

ЗАСТОСУВАННЯ СИСТЕМИ КОМП'ЮТЕРНОЇ АЛГЕБРИ МАХІМА ДЛЯ ГЕНЕРУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ТЕКСТІВ В СИСТЕМІ ДИСТАНЦІЙНОГО НАВЧАННЯ

Постановка проблеми. Користувачі, працюючи з математичними даними в різних місцях земної кулі, покладаються на електронні засоби комунікації. Характерною рисою математичної інформації є використання складної і високорозвиненої двовимірної символічної системи позначень. Математичні ідеї існують незалежно від способу їхнього подання. Проте, взаємозв'язок між значенням і позначенням дуже тонкий, і в можливості представляти і маніпулювати ідеями в символічній формі криється значна міць математичного апарату, як інструменту опису й аналізу. Основні труднощі при впровадженні математики у Web полягають в тому, щоб зафіксувати як подання, так і зміст таким чином, щоб у документах максимально використовувати високорозвинену систему математичної нотації і потенціал взаємодії в електронних засобах інформації.

Інтернет та Web були створені науковцями для обміну науковою та математичною інформацією, тому може здатися дивним, що і через 15 років інтенсивного поширення Web-технологій не існує легкого та зручного способу подання математичної інформації у Web [3]. Розроблений стандарт для обміну математичною інформацією у Web – мова MathML, – проте її застосування як авторами математичних текстів, так і їх читачами вимагає застосування спеціального програмного забезпечення, встановлення якого на боці Web-клієнта може супроводжуватися технічними утрудненнями та містити загрози безпеці роботи або взагалі бути неможливим через специфіку застосованого браузера чи операційної системи.

Тому й сьогодні найбільш поширеним способом подання математичної інформації у Web все ще є конвертування всіх нетекстових формул у відповідні рисунки, адже математичні формули, що містять не лише верхні та нижні

індекси, а й спеціальні символи, при поданні засобами стандартного HTML втрачають свою природність. За влучним виразом А.І. Вовка [1], зараз спілкування в Інтернеті відбувається на своєрідному сленгу, який протягом останніх років розроблявся математиками. Цей сленг дуже близький до нотації, що використовується в мовах програмування C, PHP, системах комп'ютерної математики Matlab, Maple та інших.

Значна частина науковців застосовує текстовий процесор LaTeX для створення формул, що мають гарний друкований вигляд, проте записуються спеціальною мовою. Більшість сучасних інструментів для підготовки математичних текстів можуть зберігати їх у вигляді Web-сторінок, генеруючи статичні рисунки для статичних HTML-сторінок, в той час як для систем дистанційного навчання доцільним є застосування динамічних гіпертекстів, що генеруються за певними шаблонами гіпертекстовим препроцесором. Розвинена система дистанційного навчання повинна дозволити динамічно створювати математичні тексти не лише автору курсу, а й його відвідувачам без застосування додаткового програмного забезпечення, поширювати власні математичні тексти через засоби спільної роботи і, головне, – мати можливість генерування формул у математичних текстах за заданою схемою обчислень.

Огляд існуючих рішень

a) MathML

Одним із традиційних засобів подання математичних текстів є мова математичної розмітки MathML, що дозволяє представляти математичний матеріал у вигляді презентаційної і змістової розмітки [5]. Презентаційна розмітка передає математичну нотацію, змістовна відображає математичне знання [7].

Загальний принцип використання MathML полягає у вбудовуванні математичних конструкцій у XHTML-документ. Для створення, конвертування, друку документів MathML пропонуються спеціальні редактори формул, конвертери й інші спеціалізовані програмні засоби. Крім того, для перегляду таких документів необхідно використання або спеціальних браузерів, що підт-

римують можливість відображення математичних формул та виразів, або залежного від операційної системи додаткового програмного забезпечення.

