ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА ПСИХОЛОГІЯ ПОСІБНИК

ОЛЕКСАНДР МАЛХАЗОВ

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ ПЕДАГОГІЧНИХ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ СОЦІАЛЬНОЇ ТА ПОЛІТИЧНОЇ ПСИХОЛОГІЇ

МАЛХАЗОВ О. Р.

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА ПСИХОЛОГІЯ

ПРАКТИЧНИЙ ПОСІБНИК

Київ
ТАЛКОМ
2020

УДК 159.9(075)

М 19

Рекомендовано до друку вченою радою
Інституту соціальної та політичної психології НАПН України,
(протокол № 13/18 від 06 грудня 2018 р.)

Рецензенти:

Кочубейник О. М. — доктор психологічних наук;

Кокун О. М. — член-кореспондент НАПН України, доктор психологічних наук;

Яблонська Т. М. — доктор психологічних наук.

Малхазов О. Р.

М19 Експериментальна психологія: практичний посібник / Малхазов О.Р. — К.: Талком, 2020. — 321 с.

ISBN 978-617-7832-33-0

У посібнику лаконічно і доступно викладено основні вимоги до організації та проведення експерименту, представлено сучасні засоби реєстрації показників, методи дослідження та обробки отриманих даних, основи психологічної інтерпретації та презентанції результатів. Автор ніби запрошує читача: відкривай, читай, застосовуй.

Для психологів-практиків, студентів, магістрів, аспірантів, наукових співробітників, викладачів, соціальних працівників та всіх, хто цікавиться застосуванням наукових знань у практиці.

УДК 159.9(075)

ISBN 978-617-7832-33-0

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА

Розробка й упровадження соціально-психологічних технологій реабілітації актуалізували завдання експериментальної перевірки ефективності пропонованих технологій на різних етапах процесу відновлення особистості після тривалої травматизації.

Підготовка практичного посібника «Експериментальна психологія» зумовлена потребою узагальнення значного обсягу наукової та науково-методичної інформації, представленої у підручниках, наукових працях, навчальних посібниках, виданих переважно за кордоном, які під усілякими кутами зору, в межах різних наукових підходів розкривають зміст, об'єкт, предмет, цілі і завдання експериментальної психології як наукової дисципліни.

Основним завданням цього практичного посібника є подолання розриву між теоретичними знаннями та коректністю їх застосування експериментатором у процесі організації, планування, проведення та оформлення результатів наукового дослідження.

«Експериментальна психологія» — це широкий термін, який використовують щоразу, коли здійснюються експериментальні процедури під час психологічних досліджень. Раніше цей термін вживали тільки під час лабораторного експерименту, а зараз без нього не може обійтися жодне дослідження. У широкому сенсі зміст експериментальної психології формується завдяки вивченню причин та наслідків. Для експериментальної психології характерним є не пошук широких взаємозв'язків між важливими аспектами поведінки, а дослідження конкретних проблем поведінки. В цьому полягає особливість експериментальної психології, і фахівці, які нею займаються, відрізняються від тих, хто намагається скласти загальне уявлення про розвиток психіки суб'єкта.

Отже, щоб добре опанувати знання з експериментальної психології майбутній психолог повинен мати:

– належну професійну психологічну, психофізіологічну, математичну підготовку, у тому числі й для роботи з відповідними приладами;

– розумітися на причинах виникнення похибок під час реєстрації отриманих даних, уміти їх нівелювати, враховувати та усувати усілякі викривлення інформації з різних джерел.

У представленому увазі читача посібнику автор свідомо не деталізував розділи, які однозначно та чітко висвітлені у багатьох навчальних та наукових джерелах. Водночас докладно описано розділи, які у більшості праць викладено стисло та/або контроверсійно. Ні з ким не дискутуючи, автор висвітлює свою позицію і представляє власні теоретичні та практичні напрацювання.

Переважна більшість статистичних програм (SPSS, CTATISTICA та ін.) розрахована на великі масиви даних й унеможливлюють покрокове відстежування логіки їх обробки. Водночас аналіз проміжних результатів дає чимало інформації, важливої для розуміння сутності досліджуваних явищ.

Сучасні інноваційні технології навчання студентів психологічного факультету побудовані на принципах саморозвитку, самопізнання. Самостійно опанувати таку велику кількість різноманітних методологічних поглядів, підходів, які сьогодні пропонує експериментальна психологія, дуже складно. Покроковий опис у посібнику експериментальних процедур детальний опис алгоритмів їх застосування, що супроводжується поясненнями та конкретними прикладами інтерпретації, допоможе психологам-практикам якісно проводити індивідуальні обстеження, обирати засоби і вибудовувати реабілітаційний процес із залученням відповідних проблемній ситуації технологій.

Обсяг та перелік тем цього посібника відповідає змісту і тематичному плану навчальної дисципліни «Експериментальна психологія». Посібник складається із передмови, двох розділів, що висвітлюють шість тем та додатків, де представлено основні математичні таблиці для статистичної обробки даних. Викладений у посібнику навчальний матеріал, структурований за модульним принципом і складається з двох модулів.

До першого модуля ***«Загальні питання експериментальної психології»*** увійшли теми: наукові передумови експериментального вивчення психіки; психологічний експеримент, експериментальні методи.

Другий модуль ***«Основи статистичної обробки даних психологічного експерименту, їх представлення та інтерпретація»*** включає теми: вимірювання, шкали, табулювання та процентилі; загальні вимоги до застосування методів математичної обробки результатів психологічних досліджень; методи обробки результатів психологічних досліджень; основи психологічної інтерпретації та оформлення результатів експерименту.

У підготовці посібника широко використовувалися результати досліджень українських фахівців, а також дані власних наукових розробок автора.

З метою закріплення знань та високоякісного засвоєння навчального матеріалу у першому та другому модулях наприкінці викладу кожної теми представлено перелік контрольних питань; творчі завдання; зазначено, що необхідно законспектувати; подано перелік першоджерел, необхідних для опанування даної теми та самостійного виконання завдань.

Не претендуючи на повноту викладення матеріалу з експериментальної психології, визнаємо, що для написання повноцінного посібника з цієї галузі знань необхідно залучити велику кількість фахівців — науковців та викладачів-практиків. Пропонований практичний посібник — це спроба узагальнити та систематизувати сучасні знання, ідеї та методологічні підходи до організації експериментальних досліджень. Будемо вдячні конструктивній критиці всіх, кого зацікавлять проблеми, висвітлені у посібнику.

Розділ 1. ЩО ПОТРІБНО ЗНАТИ ЕКСПЕРИМЕНТАТОРУ, ДЛЯ ПІДГОТОВКИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1. НАУКОВІ ПЕРЕДУМОВИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ВИВЧЕННЯ ПСИХІКИ

1.1.1. Деякі загальні питання експериментальної психології

Відомо, що психологія — це система знань про відображувальну діяльність мозку, наука про закономірності розвитку психіки. Експериментальна ж психологія — процес набуття цих знань із застосуванням експериментальних процедур.

Експериментальну психологію від інших дисциплін відрізняє спосіб, яким дослідники отримують наукові знання, а саме — маніпулювання (числовими) значеннями в одній галузі дослідження для того, щоб простежити, як змінюються (числові) значення в іншій області. Загальною метою таких процедур є виявлення зв'язків між реакцією досліджуваного та фактором у ситуації, яким маніпулює експериментатор. Такий фактор називають стимулом.

Фактори, що вивчаються, називаються змінними, вони можуть бути залежними та незалежними.

Залежна змінна — явище або реакція, що є об'єктом дослідження.

Умова, маніпуляції з якою спричинюють виникнення досліджуваного явища або очікуваної реакції, ***називається незалежною змінною***. Такого роду процедура передбачає припущення: якщо незалежна змінна є такою-то, то, ймовірно, що значення залежної змінної, виявлене в одному експерименті, можна відтворити та повторити в іншому. Щоб визначити ступінь такої імовірності, необхідно чітко визначити проблему дослідження та дібрати відповідні методи статистичної обробки даних.

С. Бартлі вирізняє п'ять основних проблемних напрямів досліджень у психології:

1) дія, її відхилення та цілі (дослідження мотивації);

2) зв'язок, або взаємодія, між організмом та навколишнім середовищем;

3) форми змін організму у поведінці (дозрівання, научання, акліматизація, аддикція, толерантність, фізична підготовка, старіння тощо);

4) людина, внутрішня дезорганізація, внутрішній конфлікт;

5) нездатність задовольняти вимоги (втома, руйнація тканин, зниження працездатності, нудьга тощо).

