

Гриб'юк О.О.,
кандидат педагогічних наук,
старший науковий співробітник Інституту
інформаційних технологій і засобів навчання
НАПН України
Юнчик В.Л.,
аспірант Інституту інформаційних технологій і
засобів навчання НАПН України

ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМ КОМП'ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИКИ У КОНТЕКСТІ МОДЕЛІ ЗМІШАНОГО НАВЧАННЯ

Особистісна орієнтація освіти, впровадження освітніх інновацій, інформаційно-комунікаційних технологій, ґрунтовне використання окремих компонентів комп'ютерно-орієнтованих систем навчання у поєднанні з традиційними методами, формами і засобами навчання учнів та студентів, створення сучасних засобів навчання і виховання, забезпечення ними навчальних закладів є пріоритетними напрямками в навчально-виховному процесі.

Математики відіграли найважливішу роль у створенні комп'ютерів; природно було їм самим скористатися плодами своїх зусиль. Так виникла “комп'ютерна математика” – розв'язування суто математичних проблем з широкою (інколи вирішальною) “участью” комп'ютерів [7].

Показником інтелектуальної потужності комп'ютерів стали новітні системи комп'ютерної математики (СКМ). СКМ випускаються різного рівня складності – від гнучкої системи *Mathcad*, зручної для символічних обчислень системи *Derive* до систем *Mathematika*, *Mathlab*, *Maple* із можливістю графічної візуалізації обчислень.

СКМ є ефективним засобом навчання математики студентів США, Європи, Японії, Франції і т.д. На жаль, в нашій системі освіти недостатньо знайомі з сучасними СКМ не тільки студенти, але і викладачі, що суттєво сповільнює вирішення ряду проблем входження вітчизняної освітньої системи у світову, де СКМ активно використовуються.

Аналіз літератури свідчить про інтенсивність досліджень щодо впровадження інформаційно-комунікаційних технологій, зокрема комп'ютерно-орієнтованих систем навчання. Наукові пошуки започаткували В. Ю. Биков, В. М. Глушков, М. І. Жалдак, Ю. С. Рамський, А. П. Єршов. Широкого використання у вітчизняному процесі набули розробки вітчизняних дослідників (*Gran*, *DG*, *ТерМ* і т.д.).

Співпраця загальноосвітніх шкіл та вузів сприяє створенню умов для виявлення та розвитку здібностей молоді до навчання. Такі можливості виникають лише при постійній взаємодії шкіл та вузів, де учневі відводиться активна роль. Безперечно, ресурси дистанційного навчання з врахуванням рівня гнучкості для здійснення творчого активного навчання впливають на навчально-пізнавальну діяльність учнів і студентів. Використання комп'ютерних технологій сприяє забезпеченню якісно нового рівня освіти, але комп'ютерна техніка не може замінити вчителя, викладача.

Чітко визначити критерії якості дистанційного навчання досі не вдалося, наприклад, можливості для деяких типів “студент-студент”, “студент-контент” або “студент-викладач” під кутом зору дослідження соціальних, когнітивних і навчальних особливостей людини. Викладачі акцентують увагу на проблемах учнів при навчанні математики, що призводить до зниження загального рівня підготовки абітурієнтів. Учні приходять з низьким рівнем знань в області математики, відповідно теоретичні аспекти математики для багатьох з них є незрозумілими, мають поверхневе уявлення про математичні поняття. Такі міркування доводять важливість використання нових методів навчання математики з використанням цінного досвіду навчання в середовищі он-лайн. Зауважимо, що когнітивні стилі поведінки учнів та студентів оригінальні, хоча і видозмінюються під впливом спільної діяльності групи, класу.

Нерідко спостерігається ситуація, коли поставлені викладачами запитання обговорюються студентами в он-лайн середовищі і знаходять спільне рішення без викладача. Кожен з них ефективно виконує завдання в Інтернеті, причому без корекції з боку викладача, співпрацюючи зі своїми колегами для отримання колективної відповіді. Саме тому важлива активна колективна робота серед молоді для реалізації спільних предметних досліджень у майбутньому, а навчання з використанням ІКТ розглядається як інструмент (платформа) для досягнення результатів.

Серед усіх моделей дистанційного навчання виділяємо змішане навчання (*blended learning*), що дозволяє використовувати накопичений позитивний досвід здійснення традиційного навчання, доповнюючи його сучасними технологічними інноваціями. Вчителі створюють і підтримують відносини з кожним студентом в мережі, намагаючись уникати «асиметрії» з студентом. Вчитель в он-лайн середовищі працює в режимі активного діалогу, не нав'язуючи ролі, передбаченої завданням. Всі учасники процесу обговорення навчальної теми обмінюються ідеями, а вчитель координує автономію учнів. В результаті студенти долають труднощі, в тому числі на психологічному рівні (невпевненість у собі). Необхідне заохочення відкритості з боку студентів, тому успішність такого навчання вимагає присутності вчителя, *інакше співпрацю учнів в мережі без наставника не можна називати навчанням*.

Психологічне забезпечення такого навчання включає наступні компоненти: обговорення творчої уяви учнів у практичній і творчій діяльності; створення комфортної, доброзичливої атмосфери на заняттях; застосування індивідуальних, групових форм навчання; розвиток комунікативних навичок учнів; формування знань учнів на різних психологічних рівнях.

Експериментальна діяльність доводить, що в змішаному режимі дистанційного навчання (з участю вчителя) моральна, психологічна підтримка важливіша, наприклад для слабких учнів, ніж необхідність пояснення теоретичного матеріалу курсу. Перевагою змішаного навчання є можливість викладачів взаємодіяти з кожним учнем в ході розв'язування завдань і заохочувати співробітництво між окремими учнями (в разі потреби).

У змішаному середовищі навчання вчителя долається психологічний бар'єр між викладачем і учнем, що підтверджує пріоритетну участь учня в

навчанні і ґрунтовне розуміння математики в теоретичному і практичному аспектах.

Існування позитивних і негативних моментів щодо використання різних форм традиційного навчання, демонстрація тісної інтеграції між різними видами діяльності в класі та в он-лайн режимі засобами ІКТ та Інтернет доводить необхідність розвитку відносин між учнями в класі та в режимі он-лайн. Крім того, вчитель виступає в ролі посередника в Інтернеті для проведення семінарів, лекцій, уроків із врахування психолого-педагогічних особливостей учнів [3], стимулює участь учнів в он-лайн обговореннях, в форумах. Крім того, викладачі відчують “конкуренцію” в процесі навчання в середовищі он-лайн, що стимулює брати на себе відповідальність за власні форуми та їх автономність, професійне зростання спільної роботи в дистанційному середовищі. З метою підтримки різних потреб учнів вчитель продумує завдання, добирає відповідні підходи до навчання математики.

Завдяки змішаній формі навчання викладачі допомагають учням підготуватися до іспитів, корегуючи їх відповіді, і оцінивши індивідуальну траєкторію розвитку кожного учня в навчально-виховному процесі. Результати експериментів доводять, що при змішаному навчанні учні активніше та з більшою цікавістю обговорюють колективні проекти та вирішують практичні завдання. Безперечно, найскладніші завдання учні вирішують в класі з допомогою вчителя.

Використання у навчально-виховному процесі в режимі “співробітництва” (*Collaboration*) систем комп’ютерної математики (СКМ), комп’ютерно-орієнтованих систем є не тільки корисним, але й необхідним завдяки чіткості графіки, використанню засобів візуального програмування і мультимедійних засобів. автоматизації математичних обчислень і т.д.

Програмні засоби, призначені для виконання чисельних та аналітичних розрахунків різного рівня складності, спрямованих на розв’язування задач, що допускають коректне формулювання за допомогою термінів математики називаються системами комп’ютерної математики (СКМ). Характерною рисою СКМ є їх гнучкість, тобто користувачеві дається можливість втручатися в хід обчислень, спрямовуючи розв’язування задачі в потрібне русло. Такого не можна сказати про переважну більшість пакетів прикладних програм. У СКМ реалізовано високий ступінь візуалізації результатів.

Вибір СКМ залежить від кінцевої мети використання програм, класу задач, їх призначення. Дидактичні функції таких систем наступні:

- наочний засіб подання матеріалу (електронні довідники з гіпертекстовою системою допомоги та інтуїтивним інтерфейсом, анімаційними прикладами, звуковим і відео супроводом;
- засіб розв’язування практичних задач, дослідження складних моделей, ґрунтовний аналіз варіантів розв’язаних задач, розвиток практичних навичок математичних міркувань.

СКМ можна поділити на сім класів: системи для чисельних розрахунків; табличні процесори; матричні системи; системи для статистичних розрахунків; системи для спеціальних розрахунків; системи для аналітичних розрахунків (комп’ютерної алгебри); універсальні системи [4].