Розглянемо запис формули $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ мовою MathML (змісто-

вою розміткою):

```
<math>
  <reln><eq/>
    <ci>x</ci>
    <apply><divide/>
      <apply><plus/>
        <apply><minus/>
          <ci>b</ci>
        </apply>
      <apply><sqrt/>
        <apply><minus/>
          <apply><power/>
            <ci>b</ci><ni>2</ni>
          </apply>
        <apply><times/>
          <ni>4</ni><ci>a</ci><ci>c</ci>
        </apply>
      </apply>
    </apply>
  </reln>
</math>
```

В наведеному запису повністю описана математична структура формула, проте ця нотація є більш придатною для машинної обробки, ніж для оперативного запису в процесі спілкуванні через Інтернет. Тому, не зважаючи на існування браузерів, що читають такі записи без додаткового програмного забезпечення (Amaya, Firefox/Mozilla), змістова нотація MathML за останні 10 років так і не набула масового поширення (достатньо порівняти наведений запис із сленговим $c^2 = a^2 + b^2$).

б) TeX

TeX – система комп’ютерної верстки, створена Дональдом Кнотом, містить засоби для структурування документів, роботи з перехресними посиланнями та набору складних математичних формул. Документи TeX (звичай-

но мають суфікс «.tex») набираються на власній мові розмітки та транлюються у файли «.dvi», що можуть бути конвертовані у формати Postscript, PDF та інші.

Надстрочные и подстрочные индексы

[\[править\]](#)

Элемент	Синтаксис	Интерпретация в Википедии
Надстрочный индекс	<code>a^2</code>	a^2
Подстрочный индекс	<code>a_2</code>	a_2
группировка	<code>a^{2+2}</code>	a^{2+2}
	<code>a_{ij}</code>	a_{ij}
Комбинирование верхнего и нижнего индексов	<code>x_2^3</code> или <code>x_{ij}^{x_1,x_2}</code>	x_2^3 или $x_{i,j}^{x_1,x_2}$
Производная (правильно)	<code>x'</code>	x'