У трактуванні предмета експериментальної психології існують різні підходи. На думку дослідників експериментальна психологія — це 1) уся наукова психологія як система знань, отриманих на основі експериментального вивчення поведінки людини і тварин (В. Вундт, С. Стівенсон, П. Фресс, Ж. Піаже та ін.);

2) це система експериментальних методів, методик за допомогою яких проводяться конкретні дослідження (М. Метлін та ін.);

3) дисципліна, що зосереджується на проблемах методів психологічного дослідження загалом;

4) теорія психологічного експерименту, яка базується на загальнонауковій теорії експерименту, що включає планування та обробку даних (Дж. МакГиган, Дж. Гласс, Дж. Стенлі та ін.).

1.1.2. Короткий екскурс в історію експериментальної психології

Ідея експериментального вивчення психіки належить стародавнім мислителям. В епоху Відродження (вона набула подальшого розвитку) (Л. Вівес «Душа і життя», 1538). Спочатку психологічна наука була суто описовою. Аристотель у трактаті «Про Душу» висловив своє незадоволення методами вивчення психічного і сформулював перші матеріалістичні ідеї. У 1590 Гоккленіус запропонував визначення «психологія». Дослідник Х. Вольф опублікував роботи «Емпірична психологія» (1732) та «Раціональна психологія» (1734), написані у річищі дуалізму. Відповідно питання про відношення між емпіричним та раціональним він висвітлював під впливом дуалістичних поглядів того часу.

У XVII ст. постала необхідність пояснення психічної діяльності дослідним шляхом, але лише наприкінці XVIII ст. з'явилися поодинокі дослідницькі розробки. Перша половина XIX ст. відзначається появою великої кількості експериментальних досліджень у галузі фізіології нервової системи (Ч. Белл, П.-Ж. Флуранс, Е. Вебер, Т. Маршалл та ін.)

Розвиток фізіології органів чуттів та перші дослідження з фізіології мозку створили підґрунтя для подальшого становлення експериментальної психології, а праці Г. Гельмгольца з фізіологічної оптики та «Елементи психофізики» Г. Фехнера (1860) мали безпосередній вплив на її розвиток. У 1879 р. В. Вундт створив у Лейпцигу першу лабораторію з експериментальної психології, де Г. Еббінгауз започаткував дослідження пам'яті, а Е. Б. Тітченер вивчав те, що на його думку, було відчуттям. У ті роки відбулася важлива зміна в описанні предмета психології — було розмежовано свідомість та поведінку. Це зумовило появу досліджень з порівняльної психології. У 1889 р. Г. Мюнстенберг видав перший систематизований довідник з експериментальної психології.

Отже, психологія почала набувати ознак експериментальної лише у другій половині XIX ст. На погляди Ф. Бекона, Дж. Локка, О. Бена великий вплив мали ідеї Р. Декарта, який вважав, що психічні функції можна вивчити так само просто, як і роботу машин. «Душа живе і безпосередньо пізнає себе» — з цієї тези вибудовувався інтроспективний підхід, який пізніше представники Вюрцбурзької школи і до певної міри — ранньої гештальт-психології, які проводили дослідження сприймання методом самоспостереження, поєднали з експериментальною психологією, винайшовши експериментальну інтроспекцію. В Росії прихильниками цього методу були К. Д. Каверін, Л. М. Лопатін, А. І. Введенський, Г. І. Челпанов та ін. Сутність його полягала у тому, що досліджуваний отримував директиви у формі завдань, після чого звітував про хід виконання роботи. Фактично експериментатор проводив психологічний «допит». Нині цей метод у чистому вигляді не застостовується.

Як зазначав Б. Г. Ананьєв, російські експериментальні психологи більше зосереджувалися на методології експериментальних досліджень. Зокрема, І. М. Сеченов запропонував порівняльно-генетичний метод, процесуальний підхід до проведення досліджень, розробляв прийоми експериментальних досліджень. Ідеї І. М. Сеченова набули розвитку у працях І. Р. Тарханова та К. Фере, які започаткували дослідження психогальванічної реакції на подразник (у сучасній експериментальній психології — шкірогальванічна реакція (ШГР), що широко застосовується у поліграфних дослідженнях).

Першу лабораторію з експериментальної психології в Росії у 1886 р. створив В. М. Бехтерев у Казанському університеті. До роботи в лабораторії він долучив досвідчених теоретиків і практиків, для яких пошуки в науці були сенсом їх життя.

Пізніше В. М. Бехтерев заснував аналогічну лабораторію у Петербурзькій військово-медичній академії. Тут працював О. Ф. Лазурський, у той час він займався розробкою класифікації особистості і був відомий як характеролог. В. М. Бехтерев приділяв велику увагу дослідженням слухових сприймань та уявлень, зокрема, слухових галюцинацій, а також шкірної та больової чутливості. Він створив естезіометр для дослідження слухового сприймання та електричний трихостезіометр для дослідження чутливості волосся. У своїй діяльності вчений дедалі більше схилявся до рефлексології. Багато хто розцінював це як великий недолік у його дослідницькій роботі, вважаючи, що заглиблення у рефлексологію знижує цінність його праць. Можливо, тому і Б. Г. Ананьєв, і А. О. Смирнов різко критикували наукові розвідки та новаторство В. М. Бехтерева.

Слід також відзначити важливу науково-практичну діяльність засновника московської психологічної школи С. С. Корсакова, який був ініціатором створення експериментально-психологічної лабораторії в МДУ. Керівником цієї лабораторії був О. М. Токарський. Він, зокрема, вважав, що психологію не можна вивчати без фізіології. Вчений наголошував на тому, що існує велика кількість причин для того, щоб розглядати психологічні процеси як сукупність рефлексів головного мозку, і приділяв велику увагу запровадженню нових приладів, опис яких містили періодичні видання лабораторії.

Вагомий внесок у розвиток експериментальної психології зробив психіатр Харківського університету професор М. О. Ковалевський. У цьому навчальному закладі він створив лабораторію і досліджував психофізичні реакції на тактильні подразники.

На початку 90-х років ХІХ ст. у Юр’ївському (м. Тарту) університеті психіатр К. Л. Чиж заснував лабораторію експериментальної психології, де проводили дослідження пам’яті звукових сприймань.

Велику роль у розвитку експериментальної психології відіграли праці О. Ф. Лазурського (школа В. М. Бехтерева). Він створив лабораторію у психоневрологічному інституті, який свого часу заснував В. М. Бехтерев. О. Ф. Лазурський вирізнявся новаторськими поглядами, наполягав на розширенні меж експериментальної психології, зокрема, запровадив до наукового вжитку поняття «природний експеримент» та окреслив шляхи розвитку диференціальної психології (психології індивідуальних відмінностей). Його праці були кроком уперед у вивченні індивідуальних особливостей особистості, наприклад особливостей темпераменту.

Варто також відзначити діяльність М. Ланге. Вчений створив лабораторію експериментальної психології в Одесі, де досліджував особливості перцепції, структуру процесу сприймання та започаткував дискретно-перервне вивчення об’єктів.

У перші роки радянської влади до наукової роботи з експериментальної психології залучали такі вчені як М. М. Ланге, Г. І. Челпанов, О. П. Нєчаєв, Г. І. Россолімо та ін. Значну активність виявляли П. П. Блонський, К. М. Корнилов, В. Д. Добринін, А. А. Рибников, П. А. Рудик, А. О. Смирнов — у Москві; М. Я. Басов, В. М. М’ясищев, Т. Ерфуссі — у Петрограді; Д. М. Узнадзе — у Тбілісі.

Г. І. Челпанов наполягав на відокремленні власне експериментальної психології від інтерпретації, наголошуючи на тому, що предметом її дослідження є особливості пізнавальних процесів, а все, що стосується інтерпретації та узагальнень, — предмет теоретичної науки. Йому опонував П. П. Блонський, який наполягав на розриві з ідеалістами та метафізикою. П. П. Лазарєв у праці «Фізико-хімічні основи нервової діяльності» (1922) стверджував, що експериментальний метод, проникаючи у складні утворення нервових функціях та фізіології, створює перші опорні пункти для робіт, які повинні поєднати фізику і фізіологію, з одного боку, та психологію — з другого. Вчений розробив теорію адаптації органів чуттів, зокрема, теорію адаптації ока до світла і темряви, а також уперше дослідив процес збудження сутінкового зору та висунув нову квантову теорію світла. Праці П. П. Лазарева (1921–1923) започаткували дослідження з психології органів чуттів та психології відчуття і сприймання у поєднанні з фізіологією. Послідовниками його школи були К. П. Кравцов, М. А. Кекчеєв та ін.