Структура систем комп'ютерної математики (рис. 1):

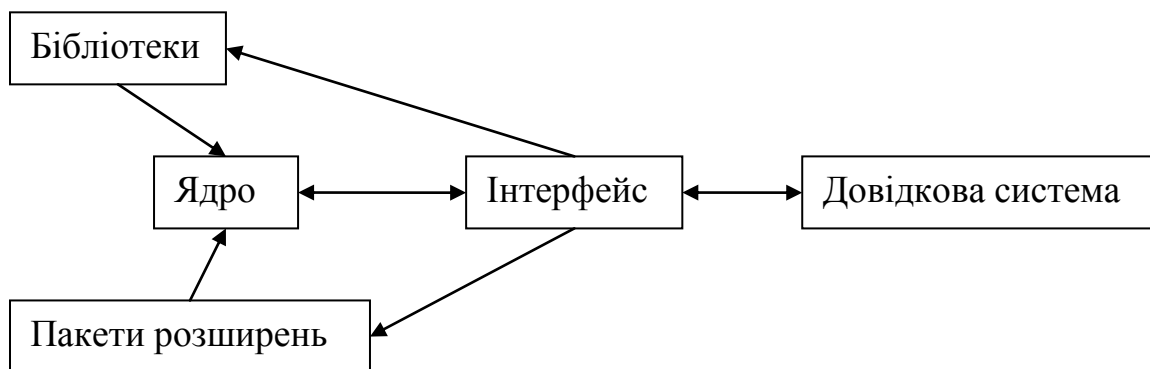


Рис. 1. Структура систем комп'ютерної математики

Коди множини відкомпільованих функцій і процедур (ядро системи) забезпечують набір вбудованих функцій і операторів системи. Об'єм ядра обмежують, оскільки функції і процедури виконуються швидко. Розширення можливостей систем, їх адаптація до конкретних завдань можливе завдяки використанню пакетів розширень систем.

Системи комп'ютерної математики (СКМ) розробляються давно і *Maxima* є однією з перших СКМ. Перевага *Maxima* над іншими системами полягає підтримці символьних обчислень. *Maxima* допомагає розв'язувати алгебраїчні рівняння, системи рівнянь, виконувати операції інтегрування, диференціювання, розкладання в ряди. Найзручнішою оболонкою *Maxima* є *wxMaxima* (0.8.3) з перевагами відомих пакетів *Maple* та *MathCAD*. Система ґрунтовно документована. *Maxima*, як консольний додаток, працює в пакетному режимі, тобто їй можна передавати на обробку текстовий файл зі списком команд і отримувати текстовий файл з результатами. *Maxima* використовується як платформа для побудови власних додатків, оскільки висновок може бути оформлений засобами системи розмітки *TeX*. з розширенням *TeXmacs*.

Негативні моменти щодо використання *Maxima*:

- 1). Кінцевий результат в процесі вирішенні складних завдань залежить від рівня знань математики і досвіду використання СКМ, оскільки передбачається самостійне виконання попередніх перетворень;
- 2). Сумісність з алгебраїчними виразами, окрім трансцендентних, логарифмічних;
- 3). Можливості *Maxima* щодо побудови складних графіків або візуалізації, поступають іншим СКМ, наприклад *Maple*.
- 4). Необхідне вивчення численних команд і констант *Maxima*.

СКМ *Maxima* входить в дистрибутиви *Linux* і присутня в репозиторіях. Вона включена до складу *AltLinux*, *Eduubuntu* і *EduMandriva*.

SMath Studio працює над альтернативою *MathCAD*. Додаток розроблений для середовища *.NET* і адаптовано для *Mono*. Засобами *SMath Studio* виконуються аналітичні обчислення, операції з матрицями, побудови графіків та обчислення похідних, підтримка функції програмування.

Maxima допомагає спрощувати вирази шляхом розкриття дужок, зведення подібних доданків, виконання підстановок, має можливість символьного розв'язування рівнянь та їх систем, диференціальних рівнянь. Викладачі

природничих дисциплін можуть “оживити” уроки і практичні заняття, використовуючи інтерактивні завдання і демонстраційний матеріал.

Не кожену задачу можна розв’язати аналітично, тоді використовуємо чисельні методи. Відомим представником додатків для чисельних розрахунків є система комп’ютерної алгебри (СКА) *Matlab*, широко поширена по всьому світу. Розробники позиціонують систему (*GNU Octave*¹) як високорівневу мову програмування для чисельних розрахунків. Інтерфейс командного рядка має свої переваги, бо не отримує обчислювальних ресурсів комп’ютера, залишаючи всю потужність процесора на обчислення, а не відображення тексту команд і результатів. Оболонка нагадує інтерфейс *Matlab* і використання її забезпечує автоматизоване виконання рутинних операцій (наприклад, побудови графіків) за допомогою майстрів функцій. Недоліком системи є незручний інтерфейс оболонки *qtOctave*.

*Scilab*² – приклад платформи, що декілька років розвивається завдяки зусиллям Консорціуму *Scilab*: 25 корпорацій і освітніх установ в INRIA (Французькому Національному Інституті Досліджень в Комп’ютерних Науках і Управлінні). У дистрибутиві продукту є вбудований редактор скриптів і функцій. В *Scilab* немає IDE, вікно команд зв’язане з редактором, де можна розробляти функції. СКМ має ґрунтовний перелік вбудованих функцій пакетів і розширень (*Toolbox*), включених в кодову базу. Одне із розширень *Scilab* – пакет *Metanet* використовується при навчанні теорії графів і мереж, а *Scicos* є потужним інструментом для візуального моделювання і динамічної імітації. *Scicos* – вільний аналог продукту *Simulink* компанії *MathWorks*. В архітектуру нової версії *Scilab* входить *Java*, новий редактор змінних в меню вікна команд демонструє графічні зміни значень змінних.

Пакет *Freemat*³ має зручний інтерфейс. У вікні є режим автоматичне доповнення команд. Обсяг дистрибутив програми становить 18 МБ. Завдяки використанню системи можливе розв’язування рівнянь, систем лінійних і нелінійних рівнянь і т.д. Основними перевагами *Freemat* є використання *OpenGL* для побудови чітких графічних зображень і поверхонь. Недоліками *Freemat* є низька швидкодія і відсутність пакетів розширень.

Можливості використання СКМ наведені в таблиці 1.

Таблиця 1

СКМ	Переваги СКМ	Недоліки СКМ
<i>Derive</i> ⁴	Аналітичні обчислення. Мінімальні вимоги до апаратних ресурсів.	Слабка візуалізація і графіка, недостатня підтримка функцій в символічних обчисленнях.
<i>Mathematika</i> ⁵	Сумісність з комп’ютерними платформами. 3D-графіка.	Надмірний захист від копіювання. Орієнтація

¹ GNU Octave¹ (<http://www.gnu.org/software/octave/>)

² Scilab (<http://www.scilab.org>)

³ Freemat (<http://freemat.sourceforge.net/>)

⁴ Derive (<http://education.ti.com/educationportal/downloadcenter/SoftwareDetail.do?website=US&appId=6217>)

⁵ Mathematica (<http://www.wolfram.com/products/mathematica/index.html>)

	Документи (notebook). Підтримка синтезу звуку.	на досвідчених користувачів.
<i>Matlab</i> ⁶	Унікальні матричні засоби, дескрипторна графіка, висока швидкість обчислень, адаптація до завдань користувача і чисельність пакетів розширення ситеми.	Обмежені можливості символних обчислень. Дороговизна системи та її пакетів розширень.
<i>Mathcad</i> ⁷	Якісна графіка і візуалізація при обчисленнях. Зручний інтерфейс. Наявність палітри математичних знаків. Великий вибір електронних книг і бібліотек, операторів і функцій.	Обмеженість символної математики. Примітивне програмування. Вартість електронних книг і бібліотек.
<i>Maple</i> ⁸	Продумане ядро символних обчислень. Документи (notebook). Високоякісна графіка. Зручна система допомоги.	Відсутність синтезу звуків.
<i>MuPad</i> ⁹	Чітка графіка. Документи (notebook). Достатні вимоги до апаратних ресурсів.	Форматування графіків. Обмежена система допомоги і апробація.

Програмні засоби *Gran*¹⁰ функціонують під управлінням операційної системи *Windows*, прості у використанні, оснащені досить зручним і “люб’язним” інтерфейсом, максимально наближеним до інтерфейсу поширених програм загального призначення (*Microsoft Word*, *Microsoft Excel*, СУБД, графічних і музичних редакторів і ін.) та контекстно-чутливою допомогою. Достеменно програмний засіб *GRANI (G*raphic *A*Nalysis) призначений для графічного аналізу функцій; *GRAN-2D (G*raphic *A*nalysis *2-D*imension) – програма для графічного аналізу систем геометричних об’єктів на площині; *GRAN-3D (G*raphic *A*nalysis *3-D*imension) призначений для графічного аналізу просторових об’єктів.

*Advanced Grapher*¹¹ працює під ОС *Windows*, має продуманий інтерфейс; можливість побудови до 100 графіків на одній координатній площині (в одному документі); підтримує графічні побудови в полярних координатах, параметричні рівняння; графіки рівнянь, нерівності та систем нерівностей; можливості обчислення регресійного аналізу (кривої); чисельне інтегрування, знаходження нулів і екстремумів функцій, вбудований калькулятор тощо.

