрої є ефективним засобом ІКТ, не контрольованим викладачем** (мають доступ до Інтернет, можуть бути використані як джерело списування тощо).

На початок 2008 р. в світі нараховувалося більше 1,5 мільярди мобільних телефонів та комунікаторів – майже втричі більше, ніж комп'ютерів. Потужність більшості мобільних пристроїв перевищує потужності персональних комп'ютерів середини 90-х рр., які й досі ефективно використовуються в процесі навчання, тому нехтувати потенціалом цього класу пристроїв лише через організаційні проблеми є, на нашу думку, неприйнятним – так само, як і застосовувати їх без відповідної методики навчання.

Ми визначаємо *мобільне навчання* (mobile learning, M-Learning) як сучасний напрямок розвитку систем дистанційної освіти із застосуванням мобільних телефонів, смартфонів, КПК, електронних книжок. Технологія мобільного навчання передбачає наявність системи дистанційного навчання, яка включає в себе підсистему доступу до локального та віддаленого контенту. В порівнянні з традиційним мобільне навчання надає можливість моніторингу навчання в реальному часі та забезпечує високу насиченість контенту, що дозволяє розглядати його не лише як засіб навчання, а й як інструмент спільної роботи, спрямований на підвищення якості навчання (рис. 5.1).

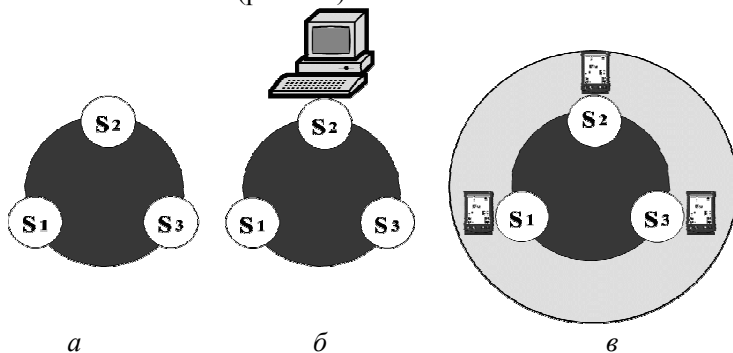


Рис. 5.1. Традиційне, комп'ютерно-орієнтоване та мобільне комп'ютерно-орієнтоване співробітництво

Перша згадка про мобільне навчання зустрічається в роботі Дж. Дьюї «Демократія та освіта» (1916 р.): «Ми побачимо мобільне суспільство, насичене каналами поширення змін, що відбуваються будь-де, лише тоді, коли його члени будуть освічені, ініціативні та адаптивні». За часів Дьюї такими каналами були міграційні потоки, трансатлантичний радіозв'язок і навіть – світова війна, сьогодні таким каналом є, насамперед, Інтернет. Мобільність освіти є принциповою характеристикою єдиного освітнього простору, на формування якого спрямований, зокрема, й Болонський процес.

Свій початок комп'ютеризоване мобільне навчання бере з проекту Dynabook Алана Кей, який наприкінці 50-х рр. працював на Денверській військово-повітряній базі «Рендольф», де писав на машинному кодї програми для ЕОМ Burroughs 220. Саме тоді він стикнувся з проблемою передавання сформованих на цій ЕОМ даних на комп'ютери інших баз. Стандартних форматів та ОС для цих ЕОМ не існувало, тому А. Кей довелося створити мікропрограми, що містили в собі всю необхідну інформацію та після запуску на інших машинах через простий інтерфейс користувача самостійно розгортали необхідні дані. Такі програми А. Кей назвав модулями, які об'єднують дані та код. У 1966 р. він зайнявся науковою діяльністю в галузі молекулярної біології в Університеті штату Колорадо, де запропонував створити системи модулів (об'єктів), що об'єднують дані та алгоритми їх обробки, здатні взаємодіяти один з одним через визначені розробником інтерфейси. При цьому він активно використовував аналогії з біологічними об'єктами та механізмами взаємодії клітин у живому організмі.

Пізніше Алан Кей перейшов до Стенфордської лабораторії штучного інтелекту, а в 1972 р. – у відомий науковий центр Хехох PARC, де й реалізував ці ідеї в новій об'єктній мові Smalltalk (що, до речі, спочатку мала назву Biological System). Саме тоді він запропонував знаменитий термін «об'єктно-орієнтоване програмування» (ООП).

В процесі роботи над Smalltalk А. Кей придумав нову концепцію розробки програмного забезпечення – багатовимірне середовище взаємодії об'єктів з асинхронним обміном повідомленнями. В результаті з'явилась можливість підтримки такого середовища не одним, а багатьма комп'ютерами, об'єднаними в мережу. Працюючи над апаратною реалізацією ООП-системи (проект FLEX (рис. 5.2) – повноцінний персональний комп'ютер, що базувався на об'єктах), Алан Кей вивчав піонерські роботи Сеймура Пейперта та його колег з МІТ з навчання дітей програмуванню мовою Лого. Розробники Лого досліджували дитячі уявлення про графіку та символи, запропонувавши «черепаху», що малювала на планшеті (екрані).

Алан Кей бачив роль персонального комп'ютера як особистісного динамічного середовища (метамедіа), що об'єднувало в собі всі інші середовища: текст, графіку, анімацію і навіть те, що ще не винайдено.

Подальшим розвитком FLEX став проект Dynabook (рис. 5.3) – компактний комп’ютер, легко керований, оснащений клавіатурою чи пером, безпроводною мережею тощо (в сучасних термінах ми можемо назвати Dynabook планшетним портативним комп’ютером). В своїй статті 1972 р. А. Кей визначив ціль проекту як «персональний комп’ютер для дітей будь-якого віку». Smalltalk увібрав у себе багато з даного проекту – в ньому вперше були використані вікна, меню, іконки та маніпулятор «миша». В Smalltalk містяться витoki Microsoft Windows, X Window та MacOS. Інакше кажучи, сучасні інтерфейси користувача еволюціонували паралельно з ООП, а їх формування відбувалося під впливом ідей Л.С. Виготського, Дж. Брунера та С. Пейперта.

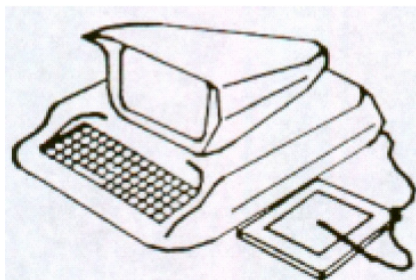


Рис. 5.2. Концепція FLEX



Рис. 5.3. Прототип Dynabook

Сьогодні Алан Кей – активний учасник проекту OLPC (One Laptop Per Child – «Кожній дитині – по ноутбуку»). Незважаючи на високу технологічну досконалість ідей проекту Dynabook – «батька» сучасних мобільних пристроїв, головним в ньому є все ж таки ідея «комп’ютера для навчання», основою якого є особистісна зорієнтованість, висока інтерактивність, навчання через гру, спільне навчання, динамічне моделювання, навчання завжди та всюди.

Еволюцію концепції Dynabook показано у табл. 5.1.

Табл. 5.1.

**Еволюція технологій та навчальних концепцій**

Роки	Апаратура	ПЗ	Мережні засоби	Навчальна концепція
1970-ті	Dynabook Alto	Smalltalk	Arpanet Ethernet	Навчання через відкриття
1980-ті	Xerox Star Apple Lisa Apple Macintosh	C++	TCP/IP Аналоговий стільниковий радіозв’язок	Ситуативне навчання Конструктивістське навчання Навчання у співробітництві
1990-ті	ПК з Windows Ноутбуки	Java	World Wide Web Цифровий стільниковий радіо-	Проблемно-орієнтоване навчання Навчання протягом

Роки	Апаратура	ПЗ	Мережні засоби	Навчальна концепція
	КПК		зв'язок Безпроводні лока- льні мережі	всього життя Соціально- конструктивістське на- вчання
2000- ні	Безпроводні КПК	CORBA	Bluetooth	Неформальне навчання Контекстуальне на- вчання

У 90-х рр. минулого століття в ряді університетів Європи та Азії були розроблені системи мобільного навчання студентів. Значну роль в цьому відіграла піонер КПК – корпорація Palm, яка в рамках проекту PER – Palm Education Pioneers (1999–2002 рр.) виділяла гранти на створення систем мобільного навчання під керуванням PalmOS.

У заключному звіті з проекту були:

1) обґрунтовані нові типи навчальної активності, що виникають в процесі застосування КПК;

2) визначена роль КПК в тестовому контролі знань учнів;

3) сформульовані основні переваги персонального пристрою для навчання – підтримка самостійного навчання, підвищення відповідальності за результати навчання, посилення міжпредметних зв'язків;

4) визначені нові форми спільної роботи, в т.ч. – в сфері моделювання;

5) показані шляхи інтеграції мобільних та традиційних навчальних технологій.

Незважаючи на штучну прив'язку до використовуваної ОС, в рамках проекту PER були сформульовані практично всі технологічні та педагогічні вимоги до застосування КПК в навчальному процесі.

Цілісна концепція мобільного навчання, запропонована Д. Кіганом у 2001 р., дістала розвиток у роботах Ф. Манг'яваччі, Р. Мейсона, Л. Родіна, М. Рончетті, А. Трифонової та Д. Хойла (2002–2003 рр.).

У 2001 р. Єврокомісія започаткувала проект MOBLearn під керівництвом М. Шарплеса, який сформулював основну ідею проекту – «що навчальне, те – мобільне» – та визначив умови ефективності мобільного навчання:

1) конструктивність: навчання є конструктивним процесом пошуку розв'язання задач, що веде до утворення нового досвіду;

2) інтеріоризація результатів навчання;

3) діалектичність процесу контролю та відображення результатів навчальної діяльності у свідомості її суб'єкта.

В 2002 р. в Канаді створено Консорціум мобільного навчання (The m-Learning Consortium), а в Австралії – державний стандарт на мобільне навчання. В дисертації Фенг-Хуан Ю Янга (2003 р.) запропонована архітектура розподіленої системи мобільного навчання. Нарешті, у 2004 р. корпорацію Intel було розпочато проект «Навчання завжди та всюди»,



метою якого є надання кожному з учнів персонального доступу до мобільних комп'ютерних пристроїв та забезпечення безпроводного зв'язку у школах.

Серед вітчизняних дослідників мобільного навчання слід відзначити М.А. Григор'єву, яка у 2004 р. запропонувала програму навчального курсу «Застосування мобільних освітніх систем» для студентів педвузів, та І.Є. Мазурка, який у 2005 р. дослідив можливості застосування мобільних пристроїв у школі.

В літературі пропонуються різні визначення мобільного навчання, спільним в яких є те, що за цієї технології навчання фізичне з'єднання з кабельною мережею є непотрібним. Мобільне навчання є, з одного боку, різновидом дистанційного навчання, а з іншого – електронного (рис. 5.4). У порівнянні з електронним та дистанційним навчанням мобільне надає суб'єкту навчання більшу кількість «ступенів вільності» – вищу інтерактивність, більшу свободу руху, більшу кількість технічних засобів, основними з яких є UMPC – ультрамобільні ПК (Intel Classmate, Asus EEE), Tablet PC – планшетні ПК, надпортативні ноутбуки, PDA (персональні цифрові помічники), аудіопрогравачі з можливістю запису та прослуховування лекцій, мультимедійні путівники по музеях, мультимедійні ігрові консолі, електронні книжки, мобільні телефони, смартфони та багато інших.



