

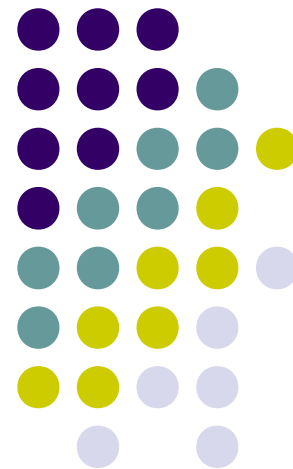
# Основные понятия теории и практики измерений

Інститут інформаційних технологій і засобів навчання АПН України

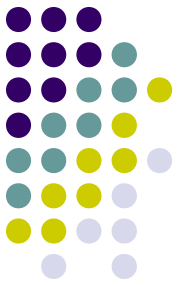
Богачков Юрій Миколайович

22.10.2009

[ebogun@gmail.com](mailto:ebogun@gmail.com)



# Содержание

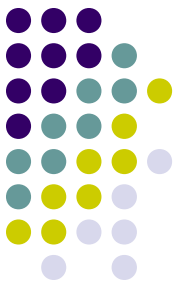


- Гипотезы и их проверка
- Критерии согласия
- Концептуальная схема измерения
- Типы шкал
- Измерение различных типов величин
- Литература

# Гипотеза



- **Гипóтеза** (от др.-греч. ὑπόθεσις — «основание», «предположение») — недоказанное утверждение, предположение или догадка.
- **Гипотеза** - научное предположение, выдвигаемое для объяснения каких-либо явлений
- Как правило, гипотеза высказывается на основе ряда подтверждающих её **наблюдений (примеров)**, и поэтому выглядит правдоподобно. Гипотезу впоследствии или **доказывают**, превращая её в установленный **факт**, или же **опровергают** (например, указывая **контрпример**), переводя в разряд **ложных** утверждений.
- Недоказанная и непровергнутая гипотеза называется **открытой проблемой**.

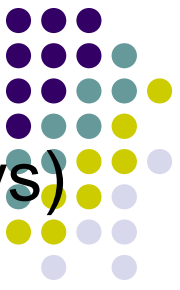


- Гипотеза **содержательная**

**Пример. Уровень зарплаты зависит от уровня образования.**

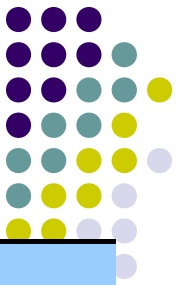
- Гипотеза **статистическая**

**Пример. Зависимость уровня зарплаты от уровня образования на выборке  $S$  описывается функцией  $Z=F(O)$ .**



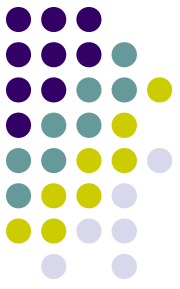
- **Статистическая гипотеза** (statistical hypothesis) — это определённое предположение о распределении вероятностей, лежащем в основе наблюдаемой выборки данных.
- **Проверка статистической гипотезы** (testing statistical hypotheses) — это процесс принятия решения о том, противоречит ли рассматриваемая статистическая гипотеза наблюдаемой выборке данных.
- **Статистический тест** или **статистический критерий** — строгое математическое правило, по которому принимается или отвергается *статистическая гипотеза*.

# Исходы проверки гипотез



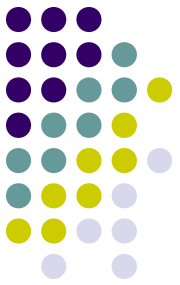
		Верная гипотеза	
		$H_0$	$H_1$
Результат применения критерия (принятое решение о верности гипотезы)	$H_0$	$H_0$ верно принята	$H_0$ неверно принята (Ошибка второго рода)
	$H_1$	$H_0$ неверно отвергнута (Ошибка первого рода)	$H_0$ верно отвергнута

# Типы статистических критериев



- **Параметрические критерии** предполагают, что выборка порождена распределением из заданного параметрического семейства. В частности, существует много критериев, предназначенных для анализа выборок из **нормального распределения**. Преимущество этих критериев в том, что они **более мощные**. Если выборка действительно удовлетворяет дополнительным предположениям, то параметрические критерии дают более точные результаты. Однако если выборка им не удовлетворяет, **то вероятность ошибок (как I, так и II рода) может резко возрасти**. Прежде чем применять такие критерии, **необходимо убедиться**, что выборка удовлетворяет дополнительным предположениям. Гипотезы о виде распределения проверяются с помощью **критериев согласия**.