Описані вище системи є локальними проектами, тобто робота з ними ведеться на одному персональному комп’ютері, що незручно, наприклад, в процесі дистанційного навчання. У розділі *Live* офіційного сайту пакету *SMath*

⁶ Matlab <http://www.mathworks.com/products/matlab/>

⁷ MathCAD (<http://www.ptc.com/products/mathcad>)

⁸ Maple (<http://www.maplesoft.com/products/Maple/index.aspx>)

⁹ MuPAD (1.41 <http://www.mathworks.com/help/symbolic/getting-started-with-mupad.html>)

¹⁰ Gran (<http://www.zhaldak.npu.edu.ua/index.php/prohramnyi-zasib-gran>)

¹¹ Advanced Grapher <http://www.alentum.com/agrapher/>

*Studio*¹² є віртуальне робоче поле, на якому можна виконувати необхідні обчислення (рис. 2, рис. 3).

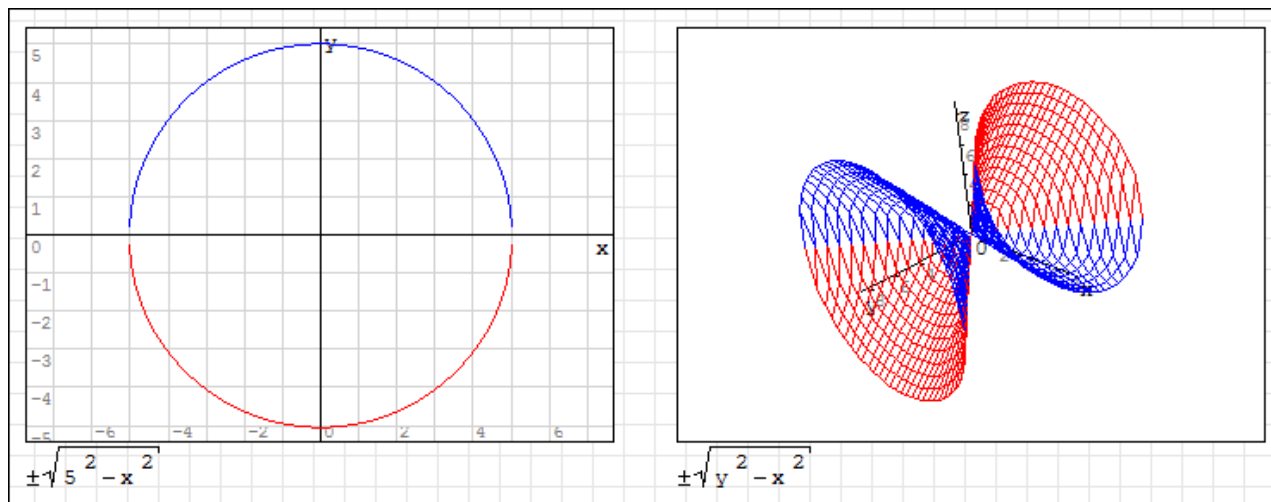


Рис. 2

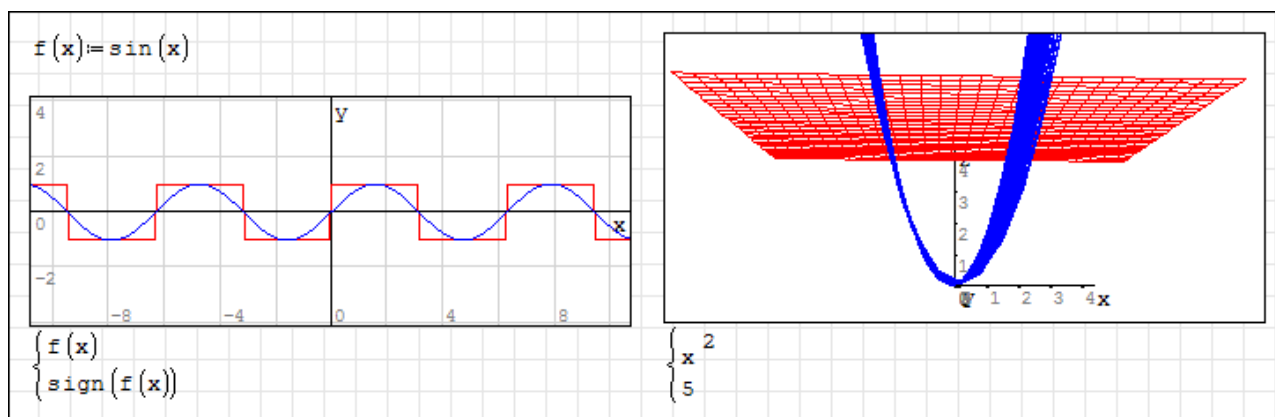


Рис. 3

Система *Sage*¹³ має *web*-сервер із вбудованим графічним інтерфейсом для взаємодії з кодом *Python*, де описане її ядро. Користувач за допомогою *web*-браузера підключається до сервера, реєструється і отримує для роботи особисте поле з відкритим, або закритий доступом. *Sage* – система для виконання аналітичних обчислень, досліджень в області криптографії, теорії чисел, графів і т.д. Дана СКМ використовує мову програмування *Python* з бібліотекою *Python Numpy*, не поступаючись *Scilab* і *Octave*. *Maxima* та інші компоненти *Sage* є інтегрованим набором пакетів СКМ. Графіки *Sage* відображаються *Java*-аплетами. Засобами *Sage* зручно організувати обмін математичними ідеями, використовуючи текстовий редактор з *web*-інтерфейсом, що дає можливість вводити команди безпосередньо в консолі, аналогічно записам в математичному мережевому блокноті при навчанні та дослідженнях (дистанційному навчанні з власним обліковим записом і блокнотом).

Sage об'єднує *GAP*, *Maxima*, *Python*, *R*, *LaTeX* з додатковим підключенням *Octave*, *Axiom*, *Magma*, *Mathematica*, *Matlab*, *Maple*, *Mupad*. Такий єдиний сервер віддаленої роботи дозволяє навчати будь-яким математичним пакетам і виконувати обчислення за допомогою СКМ. Система прав доступу і можливість спільної роботи з використанням робочого поля декількох

¹² SMath Studio (<http://smath.info/live>)

¹³ Sage (<http://www.sagemath.org>, www.sagenb.org)

користувачів спрощує організацію дистанційного навчання із полем пояснення навчального матеріалу, що містить приклади розв'язаних завдань і варіантів завдань для кожного студента. В мережі існує декілька публічних Sage-серверів, до яких можна підключитися, переглядати листи у загальному доступі, створити власний простір і отримати допомогу. Для цього достатньо створити робоче поле публічним (рис.4). При вході на сервер Sage засобами Firefox виникають проблеми.

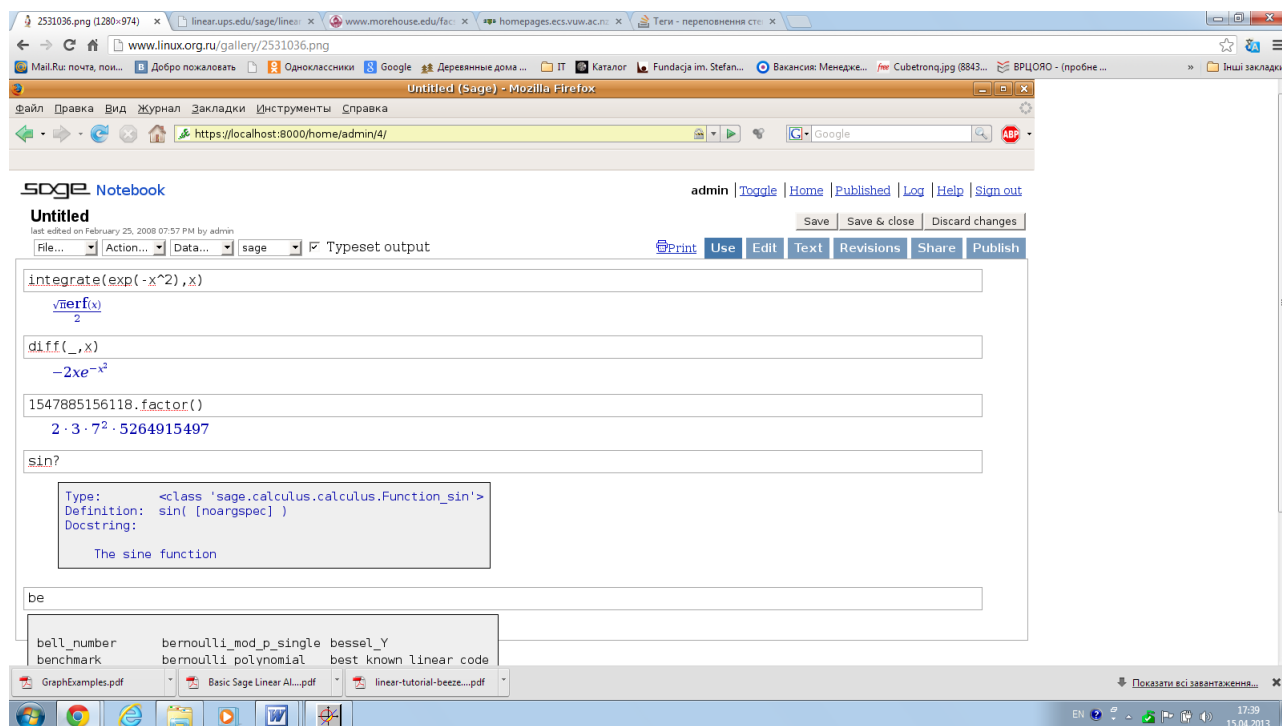


Рис. 4

Обчислювальна платформа *Matlab* надає сучасну IDE для виконання роботи із вікном команд, вікном історії команд і менеджером файлів. *Matlab* використовують для створення додатків з управлінням кодом. Базова версія *Matlab* має великий набір математичних функцій. Об'єктно-орієнтовне програмування в *Matlab* з можливостями підсилення додатків під час роботи з графічним інтерфейсом має переваги серед більшості математичних платформ. Недоліком є дороговизна пакету.