Рис. 5.4. Співвідношення електронного, дистанційного та мобільного навчання

Табл. 5.2.

**Порівняльний аналіз електронного та мобільного навчання**

<b>Електронне навчання</b>	<b>Мобільне навчання</b>
<i>Навчальний процес</i>	
більша частина навчальних матеріалів – текстові та графічні	навчальні матеріали – текстові, графічні, голосові
<i>Взаємодія між викладачем та студентом</i>	
за допомогою електронної пошти з втратами часу на регулярну перевірку пошти	миттєве повідомлення про отримання електронної пошти

<b>Електронне навчання</b>	<b>Мобільне навчання</b>
асинхронна пасивна комунікація	синхронна миттєва активна комунікація
	інтерактивність
	спонтанність
<i>Комунікація між студентами</i>	
безпосередня	безпосередня та опосередкована
через e-mail	через e-mail, SMS, MMS
в окремому приміщенні	миттєва, завжди
через точку доступу до Інтернет	без точки доступу до Інтернет
проблема організації позааудиторної роботи в групах	без географічних обмежень з використанням усіх засобів ІКТ
<i>Зворотний зв'язок зі студентами</i>	
опосередкований через електронну пошту, Web-сайти (форуми, чати тощо)	прямий через мобільні пристрої
асинхронний	синхронний та асинхронний
розподілений у часі	в реальному часі та у зручному режимі
документально оформлений	частково задокументований
<i>Оцінювання та контроль знань</i>	
в аудиторії	в будь-якому місці
у визначений час	будь-коли
обмежений в часі	без обмежень в часі
стандартний тестовий	індивідуалізований (адаптований) тестовий
поганий зворотний зв'язок	насичений зворотний зв'язок
відкладений зворотний зв'язок	миттєвий зворотний зв'язок
тести фіксованої довжини	змінна довжина тесту/час на відповідь
тести та задачі переважно текстові	тести мультимедійні
<i>Подання навчального матеріалу</i>	
застосування однієї мови	автоматичне подання матеріалу різними мовами
класно-урочне подання навчального матеріалу	індивідуальне подання матеріалу з розвиненими засобами комунікації
індивідуалізована, компонентно-орієнтована робота в групі	одночасна спільна робота в групі
отримання результатів іспитів та контролю знань в твердій копії у визначений час	отримання результатів контролю знань в електронному вигляді у будь-який момент часу

Операційні системи та ПЗ персональних та планшетних

комп'ютерів не відрізняються від відповідних засобів ПК. КПК та смартфони працюють переважно під керуванням ОС Windows Mobile, що містить такі стандартні додатки, як календар, контакти, голосовий запис, текстовий редактор, електронні таблиці, Pocket Internet Explorer, WindowsMedia Player 9, клієнти VPN, обміну повідомленнями, термінали тощо.

Переваги мобільного навчання у порівнянні з електронним та дистанційним: можливість навчання будь-де і будь-коли, нижча ціна мобільних пристроїв у порівнянні з ПК, менші розміри та вага, актуалізація навчання через «моду» на пристрої, підвищена інтерактивність навчання, зручність, портативність, розвинені засоби співробітництва, безперервний доступ до навчальних матеріалів.

Технічно реалізація мобільного навчання можлива у декількох варіантах:

- а) WAP-інтерфейс;
- б) клієнт-серверна система на основі однієї з систем дистанційного навчання;
- в) статичні та динамічні Java-додатки (в т.ч. на основі технології Google Android).

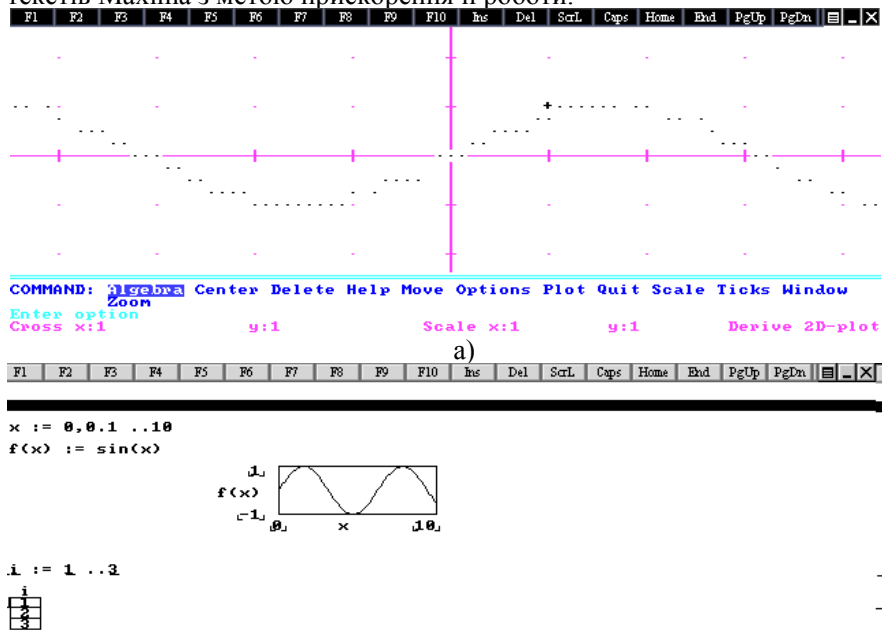
У 2006-2007 н.р. нами проводився педагогічний експеримент із впровадження елементів мобільного навчання математики у старших класах шкіл нового типу м. Кривого Рогу. На початку експерименту в якості платформи для організації дистанційного навчання були обрані персональні комунікатори з операційною системою на основі Windows CE (WinCE, відомою також як Windows Mobile), що має розвинені засоби розробки та широку підтримку серед виробників. Вибір персональних комунікаторів базується на їхній зростаючій поширеності серед учнівської та студентської молоді, ефективних комунікаційних засобах та наявності стандартного ПЗ для роботи з документами в різних форматах.

Стандартне ПЗ КПК не включає систем комп'ютерної математики (СКМ), які інколи вважають занадто «важкими» для даного класу пристроїв. Проте багаторічний досвід експлуатації інженерних калькуляторів з СКМ Derive (класу TI-Nspire CAS) показує її ефективну роботу при суттєво менших обчислювальних ресурсах, ніж ті, що наявні на сучасних КПК.

Тому проблему практично повної відсутності СКМ для WinCE ми почали розв'язувати, саме спираючись на обчислювальні потужності КПК – шляхом запуску ПЗ, розробленого для MS DOS, під керуванням відповідного емулятора цієї операційної системи. Хоча застосовані нами DOS-версії Derive 1.53 та MathCAD 2.5 (рис. 5.5) і були випущені більше десяти років тому, вважати застарілими їх лише через це не варто: символне ядро цих систем було розроблено вже давно і за останні роки суттєво не змінилося, тому як наукова, так і освітня цінність цих систем

не була втрачена лише тому, що MS DOS відійшла у минуле. КПК дають друге життя цим компактним та ефективним системам.

В якості мобільної СКМ нами було обрано вільно поширювану систему Maxima. Найвний WinCE-порт цієї системи не розвивається з 2001 р. та не задовольняє сучасним вимогам до ергономіки інтерфейсу користувача (реалізований лише режим командного рядка з текстовим поданням результатів обчислень). Це спонукало нас до його переробки. По-перше, текстовий інтерфейс користувача був замінений на графічний шляхом перенесення на платформу WinCE інтерфейсу wxMaxima. По-друге, була виконана локалізація інтерфейсу за технологією GetText, що дало можливість вільного вибору мови інтерфейсу (російської, української, англійської тощо). І, нарешті, була виконана оптимізація вихідних текстів Maxima з метою прискорення її роботи.



б)

Рис. 5.5. СКМ Derive 1.53 (а) та MathCAD 2.5 (б) на КПК HP Jornada 720

Крім розробленої нами мобільної версії Maxima (рис. 5.6), при навчанні математики на платформі WinCE можна застосувати графічний аналізатор Math Xpander (рис. 5.7, а), середовище динамічної геометрії Euclid (рис. 5.7, б), СКМ Formulae 1 (рис. 5.7, в), теоретико-числовий пакет PARI-GP та інші.

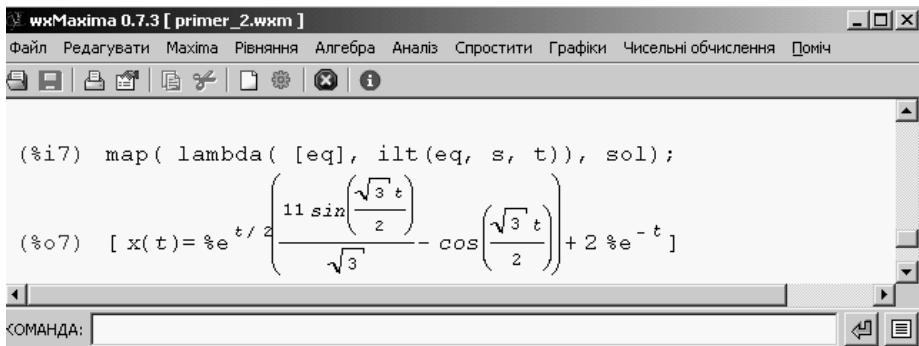
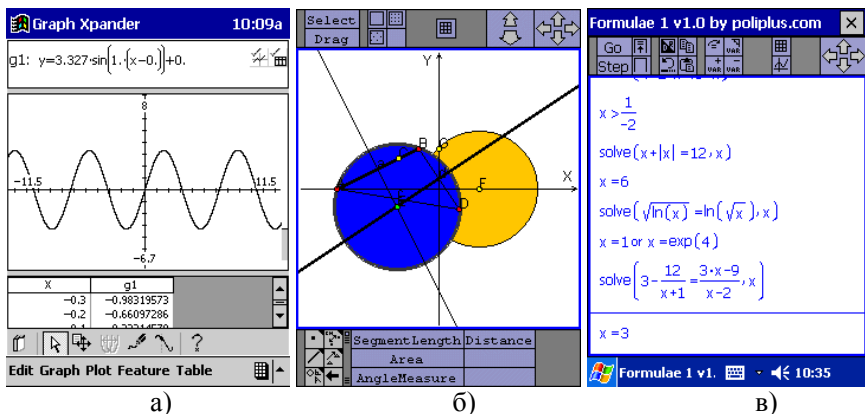


Рис. 5.6. КПК-версія СКМ Maxima 5.13



а) б) в)  
Рис. 5.7. Математичне ПЗ на КПК Fujitsu Loox

Застосування СКМ для генерації математичних текстів у системах дистанційного навчання (СДН) є перспективною технологією, що об'єднує природну математичну нотацію, властиву СКМ, із розвиненими можливостями MathML та TeX щодо візуалізації математичних текстів. Нами був розроблений генератор формульних виразів MaxTeXML, який використовує Maxima, TeX та MathML, є незалежним від операційної системи та Web-браузера, використовує лише стандартні теги HTML та може бути легко інтегрований у будь-яку як комерційну, так і вільно поширювану СДН (рис. 5.8).