Рис. 1

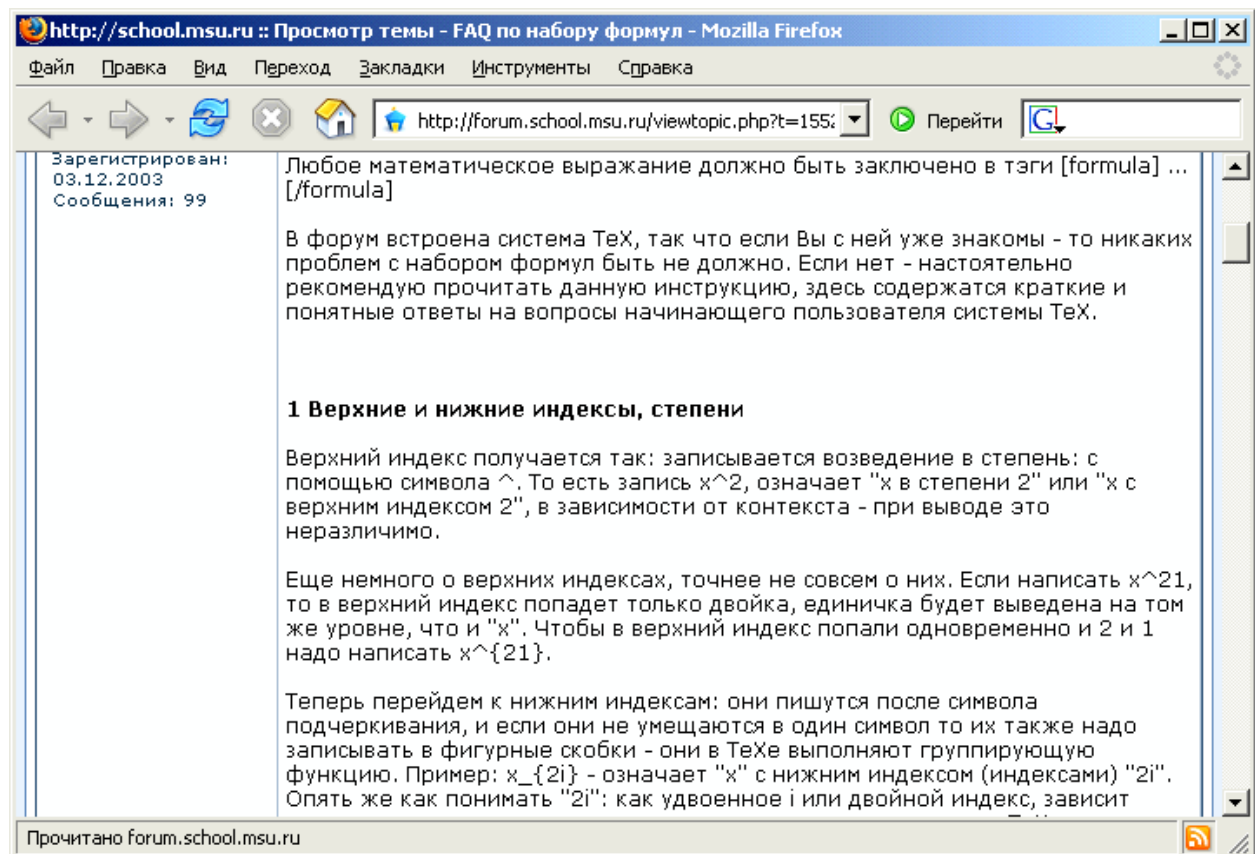


Рис. 2

У Web TeX застосовується у Вікіпедії (рис. 1) та на ряді математичних форумів (рис. 2). При застосуванні TeX на динамічних Web-сайтах текст математичної формули записується всередині деякого тега (наприклад,

`$...$` у Вікіпедії). Пропуски та порожні рядки ігноруються, кожна буква вважається змінною та виводиться курсивом, а цифри – звичайним шрифтом (за виключенням назв функцій та операцій). Символи записуються за допомогою команд, що починаються зі зворотного слешу (`\`) та можуть мати аргументи (`{обов'язкові}` та `[необов'язкові]`).

Формат TeX дозволяє в текстовому вигляді компактно зберігати як статичну, так і динамічну інформацію. Наприклад, наведений вище приклад мовою TeX запишеться так: `\x=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}`

Нотація TeX, на відміну від MathML, є придатною для оперативного запису в процесі спілкуванні через Інтернет, проте її застосування вимагає попереднього опанування кількох десятків команд. Тому, не зважаючи на широке поширення в науковій спільноті, TeX також не набув масового поширення.

в) MathTextView

Починаючи з 2000 року, в Державному НДІ автоматизованих систем в будівництві (м. Київ) під керівництвом А.І. Вовка ведеться робота по розробці засобів спілкування представників технічних спеціальностей в Інтернеті. Розроблено редактор математичних текстів MathTextView, за допомогою якого можна формувати та читати математичні тексти в Інтернеті. Під математичними текстами автори [1–2] розуміють формули, схематичні рисунки, графіки. В якості прототипу було використано мови TeX та змістовий MathML, головною вимогою було максимальне наближення до натуральної нотації. Наприклад, за допомогою MathTextView наведений вище приклад запишеться так: `<ff>x=(-b+sqrt(b^2-4*a*c))/(2*a)</ff>`.

Крім формул (рис. 3), мовою MathTextView можна записувати вирази, що дозволяють зображати графіки (рис. 4) та схематичні рисунки (рис. 5) з множини елементарних функцій. Це дозволяє розглядати її як одну з можливих технологічних платформ для організації дистанційного навчання спеціалізованих дисциплін. Особливо актуальним є застосування MathTextView для організації форумів, чатів, поштових розсилок математичного змісту.

$$\sum_{n=1}^{\infty} e^{-\sigma \ln(n)} = 0$$

- [FAQ](#) [Search](#) [Memberlist](#) [Usergroups](#) [Register](#)
- [Profile](#) [Log in to check your private messages](#) [Log in](#)