*Octave*¹⁴ є альтернативою *Matlab* з відкритим кодом і без стандартної IDE, унікальними можливостями якої є визначення функцій в рядку (*inline*) та використання одинарних і подвійних лапок для визначення рядків (як в *Python*). Додаткові пакети для використання в *Octave* є еквівалентами пакетів розширень (*Toolbox*) *Matlab*. Широкий вибір спеціалізованого коду обумовлює важливість вільного і відкритого програмного забезпечення.

Інструмент *Euler Math Toolbox (EMT)*¹⁵ створений як математична лабораторія. Файли блокнота *EMT* зберігаються і публікуються. *EMT* швидко виконує числові обчислень, а для символічних обчислень *EMT* використовує ті ж функції *Maxima*. Простий і зрозумілий інтерфейс блокнота *EMT* спрощує роботу користувача.

¹⁴Octave (www.octave.org)

¹⁵ Euler Math Toolbox (<http://euler.rene-grothmann.de/download.html>)

Отже, ми розглянули популярні вільно поширювані системи комп'ютерної математики для управління даними, їх аналізу та візуалізації (Таблиця 2).

Таблиця 2

Назва	Ліцензія	IDE	Мова	Toolbox	Комп'ютерна алгебра	Блокнот
<i>EMT</i>	GPL		Matrix		+	+
<i>Matlab</i>	Пропрієнтна	+	Matrix	+	+	+
<i>Octave</i>	GPL	+	Matrix	+		
<i>Sage</i>	GPL		Python		+	+
<i>Scilab</i>	Напіввільна	+	Matrix	+		

Сучасні СКМ, наприклад *Gran* [8], *Graph*¹⁶ і т.д., мають чітко продумані засоби для побудови графіків різної складності (2D, 3D). Достатньо обрати засоби побудови: функціональне фарбування поверхностей, врахування світлових ефектів, перспективи, розташування поверхні і т.д. Системи дозволяють повертати 3D-графіки мишкою з метою оптимізації загального вигляду фігури, маючи при цьому спрощені засоби побудови 3D-графіків.

Системи комп'ютерної математики допомагають користувачам виконувати прості та складні розрахунки. Можливості підготовки в СКМ документів та електронних книг в стилі *notebook* із використанням графічних ілюстрацій та життєвих прикладів робить системи незамінними в навчанні, в тому числі дистанційному.

Особливу увагу необхідно звернути на учнів з обмеженими можливостями. В процесі навчання динамічній геометрії доцільно використовувати математичні пакети *DG*¹⁷, *Geogebra*¹⁸, *Cabri II Plus*¹⁹, *Geometers' SketchPad*²⁰, оскільки такі діти не можуть вручну будувати геометричні фігури із врахуванням специфіки своїх фізіологічних особливостей. Крім того, учні не завжди готові бути присутніми на очних заняттях за станом здоров'я і змушені займатися дистанційно. Саме тоді використання віртуальних геометричних конструкторів *Euler 3D*²¹, *Poly*²², *Stella*²³ при навчанні стереометрії є надзвичайно актуальним.

Ознайомлення з навчальними темами, наприклад многогранниками, сприяє виявленню аналогій і суттєвих відмінностей між плоскими і об'ємними фігурами: тетраедром і трикутником, кубом і квадратом тощо [3]. Різні форми робіт з віртуальними геометричними конструкторами сприяють розвитку дослідницької діяльності, співробітництва і т.д. Ефект тривимірності простору в процесі пояснення нового матеріалу і розв'язування задач сприяє розвитку просторового мислення і уяви, допомагає здолати серйозні перепони при переході від плоского зображення до об'ємного з використанням динамічних

¹⁶ Graph (<http://www.padowan.dk/graph>)

¹⁷ DG (http://dg.osenkov.com/index_ru.html)

¹⁸ Geogebra (<http://www.geogebra.org>)

¹⁹ Cabri II Plus (<http://www.cabri.com>)

²⁰ Geometers' SketchPad (<http://www.dynamicgeometry.com>)

²¹ Euler 3D (<http://www.euler3d.hu>)

²² Poly (<http://www.peda.com/download>)

²³ Stella (<http://www.software3d.com/Stella.php>)

пакетів *Живая Математика*²⁴, *Geometry Expressions*²⁵, *Geonext*²⁶, *Cinderella*²⁷, *Live Geometry*²⁸ і т.д.

Під час дистанційного уроку в процесі вивчення нового матеріалу, знайомства з планіметричними і стереометричними об'єктами доцільно використовувати програми *Geogebra* (рис.5, рис.6), *Cabri3D*²⁹, *Wingeon*³⁰ і т.д., де учні і вчитель можуть разом побудувати потрібну фігуру і досліджувати її. Після чого вчитель пропонує учням виконати самостійну дослідницьку роботу, експериментуючи з фігурами, та колективно обговорити результати.

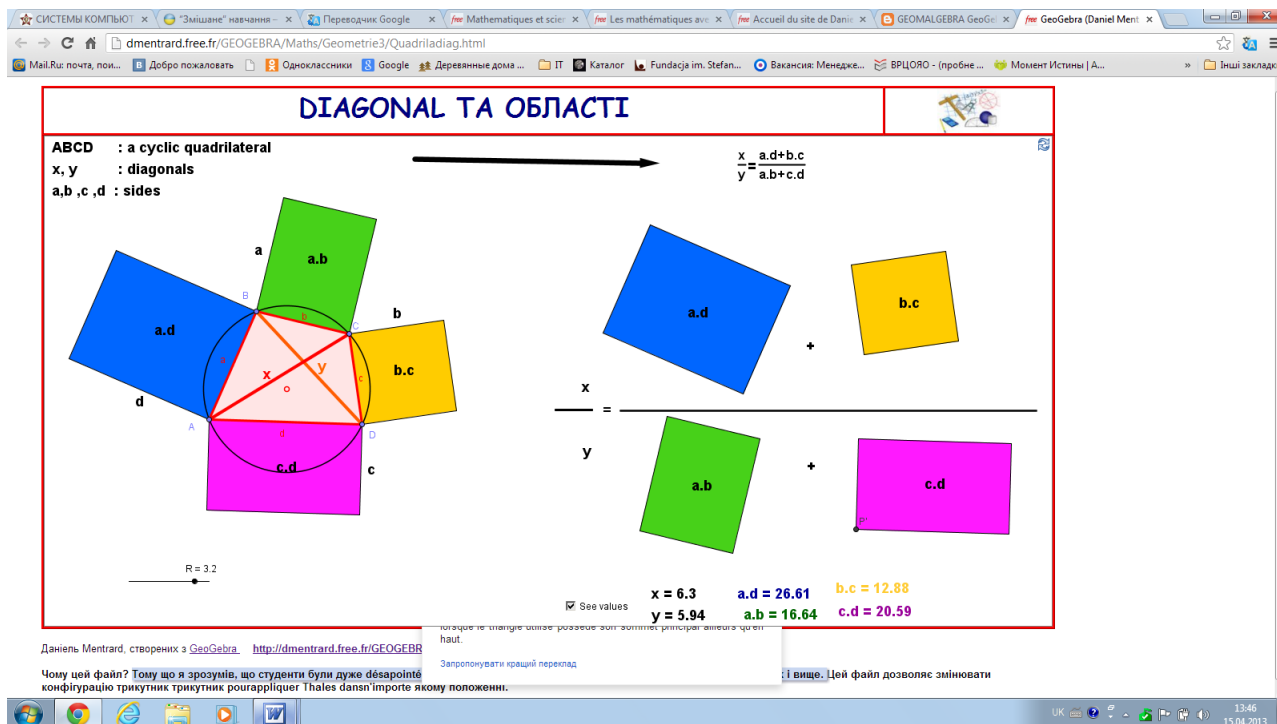


Рис. 5

²⁴ Живая Математика (<http://www.int-edu.ru/object.php?m1=3&m2=2&id=203>)