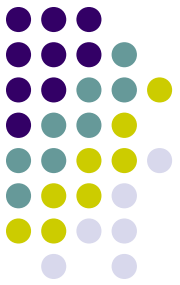
# Типы статистических критериев



- *Непараметрические критерии* не опираются на дополнительные предположения о распределении. В частности, к этому типу критериев относится большинство **ранговых критериев**.



# Типы статистических критериев

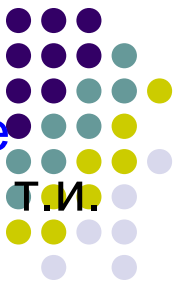


- **Критерии согласия** проверяют, согласуется ли заданная выборка с заданным фиксированным распределением, с заданным параметрическим семейством распределений, или с другой выборкой.

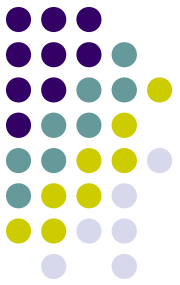
**ТЕОРИЯ ИЗМЕРЕНИЙ** - дисциплина, изучающая проблемы измерения в тех случаях, когда результаты последнего **не являются действительными числами**. Основоположником т.и. можно считать американского психолога С.С.Стивенса, который первым предложил в числах, полученных по шкалам низких типов, **видеть только те свойства, которые отражают реальные отношения между эмпирическими объектами**.

Будучи формализованной, эта идея превратилась в представление о том, что измерение это процедура, с помощью которой измеряемые объекты, рассматриваемые как носители определённых отношений (**эмпирическая система с отношениями ЭСО**), отображаются в некоторую математическую систему с соответствующими отношениями между элементами этой системы (**математическая система с отношениями МСО**)

Основные полученные в Т.и. результаты касаются тех случаев, когда МСО числовая (ЧСО). Тогда процесс измерения называют **шкалированием**, алгоритм, отображающий ЭСО в ЧСО шкалой, элементы ЧСО шкальными значениями.