У експериментальній психології 30-х років минулого століття реалізовувався принцип об'єктивності психологічної науки (праці В. М. Бехтерева, П. П. Блонського, К. М. Корнілова та ін.).

Дослідження К. М. Корнилова започаткували реактологію, а праці В. М. Бехтерева — рефлексологію. Як рефлексологія, так і реактологія не витримали перевірки часом, дещо пізніші дослідження довели, що психічні явища дуже складні і мають інтегративний характер, а вивчаючи їх, необхідно враховувати зовнішньо предметний світ, роботу центрально-нервової системи, рухових реакцій тощо.

Значним етапом у розвитку експериментальної психології стало упровадження у лабораторну психологічну практику психотехніки, що базується на короткочасних, навіть одноразових психологічних пробах (тестах).

Психотехніка (система психологічних, методів (тестів)) виникла і розвивалась як окрема течія у психологічних дослідженнях, становила основу лабораторно-експериментальних досліджень і широко використовувалася педологією. На той час педологія претендувала на більшу роль у диференціації учнів, здійснювався їх розподіл на навчальні групи за рівнем інтелектуального розвитку, які навчались у різних школах. Оскільки зазвичай тестування проводили не психологи, а педагоги, якість відібраних тестів та інтерпретації отриманих даних була дуже низькою. У зв'язку з цим педологія припускалася грубих помилок як у теоретичних побудовах, так і на практиці.

Згідно з постановою ЦК ВКП(б) «Про педагогічні збочення в системі наркомпросів» (1936) було скорочено та закрито цілий напрям профорієнтаційної роботи та профвідбору, що негативно позначилась на розвитку експериментальної психології.

У 1950 р. відбулася загальна сесія АН СРСР та Академії медичних наук. На ній було проголошено, що науковою основою фізіології та психології є учення І. П. Павлова. Радянська психологія була радикально переорієнтована на ідеї умовно-рефлекторної теорії, що на довгі роки загальмувало розвиток не лише експериментальної психології, а й психологічної науки загалом.

З 1957 р. починається якісно новий етап розвитку психології індивідуальних відмінностей та експериментальних досліджень. У цьому ж році відбувся перший з'їзд фахівців з галузі психології праці, в якому взяли участь також психотехніки та педологи. Було вирішено розробляти методики, використовувати їх та надавати практичні рекомендації відповідним спеціалістам. З'їзд дав поштовх упровадженню результатів теоретичних напрацювань у практичну діяльність.

Досягнення радянської експериментальної психології були визнані в усьому світі. Це дало змогу у 1973 р. провести у Москві Всесвітній XVIII з'їзд психологів.

З кінця 80-х років минулого століття у підготовці фахових психологів все дедал менше використовуються апаратні методи дослідження. Сьогодні можна констатувати, що за останні двадцять років більшість психологів лише чули про апаратні методи і методики в експериментальних дослідженнях. Як правило, це застарілі прилади, які не відповідають сучасним вимогам до діагностичної апаратури.

1.1.3. Наукові засади експериментального вивчення психіки

Послідовні виразники наукового матеріалізму розглядають психіку як явище, що має свої зовнішні (визначальні) та внутрішні причини, а психічну активність — як природний процес, що відбувається у часі та просторі і виявляється у соматичних та поведінкових змінах.

Теорія умовного рефлексу та рефлекторної діяльності психіки не витримала перевірки часом. І вже ні в кого не викликає сумніву, що зводити психічне до рефлекторного процесу є обмеженням розуміння функціонування психічного. Сусасні прогресивні психофізіологи вважають, що ми маємо справу з інтегративною діяльністю психіки, а, пов'язуючи психічні прояви з фізіологічними показниками, ми лише частково висвітлюємо складні психофізіологічні процеси.

Значного поширення набуває метод моделювання психічних явищ, при цьому акцент робиться на дослідженні детермінант окремих феноменів.

Найчастіше під психікою розуміють ***форму активного відображення об'єктивної реальності, що виникає у процесі взаємодії високоорганізованих живих істот із зовнішнім світом та забезпечує регуляторну й адаптивну функції індивіда.***

1.1.3.1. Зміст психологічного експерименту та вимоги до його проведення

Експериментальне вивчення психіки — процес дослідження особливостей та закономірностей психіки, в якому створюються спеціальні умови, що детермінують їхні прояви у поведінці досліджуваного. Розробка таких умов, ситуацій, процедур, включення до них досліджуваного та спостереження за особливостями його практичної діяльності, реєстрація результатів цієї діяльності мають назву ***експеримент***.

Отже, психологічний експеримент — це така організована штучна або природна діяльність досліджуваного, внаслідок якої ми отримуємо емпіричні факти, на основі яких можна описувати або пояснювати природу та закономірності цієї діяльності.

1.1.3.2. Етапи та види експериментів

Зазвичай психологічний експеримент складається з таких етапів:

1. *Теоретичний*, на якому формулюються:

– тема дослідження та проблема, яку треба вирішити (визначається за результатами теоретичного аналізу проблеми, порівняння підходів різних психологічних шкіл до її дослідження та виокремлення недостатньо вивчення її аспектів);

– об’єкт, предмет, мета та завдання дослідження.

На цьому етапі ймовірна ситуація, коли виявляється, що подальша розробка обраної теми недоцільна через неможливість проведення належної емпіричної перевірки висунутих припущень.

2. *Підготовчий*, завданнями якого є:

– розробка програми та теоретичної моделі експерименту;

– уточнення експериментальної гіпотези;

– визначення незалежних та залежних змінних;

– підбір методів, методик, тестів та способів реєстрації отриманих даних;

– визначення контингенту досліджуваних (їх якісний і кількісний склад);

– вибір адекватних методів математичної обробки даних;

– планування умов проведення експерименту для того, щоб максимально нівелювати сторонні впливи на залежну змінну.

У плануванні експерименту, як правило, використовують схеми, відповідно до яких визначаються порядок пред’явлення, умови (якісні форми) або рівні (кількісні варіанти) незалежної змінної.

Розрізняють:

– інтраіндивідуальні схеми, де кожному досліджуваному надаються всі умови незалежної змінної, результати отримують у процесі порівняння даних по кожному з учасників;

– міжгрупові схеми — умови незалежної змінної пред'являються різним групам і порівнюються дані відповідних груп (контрольної з експериментальною);

– крос-культурні дослідження — всі умови незалежної змінної у визначеній послідовності пред'являються учасникам (групам) і враховуються результати всіх досліджуваних у різних умовах. Ця схема є оптимальною для лабораторних багаторівневих досліджень.

Схеми, в яких не витримані умови рандомізації учасників, але забезпечена внутрішня валідність, називають квазіекспериментальними. Якщо у дослідженні відсутні умови для захисту внутрішньої валідності, яку забезпечують експерименти або квазіексперименти, то така схема називається неекспериментальною. Результати досліджень за такою схемою неможливо обґрунтувати.

Для прикладу наведемо схему побудови програми та моделі дослідження.

Відповідно до обраної теми розробляється програма дослідження за такою схемою:

Сфери	Явища	Параметри	Індикатори	Методики

I. ***Сфери*** (визначаються сфери, в яких найчастіше виявляються досліджувані змінні).

II. ***Явища*** (конкретизуються прояви змінних, які будуть вивчатися).

III. ***Параметри*** (визначаються параметри змінних, які реєструватимуть).

IV. ***Індикатори*** (вказуються індикатори, на основі яких здійснюватиметься оцінка окремих параметрів вибору).

V. ***Методики*** (зазначаються методики, за допомогою яких будуть досліджуватися визначені параметри).

Побудована таким чином програма дає змогу досліднику чіткіше уявляти етапи роботи, їхній зміст, технічну складність і час, необхідний для її виконання. Також сформульована програма допомагає побудувати теоретичну модель, де представлені всі основні її компоненти та зв'язки між ними.

3. *Власне експериментальний,* на якому:

– на основі програми і моделі визначається процедура дослідження;

– за необхідності проводиться (на невеликій вибірці) пілотний експеримент для уточнення валідності обраних тестів та їх відповідності об'єкту, предмету, меті та завданням дослідження;

– проводиться експериментальне дослідження;

– здійснюються статистична обробка даних та їх інтерпретація; на основі отриманих результатів робиться висновок про підтвердження або спростування теоретичних уявлень, гіпотез тощо.