За даними на початок 2005 р., 78% університетів та коледжів США використовували безпроводні мережі. Зазначимо, що для вітчизняних навчальних закладів побудова комбінованих мереж на основі провідних та безпроводних технологій сьогодні вже є більш економічно вигідним, ніж розгортання традиційних провідних мереж. Врахування цієї тенденції дозволяє створити такі педагогічні технології, в яких мобільні пристрої стануть основою нової освітньої інфраструктури школи та вузу, а не

перешкодою в навчанні. Інтеграція в навчальний процес (замість адміністративних обмежень) передбачає не лише добір відповідного ПЗ для індивідуальної роботи, а й активне використання засобів колективної роботи з виконання навчальних проектів та оцінювання навчальних досягнень.

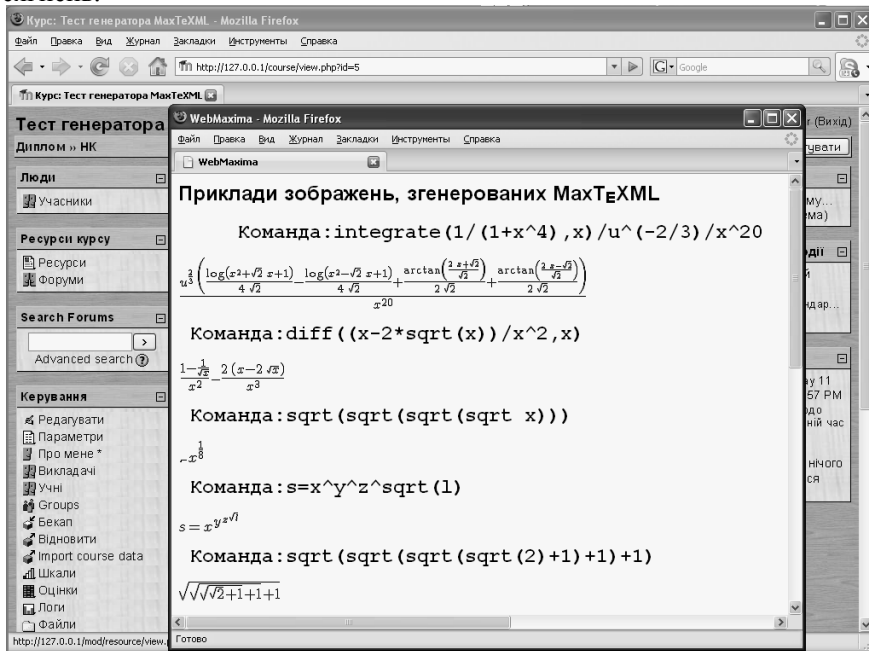


Рис. 5.8. Приклад застосування MaxTeXML у СДН Moodle

Так, в лекційних аудиторіях роль студента залишається переважно пасивною: окремі прийоми (питання до аудиторії, блиц-контрольні тощо) не дозволяють підтримувати активність всіх студентів протягом всієї лекції. Перспективним засобом активізації навчальної діяльності є систем зворотного зв'язку (Student Response System – SRS), які дозволяють застосовувати комбінацію з безпроводних мереж, КПК та мультимедійного проектору для подання відповідей в процесі тестування. Прикладом такої системи є Numina SRS, що застосовується в Північно-Каролінському університеті (м. Вілмінгтон, США) при навчанні математики, фізики та хімії (рис. 5.9, 5.10).

В типовому сеансі роботи Numina SRS студенти використовують комунікатори, щоб відповісти на питання викладача. SRS зберігає їхні відповіді у віддаленій базі даних, відображаючи узагальнені результати на мультимедійній дошці або екрані проектора. Так як SRS є серверними Web-додатками, вони не вимагають спеціального ПЗ на стороні клієнта – лише Web-браузер. Викладач використовує закриті тести, що роз-

міщуються на локальному Web-ресурсі.

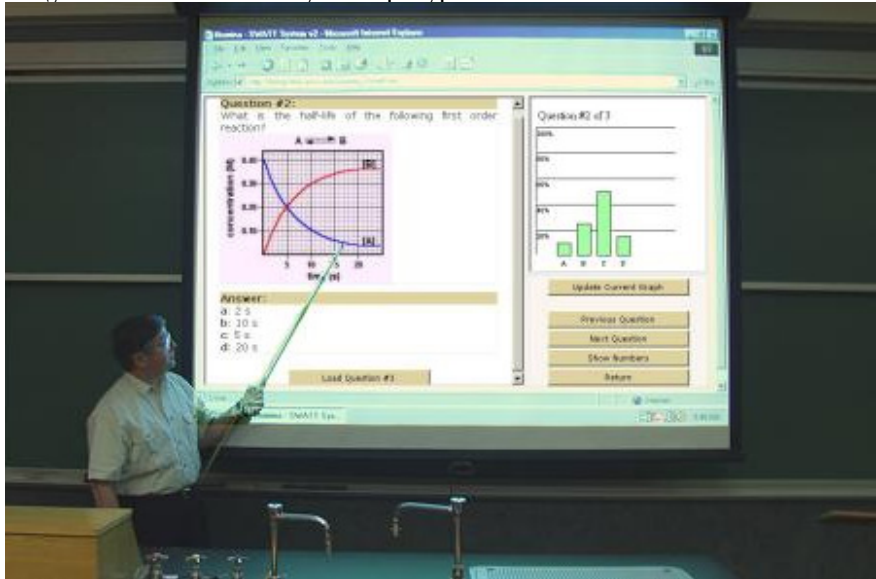


Рис. 5.9. Викладач застосовує Numina SRS у класі

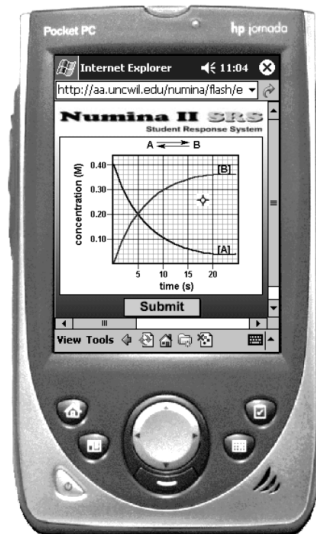


Рис. 5.10. Онлайн-тест на КПК

При застосуванні систем зворотного зв'язку на лекції:

- 1) майже 100% студентів беруть участь у тестуванні (фактором підвищення кількості опитуваних є непублічність та анонім-

ність відповідей) на відміну від типових 2-3% студентів, суттєво знижуючи при цьому позанавчальну активність на занятті;

- 2) викладач одразу отримує статистику розуміння студентами лекційного матеріалу;
- 3) викладачі приймають обґрунтовані рішення на основі оперативних результатів зі зміни темпу та організації подання матеріалу;
- 4) майже 100% студентів, що працюють в SRS, надають їй перевагу перед традиційними засобами тестового контролю.

Системи зворотного зв'язку можуть використовуватися не лише з персональними комунікаторами, а й із більш простими мобільними пристроями, проте комунікатори здатні виконувати Flash-додатки, що дозволяють застосовувати мультимедійні інтерактивні тести.



Рис. 5.11. Структура мобільного освітнього середовища

SRS є гарним прикладом реалізації концепції мобільного освітнього офісу. Перетворення мобільного освітнього офісу на *мобільне освітнє середовище* вимагає переходу від застосування розрізнених послуг (електронної пошти, чату, Web, FTP, Telnet) до інтегрованих середовищ навчання (Moodle, WebCT) та колективної роботи (FirstClass, NetMeeting) на основі:

- 1) підтримки різних пристроїв та платформ, об'єднаних як провідними, так і безпроводними мережами;
- 2) застосування клієнт-серверних Інтернет-технологій;



- 3) об'єктно-орієнтованої компонентної архітектури;
- 4) стандартизованих способів обміну даними;
- 5) відкритості та масштабованості (рис. 5.11).

Найбільш суттєвим недоліком КПК при використанні його в якості технічного засобу навчання є малий час автономної роботи, зумовлений, насамперед, застосуванням активної сенсорної панелі та кольорового екрану. Для подолання цього недоліку можна запропонувати системи з енергозберігаючими рефлективними екранами на основі технології «електронного паперу» («електронних чорнил» – E-Ink).

Пристрої, що використовують папероподібні екрани, позиціонуються переважно як електронні книжки (пристрої для читання – E-Book). Роздільна здатність E-Ink-екранів – 600×800 та вище – дає можливість високоточного відтворення зображень з високим ступенем деталізації, а їхній розмір (6 дюймів та вище) дозволяє зробити процес перегляду більш комфортним, ніж на КПК. Екран, виготовлений за технологією E-Ink, має властивість бістабільності: на підтримку зображення енергія не витрачається, тому, відкривши книгу, ви побачите ту сторінку, на якій вона була закрита. На сьогоднішній день E-Ink – найбільш «зорозберігаюча» технологія, тому що відповідний екран працює у відбитому світлі, найбільш природному для очей.

Електронна книга є лише носієм інформації, тому традиційно складається з двох понять – носій та вміст. Носієм є електронний пристрій, який може бути пристосованим (наприклад, телефон, чиєю основною функцією є дзвонити) чи спеціалізованим. Вміст іноді називають «контентом» – це будь-яка форма зберігання інформації, наприклад текст, відео, аудіо та інші електронні форми. Найчастіше в якості вмісту електронної книги застосовується текст з ілюстраціями, як і в традиційній книзі. Традиційно дослідники, аналізуючи можливості застосування електронних книжок в дистанційному навчанні, головну увагу приділяють засобами обміну контентом. На нашу думку, такий підхід невідрізнено звужує можливості застосування електронних книжок у порівнянні з КПК.

Сучасні електронні книги (Sony PRS-505, CyBook, IREX Iliad, IBook eReader V3 та інші) за будовою є потенційно універсальними пристроями, що функціонують під керуванням ОС Linux. В процесі завантаження системи ініціалізується стандартна графічна підсистема X Window, під керуванням якої завантажується головна програма, що надає користувачеві абстракцію книжкової полиці. Вибір файлів (у форматах PDF, DJVU, DOC, RTF, HTML, CHM, LIT, FB2 та ін.) призводить до запуску асоційованих програм.

У листопаді 2007 р. Інтернет-магазин Amazon представив власну електронну книгу – Kindle, яка має вбудовану клавіатуру, засоби зв'язку та необхідне мережне ПЗ. На жаль, висока ціна, жорстка прив'язка до контент-провайдерів США та відсутність офіційних поставок в Україні

не дозволяють сьогодні застосувати Kindle у вітчизняній системі освіти, тому для подальшої роботи нами було обрано вітчизняну розробку – електронну книгу IBook eReader V3 (рис. 5.12).