# Концептуальная схема измерения



Рассматриваем

**ЭМПИРИЧЕСКУЮ** систему с отношениями

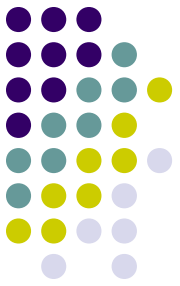
$$U_э = \langle A_э, P_э \rangle$$

**ЧИСЛОВУЮ** систему с отношениями

$$U_ч = \langle A_ч, P_ч \rangle$$

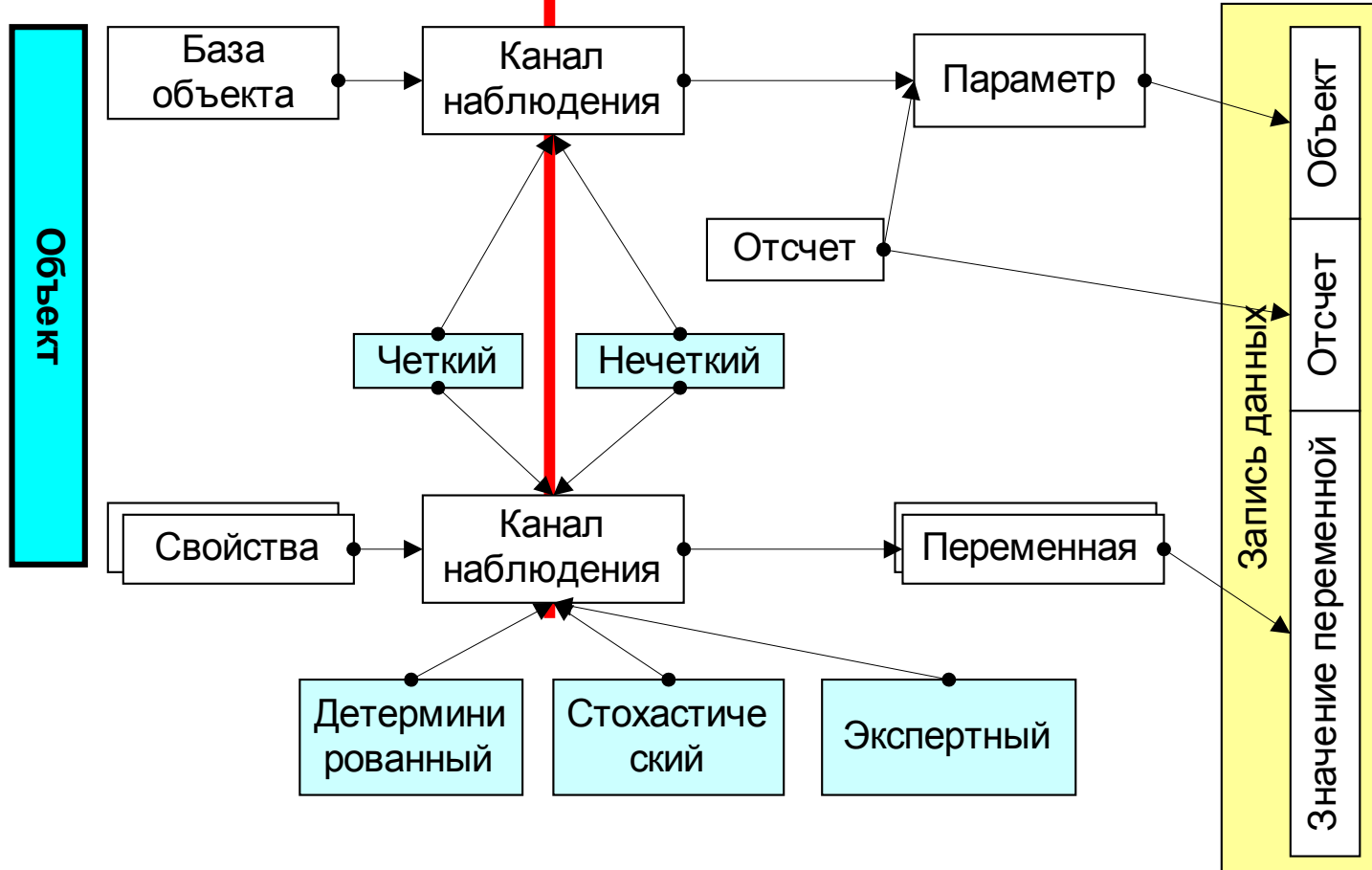
**A -элементы, P- отношения**

**Гомоморфизм** - это отображение одной системы с отношениями в другую систему с отношениями, сохраняющее основные операции и основные соотношения.

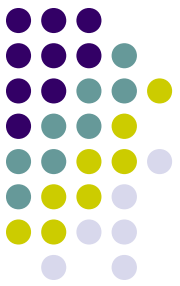


## Эмпирическая система

## Система объекта



# Три проблемы теории измерений



- **Определение измеримости эмпирических систем с отношением** т. е., что существует ли числовая система с отношением  $U_\psi$ , в которую гомоморфно отображается  $U_\varphi$ .
- **Проблема единственности**, состоит в определении множества числовых систем с отношением, в которые может быть гомоморфно отображена эмпирическая система с отношением.
- **Проблема адекватности** какие операции (сложение, сравнение, умножение...) можно производить над численными оценками не искажая полученной информации.

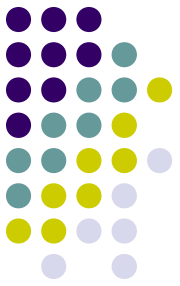


# Понятие шкалы

Теория измерений позволяет указать единый способ классификации измерений как качественных, так и количественных. Таким способом является **классификация измерений по типам шкал, в которых измерения произведены.**