4. На *заключному етапі* дослідник:

– аналізує та узагальнює отримані дані, формулює нові гіпотези;

– проводить за необхідності формувальний експеримент;

– обробляє та інтерпретує отримані дані; за допомогою методів математичної статистики

– оформлює отримані результати, висновки тощо.

Для якісного проведення експерименту Р. Готтсданкер (1982) пропонує дотримуватися таких правил:

– експериментатор організовує процес (не втручаючись у хід його проведення) під час якого, на його думку, має проявитися запланований психологічний факт;

– для виявлення наслідків експериментатор може змінювати умови, за яких проявляються досліджувані явища (процеси);

– змінним, залежно від своїх уподобань, експериментатор може надавати різні значення та оцінювати отримані дані з урахуванням обраної процедури.

Оцінка отриманих під час експерименту дослідних та емпіричних даних повинна базуватися на засадах обраної методології і парадигми. Відповідно до мети та завдань дослідження для проведення якісного та кількісного аналізу вибираються адекватні методи математичної статистики.

Опишемо найбільш поширені види експериментальних досліджень.

Лабораторний експеримент — дослідницька стратегія, згідно з якою діяльність респондента моделюється у спеціальних умовах. Основне завдання лабораторного експерименту — забезпечення відтворюваності досліджуваних характеристик і умов, за яких вони проявляються.

Природний експеримент проводять в умовах, що максимально наближені до звичайної діяльності індивіда.

Для якісного проведення природного експерименту необхідно:

1) здійснити аналіз діяльності досліджуваного та її результатів;

2) виконати фіксацію низки спостережень за цією діяльністю;

3) проаналізувати отримані результати;

4) визначити індивідуально-психологічні особливості досліджуваного або групи досліджуваних.

У природному експерименті основними методами є *спостереження, бесіда* та аналіз продуктів діяльності респондента. Отримані результати обробляються із застосуванням методів кількісного і якісного аналізу.

Способи реєстрації результатів спостережень експериментатор планує та обирає заздалегідь. Спостереження виконуються за таким планом:

– з’ясувати, що і кого потрібно спостерігати;

– визначити, які конкретно психологічні характеристики спостерігатимемо;

– зафіксувати перелік цих характеристик;

– уточнити, у яких ситуаціях ці характеристики будемо спостерігати;

– розробити прийоми реєстрації, за якими фіксуватимемо отримані результати;

– розробити систему оцінювання результатів;

– вибрати методи обробки отриманих даних;

– з’ясувати, що отримано в результаті проведеного експерименту;

– розробити план, згідно з яким інтерпретуватимемо отримані дані;

– визначити, які засоби ми використаємо для запобігання суб'єктивізму та врахування похибок;

– зробити висновки після аналізу та інтерпретації отриманих даних;

– зіставити зроблені висновки з наявними психологічними знаннями, сформулювати практичні рекомендації тощо.

Протоколи спостережень веде експериментатор, якщо до протоколу потрібні якісь додатки, то їх теж треба реєструвати.

Протокол включає відомості про досліджуваних. В ньому зазначаються умови, за яких використовувалися методики, час, місце проведення та отримані результати. Все перелічено повинно мати чітку систему фіксації, яка дасть змогу сформувати зведену таблицю «сирих» результатів. У додатках розміщуються різноманітні другорядні результати і форми реєстрації.

Вирізняють види природного експерименту:

- психолого-педагогічний, під час якого проводиться експериментальне навчання та досліджуються психічні властивості, які при цьому формуються;
- виробничий (проводиться у звичних для досліджуваного умовах його професійної діяльності. При цьому сам досліджуваний може не знати, що він є учасником експерименту);
- польовий, в якому використовують обладнання, а досліджуваних інформують про те, що вони є учасниками експерименту;
- констатувальний, метою якого є встановлення причинно-наслідкових зв'язків між явищами;
- формувальний, що проводиться з метою формування (особливості, явища, властивості тощо);
- модельний (експериментують не з самим об'єктом, а з моделлю, що водночас є і об'єктом і способом дослідження). У модельному експерименті послідовно здійснюють такі операції:

– побудова моделі (власне моделювання);

– перехід від моделі до реального об'єкта;

– перенесення результатів, отриманих із використанням моделі, на реальний об’єкт.

Залежно від мети дослідження розрізняють:

– пілотний, або пошуковий, експеримент, що може не відповідати усім вимогам і проводиться з метою перевірки процедур, які планують використовувати в основному експерименті для уточнення видів функціональних зв’язків між явищами, тощо;

– квазіексперимент — дослідження, в якому експериментатор відмовляється від повного контролю за змінними, оскільки це неможливо здійснити з об’єктивних причин. Будь-який експеримент можна вважати квазіекспериментом, оскільки він відхиляється від ідеального;

– критичний експеримент — спрямований на перевірку альтернативних гіпотез.

Розрізняють також реальний та умовний (мисленнєвий) експерименти. У реальному експерименті гіпотези перевіряються шляхом планомірних змін умов, за яких досліджуються реальні соціально-психологічні явища, процеси, механізми. У мисленнєвому — перевіряють не реальні явища, а інформацію про них. При цьому відсутнє цілеспрямоване втручання у реальні процеси. Такі експерименти часто спричиняють відкриття принципово нових знань, що дає змогу змінювати наші уявлення про всесвіт.

Також експерименти розрізняють за завданнями, які вирішуються під час дослідження, а саме:

1) наукові, що спрямовані на отримання нових знань;
2) прикладні, націлені на отримання практичного ефекту.

Виокремлюють також проективний експеримент (спрямований на майбутнє, коли дослідник проектує наслідки з урахуванням гіпотетичних причин) та ретроспективний (звернений у минуле, коли дослідник оперує інформацією про події, які відбулися, намагається перевірити гіпотези про причини, що мали певні наслідки).

За характером досліджуваних змінних вирізняють експерименти:

1) одно факторні, під час яких перевіряється гіпотеза про наслідки впливу однієї залежної змінної, а також умов, за яких перевіряється одна гіпотеза у комплексі залежних змінних і їхній взаємодії;

2) амбівалентні, коли порівнюються дві умови для незалежної змінної;

3) мультивалентні, що мають більше двох змінних;

4) мегомірні, під час яких визначають вплив кількох (не менше двох) незалежних змінних на кілька залежних змінних;

5) функціональні, під час яких маніпулюють трьома або більше рівнями незалежної змінної та, як наслідок, виявляють функціональний зв'язок між незалежною та залежною змінними.

За контрольованістю експериментальної ситуації експерименти поділяються на:

– неконтрольовані (на їхні результати впливають позаекспериментальні фактори, природа яких залишається нез'ясованою або частково з'ясованою, за свою сутністю такий експеримент нагадує спостереження);

– природні, коли учасники не знають про рівень незалежної змінної, під вплив якої вони потрапляють. Такі експерименти не називають сліпими. яЯкщо ж не тільки учасники, а й експериментатор нічого не знає про рівень незалежної змінної, то тоді ми маємо справу з подвійним сліпим експериментом;

– контрольовані (лабораторні).

Розрізняють також індивідуальний експеримент (результати стосуються одного конкретного досліджуваного) і груповий (результати поширюються на групу, цілу популяцію).

Дослідники виокремлюють експеримент базового рівня — вид дослідження з однією змінною. У такому експерименті демонструються різні ефекти: на основі даних лише одного досліджуваного визначають стійкий базовий рівень, який забезпечує дію незалежної змінної, виявляють зміни, що відбуваються у психічних станах респондента, та очікують відновлення базового рівня.

У матеріалістичній психології експеримент розглядається як головний метод вивчення психіки, оскільки він значно інформативніший, ніж інтроспекція.

Основні переваги експерименту:

– дає змогу отримати реакцію на досліджуване явище та реєструвати особливості її перебігу;

– його можна повторити та зробити додаткову перевірку;

– відповідає принципу об'єктивності, точності, уможливлює реалізацію принципу розвитку.

Психологічний експеримент має ї специфічні особливості та, як і будь-який інший, передбачає:

– визначення об'єкта та предмета дослідження;

– визначення напряму впливу;

– вибір прийомів, процедур та засобів впливу;

– вибір способів реєстрації отриманих ефектів;

– оцінку об'єктивних емпіричних даних та отриманих ефектів.

1.1.4. Формалізація досліджень. Надійність та валідність тесту

Висуваючи вимоги щодо психометричної підготовки психолога, необхідно пам'ятати, що психометрика — це насамперед кількісний аналіз тестових даних. Тест у широкому розумінні означає будь-яку процедуру, що запроваджується для вимірів та оцінювання конкретних факторів або певної групи психологічних явищ, ознак, тестових даних.