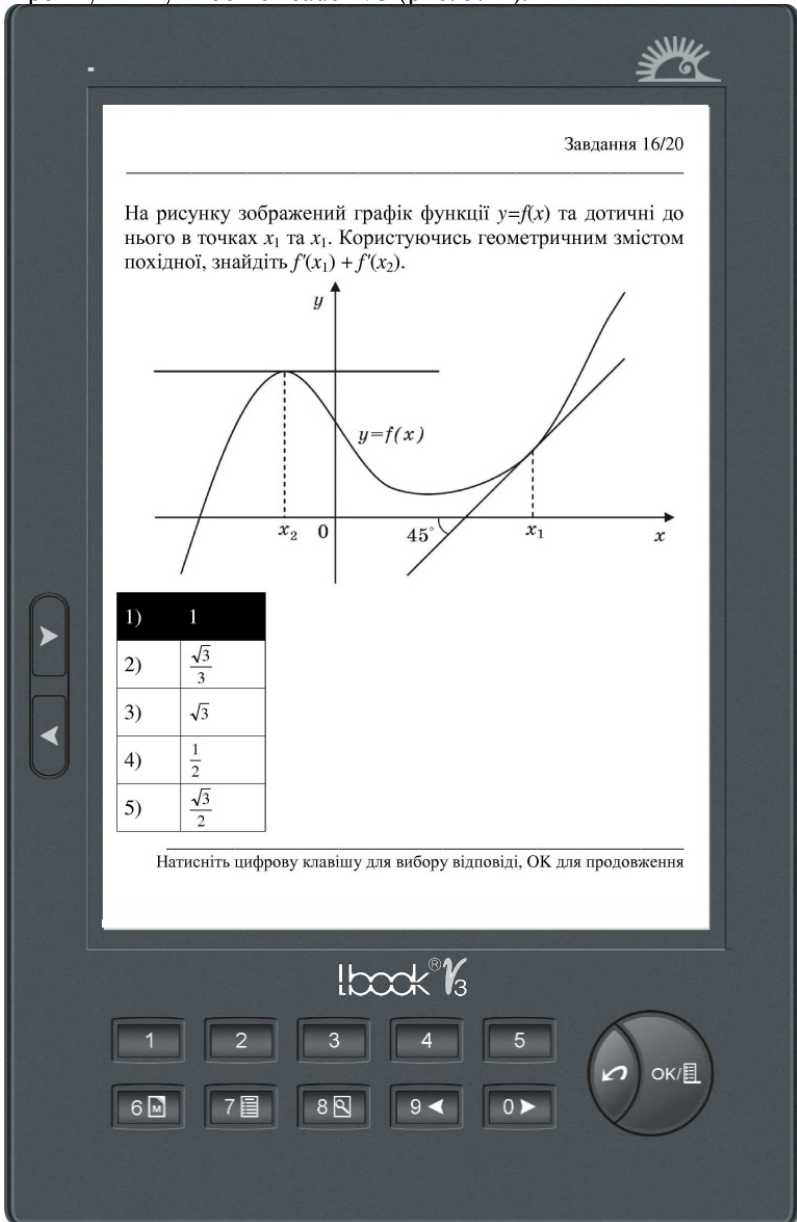


Рис. 5.12. Робота тестової системи на IBook eReader V3

Наявність відкритого пакету розробника для IBook eReader V3 спонукали нас до заміни стандартної книжкової полиці на універсальний файловий менеджер з можливістю запуску як стандартних програм для перегляду, так і завантажених користувачем. Тестування даного рішення виявило наступне:

- відсутність сенсорного екрану компенсується розробкою T9-подібного алгоритму введення тексту (за допомогою наявних 12 кнопок);

- відсутність вбудованих засобів для зв'язку компенсується встановленням карти розширення (за інтерфейсом SDIO);

- властива технології E-Ink низька реактивність екрану не дозволяє застосовувати анімацію зі швидкістю вище 4 кадрів на секунду, проте для більшості навчальних демонстрацій цього цілком достатньо.

Це дозволяє розглядати IBook eReader V3 як нову програмно-апаратну платформу для дистанційного навчання. Для реалізації її потенціалу необхідні як заходи з портування програмного забезпечення (Web-браузера, мережних клієнтів, електронних таблиць, математичних пакетів тощо), так і розробка спеціалізованих SRS-клієнтів для Numina-подібних систем.

При реалізації мобільного навчання використовуються наступні комунікаційні стандарти: GSM, GPRS, UMTS, Wi-Fi, Bluetooth. Інфрачервоний зв'язок можливий, проте не застосовується через малу (1–2 метри) максимальну відстань передачі. Технічні недоліки мобільних пристроїв викликані переважно сучасним станом розвитку технології: обмежений розмір пам'яті, менша (порівняно за ПК) потужність процесора, обмежений ресурс акумуляторів, обмежена роздільна здатність екрану.

Враховуючи, що традиційний WAP-інтерфейс поступово зникає, зосередимо увагу на клієнт-серверних мобільних технологіях, застосування яких в навчальному процесі дає можливість реалізувати концепцію мобільного освітнього середовища, визначальними особливостями якого є можливість завантаження і встановлення програмного забезпечення та наявність розвинених засобів отримання та обробки контенту. Головним компонентом такого середовища є мобільний портал дистанційного навчання (М-портал), вимоги до якого були визначені Ю.В. Триусом.

М-портал – це Internet-сайт, користувачі якого після реєстрації та отримання певних прав можуть використовувати навчальні ресурси, створювати власні мікропортали, відвідувати мікропортали студентів, учителів та інших користувачів в рамках онлайн-спільноти, мати доступ до модулів мобільного навчання та пов'язані з ними системи керування навчанням.

Програмне забезпечення М-порталу має надавати можливості подання навчального контенту, ведення дискусій та передавання повідомлень. Висока інтерактивність М-порталу створює умови для включення

суб'єктів навчання в планування, покращення та оцінювання самого навчального процесу.

Сьогодні в одній освітній установі, як правило, застосовуються гібридні мережі, що об'єднують як стаціонарні, так і мобільні пристрої (рис. 5.13). Г.Г. Швачич, аналізуючи результати впровадження Wi-Fi доступу в Національній металургійній академії України, зазначає, що це, в свою чергу, стимулює студентів до придбання ноутбуків або КПК. Такий позитивний зворотний зв'язок створює можливість швидкого впровадження мобільного навчання.

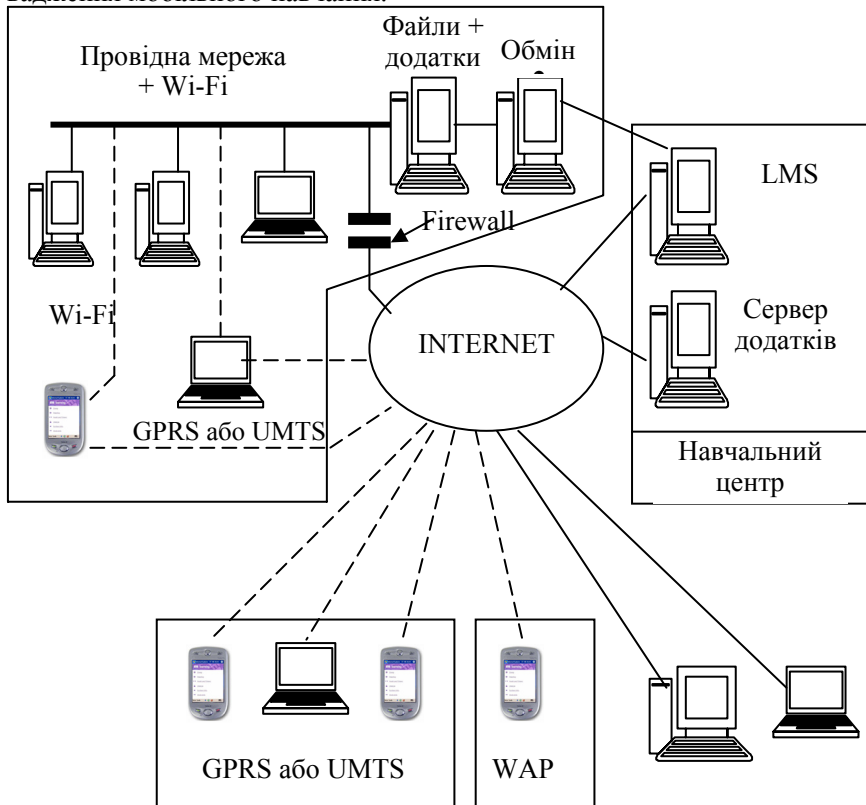


Рис. 5.13. Структура гібридної мережі навчального закладу

Така можливість реалізується системою управління навчанням (Learning Management System – LMS), що базується на Web-послугах по обміну XML-контентом за стандартами Simple Object Access Protocol (SOAP), Web Services Description Language (WSDL), Universal Description Discovery and Integration (UDDI). Це створює необхідну основу для переходу від PC-центричних до розподілених мобільних систем, в яких різні пристрої (мобільні комп'ютери, PDA, Tablet PC, смарт-

фони та ін.) мають єдиний доступ до освітніх XML-ресурсів з будь-якого місця.

При проектуванні архітектури мобільного освітнього середовища необхідно враховувати можливість його розвитку, для чого доцільно застосовувати модульну інтеграцію його компонентів на основі стандартів. На рис. 5.14 показана архітектура Web-послуг комбінованої мережі, наповнення, інтеграція та збереження даних в якій відбувається за стандартом UDDI, інтерфейс описується WSDL, а доступ – SOAP, що дає користувачу можливість взаємодії із зовнішніми додатками незалежно від платформи та системи. Тоді при виборі користувачем мобільного пристрою навчального курсу система вибере саме ті навчальні об'єкти, які підтримує даний пристрій.

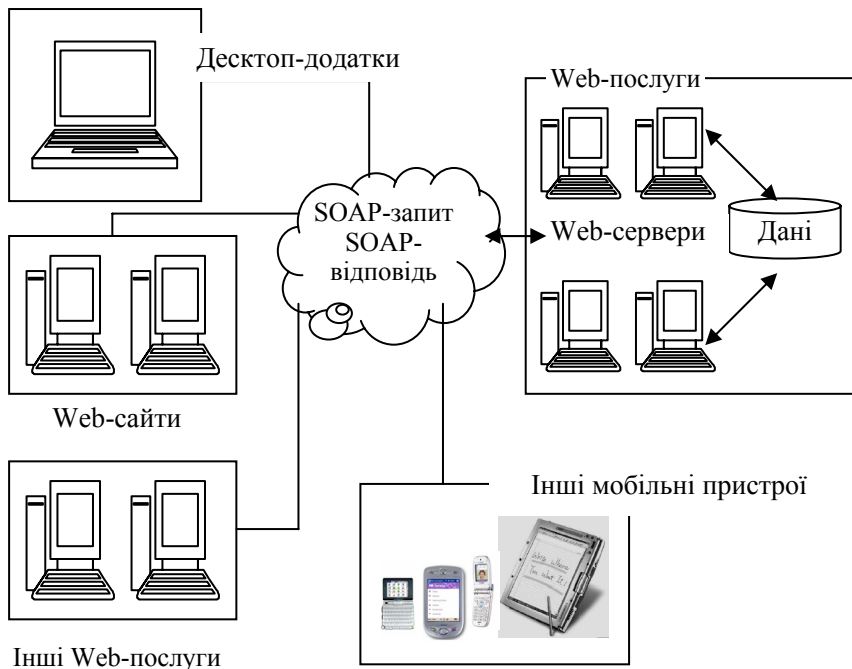


Рис. 5.14. Архітектура комбінованої навчальної мережі

Застосування стандартів дозволяє побудувати відкрите, модифіковане та масштабоване plug-and-play середовище мобільного навчання, що надаватиме широкий спектр освітніх послуг.