Preview

Posted: Thu Jan 19, 2006 10:49 am Post subject: формули

$$\zeta(z) \equiv \sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^z} = \prod_{p \text{ - просте}} \frac{1}{1-p^{-z}}$$

math.accent.kiev.ua Forum Index -> Test Forum 1

Post a new topic

Username

Subject

Message body

Font colour: Font size: [Close Tags](#)

Font color: [color=red]text[/color] Tip: you can also use color=#FF0000

Emoticons

Рис. 3

Preview

Posted: Thu Jan 19, 2006 9:56 am Post subject: графіки функцій

Рис.1 Аналіз функції

Post a new topic

Username

subject

Message body

Font colour: Font size:

Tip: Styles can be applied quickly to selected text.

Emoticons

Рис. 4

Preview

Posted: Thu Jan 19, 2006 9:47 am Post subject: схематичний рисунок

Рис.1 Піраміда

Post a new topic

Username

subject

Message body

Font colour: Font size:

Font size: [size=x-small]small text[/size]

Emoticons

Рис. 5

Використання MathTextView вимагає мінімального попереднього ознайомлення (на відміну від TeX), проте вимагає додаткового програмного забезпечення – ActiveX-компонентів MathTextView.ocx, який необхідно встановити на кожному клієнтському комп'ютері. Це, на жаль, обмежує сферу застосування однієї з найкращих вітчизняних розробок комп'ютерами з Windows-сумісною операційною системою та Web-браузерами на основі Internet Explorer. Для подолання цього обмеження автором запропоновано конвертори MathTextView у MathML та PNG, що можуть бути застосовані як на клієнтському боці, так і в якості серверного додатку.

Таким чином, огляд існуючих засобів подання математичних текстів в Інтернет показує, що найбільш універсальною є система TeX. Реалізація її на сервері дистанційного навчання дає змогу генерувати якісне візуальне подання математичних текстів, проте для їх створення вимагає оволодіння значною кількістю команд TeX. Редактор MathTextView забезпечує природне подання математичних текстів та якісну візуалізацію, проте вимагає встановлення додаткового програмного забезпечення та є платформенно-залежною. MathML забезпечує гарне структурування та якісне подання математичних текстів, проте є занадто громіздким для оперативного застосування (наприклад, в ході дистанційного консультування).

У статті [7] Л.М. Шиолашвілі виконано порівняльний аналіз засобів конвертації різних форматів математичних текстів. У більшості випадків в процесі конвертації втрачається структура тексту внаслідок заміни формульного виразу на відповідний рисунок. Це вимагає подвійного зберігання – як оригінального тексту, так і перетвореного.

На наш погляд, найбільш придатним для застосування у системі дистанційного навчання є пакет webMathematica, що дозволяє з'єднати спеціальне ядро Mathematica та Web-сторінки, напряму підключаючись до Web-серверу. Пакет webMathematica реалізує платформенно-незалежну Java-технологію MSP (Mathematica Server Pages), що дозволяє включення команд з пакета Mathematica у HTML-сторінки чи у форми, що допомагають генерувати різні

подання формул, в т.ч. – інтерактивні.

На відміну від розглянутих вище рішень, webMathematica не є вільно поширюваною системою: вартість ліцензії webMathematica Class B 2.3 складає від 6,5 до 12,5 тис. доларів (в залежності від комплектації), тому на сьогодні ця система для вітчизняних навчальних закладів є доступною лише теоретично.

Саме тому метою нашої роботи стало дослідження можливостей системи комп'ютерної математики Maxima з генерування математичних текстів для системи дистанційного навчання.

Maxima відноситься до класу програмних продуктів, що беруть свій початок у галузі штучного інтелекту. Створена наприкінці 60-х років у Масачусетському технологічному інституті, Macsyma (Maxima) стала першою в світі системою комп'ютерної математики, спрямованою на розв'язування прикладних задач не стільки чисельними методами, скільки аналітичними.