Психометрична теорія забезпечує дослідника математичними моделями, які він використовує під час аналізу відповідей на окремі завдання або пункти тестів, тестів у цілому та наборів тестів.

Прикладна психометрика — набір процедур та правил застосування цих моделей в оцінюванні конкретних тестових даних.

Психометричний аналіз здійснюється за такими напрямами:

– унормування та прирівнювання;

– оцінка надійності;

– оцінка валідності;

– аналіз завдань.

Кожний з цих напрямів ґрунтується на певних теоретичних положеннях і передбачає здійснення конкретних процедур у процесі оцінювання дослідницьких методик.

Унормування та порівняння — основні прийоми стандартизації тестів, які включають обстеження репрезентативності вибірки осіб, виявлення різних рівнів виконання тестів та переведення «сирих» тестових оцінок у загальну систему показників (наприклад, Т шкалювання у MMPI). Іноді порівнюють різні форми одного й того самого тесту (наприклад, тест Г. Айзенка, варіанти А та Б). Порівняння дає змогу досліднику приводити тестові оцінки за усіма формами до загальної шкали. Сучасні дослідники використовують такі стратегії порівняння:

перша стратегія передбачає тестування за кожною із обраних форм тесту в еквівалентній (випадково відібраній) групі респондентів із подальшим розташуванням отриманих оцінок за кожною із форм обраного тесту таким чином, щоб рівні оцінки мали рівні відсоткові ранги, тобто така сама частка респондентів повинна отримати таку саму або дещо нижчу оцінку;

друга — точніша, передбачає, що респонденти повинні дати відповіді на запропоновані тести, а для виявлення еквівалентності показників дослідник використовує відповідні рівняння;

третя — пов’язана із проведенням загального тесту або його частини із усіма респондентами. Така загальна оціночна процедура дає змогу прив’язати наступні вимірювання до єдиної шкали. Під час проведення обстеження із використанням різних форм одного й того самого тесту у кожну з форм включають кілька «анкетних завдань», які виконують функцію сполучання тесту;

четверта стратегія характеризує статистичні моделі тестових оцінок, які називають моделями теорії «завдання — відповідь».

Останнім часом прийоми унормування та порівняння активно застосовуються в оцінюванні так званих ***критеріально орієнтованих тестів,*** які використовуються для перевірки мінімальної компетентності випускників середньої школи, підтвердження відповідності отриманого атестату, а також в іспитах на отримання сертифікатів, що дають право займатися різними видами професійної діяльності.

Оцінка ***надійності*** свідчить про те, наскільки результати тестування не залежать від впливу випадкових факторів — зовнішніх чи внутрішніх. До зовнішніх можна віднести, мотивацію, умови тестування, наприклад особливості приміщення, у якому проводиться тестування (наявність звукоізоляції, освітленість, температурний режим, час і місце проведення тестування тощо). До динамічних внутрішніх факторів відносять час, необхідний для виходу на стабільні результати, зміни у темпі роботи та швидкості дій після початку тестування, стомлюваність тощо.

Надійність вказує на міру стійкості результатів у разі повторного тестування. Про надійність тесту свідчить також збіг результатів з уже отриманими із застосуванням еквівалентного тесту. Ступінь надійності тесту можна визначити і за ознакою внутрішньої відповідності, коли порівнянюються результати тестування за окремими його частинами.

Під час використання методу «тест — ре-тест» надійність тесту встановлюється шляхом повторного його проведення в одній й тій ж самій групі через певний проміжок часу. Після цього два отриманих масиви показників порівнюються для з’ясування наявності або відсутності достовірних розбіжностей між ними. Під час використання методу взаємозамінних форм на одній і тій самій вибірці проводять два паралельних заміри. Залучення незалежних експертів для оцінки якості паралельних форм тесту дає можливість встановлювати міру надійності самого тесту та надійності незалежних експертів (за коефіцієнтом конкордації).

У широкому сенсі ***надійність*** тесту — це характеристика того, наскільки точно отримані результати характеризують досліджувані показники.

У вузькому сенсі під ***надійністю*** тесту розуміють ступінь узгодженості результатів, отриманих під час проведення первинного та вторинного тестування одних і тих самих досліджуваних у різні моменти часу із використанням усіляких (але таких, які можна зіставити) наборів тестових завдань. Кожний досліджуваний за результатами тестування на обраній шкалі займає певну позицію (місце) і теоретично це місце для кожного члена вибірки є постійним. Надійним можна вважати такий тест, який у разі повторного проведення для одного й того самого досліджуваного дає розподіл місць на шкалі аналогічний першому тестуванню. В оцінці надійності тесту найчастіше використовуються різні види кореляційного аналізу.

Дослідники ***розрізняють ре-тестову надійність*** (для цього використовують коефіцієнти кореляції результатів первинного та повторного обстежень);

надійність паралельних форм (корелюються між собою результати тестування двох форм одного й того самого тесту, наприклад, тест Г. Айзенка варіант «А» та «Б»);

надійність частин тесту (тест розподіляється на частини, потім корелюються між собою результати тестування першої та другої частин, наприклад, розраховується коефіцієнт альфа-Кронбаха);

факторно-дисперсійну надійність (використовуються спеціальні методи дисперсійного аналізу);

надійність за внутрішньою узгодженістю (оцінюється ступінь вираженості інтеркореляційних зв'язків між завданнями, які становлять сутність тесту).

Валідність — комплексна характеристика тесту, яка включає відомості про особливості досліджуваних явищ та репрезентативність діагностичної процедури щодо цих явищ. Інакше кажучи, валідність дає відповідь на запитання: що дослідник вимірює за допомого обраного тесту та наскільки добре можна виміряти обрану якість? Нині, дослідники налічують близько 36 видів валідності. Нижче, на рисунку 1.1.4, наведено схему основних видів валідності (за: Бурлачук Л. Ф., Морозов С. М., 1999).

Конструктна валідність відображає ступінь репрезентації досліджуваного психологічного конструкта у результатах тесту. Вона визначає характеристику теоретичної структури психологічних явищ, вимірюваних тестом.

Критеріальна валідність — комплекс характеристик, який включає поточну та прогностичну валідність методики та відображає відповідність діапазону та прогнозу конкретному колу критеріїв явищ, що вимірюються.

Валідність за змістом відображає ступінь репрезентативності змісту завдань тесту до вимірюваної ознаки психічних властивостей.

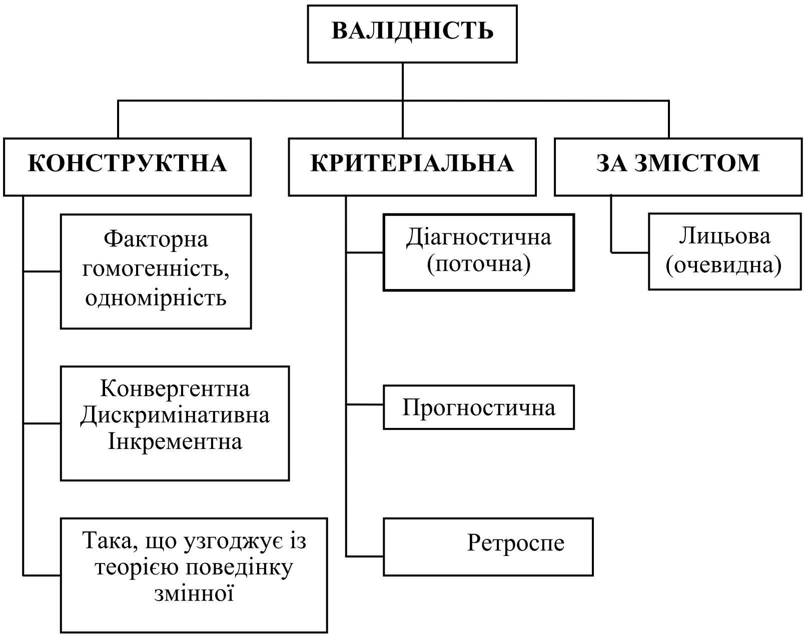


Рис. 1.1.4. Схема основних видів валідності
(за: Бурлачук Л. Ф., Морозов С. М., 1999)

Тестові норми — це кількісні або якісні критерії оцінки результатів тесту, на основі яких дослідник має змогу визначити рівень досягнень або ступінь вираженості психічної властивості, яка вимірюється. Тестові норми встановлюються експериментатором у процесі стандартизації нового тесту шляхом проведення дослідження великої кількості респондентів за певною вибіркою (з урахуванням вікових, статевих, освітніх, статусних та інших показників). Результати, отримані на основі такої вибірки, опрацьовуються із застосуванням методів математичної статистики. Отримані статистичні показники слугують стандартом для оцінки ступеня вираженості досліджуваних якостей певного респондента. За допомогою тестових норм дослідник встановлює, де саме на вимірювальній шкалі містяться отримані дані досліджуваного і дає якісну та кількісну оцінку результатів тестування.