Об'єктно-орієнтована архітектура дозволяє інтегрувати найрізноманітніші системи (бібліотеки, віртуальні та/або реальні лабораторії), керувати навчанням, надавати найрізноманітніші інформаційні послуги. З рис. 5.15 можна побачити, що розглядувана архітектура об'єднує 4 рівні:

додатки та послуги, інтегровані за допомогою Web-стандартів, власне Web та мобільне навчання.

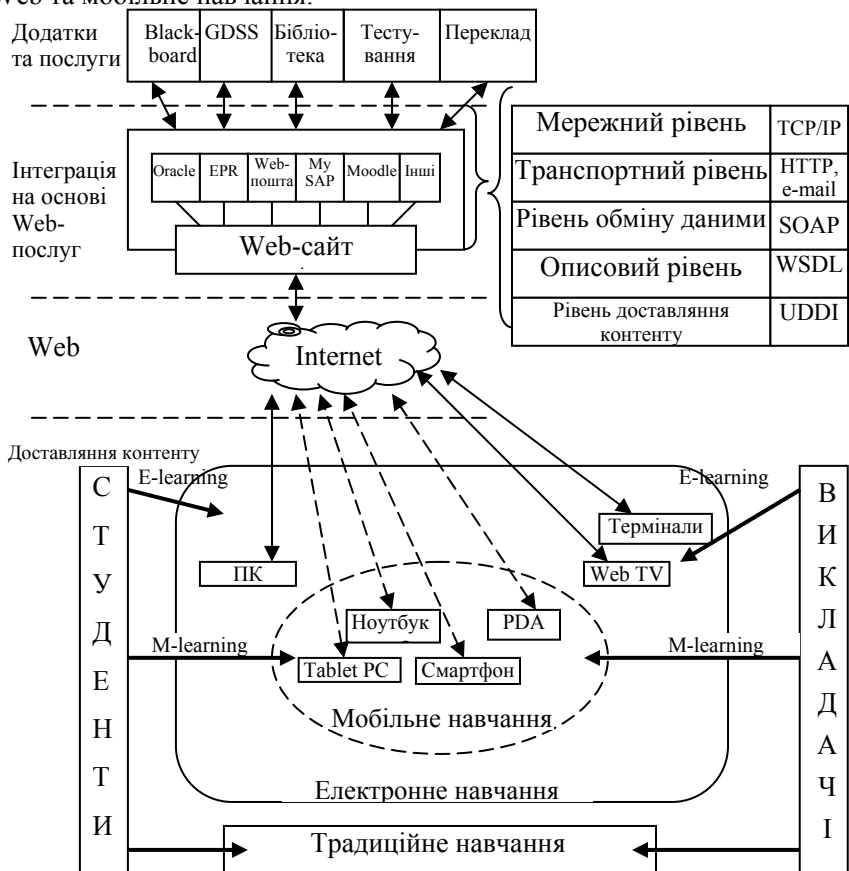


Рис. 5.15. Об'єктно-орієнтована архітектура середовища мобільного навчання

Перший рівень – рівень взаємодії між викладачами та студентами – містить різні послуги, що надаються викладачам та студентам додатками різних типів (як комерційними, так і вільно поширюваними).

Другий рівень – рівень Web-послуг, що інтегрують навчальний контент та програмні додатки, представлені в різних форматах. На цьому рівні навчальний матеріал не залежить від застосовуваного мобільного пристрою, а його об'єктно-орієнтована структуризація дає можливість одночасного використання текстових даних, голосу, звуку, відео, тестів та різних виконуваних файлів.

Третій рівень – рівень доставки контенту на різні мобільні та стаці-

онарні пристрої, що забезпечує доступ користувача до навчальних ресурсів будь-коли та будь-де.

Четвертий рівень – рівень мобільного навчання – включає в себе студентів, викладачів та адміністраторів навчального процесу.

До реалізації мобільного навчання існує два близькі підходи:

1. Мобільне навчання – це електронне навчання за допомогою мобільних пристроїв та безпроводних мереж.

2. Мобільне навчання – це специфічний вид навчання, в якому сам навчальний процес є географічно та ситуаційно залежним.

Ми дотримуємося другого підходу, що враховує специфіку мобільних пристроїв, цільову групу учнів та конкретизує практичну необхідність. За такого підходу учень з'єднаний з учителем постійно за допомогою Інтернет – на відміну від традиційного навчання, де таке об'єднання можливе лише у межах навчального закладу. Учителем відіграє роль консультуючого керівника, що спрямовує діяльність учня на отримання необхідної інформації. Це дозволяє реалізувати проблемне навчання через обговорення дій, що допоможуть учневі оволодіти матеріалом, до усвідомлення необхідного результату та набуття нового знання.

Базові моделі традиційного та мобільного навчання показані на рис. 5.16, 5.17.

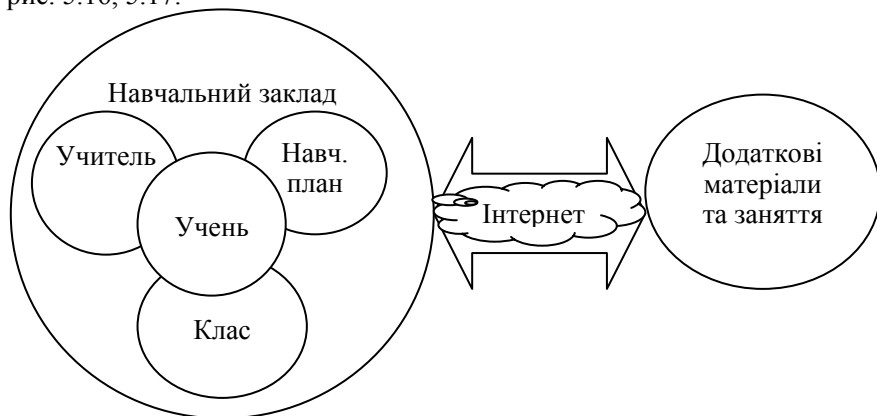


Рис. 5.16. Модель традиційного навчання

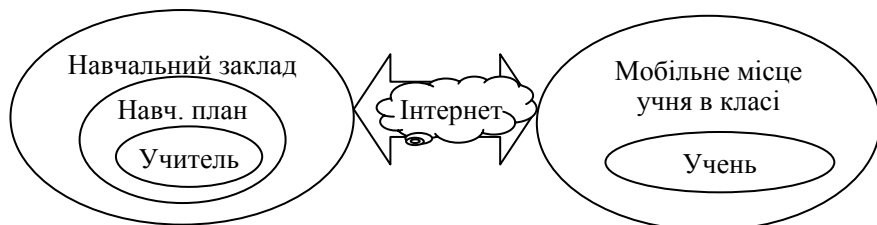


Рис. 5.17. Модель мобільного навчання

В моделі мобільного навчання учень з'єднаний з учителем постійно за допомогою Інтернет – на відміну від традиційного навчання, де таке об'єднання можливе лише у межах навчального закладу. Учитель відіграє роль консультуючого керівника, що спрямовує діяльність учня на отримання необхідної інформації. Це дозволяє реалізувати в даній моделі проблемне навчання через обговорення дій, що допоможуть учневі оволодіти матеріалом, до усвідомлення необхідного результату та набуття нового знання.

Для ефективної взаємодії у мобільному середовищі як вчителю, так і учневі важливо усвідомлювати соціальну природу навчальної комунікації, яка є умовою якості навчання – інформаційно-комунікативні здатності тут є вирішальними в набутті інформації, знань, досвіду та вмінь.

Мобільне навчання відбувається не в класі, а у певному навчальному просторі. Проте концепція класу (початкової групи) не зникає – класи перестають бути сталим утворенням та стають динамічними, формуючись на кожен предмет окремо. Час навчання визначається кожним учнем окремо та не регламентується шкільними розкладом. Учні швидко усвідомлюють переваги динамічної інтерактивності мобільного навчання, ефективність та багатство комунікацій, якість керованого вчителем доступу до навчальних ресурсів.

Мобільне навчання не заважає соціалізації старшокласників, які є активними користувачами чатів, форумів і онлайн-співтовариств, побудованих на основі сервісів Web 2.0. Так, наприклад, MySpace, який описується як «місце для друзів», в якому надається онлайн-простір для особистих профілів, можливість знаходити інших людей зі спільними інтересами і брати участь у заходах, починаючи від онлайн-чатів до «живих» зустрічей, є одним з п'яти найбільш відвідуваних Web-сайтів у світі. Через засоби соціальних мереж, таких як MySpace, FaceBook, Bebo і Flickr або їхніх російськомовних аналогів «Вконтакте», «Одноклассники.ру», об'єднуючись у групи за інтересами, молоді люди в процесі обміну думками, навичками, текстами програм підвищують власну кваліфікацію в обраній предметній галузі. На основі соціальних мереж з використанням особистісних профілів і програмного забезпечення створюється мережне середовище соціальної солідарності, свободи слова і творчого спілкування.

Наказом МОН України №271 від 24.03.2009 р. «Про продовження Всеукраїнського експерименту щодо навчання вчителів ефективному використанню інформаційно-комунікаційних технологій у навчальному процесі та підвищення кваліфікації педагогічних працівників за програмою Intel® «Навчання для майбутнього» визначено, що методична та технічна допомога вчителям протягом всього експерименту буде організована за допомогою використання соціальних сервісів Web 2.0. В програмі продовження педагогічного експериментального дослідження пропонується розробити, обґрунтувати, експериментально перевірити та



впровадити в систему післядипломної педагогічної освіти дистанційний курс «Використання ІКТ у навчальному процесі» (на основі використання сервісів Web 2.0); створити локалізовану та адаптовану 10-ту версію посібника для вчителів очної і дистанційної форм навчання на основі застосування соціальних сервісів Web 2.0 та відповідного програмного компакт-диску і матеріалів створеного навчально-освітнього порталу.

Слід також відзначити, що мобільне навчання потребує більше часу, ніж традиційне, а суцільна віртуалізація навчання може призвести до втрати соціальних контактів як між учнем та вчителем, так і між самими учнями. Лише комбінуючи традиційне та мобільне навчання, можна не лише дати професійні знання, а й сформуванати загальну культуру особистості. Тому для тих осіб, котрі не мають особливих потреб, доцільно застосовувати мобільні технології дистанційного навчання як допоміжні в процесі традиційного навчання та як основні – в процесі позакласної (зокрема, факультативної) роботи.

До руйнівних організаційних проблем мобільного навчання (за влучними виразом М. Шарплес, «руйномобільного навчання» – *disruptive mobile learning*) відносять: захоплення мобільними іграми, кіберзнущання, втрату вчителем контролю, введення в оману на екзаменах та ін. І, хоча саме таке «вторгнення до дому до школи» викликало до життя обговорюваний на початку розділу наказ МОН України, існує й обернена тенденція «вторгнення школи до дому»: батьківській контроль за навчальною діяльністю дитини через шкільний інтранет, постійне відслідковування активності дитини через мобільний телефон та GPS-пристрої, оцінювання позашкільного навчання та ін.