Ліцензування в 70-ті рр. програмних кодів Macsyma призвело до створення інших системи комп'ютерної математики – Maple фірми Waterloo Maple Inc. та Mathematica фірми Wolfram Research. Спільність цих програмних продуктів виражається як у схожому синтаксисі (табл. 1), так й у спільних алгоритмах.

Табл. 1. Команди Maxima, Maple, Mathematica (фрагмент)

	Maxima	Maple	Mathematica
границя	<code>limit(x-7, x, 3);</code>	<code>limit(x-7, x=3);</code>	<code>Limit[x-7, x->3]</code>
розгортка виразу	<code>expand((a+b)^3);</code>	<code>expand((a+b)^3);</code>	<code>Expand[(a+b)^3]</code>
розклад на множники	<code>factor(%); ezgcd(num, denom);</code>	<code>factor(%); normal(%);</code>	<code>Factor[%]</code>
розв'язання рівнянь	<code>solve(a*x^2=4, x);</code>	<code>solve(a*x^2=4, x);</code>	<code>Solve[a x^2==4, x]</code>
3D-графіка	<code>plot3d(sin(x*y), [x , -2, 2], [y, -1, 1]);</code>	<code>plot3d(sin(x*y), x= -2..2, y=-1..1);</code>	<code>Plot3D[Sin[x y], {x, -2, 2}, {y, -1, 1}]</code>
квадратний корінь	<code>sqrt(3);</code>	<code>sqrt(3);</code>	<code>Sqrt[3]</code>
функції	<code>f(x):=x^2+1/2; or define(f(x), x^2+1/ 2);</code>	<code>f:=x->x^2+1/2; or f:=unapply(x^2+1/2 , x);</code>	<code>f[x_]=x^2+1/2 або f=Function[x, x^2+1/2]</code>

Новий етап у розвитку Махіма настав у 1999 році, коли минув термін дії патенту, і права на Махіма повернулись до одного з її авторів – Вільяма Шелтера, який виконав повну переробку системи та залучив до її відкритої розробки провідних спеціалістів. Завдяки зусиллям інтернаціональної команди розробників Махіма набула ряд особливостей, що дозволяють використовувати її безпосередньо у вітчизняній освіті [4]: система повністю відкрита, ліцензійно чиста і безкоштовна, незалежна від використовуваної операційної системи й апаратної платформи; не вимагає інсталяції, невелика за розміром, невимоглива до апаратних ресурсів; надає користувачу широкий вибір ([6]) локалізованих інтерфейсів (рис. 6).