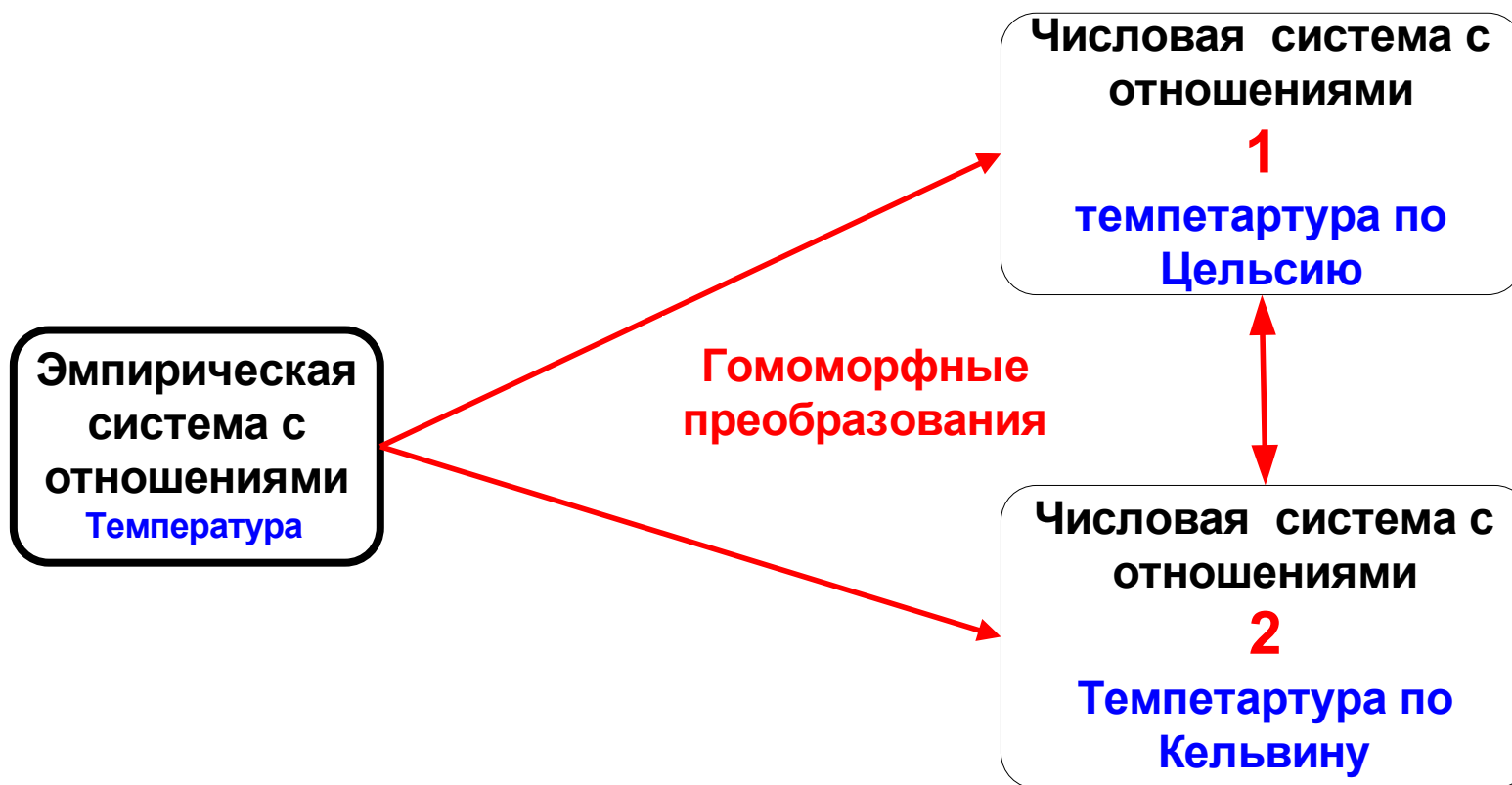
**Шкалой называется тройка  
<Uэ, f, Uч>**

# Типы шкал



Типы шкал определяются допустимыми преобразованиями числовых систем, переводящими одну числовую систему с отношением, являющуюся гомоморфным образом эмпирической системы с отношением в другую, также являющуюся гомоморфным образом данной эмпирической системы.

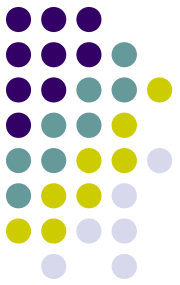
Если числовая система с отношением получена из числовой системы с отношением, являющейся гомоморфным образом эмпирической системы, с помощью преобразования не принадлежащего к допустимым, то, вообще говоря, она не сохраняет отношения эмпирической системы.







К числу преобразований, характеризующих основные типы шкал, относятся тождественное преобразование, преобразования подобия и сдвига, линейное преобразование, монотонное и взаимно-однозначное преобразования. Чем меньше множество числовых систем, в которые гомоморфно отображается рассматриваемая эмпирическая система с отношением, тем «сильнее» шкала, в которой проводится измерение.