#### ***Контрольні питання і завдання***

1. Сформулювати основні положення концепції мобільного навчання.
2. Прокоментувати діаграму співвідношення дистанційного, мобільного та електронного навчання.
3. Дослідити структуру мобільного освітнього середовища.
4. Охарактеризувати програмні засоби мобільного навчання.
5. Порівняти базові моделі традиційного та мобільного навчання.

## Висновки до п'ятого розділу

1. Удосконалення апаратних характеристик перетворило мобільні пристрої на потужні інтерактивні мультимедійні технічні засоби мобільного навчання – сучасного напрямку розвитку систем дистанційного навчання із застосуванням мобільних телефонів, смартфонів, КПК та електронних книжок. Мобільне навчання – це специфічний вид навчання, в якому сам навчальний процес є географічно та ситуаційно залежним.

2. В порівнянні з традиційним у мобільному навчанні забезпечується можливість моніторингу навчання в реальному часі та висока насиченість контенту, що дозволяє розглядати його не лише як засіб навчання, а й як інструмент спільної роботи, спрямованої на підвищення якості навчання.

3. До визначальних можливостей мобільного навчання відносяться:  
– динамічне генерування навчального матеріалу у залежності від місцезнаходження учня, типу мобільного пристрою та його використання споживачем;

– розмиття границь між соціумом та класною кімнатою завдяки дозволу застосування мобільних пристроїв в навчанні, коли викладач ставиться в умови, за яких інформація, що раніше існувала в межах класу, змушена конкурувати з інформацією ззовні.

4. Впровадження елементів мобільного навчання в навчальний процес середньої та вищої школи дозволить уникнути негативних наслідків неконтрольованого використання мобільних пристроїв через їх активне залучення до процесу навчання замість адміністративних заборон.

5. Паралельно з використанням традиційних навчальних технологій мобільне навчання сприятиме забезпеченню якості освіти, підвищуючи гнучкість процесу навчання та задовольняючи вимоги безперервної освіти та навчання протягом усього життя. Мобільне навчання може також забезпечити поліпшення можливостей отримання освіти для осіб з обмеженими фізичними можливостями, пропонуючи їм більшу гнучкість і вибір часу і місця навчання через доставляння контенту на їхні мобільні пристрої у відповідності до їхніх потреб.

6. Перспективними напрямками розвитку мобільного навчання є: тестування, навчальні дослідження та навчання в процесі роботи; контекстне навчання, чутливе до часу та місця; мобільні навчальні соціальні мережі; мобільні навчальні ігри; голосовий мобільний подкастинг з інтерактивним оцінюванням.

## Література до розділу 5

1. Dewey, J. *Democracy And Education : An Introduction to the Philosophy of Education* / Dewey, J. – New York : Free Press, 1997. – 384 p.
2. Draper, S. W. Electronically enhanced classroom interaction [Electronic resource] / Draper, S. W. // *Australian journal of educational technology.* – 2002. – №18. – Mode of access to the magazine : <http://www.psy.gla.ac.uk/~steve/ilig/handsets.html#Abstract>
3. Georgiev, T. M-learning – a New Stage of E-Learning / Georgiev, T., Georgieva, E., Smrikarov, A. // *Proceedings of the 5<sup>th</sup> International Conference on Computer Systems and Technologies – CompSysTech'2004.* – Rousse, 2004. – P. IV.28-1 – IV.28-5.
4. *Mobile Learning : a Handbook for Educators and Trainers* / Edited by : Agnes Kukulska-Hulme, John Traxler. – Routledge, 2005. – 192 p.
5. Palm<sup>TM</sup> Education Pioneers Program : Final Evaluation Report. SRI International, September 2002.
6. Sharples, M. *A Theory of Learning for the Mobile Age* / Sharples, M., Taylor, J., Vavoula, G. // *The Sage Handbook of E-learning Research* / R. Andrews & C. Haythornthwaite (eds.). – London : Sage, 2007. – P. 21–47.
7. Shiratuddin, N. *E-Book Technology and Its Potential Applications in Distance Education* / Shiratuddin, N., Landoni M., Gibb, F., Hassan, S. // *Journal of Digital Information.* – 2003. – Volume 3, Issue 4. – February. – E-education : Design and Evaluation.
8. Vetter, R. *Numina II SRS Student Response System Home Page* [Electronic resource] / Vetter, R. – [2000]. – Mode of access: <http://aa.uncw.edu/numina/srs/>
9. Wilensky, U. *Learning through participatory simulations : Network-based design for systems Learning in Classrooms Computer Supported Collaborative Learning* / Wilensky, U., Stroup, W. // *Conference on Computer-Supported Collaborative Learning (CSCL '99), Stanford University, California, December 12-15, 1999.*
10. Вовк А. І. Архітектура порталу мобільного навчання / Вовк А. І., Гірник А. В., Неминуца А. Ф., Хоменко О. І., Шокалюк С. В., Теплицький О. І. // *Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики* : збірник наукових праць : випуск VII : В 3-х томах. – Кривий Ріг : Видавничий відділ НМетАУ, 2008. – Т. 3 : Теорія та методика навчання інформатики. – С. 20–24.
11. Ивашенко В. П. Некоторые особенности реализации беспроводного Internet на базе технологии Wi-Fi / Ивашенко В. П., Швачич Г. Г. // *Проблеми підготовки та перепідготовки фахівців у сфері інформаційних технологій : матеріали V Міжнародної науково-технічної конференції «Комп'ютерні технології в будівництві».* – Київ–Севастополь, 18-21 вересня 2007 р. – Кривий Ріг, 2008. – С. 41–43.

12. Мазурок И. Е. Использование мобильных коммуникационных устройств в образовательных целях / Мазурок И. Е., Мазурок Т. Л. // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики : збірник наукових праць. – Випуск V : В 3-х томах. – Кривий Ріг : Видавничий відділ НМетАУ, 2005. – Т. 3. – С. 175–179.
13. Семеріков С. О. Maxima 5.13 : довідник користувача / Семеріков С. О. ; за ред. академіка АПН України М. І. Жалдака. – К. : Національний педагогічний ун-т ім. М.П. Драгоманова, 2007. – 48 с.
14. Семеріков С. О. Застосування системи комп'ютерної алгебри Maxima для генерування математичних текстів в системі дистанційного навчання / Семеріков С. О., Теплицький І. О. // Актуальні проблеми психології : Психологічна теорія і технологія навчання. – К. : Міленіум, 2007. – Т. 8, вип. 3. – С. 85-95.
15. Семеріков С. О. Нові засоби дистанційного навчання інформаційних технологій математичного призначення / Семеріков С. О., Теплицький І. О., Шокалюк С. В. // Вісник. Тестування і моніторинг в освіті. – 2008. – №2. – С. 42–50.
16. Станіслав Ніколаєнко про використання мобільних телефонів в школі [Електронний ресурс] – 25 травня 2007. – Режим доступу : [http://www.loga.gov.ua/oda/about/depart/guon/news/2007/05/25/news\\_262.html?template=33](http://www.loga.gov.ua/oda/about/depart/guon/news/2007/05/25/news_262.html?template=33)
17. Теплицький І. О. Модель мобільного навчання в середній та вищій школі / Теплицький І. О., Семеріков С. О., Поліщук О. П. // Комп'ютерне моделювання в освіті : матеріали III Всеукраїнського науково-методичного семінару. – Кривий Ріг, 24 квітня 2008 р. – Кривий Ріг : КДПУ, 2008. – С. 45–46.
18. Теплицький І. О. Новий технічний засіб навчання – електронна книга / Теплицький І. О., Семеріков С. О., Шокалюк С. В., Ліннік О. П. // Рідна школа. – 2007. – №7–8. – С. 53–54.
19. Теплицький О. І. Динамічне графічне об'єктно-орієнтоване моделювання в мультимедіа-середовищі мобільного навчання Squeak / Теплицький О. І., Теплицький І. О., Семеріков С. О. // Науковий часопис Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова. Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наукових праць / Редрада. – К. : НПУ імені М.П. Драгоманова. – №7 (14). – 2009. – С. 49–54.
20. Триус Ю. В. Система дистанційного навчання освітньо-наукового порталу університету / Триус Ю. В., Беседков С. В., Пустовіт В. А., Бодненко Д. М. // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. – Серія 2. – Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наук. праць. – К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова. – №3(10). – 2005. – С. 250–266.

## ДОДАТКИ

### А. Підготовка SAGE до роботи

#### А.1. Інсталяція

Для розгортання SAGE на сервері класу або локальному комп'ютері необхідно скопіювати робочі файли SAGE та встановити VMware Player. Виконуваний файл виду `мова_sage_setup.exe` (де мова – `russian` або `ukrainian` – відповідає поточній локалізації інтерфейсу користувача) запропонує шлях до місця розташування SAGE, створить посилання у меню і на робочому столі та, за відсутності, встановить VMware Player. Зверніть увагу, що каталог, куди встановлюється SAGE, має бути доступним для запису для тих користувачів, що будуть його використовувати.

#### А.2. Запуск сервера

При першому запуску VMware Player пропонується погодитись із ліцензійною угодою на безоплатне використання даного програмного забезпечення необмежений час.

Запуск відбувається при виборі посилання на SAGE у меню або на робочому столі.

Після завантаження Linux у вікні VMware Player необхідно перейти до нього натисканням `Ctrl-G`, у відповідь на запрошення «`sage login:`» для запуску Web-СКМ ввести «`notebook`» та натиснути `Enter` і `Ctrl-Alt` (рис. А.1).

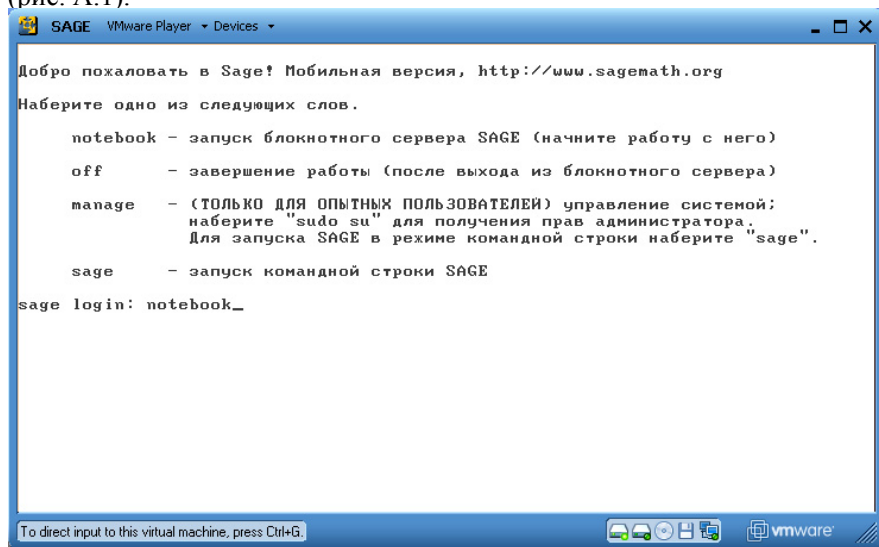


Рис. А.1

### А.3. З'єднання з сервером

Запуск блокнутого серверу супроводжується виведенням вказівки стосовно IP-адреси, звернення до якої дасть доступ до Web-інтерфейсу SAGE (рис. А.2). Цю адресу можна застосовувати як на тому ж комп'ютері, де працює сервер SAGE, так і в мережі комп'ютерного кла-су (за відповідного налаштування параметрів мережі).