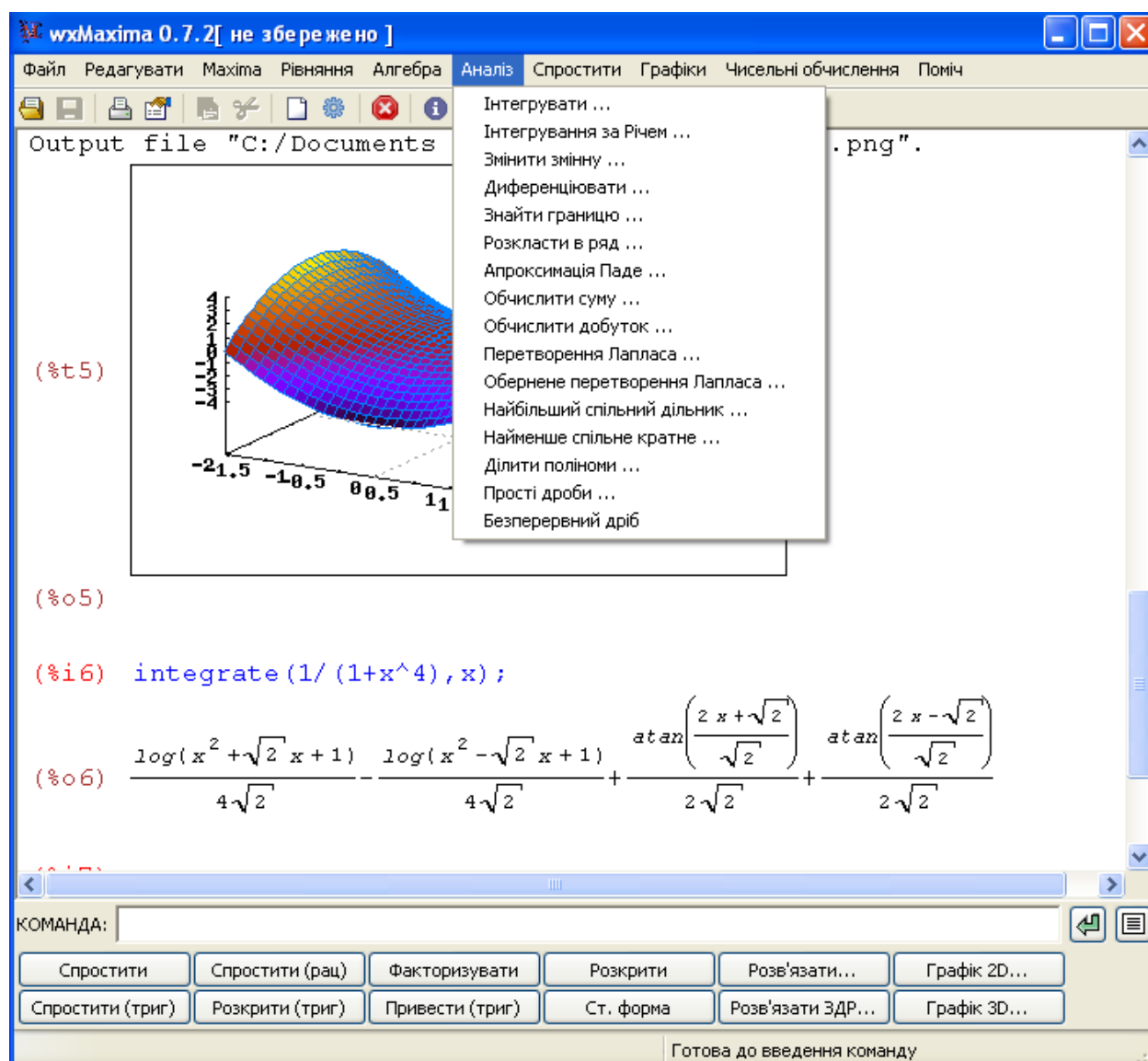


Рис. 6

З метою усунення залежності від стороннього програмного забезпечення та використання операційної системи і полегшення роботи з формулами в процесі створення математичних текстів у системі дистанційного навчання нами розроблено генератор формульних виразів MaxTeXML, реалізований у вигляді CGI-додатка.

На вході генератора може бути як готовий вираз, так і набір команд системи комп'ютерної алгебри Maxima, виконання яких призводить до обчислення результуючого виразу (рис. 7).