# Типы шкал [1]

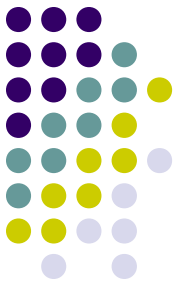
- Номинальная  $\varphi(x)$ - взаимно однозначное
- Порядка  $\varphi(x)$ - монотонное
- Гиперпорядка  $\varphi(x)$ - сохраняющее порядок первых разностей
- Интервалов  $\varphi(x)=\alpha x+\beta, \alpha>0$
- Отношений  $\varphi(x)=\alpha x, \alpha>0$
- Разностей  $\varphi(x)=x+\beta$
- Абсолютная  $\varphi(x)=x$

# Особенности измерения



- Детерминированных величин
- Случайных величин
- Изменяющихся величин
- Плохо определенных величин
- Экспертные заключения

# Характеристики результата измерения



**Погрешность измерения** — оценка отклонения величины измеренного значения величины от её истинного значения. Погрешность измерения является **характеристикой** (мерой) **ТОЧНОСТИ** измерения.



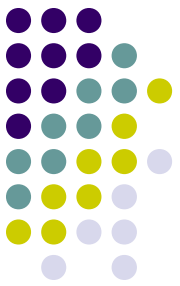
- **Абсолютная погрешность** —  $\Delta X$  является оценкой абсолютной ошибки измерения. Величина этой погрешности зависит от способа её вычисления, который, в свою очередь, определяется распределением случайной величины  $X_{meas}$ . При этом равенство:

$$\Delta X = | X_{true} - X_{meas} | ,$$

где  $X_{true}$  — истинное значение, а  $X_{meas}$  — измеренное значение, должно выполняться с некоторой вероятностью близкой к 1. Если случайная величина  $X_{meas}$  распределена по нормальному закону, то, обычно, за абсолютную погрешность принимают её среднеквадратичное отклонение. Абсолютная погрешность измеряется в тех же единицах измерения, что и сама величина.

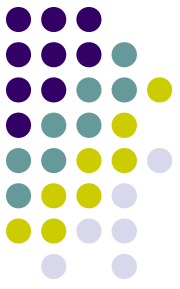
- **Относительная погрешность** - отношение абсолютной погрешности к тому значению, которое принимается за истинное:  
Относительная погрешность является безразмерной величиной, либо измеряется в процентах.

# Литература

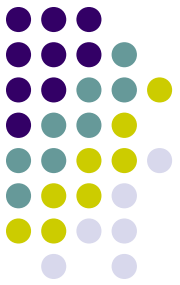


1. Литвак Б.Г. **Экспертная информация: методы получения и анализа**. М. Радио и связь, 1982-184.с
2. DEDUCTOR. **М-004 Структурированные данные**.
3. DEDUCTOR. **М\_072\_Очистка и предобработка данных**
4. Клир Дж. **Системология. Автоматизация решения системных задач: Пер. с англ.- М. Радио и связь. 1990. - 544с.: ил.**
5. Циба В.Т. **Основы теорії кваліметрії**. Навчальний посібник - К.: ІЗМН 1977 - 160 с.
6. И.И. ГОРБАНЬ. **Гипотеза гиперслучайного устройства мира и возможности познания**
7. Суппес П., Зинес Дж. **Основы теории измерений // Психологические измерения**. М., 1967;

# Литература



1. Пфанцагль И. Теория измерений. М., 1976;
2. Клигер С.А., Косолапов М.С., Толстова Ю.Н. Шкалирование при сборе и анализе социологической информации. М., 1978;
3. Хованов Н.В. Математические основы теории шкал измерения качества. Л., 1982;
4. Логвиненко А.Д. Измерение в психологии: математические основы. М., 1993;
5. Толстова Ю.Н. Измерение в социологии. М., 1998;
6. Krantz D.H., Luce R.D., Suppes P., Tversky A. Foundation of measurement. V.1-3, 1971-1990.



# Литература

1. **А.И. Орлов** **Математика случая**  
**Вероятность и статистика – основные факты.**  
**Учебное пособие. М.: МЗ-Пресс, 2004.** <http://www.aup.ru/books/m155/>
2. [http://ru.wikipedia.org/wiki/Орлов,\\_Александр\\_](http://ru.wikipedia.org/wiki/Орлов,_Александр_)
3. **Гипотеза исследования. Методы**  
**исследования (файл)**





**Дякую за увагу!**

Богачков Юрій Миколайович

[ebogun@gmail.com](mailto:ebogun@gmail.com)