Откройте браузер (желательно – Firefox) по адресу `http://192.168.75.128`  
Запуск сервера может занять некоторое время (10 секунд и более).  
Если адрес недоступен, после запуска сервера нажмите кнопку обновления  
в окне Вашего Web-браузера.  
(Переключитесь сюда и нажмите `Ctrl-C` для остановки блокнутого сервера)

Рис. А.2

На рис. А.3 показано вікно реєстрації користувача. Створювати власний обліковий запис не обов'язково – можна увійти під ім'ям `admin` (без введення паролю).

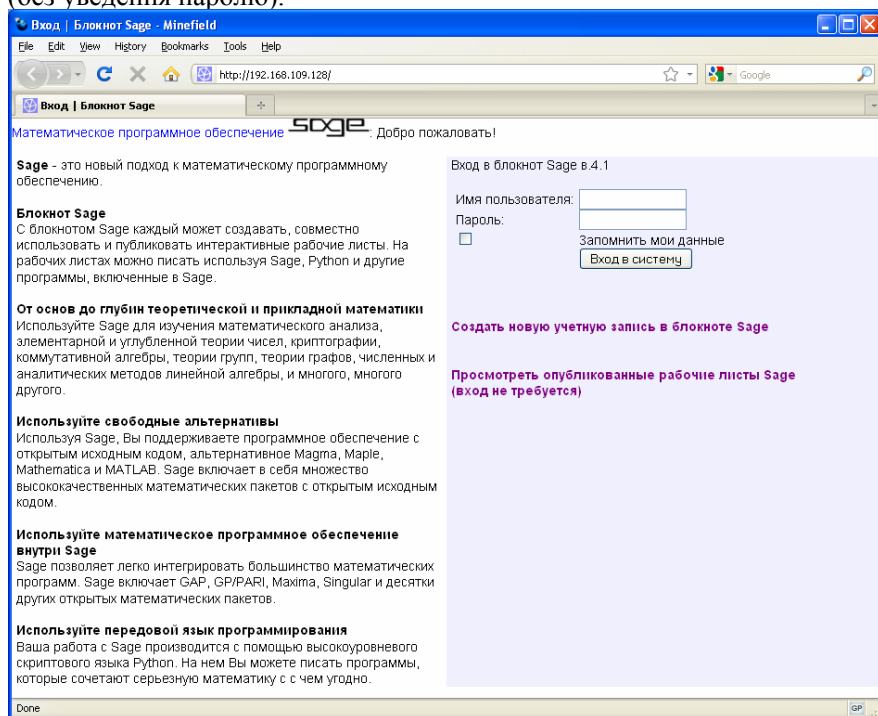


Рис. А.3

### А.4. Зупинка серверу

Завершення роботу серверу виконується за необхідності одним з двох способів:

1) закриттям вікна Vmware Player: блокнутий режим серверу при цьому зберігається, тому при наступному завантаженні SAGE у відпо-

відь на запрошення «sage login:» вводити «notebook» непотрібно;

2) натисканням Ctrl-C у вікні VMware Player та введенням «off» у відповідь на запрошення «sage login:»: блокує режим серверу при цьому не зберігається.

## Б. SAGE: «швидка допомога»

Команда SAGE	Інтерпретація
<i>Базові команди</i>	
<Shift>+<Enter>	обчислити вираз
com<tab>	видати список команд, які починаються з <i>com</i>
command?	надати контекстну довідку з команди <i>command</i>
command??	вивести програмний код команди <i>command</i>
_	звернутися до результату попередньої команди
% <i>package_name</i>	перейти до пакету з іменем <i>package_name</i>
<i>Основні константи та функції</i>	
$\pi=i, e=e, i=i, \infty=\infty$	
sin, cos, tan, sec, csc, cot, sinh, cosh, tanh, sech, csch, coth log, ln, exp, abs, sqrt, factorial, floor, ceil	
var('x <sub>1</sub> x <sub>2</sub> ... x <sub>n</sub> ') або var('x <sub>1</sub> , ..., x <sub>n</sub> ')	означити x <sub>1</sub> , ..., x <sub>n</sub> як символні змінні
f(x)=x <sup>2</sup> f=lambda x: x <sup>2</sup> def f(x): return x <sup>2</sup>	визначити функцію на прикладі $f(x) = x^2$
<i>Операції над виразами</i>	
factor( <i>exp</i> )	розкласти на множники
expand( <i>exp</i> )	розкрити дужки
simplify( <i>exp</i> )	звести подібні без розкриття дужок
RR( <i>exp</i> )	отримати числове значення виразу
<i>Побудова графічних зображень</i>	
point(( (x <sub>1</sub> , y <sub>1</sub> ) , ..., (x <sub>n</sub> , y <sub>n</sub> ) ), options)	побудувати множину точок на площині
arrow((x <sub>1</sub> , y <sub>1</sub> ) , (x <sub>2</sub> , y <sub>2</sub> ) , options)	побудувати стрілку (вектор)
line([(x <sub>1</sub> , y <sub>1</sub> ) , ..., (x <sub>n</sub> , y <sub>n</sub> )], options)	побудувати лінію на площині по точках, заданих у вигляді списку
polygon([(x <sub>1</sub> , y <sub>1</sub> ) , ..., (x <sub>n</sub> , y <sub>n</sub> )], options)	побудувати зафарбований багатокутник

Команда SAGE	Інтерпретація
<code>circle((x,y),r,options)</code>	побудувати коло
<code>disk((x,y),r,(angle1,angle2),options)</code>	побудувати сектор круга
<code>plot(f(x),x_min,x_max,options)</code> <code>parametric_plot((f(t),g(t)),</code> <code>                  t_min,t_max,options)</code> <code>polar_plot(f(t),t_min,t_max,options)</code>	побудувати графік функціональної залежності, заданої аналітично, параметрично та у полярних координатах
<code>bar_chart([list_of_numeical_data])</code>	побудувати стовпчикову діаграму
<code>contour_plot(f,(xmin,xmax),(ymin,ymax),/</code> <code>          options)</code>	побудувати контурні лінії для функції від двох змінних
<code>plot_vector_field((f,g),(xmin,xmax),(ymin,ymax))</code>	побудувати векторне поле для двох функцій від двох змінних
<code>circle((1,1),1)+</code> <code>          line([(0,0),(2,2)])</code>	задати комбінацію графіків
<code>animate([об'єкт<sub>1</sub>, ..., об'єкт<sub>n</sub>],</code> <code>options).show(delay=20)</code>	із заданим інтервалом циклічно показати перераховані об'єкти
<code>point3d([(x<sub>1</sub>,y<sub>1</sub>,z<sub>1</sub>),..., (x<sub>n</sub>,y<sub>n</sub>,z<sub>n</sub>)],options)</code>	побудувати множину точок у просторі
<code>line3d([(x<sub>1</sub>,y<sub>1</sub>,z<sub>1</sub>),..., (x<sub>n</sub>,y<sub>n</sub>,z<sub>n</sub>)],</code> <code>          options)</code>	побудувати ламану у просторі
<code>sphere((x,y,z),r,options)</code>	побудувати сферу
<code>tetrahedron((x,y,z),size,options)</code>	побудувати тетраедр
<code>cube((x,y,z),size,options)</code>	побудувати куб
<code>octahedron((x,y,z),size,options)</code>	побудувати октаедр
<code>dodecahedron((x,y,z),size,options)</code>	побудувати додекаедр
<code>icosahedron((x,y,z),size,options)</code>	побудувати ікосаедр
<code>plot3d(f(x,y),</code> <code>          [x<sub>b</sub>,x<sub>e</sub>],[y<sub>b</sub>,y<sub>e</sub>],options)</code> <code>parametric_plot3d((f(t),g(t),h(t)),</code> <code>                  [t<sub>b</sub>,t<sub>e</sub>],options)</code> <code>list_plot3d([(x<sub>1</sub>,y<sub>1</sub>),..., (x<sub>n</sub>,y<sub>n</sub>)],</code> <code>          options)</code>	побудувати поверхню, задану функцією двох змінних, параметрично та переліком точок
<i>Розв'язання рівнянь</i>	
<code>f(x)==g(x)</code>	задати рівняння
<code>solve(f(x)==g(x),x)</code>	розв'язати рівняння аналітично
<code>solve([f(x,y)==0,g(x,y)==0],x,y)</code>	розв'язати систему рівнянь аналітично
<code>find_root(f(x),a,b)</code> або <code>find_root(f(x)==0,a,b)</code>	знайти наближено нулі функції або корені рівнян-



Команда SAGE	Інтерпретація
	ня
<i>Лінійна алгебра</i>	
<code>vector([1,2])</code>	задати вектор
<code>matrix([[1,2,3],[4,5,6]])</code>	задати матрицю
<code>identity_matrix(n)</code>	задати одиничну матрицю розмірності $n$
<code>zero_matrix(n,m)</code>	задати нульову матрицю розмірності $n \times m$
<code>diagonal_matrix([a<sub>11</sub>, a<sub>22</sub>, ..., a<sub>nn</sub>])</code>	задати діагональну матрицю з діагональними елементами $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$
<code>random_matrix(Ring, nrow, ncol)</code>	задати матрицю випадкових чисел з кільця <i>Ring</i> ( $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$ )
<code>det(A)</code>	обчислити визначник (детермінант) матриці $A$
<code>inverse(A)</code> або $A^{-1}$	знайти матрицю, обернену до матриці $A$
<code>A.transpose()</code>	виконати транспонування матриці
<i>Початки аналізу</i>	
<code>limit(f(x), x=a)</code>	обчислити границю
<code>limit(f(x), x=a, dir='minus')</code>	обчислити ліву границю
<code>limit(f(x), x=a, dir='plus')</code>	обчислити праву границю
<code>diff(f(x), x)</code>	обчислити похідну
<code>derivative(f(x,y), x)</code>	
<code>integral(f(x), x)</code>	обчислити інтеграл
<code>integrate(f(x), x, a, b)</code>	
<code>sum([f(i) for i in [k..n]])</code>	обчислити суму елементів ряду
<code>prod([f(i) for i in [k..n]])</code>	обчислити добуток елементів ряду
<code>taylor(f(x), x, x<sub>0</sub>, n)</code>	виконати розкладання у ряд Тейлора
<i>Диференціальні рівняння</i>	
<code>desolve(de, vars)</code>	знайти загальний розв'язок звичайного диференціального рівняння $de$ відносно змінних $vars$
<code>desolve_laplace(de, vars, ics)</code>	знайти розв'язок задачі Коші для звичайного диференціального рівняння $de$ за початкових умов $ics$ , використовуючи перетворення Лапласа