Оцінка валідності характеризує якість висновків, які дослідник отримує під час проведення вимірювальної процедури. Валідність тесту може визначатися з урахуванням валідностей: поточної, критеріальної, конструктивної, інкрементної, діагностичної, прогностичної, змістової, емпіричної, критерію валідизації, валідності за віковою диференціацією тощо. Зазвичай висновок про валідність тесту робиться на основі валідизації щонайменше за чотирма видами.

Прогностична валідність тесту свідчить про наявність/відсутність прогностичного потенціалу даних, отриманих за результатами тестування, і визначається за коефіцієнтами кореляції між даними тестування та ефективністю діяльності. Показник множинної регресії значно підвищує надійність кореляційного аналізу, уможливлює досягнення максимально точного прогнозу критерію поточної валідності та коефіцієнта валідизації шляхом зважування внеску різних тестів.

Змістова валідність вказує, наскільки повно зміст тесту охоплює досліджуване явище, цей вид валідизації особливо значущий для тестів досягнень у навчанні.

Конструктивна валідність дає відповідь на питання, наскільки добре даний тест вимірює властивості, які він гіпотетично повинен вимірювати. Цей вид валідизації здійснюється із застосуванням процедур:

а) реєстрації кількості респондентів, які дали вірні або невірні відповіді, виконуючи певне завдання (розраховується також частка респондентів, які дали неповні відповіді). Таким чином визначається складність завдання для окремих груп респондентів;

б) виявлення кореляцій окремих завдань з іншими змінними (така процедура дає змогу визначити внутрішню узгодженість тесту і його прогностичну валідність);

Оскільки психологи тільки розпочали вивчати та використовувати ці процедури, їхня реальна цінність поки що не визначена.

***

Дайте визначення поняттям:

Залежна змінна…

Незалежна змінна…

Психотехніка…

Психіка…

Експеримент…

Об’єкт дослідження…

Предмет дослідження…

Внутрішня валідність плану дослідження…

Зовнішня валідність плану дослідження…

Тест у психології…

Психометрична теорія…

Прикладна психометрика…

Унормовування та порівняння…

Надійність та її різновиди…

Валідність та її різновиди…

Тестові норми…

Оцінка валідності та її різновиди…

Процедури аналізу завдань…

Контрольні питання

1. Історія розвитку експериментальної психології.
2. Методологічні положення експериментальної психології.
3. Об’єкт, предмет, гіпотеза, проблема, проблемна ситуація, ціль та завдання дослідження.
4. Формалізація досліджень. Надійність та валідність тесту.

Творче завдання

1. Опишіть етапи розвитку експериментальної психології.

2. Опишіть методологічні положення експериментальної психології.

3. Опишіть вимоги до формалізації досліджень та дайте відповідь на питання, що таке надійність та валідність тесту.

Конспект першоджерел

1. *Фресс П.* Экспериментальная психология / П. Фресс, Ж. Пиаже. — М. : Прогресс, вып. III, 1970. — 200 с.; вып. VI, 1978. — 300 с.

Література

1. *Ананьев Б. Г.* Развитие психо-физиологических функций взрослых людей. — М. : Педагогика, 1972. — 248 с.

2. *Ананьев Б. Г.* Человек как предмет познания. — Л. : ЛГУ, 1969. — 340 с.

3. *Анастази А.* Психологическое тестирование / А. Анастази, С. Урбина. — [7-е изд.]. — СПб.: Питер, 2003. — 688 с.

4. *Анцыферова Л. И.* О диалектической концепции онтологического развития (предисловие к кн. А. Валлон «Психологическое развитие ребенка»). — М. : 1967. — С. 57–117.

5. *Бурлачук Л. Ф.* Словарь-справочник по психодиагностике / Л. Ф. Бурлачук, С. М. Морозов. — СПб. : Питер Ком, 1999. — 528 с.

5. *Бушер Я. И.* Методики и основные эксперименты по изучению мозга и поведения / Бушер Я. И., Бушерова О., Хьюстон Дж. П. — М. : Высшая школа, 1991. — 339 с.

6. *Веккер Л. М.* Психические процессы / Л. М. Веккер. — Л. : ЛГУ, 1974. — Т.1. 336 с.; Т.2. 1976. — 342 с.; Т.3. 1981. — 326 с.

7. *Готтсданкер Р.* Основы психологического эксперимента / Р. Готтсданкер. — М. : МГУ, 1982. — 464 с.

8. *Дорфман Л. Я.* Методологические основы эмпирической психологии: учебн. пособ. [для студ. высш. учебн. завед.]. — М. : Смысл; Изд. центр «Академия», 2005. — 288 с.

9. *Дружинин В. Н.* Экспериментальная психология: учебник для вузов / В. Н. Дружинин. — [2-е изд., доп.]. — СПб. : Питер, 2003. — 319 с.

10. *Крылов А. А.* Практикум по общей, експериментальной и прикладной психологии / Крылов А. А., Маничев С. А. — [2-е изд., доп. и перераб.]. — СПб. : Питер, 2005. — 560 с.

11. *Пейсахов Н. М.* Прикладная психология высшей школы / Н. М. Пейсахов. — Казань, 1979. — 270 с.

12. *Роменець В. А.* Історія психології XX століття / Роменець В. А., Маноха І. П. — К.: Либідь, 1998. — 992 с.

13. *Стоунс Ф.* Психопедагогика / Ф. Стоунс. — Москва, 1984. — 440 с.

14. *Теплов Б. М.* Избранные труды / Б. М. Теплов. — Москва, 1985. — Т. 1. — 328 с., Т. 2. — 360 с.

15. *Фресс П.* Экспериментальная психология / Фресс П., Пиаже Ж. — Москва, 1966. — Т. 1. — 300 с.; 1966. Т. 2. — 200 с. ; 1970. — Т. 3. — 344 с.; 1973. — Т. 5. — 288 с.; 1978. — Т. 4. — 304 с.

16. *Шульц Д. П.* История современной психологи / Шульц Д. П., Шульц С. Э. [пер. с англ.]. — СПб. : Евразия, 1998. — 528 с.

17. *Ярошевский В. А.* Развитие и современное состояние психологической науки СССР / В. А. Ярошевский. — М. : Педагогика, 1975. — 365 с.

18. *Ярошевский М. Г.* Развитие и современное состояние зарубежной психологии / Ярошевский М. Г., Алциферова Л. И. — М. : Педагогика, 1974. — 304 с.

1.2. ПСИХОЛОГІЧНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ, ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ МЕТОДИ

1.2.1. Експеримент, експериментальні методи та їх основні модифікації у психології

Психологічний експеримент — це дослідження, під час якого здійснюється перевірка гіпотези. Для цього створюються певні умови і/або застосовуються спеціальні процедури. Основним завданням дослідника є забезпечення контролю і умов, за яких причинно-наслідкові зв'язки між досліджуваними явищами виявляються однозначно. Для цього визначаються вихідна умова (*незалежна змінна) і* наслідок (*залежна змінна*). Відповідно до дослідницьких завдань експеримент можна ускладнювати введенням додаткових незалежних та залежних змінних. Проводиться експериментальне дослідження за ретельно прописаним планом. Існують різні *плани експериментів*. Перелічено основні з них:

Перехресний план є моделлю простої зрівноваженої повторної процедури. Результати досліджень, отриманих за допомогою конкретної «тестової батареї» у випадково відібраній групі **А,** порівнюються з аналогічними результатами групи **Б**. При цьому група **А** працює у звичайних умовах ($\mathbf{X^1}$), тоді як до діяльності групи **Б** додається експериментальний фактор ($\mathbf{X^{11}}$). Величина різниці *(обчислюється відповідними методами математичної статистики*) між кінцевими результатами дослідження групи **А** та групи **Б** свідчитиме про ефективність або її відсутність у зв'язку з застосуванням експериментального фактора. Як і всі методи, він може ускладнюватися, наприклад, до дзеркального відображення: обидві випробувані групи тестуються в обох послідовностях (рис. 1.2.1).