²⁵ Geometry Expressions (<http://www.geometryexpressions.com>)

²⁶ Geonext (<http://geonext.uni-bayreuth.de>)

²⁷ Cinderella (<http://www.cinderella.de>)

²⁸ Live Geometry (<http://livegeometry.codeplex.com>)

²⁹ Cabri 3D (<http://www.cabri.com>)

³⁰ Wingeon (<http://math.exeter.edu/rparris/wingeon.html>)

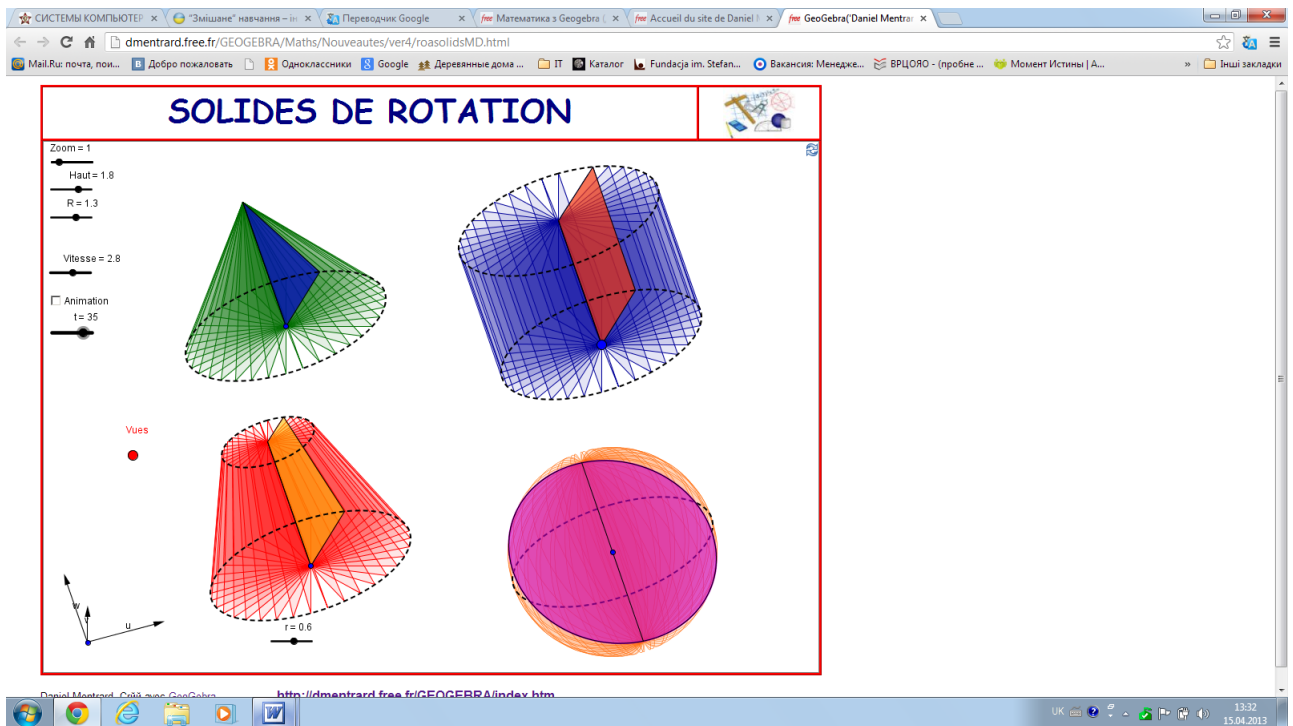


Рис. 6

Для розв'язування прикладних задач доцільно перейти до роботи в парах, використовуючи віртуальний конструктор *GSP4*, *Geogebra* (рис.7). Щораз змінюючи ролі учнів в парах, без активної участі вчителя, однак з використанням заздалегідь підготовлених ним правил-орієнторів та динамічних рисунків, учні самостійно “відкривають” для себе алгоритми розв'язування задач, виправляючи помилки один одного, оскільки креслення об'ємної фігури, повертаючись, допомагає знайти невірні побудови, проаналізувати помилки (рис.6). Роль вчителя на такому занятті полягає в підтримці активного ритму уроку і допомозі роботі учнів [3].