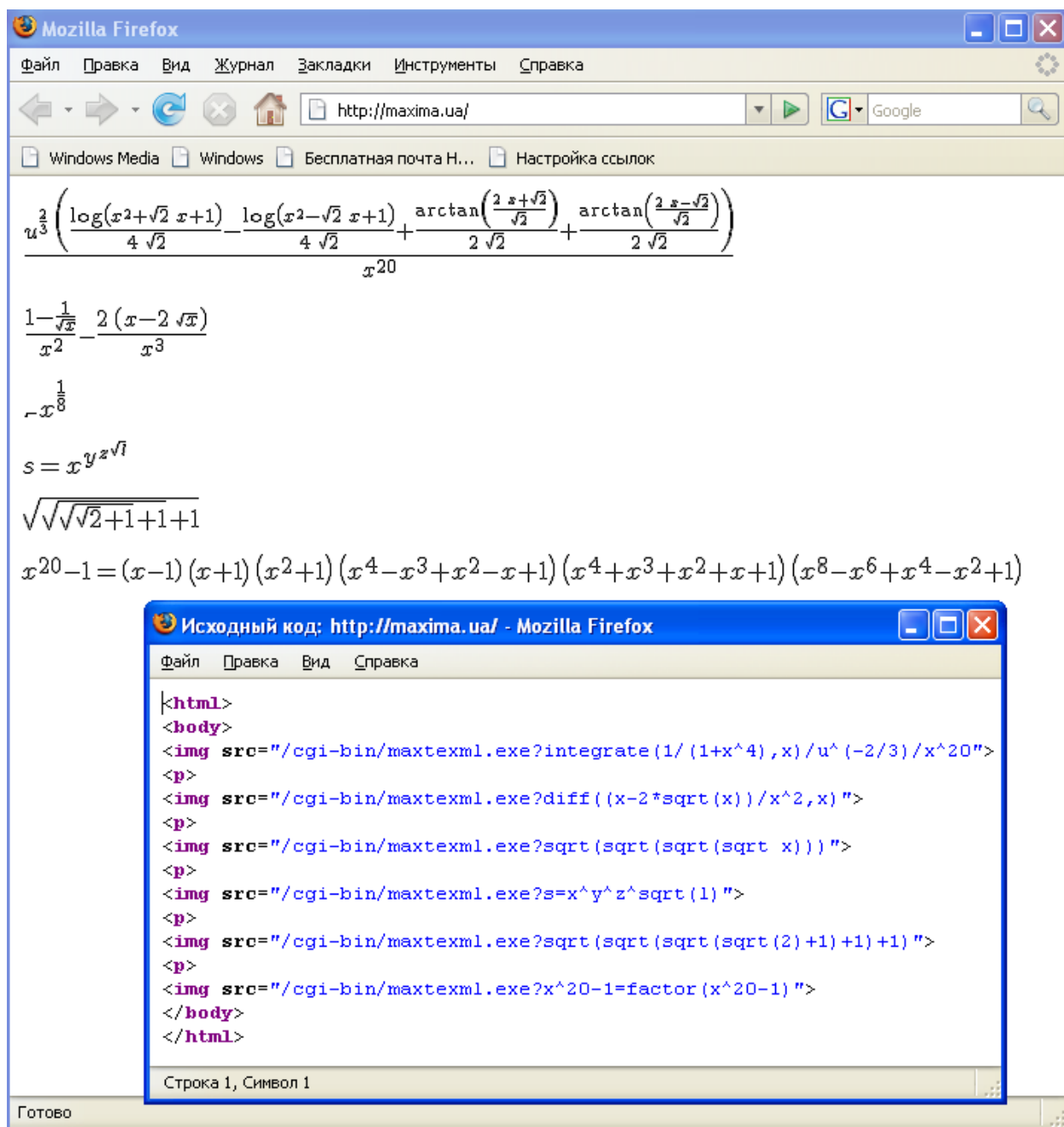


Рис. 7

Робота MathXML відбувається за наступною схемою:

1. Визначаємо тип Web-браузера. Якщо браузер базується на ядрі Gecko (Netscape, Mozilla/Firefox тощо), можливе генерування MathML-тексту, інакше – PNG-зображення (Opera, Internet Explorer та інші).
2. Якщо можлива генерація MathML, перевіряємо наявність прапорця mathml у рядку запиту MathXML. Якщо прапорець встановлений, через програмний канал з Maxima отримуємо XML-вивід на основі rmathml.xsl та відправляємо його до Web-браузера.
3. В усіх інших випадках через програмний канал з Maxima отримуємо TeX-вивід за шаблоном:

```
%&  
\nopagenumbers  
\topskip 0pt  
\hoffset=-2in  
$$формула$$  
\end
```

4. Виконуємо трансляцію отриманого tex-файлу у dvi-файл, конвертуємо результат у png-файл за допомогою dvipng та відправляємо його до Web-браузера.