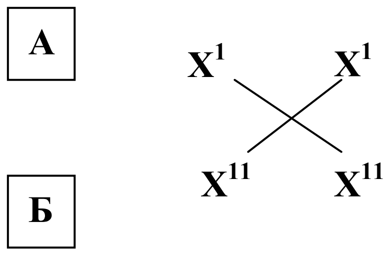


Рис. 1.2.1

***Лонгитюдинальний план* —** довготривале онтогенетичне дослідження одних і тих самих респондентів.

Лонгитюдинальні плани можуть відрізнятися:

1) кількістю обстежуваних;
2) загальним часом проведення експерименту;
3) частотою або періодичністю реєстрації показників;
4) цілями, методами та методиками дослідження.

Одним з різновидів лонгитюдинального плану є план поздовжнього зрізу, який у найпростішій формі виражається проведенням зрізів до та після експерименту (рис.1.2.2).

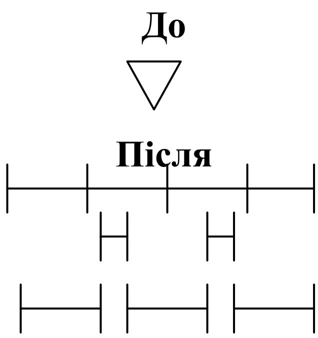


Рис. 1.2.2

Груповий план. Після випадкового добору учасників експерименту їх розподіляють на дві однакові групи — експериментальну (**ЕГ**), до діяльності якої додається експериментальний фактор (**X^{11}**), та контрольну (**КГ**), яка працює за звичайних умов (**X^{1}**). *Тотожність відібраних груп підтверджується відповідними методами математичної статистики за умов відсутності достовірних розбіжностей між досліджуваними параметрами* (рис. 1.2.3).

ЕГ: X^{11}

КГ: X^{1}

Рис. 1.2.3

Факторний план передбачає, що під час реалізації різних дослідницьких завдань контролюють кілька незалежних величин. Найпростішою конфігурацією факторного плану є матриця два на два. У наведеному на рисунку 1.2.4 прикладі розглядається фактор статі (чоловіча, жіноча), який двічі протиставляється фактору **X** (наприклад, інтерес до занять бальними танцями) та обчислюється середнє значення.

♀ **X**   **X** ♂

/ \   / \

\+ —   \+ —

2 2 4 0
0 4 6 2

Середнє 1 3 5 1
значення

Рис. 1.2.4

Після цього можна продовжити дослідження та відповісти (*використовуючи коректні методи статистичної обробки даних*) на запитання, чи існує між ознаками статі та X кореляційний зв'язок і на якому рівні?

Мультиваріантний план застосовують тоді, коли поряд з кількома незалежними величинами є кілька залежних. Таке дослідження охоплює багато процесів і потребує використання математичних методів обробки з великою кількістю обчислень (рис. 1.2.5).

План поперечного зрізу передбачає одноразове одночасне проведення замірів на випадково відібраних учасниках експерименту (різновид констатувального експерименту). Комбінація поздовжнього та поперечного зрізів має назву ***панельного дослідження*** (рис. 1.2.6).

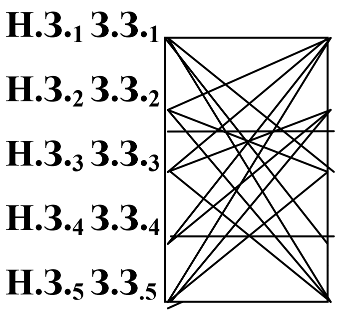


Рис. 1.2.5

▽ — Відбір методик та досліджуваних

▽ — Планування та проведення експерименту

▽ — Обробка отриманих результатів

Рис. 1.2.6

1.2.2. Використання психофізіологічних показників у психологічному експерименті

Реєстрація психофізіологічних показників — одна з найстаріших традицій експериментальної психології. Власне фізіологічні показники типові для традиційних фізіологічних експериментів потребують від дослідника операційної або фармакологічної ізоляції, чи нейтралізації, окремих органів від діяльності організму в цілому або реєстрації відлуння фізіологічних реакцій на подразник. Психолога зазвичай цікавить діяльність організму в цілому, тому психофізіологічні показники як індикатори психофізіологічних кореляцій відкривають шлях до розуміння механізмів, що лежать в основі досліджуваного явища, процесу тощо. Отже, отримання об’єктивних психофізіологічних показників, розуміння психологом фізичних, фізіологічних, математичних, суто психологічних та конструктивних особливостей природи та джерела зафіксованого сигналу є необхідними та мінімальними умовами достовірної інтерпретації даних. На рисунку 1.2.7 наведено схему реєстрації найбільш поширених психофізіологічних даних.

За характером джерела виокремлюють три групи сигналів:

– сигнали ендогенного походження, тобто такі, які виникають у самому організмі. У цьому випадку перед дослідником постає проблема локалізації джерела та способів реєстрації сигналів (тиску, прискорення, сили, теплової енергії тощо);

– сигнали екзогенного походження, коли передача сигналу стає непрямою. До таких сигналів можна віднести показники шкірогальванічної реакції (ШГР), показники використання луна-методики, енцефалоелектрографії (ЕЕГ), комп'ютерної рентгенівської томографії (КРТ), магнітоенцефалографії (МЕГ), позитрон-емісійної томографії (ПЕТ), магніторезонансного відображення (МРВ) тощо;

– сигнали, джерело яких вводиться в організму людини штучно з метою відстеження його пересування в організмі. Це електромагнітні, радіоактивні, магнітні або світлові сигнали.

Існує проблема викривлення та реєстрації сигналу у реальному режимі часу. Розрізняють такі види сигналів:

а) сигнали, які без перешкод передаються повітряним шляхом. Такий сигнал може бути прийнятий на відстані поза межами тіла досліджуваного. Це стосується електромагнітних хвиль, механічних коливань тощо;

б) сигнали, які під час передачі на відстань потребують підтримки. Для виявлення такого сигналу необхідні зонди-передавачі. Зонди-передавачі бувають механічні, для виявлення переміщень (точки прикладення важеля коробки передач), і такі, що проводять рідину (внутрішньоартеріальна канюля для виміру тиску). Так, зонди, розташовані на поверхні м'яза, що працює, зареєструють тим більше електричних явищ, чим більшу поверхню та відстань вони охоплюють (міографія). Така ситуація справедлива і для електроенцефалографії, де проблема відстані між електродами набуває великого значення.

Треба зазначити, що психофізіологічні показники належать до категорії таких сигналів, які неможливо спостерігати безпосередньо після того, як вони виявлені. Для їх реєстрації зазвичай необхідно застосовувати підсилювачі, які можна розподілити на три типи: механічні, оптичні, електронні. Залежно від методів, які використовує експериментатор, розрізняють пристрої резисторні (потенціометри, або датчики напруги), індуктивні (такі, що реєструють переміщення магнітної маси в електричному полі), ємнісні (ті, що реєструють зміни діелектричного простору між двома поверхнями, які проводять струм) та термоіонічні (рухомий катод у генераторній лампі). В усіх цих випадках прилад підключається до джерела електроенергії, а зміни величини струму на виході дають сигнали, аналогічні змінам, що відбуваються в об'єкті, який ми вивчаємо.

Інші прилади побудовані за принципом безпосереднього виробництва електричної енергії. Такими є деякі напівпровідникові, або п'єзоелектричні кристали. Явище такого роду використовується у перетворювачах теплової енергії, у термопарах (нікель — хром), які виробляють електричний струм.

На точність та повноту інтерпретації даних, отриманих дослідником, суттєво впливають також конструктивні особливості приладу, характеристики отриманих сигналів, джерела похибок.

Загальновідомо, що прилад за допомогою якого реєструють або вимірюють ті чи ті психофізіологічні показники має бути чутливим, точним та надійним у роботі.

Чутливість приладу повинна відповідати завданням експерименту та величинам, які вимірюються. Якщо діапазон вимірювання великий, тоді в експериментатора під час збору даних можуть виникнути певні труднощі.

Точність вимірювань залежить від конструктивних характеристик обраної дослідником апаратури. Похибка вимірювання визначається як миттєва різниця між величинами психофізіологічного явища, що вивчається, та величиною, яку видає пристрій під час вимірювання цього явища.

Надійність передбачає можливість відтворити результати вимірювань, тобто ми отримуємо дані про те, наскільки стабільно працює апаратура.