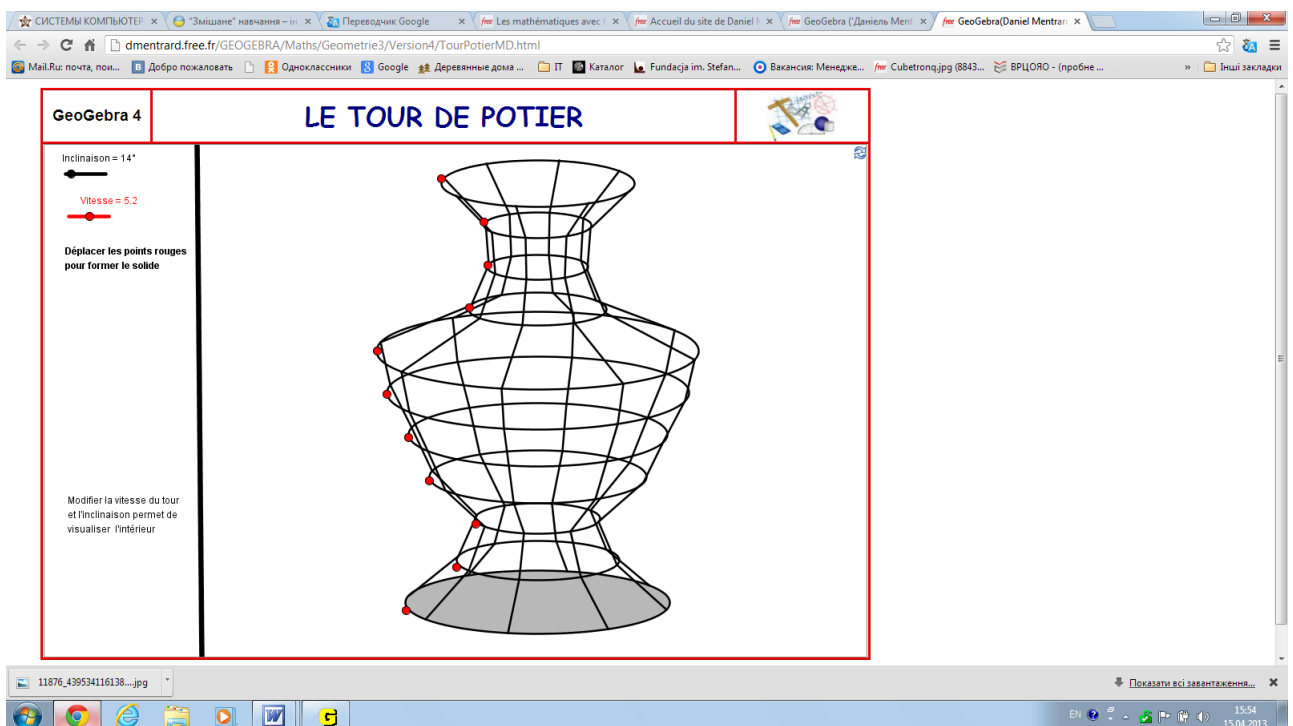


Рис.7

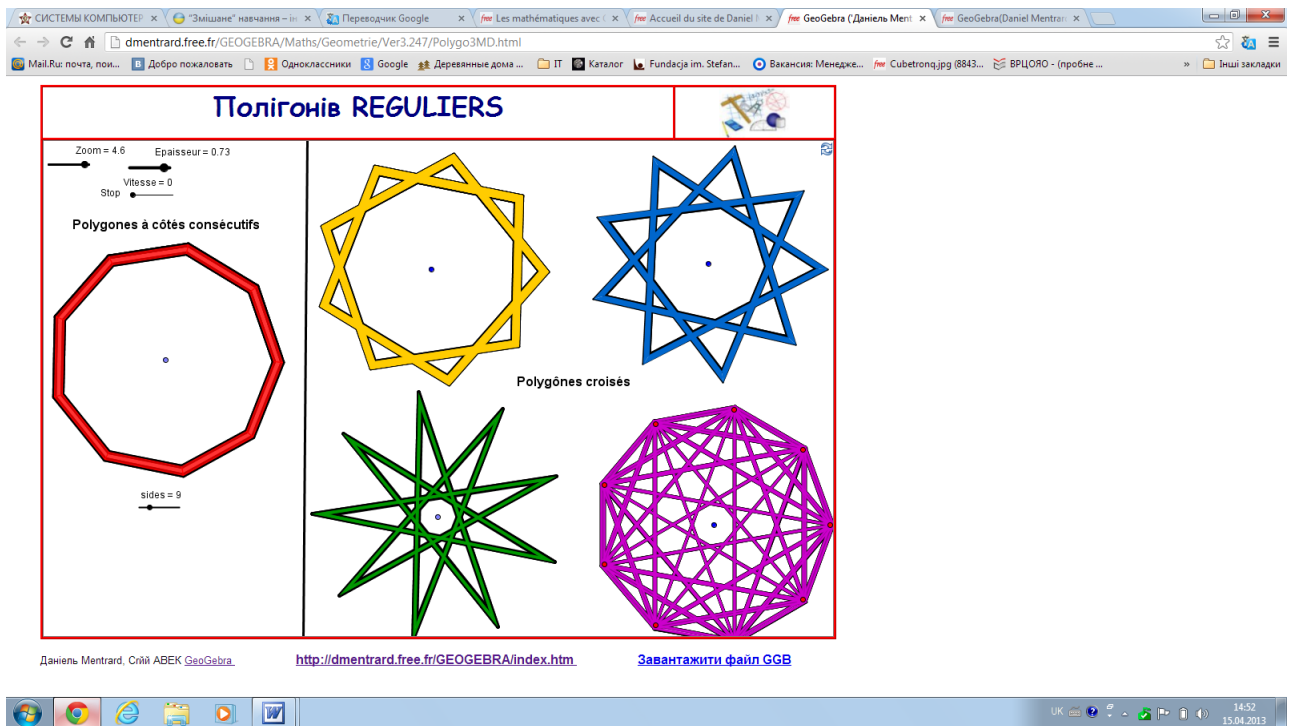


Рис. 8

Доцільно зауважити про наявність графічних чітких характеристик системи (2D, 3D), що дозволяє унаочнювати навчальний процес – пропонувати результати розв’язування задач в графічній формі (рис. 8, рис. 9).

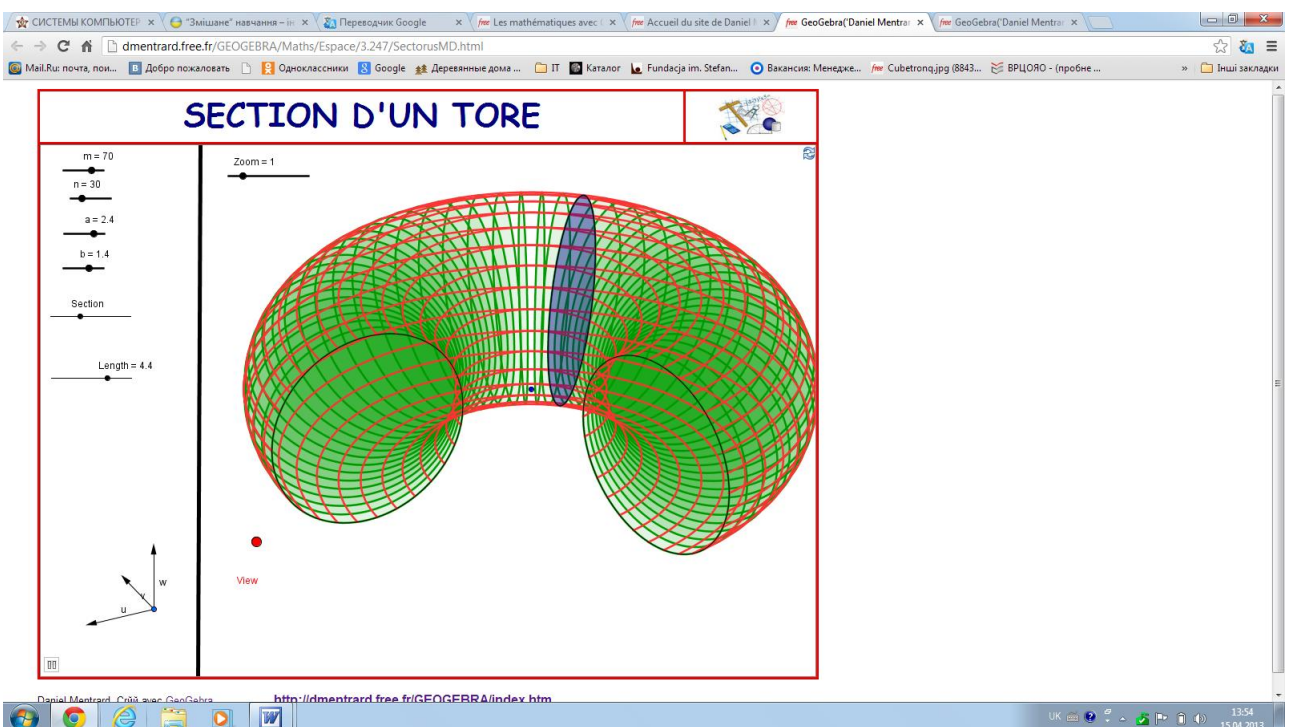


Рис. 9

Суттєвих труднощів при роботі з СКМ у школярів і студентів не виникає, оскільки у них є досвід роботи з пакетами загального призначення.

Безперечно, СКМ є зручним інструментом для учнів, студентів, педагогів, науковців, інженерів тощо. Можливості його застосування в методичному, практичному і науковому контекстах залежать від користувачів. З використанням СКМ в учнів руйнується психологічний бар’єр щодо

необхідності прикладного використання математики та формування світоглядної картини. Важливо заохочувати учнів щодо дослідження СКМ.

Системи комп'ютерної математики доцільно розглядати як системи для самоосвіти і дистанційного навчання математики, але вони повинні супроводжуватись грамотно складеними і методично продуманими заняттями і підручниками. За відсутності таких уроків застосування математичних систем може мати негативні наслідки для навчання, оскільки існує загроза підміни навчання математики навчанням основам роботи з математичними системами. Методичне забезпечення щодо використання СКМ в процесі навчання математики (навчально-методичний комплекс) може бути використане і викладачами, і студентами для підготовки до лабораторних, практичних занять, для проведення математичних досліджень і самоосвіти.

Зупинимось на прикладах застосування програмних засобів *Gran* і *Advanced Grapher* в процесі навчання математики, зокрема для побудови графіків. Перевагами пакетів є їх універсальність, можливість розв'язування широкого кола задач. Так, наприклад, побудови динамічних графіків лінійної, квадратичної, дробово-раціональної і тригонометричних функцій; дослідження властивостей; побудови графіків елементарних функцій шляхом геометричних перетворень; побудови та дослідження графіків функцій, заданих явно і неявно в декартових координатах, табличний, заданих різними аналітичними виразами на різних інтервалах області задання функції; побудови кривих, заданих параметрично, в полярних координатах.

На уроках математики необхідність навчання учнів елементарним прийомам побудови графіків функцій без використання засобів диференціального числення ґрунтується на наступних міркуваннях. Саме елементарні прийоми досліджень швидше, ніж механічні неелементарні прийоми, сприяють розвитку функціональної інтуїції, вмінню представляти графіки функцій, хоча б в загальних рисах, безпосередньо за загальним видом формули, що дуже важливо для практичного застосування графіків в задачах обчислення площ, об'ємів і т.д. Крім того, призначення неелементарних прийомів полягає не у побудові точного графіка функції, а швидше у точності дослідження властивостей даної функції. Відповідно, ці завдання абсолютно полярні, хоча і доповнюються. При обчисленні площі фігури, обмеженої графіками функцій, точне дослідження екстремумів, монотонності є нісенітницею.

Отже, в задачах, де графіки застосовуються практично (це можна перевірити в задачниках з математичного аналізу), достатньо елементарних засобів, а точні методи побудови графіків з використанням засобів диференціального числення, доцільні в задачах, де графіки має ілюстративну роль при дослідженні функцій.

Міркування щодо виховного характеру наступні. Оцінити важливість методів диференціального числення може той, хто знає усю складність побудови графіків елементарними засобами, скільки при цьому залишається цікавих питань про хід побудови графіка, який складно будувати (екстремуми, монотонність тощо). Через обмеженість можливостей в статті ми розглянемо

визьку задачу – побудову графіків функцій в декартовій системі координат, залишаючи осторонь графіки неявних функцій.

Розглянемо приклади.

1. Побудувати засобами *Gran* графік функції $y = \frac{1}{x^2 + 1}$ (рис. 10).