Висновки:

1. Застосування систем комп'ютерної математики для генерації математичних текстів у системах дистанційного навчання є перспективною технологією, що об'єднує природну математичну нотацію, властиву системі комп'ютерної математики, із розвиненими можливостями MathML та TeX щодо візуалізації математичних текстів.
2. Система комп'ютерної математики Maxima, маючи спільне ядро з Maple та Mathematica, є вільно поширюваною ліцензійно чистою системою, адаптованою до вітчизняного користувача.
3. Розроблений нами генератор формульних виразів MathXML, що використовує Maxima, TeX та MathML, є незалежним від операційної системи та Web-браузера, використовує лише стандартні теги HTML та може бути легко інтегрований у будь-яку як комерційну, так і вільно поширювану

систему дистанційного навчання.

В якості подальшого напрямку розвитку запропонованої технології генерування математичних текстів пропонується розглянути можливості технології JSP [8] для вбудовування динамічних математичних об'єктів у системи дистанційного навчання.

Література:

1. Вовк А.И., Вишняков В.М., Демченко В.В. Язык представления математических текстов в Интернете // Теорія та методика навчання фундаментальних дисциплін у вищій школі. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ, 2004. – С. 268–273.
2. Вовк А.И., Гірник А.В. Засоби інтерактивного спілкування математиків в Інтернеті // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: В 3-х томах. Випуск VI, т. 1. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ, 2006. – С. 68–71.
3. Галактионов В.В. Представление математических формул в Web-страницах. – 2003. – <http://dbserv.jinr.ru/js/content/mathML/MathML.html>
4. Кондратенко С.В., Моисеенко Н.В., Семериков С.А., Теплицкий И.А. Maxima/MathML – новый интерфейс к системе компьютерной алгебры Maxima / Проблеми підготовки та перепідготовки фахівців у сфері інформаційних технологій. Матеріали IV Міжнародної науково-технічної конференції “Комп’ютерні технології в будівництві”: Київ–Севастополь, 18–21 вересня 2006 р. – Кривий Ріг, 2006. – С. 33–34.
5. Носов К. MathML: математика в Web. – 2003. – <http://itc.ua/article.phtml?ID=14758>
6. Семериков С.О., Теплицкий И.О. Огляд інтерфейсів системи комп’ютерної математики Maxima / Модернізація освіти: пошуки, проблеми, перспективи: Матеріали міжнародної науково-практичної конференції (Київ–Переяслав-Хмельницький, 22–25 травня 2006 року). – Київ–Переяслав-Хмельницький, 2006. – С. 178–181.
7. Шиолашвили Л.Н. Представление математических текстов в Веб // Электронные библиотеки. – 2005. – Т. 8. – Вып. 6.
8. Yuan, Michael. Building dynamic Web sites with mathematical content. – 2002. – <http://www-128.ibm.com/developerworks/java/library/j-jspmath/>

Анотація

В статті виконано порівняльний аналіз провідних засобів подання математичних текстів в системах дистанційного навчання. Розглянуто можливості систем комп'ютерної математики Maxima та Mathematica стосовно генерації математичних текстів для Web. Запропоновано технологію інтеграції систем комп'ютерної математики та систем дистанційного навчання.

Ключові слова: дистанційне навчання, Web-технології, системи комп'ютерної математики, генерування текстів.

Аннотация

В статье выполнен сравнительный анализ ведущих средств представления математических текстов в системах дистанционного обучения. Рассмотрены возможности систем компьютерной математики Maxima и Mathematica по генерации математических текстов для Web. Предложена технология интеграции систем компьютерной математики и систем дистанционного обучения.

Ключевые слова: дистанционное обучение, Web-технологии, системы компьютерной математики, генерирование текстов.

Annotation

The article presents the comparative analysis of leading technologies for visualization of mathematical texts in distance learning environment. The abilities of modern CAS Maxima and Mathematica by generations of mathematical texts for Web are introduced. The technology of integration of CAS and DLE was proposed.

Key words: distance learning environment, Web-technologies, CAS, generation of text.