Команда SAGE	Інтерпретація
<code>desolve_system(de, vars, ics)</code>	знайти розв'язок задачі Коші для системи звичайних диференційних рівнянь
<i>Елементи комбінаторики</i>	
<code>permutations(set)</code>	визначити множину перестановок
<code>arrangements(set, k)</code>	визначити множину розміщень без повторень
<code>permutations_iterator(set, k)</code>	визначити множину розміщень з повтореннями
<code>combinations(set, k)</code>	визначити множину комбінацій (сполук) без повторень
<code>combinations_iterator(set, k)</code>	визначити множину комбінацій (сполук) з повтореннями
<code>tuples(set, k)</code>	визначити множину кортежів
<code>number_of_permutations(set)</code>	обчислити кількість перестановок
<code>number_of_arrangements(set, k)</code>	обчислити кількість розміщень
<code>number_of_combinations(set, k)</code>	обчислити кількість комбінацій
<code>number_of_tuples(set, k)</code>	обчислити кількість кортежів
<code>fibonacci(n)</code>	визначити $n$ -ий елемент послідовності чисел Фібоначі
<code>euler_number(n)</code>	визначити $n$ -ий елемент послідовності чисел Ейлера

## В. Адреси деяких освітніх порталів, веб-сайтів

- <http://www.mon.gov.ua/> – офіційний сайт Міністерства освіти та науки
- <http://osvita.org.ua> – освітній портал – каталог освітніх ресурсів, новини освіти, вищі навчальні заклади України і Росії
- <http://edu.ukrsat.com/> – для вчителів – методичні розробки, навчальні програми, для учнів – бібліотеки,
- <http://edu.km.ru> – сайт Відділу освітніх проектів компанії «Кирилл и Мефодий»
- <http://www.iteach.ru> – російський сайт програми Intel «Навчання для майбутнього»
- <http://www.intel.com/education/teach> – Intel® Teach to the Future
- <http://www.is.svitonline.com/malinman/rus/nav.htm> – весела математика. Багато цікавої інформації, цікаві задачки, парадокси
- <http://www.unicyb.kiev.ua/MMEDIA/reports/TaisiyaNazarenko/index.htm> – електронна бібліотека математичної літератури (математичні видання, журнали, публікації, посилання на сторінки з математичними ресурсами Інтернету)

- <http://www.bymath.net> – Вся елементарна математика. Середня математична Інтернет-школа.
- <http://itdrom.com/> – школьний IT-університет (Росія).
- <http://ostriv.in.ua> – шкільний Інтернет-портал "Острів Знать" (Україна).
- [www.mathler.narod.ru](http://www.mathler.narod.ru) – російський сайт з різноманітною математичною інформацією
- [www.amazon.com](http://www.amazon.com) – база даних книг з комп'ютерної математики (одна з найбільших в Internet)
- [www.emis.de/math](http://www.emis.de/math) – Європейське математичне товариство (публікації, присвячені викладанню математики)
- [www.exponenta.ru](http://www.exponenta.ru) – російський освітній математичний сайт
- <http://math-on-line.com> – цікава математика для школярів
- <http://www.peoples.ru> – біографії відомих людей (математиків)
- <http://mathem.hl.ru> – математика On-line

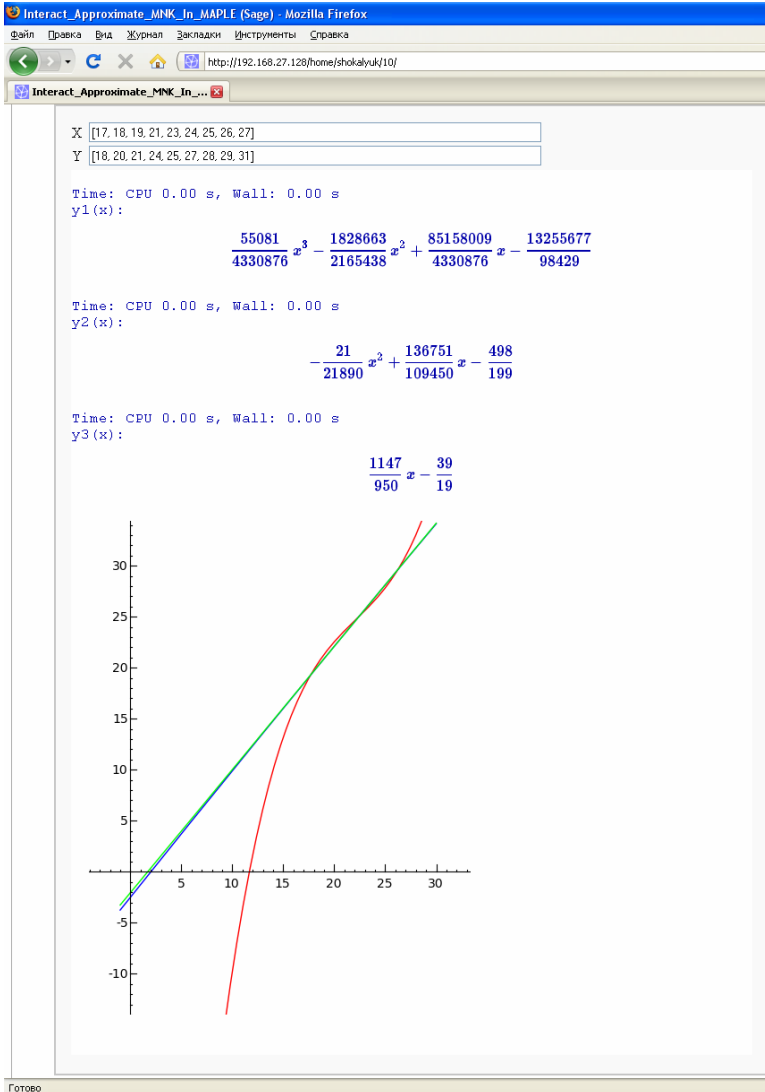
### Г. Фрагмент реалізації проєкту «Розв'язування задач апроксимації засобами Maple та Mathematica у середовищі SAGE»

```
@interact
def maple_approx_MNK(X=input_box([17,18,19,21,23,24,25,26]),\
Y=input_box([18,20,21,24,25,27,28,29])):
    if (len(X)==len(Y)):
        maple.eval('Xm:='+str(X))
        maple.eval('Ym:='+str(Y))
        maple.eval('with(stats)')
        y1_str=maple.eval('fit[leastsquare][x,y],\
y=a*x^3+b*x^2+c*x+d,{a,b,c,d}][Xm,Ym]'); y1_str
        y1(x)=sage_eval(y1_str[4:],locals={'x':x})
        time y1(x)
        print 'y1(x):'+jsmath(y1(x))
        y2_str=maple.eval('fit[leastsquare][x,y],\
y=a*x^2+b*x+c,{a,b,c}][Xm,Ym]')
        y2(x)=sage_eval(y2_str[4:],locals={'x':x})
        time y2(x)
        print 'y2(x):'+jsmath(y2(x))
        y3_str=maple.eval('fit[leastsquare][x,y],\
y=a*x+b,{a,b}][Xm,Ym]')
        y3(x)=sage_eval(y3_str[4:],locals={'x':x})
        time y3(x)
        print 'y3(x):'+jsmath(y3(x))
        p=points([(X[i],Y[i]) for i in range(len(X))],\
                rgbcolor='black',pointsize=30,alpha=0,\
                faceted=True)
        p1=plot(y1(x),(x,-1,30),rgbcolor='red')
        p2=plot(y2(x),(x,-1,30),rgbcolor='blue')
```

```

p3=plot(y3(x), (x, -1, 30), rgbcolor='green')
f=p1+p2+p3+p
show(f, xmin=-1, xmax=30, ymin=-10, ymax=30, aspect_ratio=1)
else: print "ERROR!!!"

```



Навчальне видання

**Корольський** Володимир Вікторович  
**Крамаренко** Тетяна Григорівна  
**Семеріков** Сергій Олексійович  
**Шокалюк** Світлана Вікторівна

**ІННОВАЦІЙНІ ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНІ  
ТЕХНОЛОГІЇ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ**

Навчальний посібник  
Додаток: DVD

Науковий редактор  
дійсний член АПН України  
М.І. Жалдак

Книжкове видавництво Киреєвського:

Директор	І.Р. Киреєвський
Комп'ютерний набір та верстка	Т.Г. Крамаренко, С.О. Семеріков, С.В. Шокалюк
Редактор	І.О. Теплицький

Підп. до друку 28.07.2009  
Папір офсетний №1  
Ум. друк. арк. 19,1

Формат 80×84 1/16  
Зам. №2807  
Тираж 300 прим.

Віддруковано у КП «Жовтнева районна друкарня»  
50014, м. Кривий Ріг, вул. Електрична, 5. Тел. (056) 407-29-02

E-mail: cc@optima.com.ua

Математическое программное обеспечение **sage**. Добро пожаловать!

**Sage** - это новый подход к математическому программному обеспечению.

**Блокнот Sage**

С блокнотом Sage каждый может создавать, совместно использовать и публиковать интерактивные рабочие листы. На рабочих листах можно писать используя Sage, Python и другие программы, включенные в Sage.

**От основ до глубин теоретической и прикладной математики**

Используйте Sage для изучения математического анализа, элементарной и углубленной теории чисел, криптографии, коммутативной алгебры, теории групп, теории графов, аналитических методов линейной алгебры, и многого другого.

**Используйте свободные альтернативы**

Используя Sage, Вы поддерживаете программное обеспечение с открытым исходным кодом, альтернативное Magma, Maple, Mathematica и MATLAB. Sage включает в себя множество высококачественных математических пакетов с открытым кодом.

**Используйте математическое программное обеспечение внутри Sage**

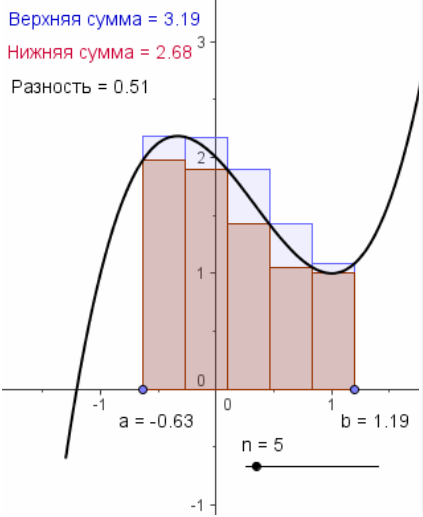
Sage позволяет легко интегрировать большинство математических программ. Sage включает GAP, GP/PARI, Maxima, Singular и других открытых математических пакетов.

**Используйте передовой язык программирования**

Ваша работа с Sage производится с помощью высокопроизводительного скриптового языка Python. На нем Вы можете писать...

Вход в блокнот Sage в 4.1

Имя пользователя:   
 Пароль:   
 Запомнить мои данные



**Pop-Up: Графика в SAGE (S...**

График функции  $y = \frac{(2x^3+2x-1)}{(x-2)(x+1)}$  и ее асимптот

$f = (2*x^3+2*x-1)/((x-2)*(x+1))$   
 $plot([f, 2*x+2], -7,7, fill = {0: [1]}, fillcol = ...)$

Menu 08:34 /Back

9 7 8 9 6 6 2 | 9 5 7 0 0 6

5 JKL  
 7 PQRS 8 TUV 9 WXYZ  
 \* 0 #