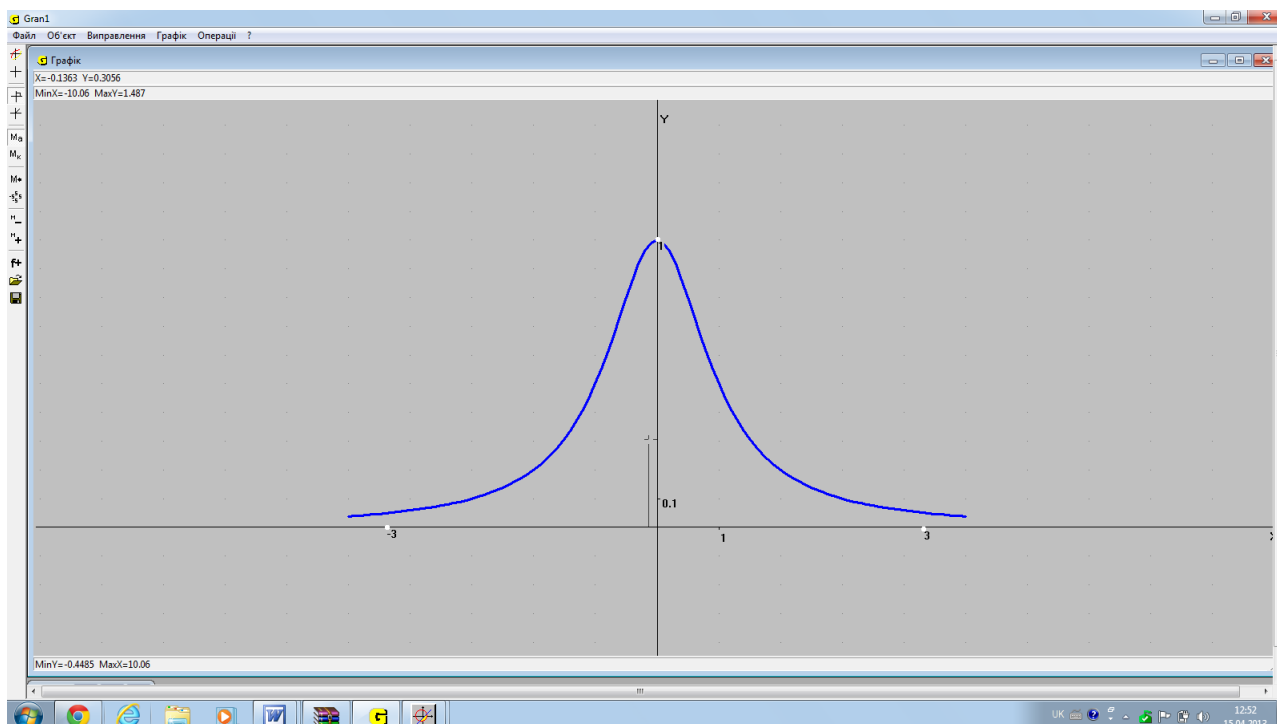


Рис. 10

2. Побудувати засобами *Advanced Grapher* графік функції $y = \frac{x^2}{1-x}$. На одній площині для порівняння зобразити графік функції $y = \frac{1}{x^2 + 1}$ (рис. 11).

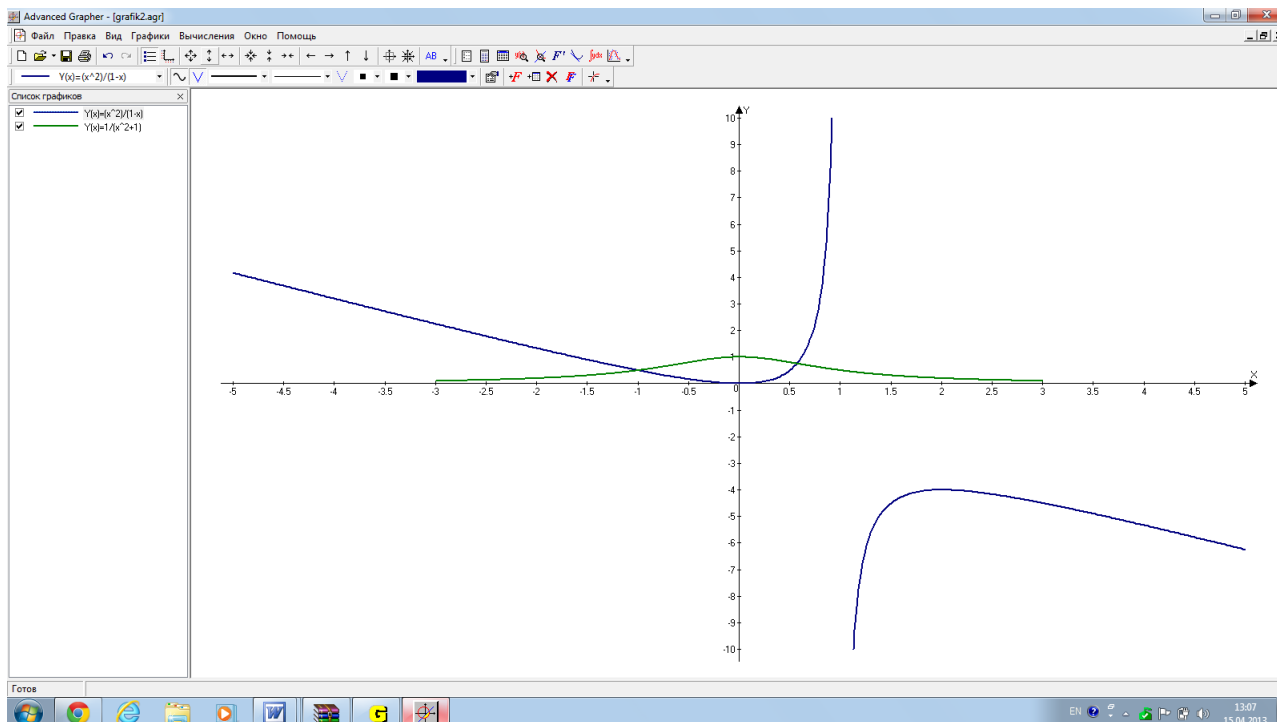


Рис. 11

3. Побудувати графік функції $y = x - \sin x$ (рис. 12).

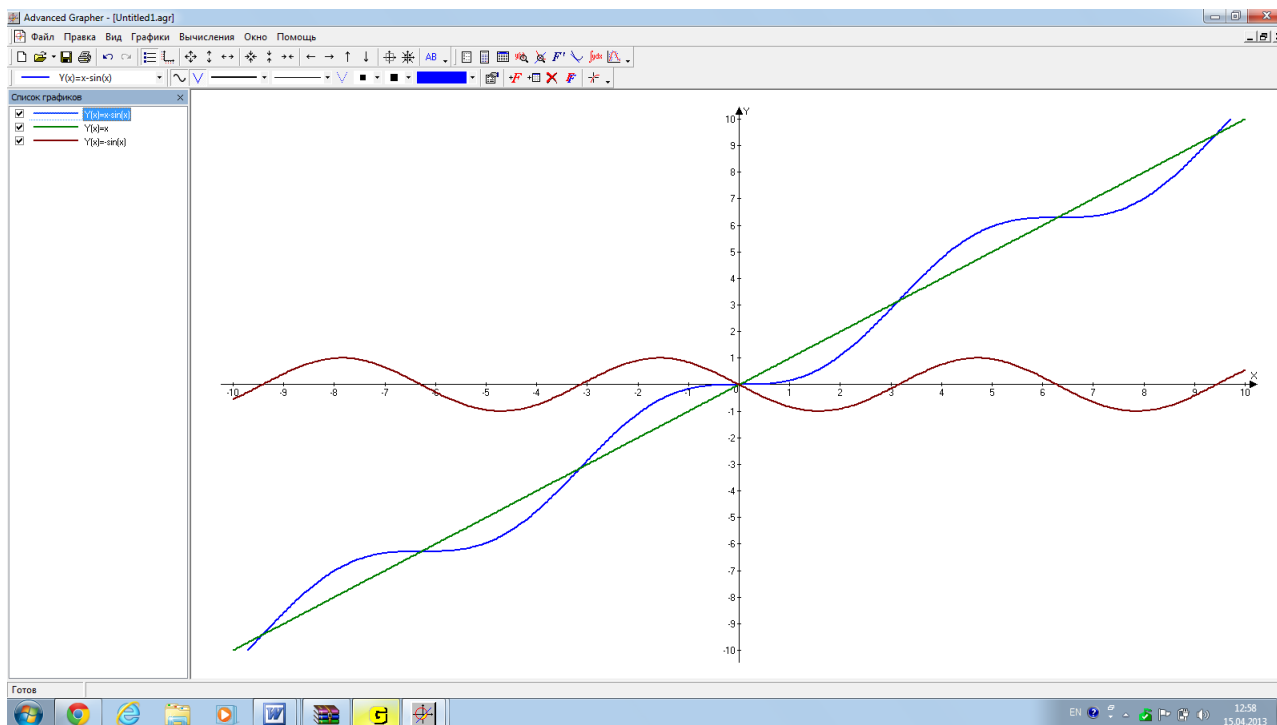


Рис. 12

4. Побудувати графік функції $y = \frac{\sin x}{x}$ (рис. 13).

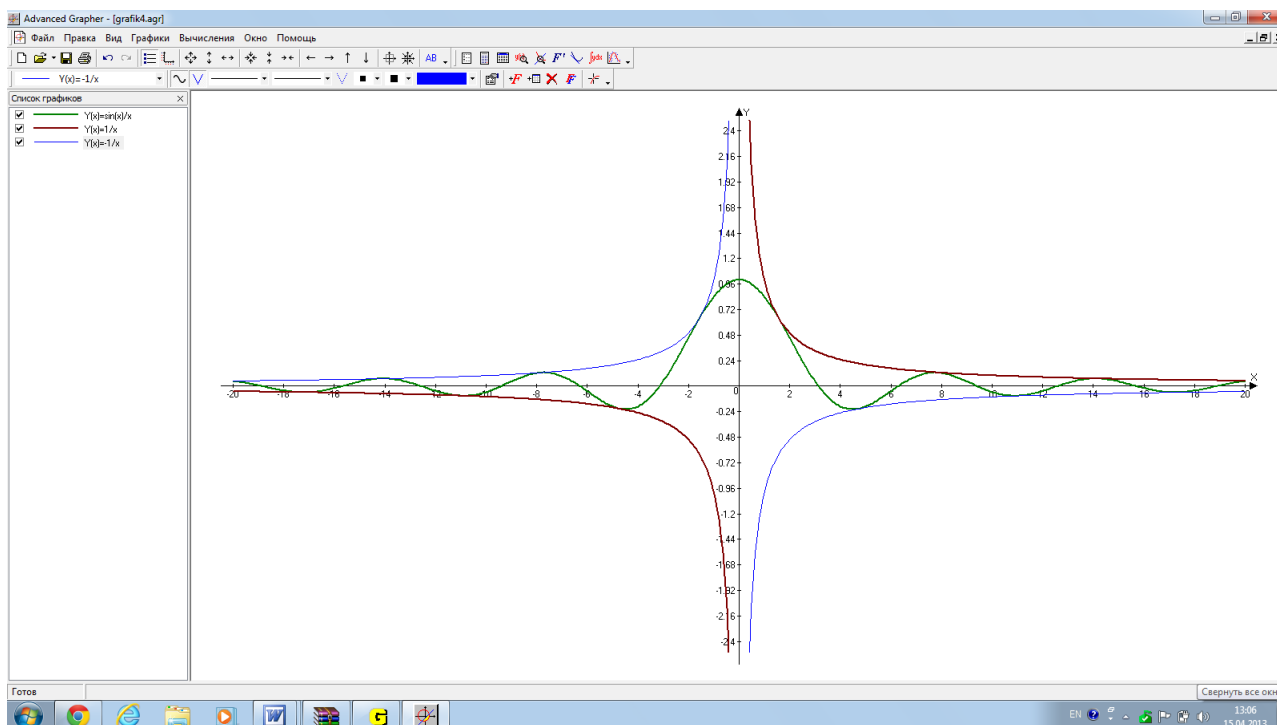


Рис. 13

Прикладів можна наводити безліч. Мистецтво побудови графіків полягає в тому, щоб помічати, які саме прийоми та в якому порядку потрібно застосовувати. Потрібна ще й хороша інтуїція, відчуття того, що в даному графіку суттєве, а чим можна знехтувати при побудові. Це можливо за наявності практичного досвіду застосування графічних зображень при розв'язуванні математичних задач. Тільки тоді можна свідомо відповісти на

питання: чи можна на координатних осях обирати різні масштаби; які точки потрібно точно знаходити, а які ні; розглядати поведінку функції в нескінченності, цікавитися крутизною графіка, або зменшенням амплітуди коливання та інші питання, що виникають при дослідженні функції.

Наведемо ще один приклад.

5. Обчислити об'єм тіла, обмеженого поверхнею, утвореною обертанням кривої $y = x^3 + \cos(7x) - 7$ навколо осі Ox , в межах від $x_1 = -\pi$ до $x_2 = \pi$.

Побудувати графік заданої функції допоможе звертання до опції програмного засобу *Gran1* "Операції / Інтеграл / Об'єм і площа поверхні тіла обертання, вісь Ox " (рис.14) Потрібно вказати межі інтегрування $a = -\pi$ до $b = \pi$. В результаті одержимо $V \approx 3678$, $S \approx 6799$.

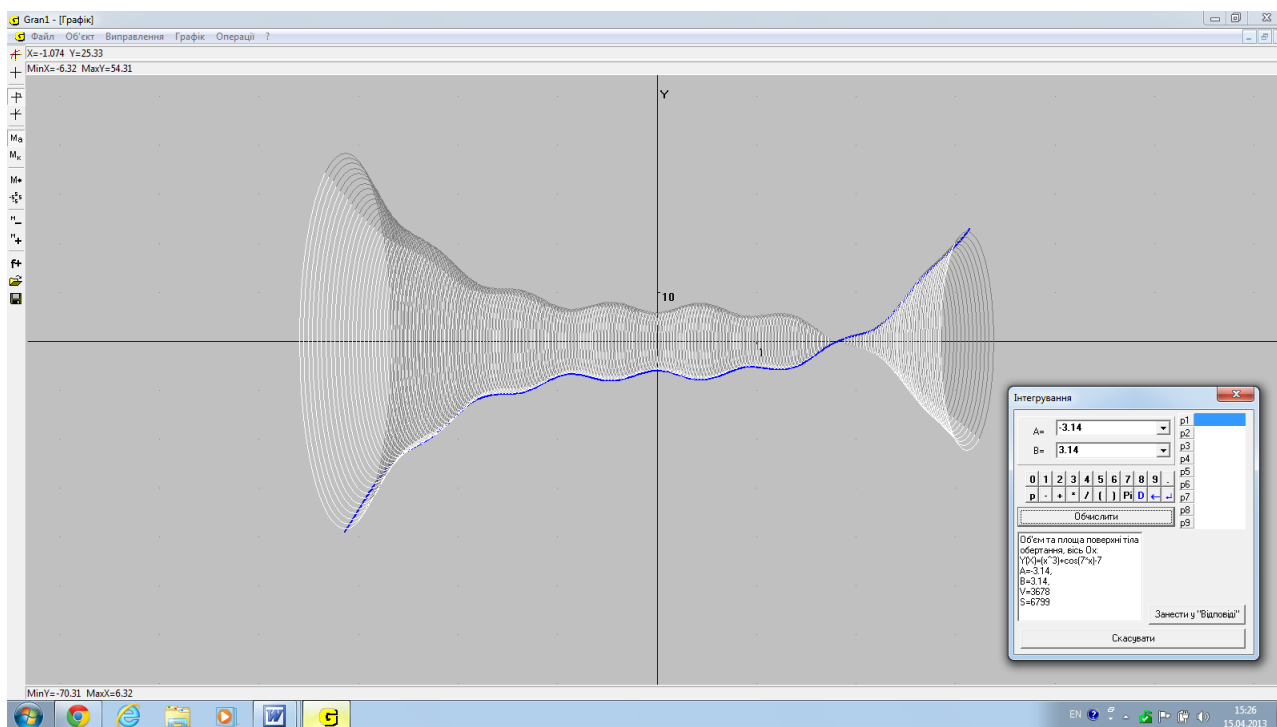


Рис. 14

Очевидно, що комп'ютер використовується як засіб для доступного і мотивованого пояснення навчальних тем конкретної навчальної дисципліни. Одним із ефективних засобів підвищення результативності навчання математики є педагогічно виважене використання комп'ютерно-орієнтованих систем навчання, систем комп'ютерної математики за умов їх систематичного використання, добре продуманого добору навчальних задач, розв'язування яких проблематичне без використання комп'ютера. У системі змішаного навчання необхідними і достатніми умовами є досягнення високої мотивації навчання, ніж при використанні традиційних засобів навчання; забезпечення індивідуалізації процесу навчання і формування позитивного ставлення до навчання.

ЛІТЕРАТУРА

1. Глушков В.М. Макроекономічні моделі і принципи побудови ОГАС. – М.: Статистика, 1975. – 160 с.

2. Grybyuk O. Mathematical modelling as a means and method of problem solving in teaching subjects of branches of mathematics, biology and chemistry // Proceedings of the First International conference on Eurasian scientific development. «East West» Association for Advanced Studies and Higher Education GmbH. Vienna. 2014. P. 46-53.
3. Гриб'юк О.О. Вплив інформаційно-комунікаційних технологій на психофізіологічний розвиток молодого покоління. "Science", the European Association of pedagogues and psychologists. International scientific-practical conference of teachers and psychologists "Science of future": materials of proceedings of the International Scientific and Practical Congress. Prague (Czech Republic), the 5th of March, 2014/ Publishing Center of the European Association of pedagogues and psychologists "Science", Prague, 2014, Vol.1. 276 p. - S. 190-207.
4. Дьяконов В.П. Компьютерная математика // Соросовский образовательный журнал, 2001. – Т. 7. – С. 116 – 121.
5. Ершов А. П. Избранные труды. – Новосибирск: ВО Наука, 1994. – 354 с.
6. Жалдак М.І. Гуманітарний потенціал інформатизації навчального процесу // Проблеми інформатизації освіти. – К.: КДПУ, 1994. – 11 с.
7. Рамський Ю.С. Місце і роль математичної освіти в інформаційному суспільстві / Ю.С. Рамський, К.І. Рамська // Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах. – 2008. – № 6 (18). – С. 53 – 59.