Ідеальним можна вважати такий прилад, який дає змогу фіксувати результати, що віддзеркалюють усі нюанси перебігу психофізіологічних процесів, явищ, механізмів у реальному режимі часу. Отже, ідеальний прилад має відповідати статичній та динамічній точності, фізіологічній реактивності (термін, запроваджений Бертоном, 1954).

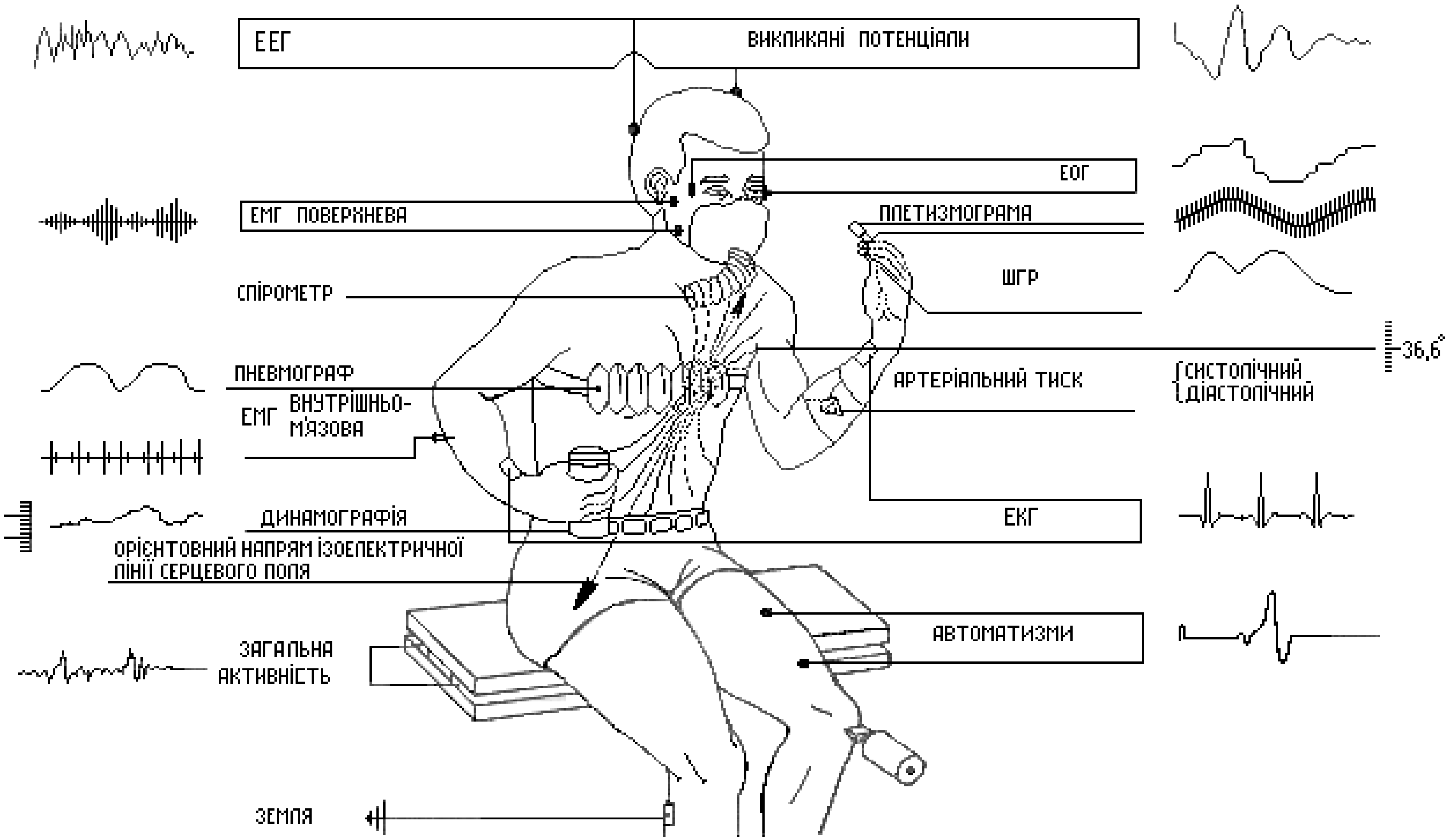


Рис. 1.2.7. Багатоканальна реєстрація найбільш поширених видів психофізіологічних показників індивіда

Статична точність відображує здатність приладу підтримувати лінійну залежність між вхідним та вихідним сигналами у стаціонарних умовах, незалежно від характеру зміни сигналу.

Динамічна точність характеризує здатність приладу відтворювати швидкі зміни сигналу у реальному режимі часу.

Фізіологічна реактивність, за Бертраном, означає викривлення фізіологічного явища, яке вивчається. Це зумовлено конструктивними особливостями приладу, системою реєстрації отриманих результатів та процедурою фіксації датчиків.

Для якісної оцінки функціональних та експлуатаційних показників приладів, що використовуються в експериментальній психології, необхідно проаналізувати вартісні показники їхніх складових частин за такою схемою:

- фізичні підвалини, закладені у конструкцію приладу та датчиків;
- конструктивно-технологічні засоби забезпечення дозвільної спроможності та чутливості приладу та датчиків;
- потреба в коштовних металах для їх виготовлення;
- складність схемотехнічних рішень;
- способи та засоби забезпечення реєстрації фізіологічних показників;
- складність інтерфейсних функцій;
- функціональні та ергономічні можливості математичного забезпечення;
- ергономічні показники, що забезпечують комфортні умови для досліджуваного та експериментатора;
- загальна вартість одного каналу.

Наведемо порівняльні характеристики найбільш поширених видів психофізіологічних показників індивіда, які фіксуються за допомогою відповідних датчиків.

1.2.2.1. Датчики дихання

За фізичними засадами датчики дихання можна класифікувати за трьома класами.

До першого класу відносять датчики, розроблені за принципом перетворення механічного зсуву на тиск, а тиску — на електричну напругу. Наприклад, гофровані еластичні трубки з датчиком тиску. Датчики цього класу потребують створення попереднього тиску на тіло досліджуваного. Через подвійне перетворення ці датчики мають значну нелінійність, для усунення якої необхідні значні конструкторські та технологічні зусилля, що підвищує їх кінцеву вартість.

Другий клас умовно поділяється на два підкласи. До першого відносять датчики, створені на фізичних засадах п’єзоефекту. До другого підкласу — датчики, створені на фізичних засадах тензоефекту (тензодіоди).

Датчики, створені на фізичних засадах п’єзоефекту, широко впроваджувалися у виробництво різних приладів з 20-х по 40-ві роки XX ст. Попри всю простоту виробництва та високу чутливість, датчики на п’єзоефекті мають суттєві недоліки, а саме низьку дозвільну спроможність, зумовлену тим, що вони відчувають вплив акустичних перешкод. Крім того, їм властива часова деградація, велика нелінійність, а також значна залежність від температури та вологості навколишнього середовища.

Датчики, створені на фізичних засадах тензоефекту, характеризуються відсутністю часової деградації параметрів, не підлягають впливу акустичних шумів, мають більшу дозвільну спроможність та менші показники нелінійності. Оскільки у них практично відсутня часова деградація і є незначна залежність від впливу зовнішніх дестабілізуючих факторів, вони дають змогу за допомогою схемотехнічних рішень компенсувати цю нелінійність і використовувати лінеаризовані результати вимірювань для розрахунків параметрів дихання. Утім, ці датчики потребують значно більшого початкового тиску на тіло досліджуваного, що іноді зводить досягнуті переваги нанівець.

До третього класу слід віднести датчики безпосереднього вимірювання. Це електроди, які закріплюються на тілі досліджуваного і реєструють динаміку змін електричного опору тканин людини під час дихання. Такий засіб реєстрації параметрів дихання характеризується простотою датчика, але доволі складними схемотехнічними рішеннями електронного блоку реєстрації. Основним недоліком таких датчиків є те, що вони повинні кріпитися безпосередньо до тіла досліджуваного і потребують складного електронного блоку реєстрації, а отже, значно підвищується вартість приладу. Їхніми перевагами порівняно з іншими датчиками є те, що вони практично не потребує початкового тиску на тіло досліджуваного, мають високі лінійність, чутливість, дозвільну спроможність, стабільність параметрів і не підлягають впливу дестабілізуючих факторів довкілля.

1.2.2.2. Датчики кров'яного тиску

За фізичними засадами датчики кров'яного тиску розподіляються на два класи.

До першого належать класичні датчики кров'яного тиску, що вимірюються за методом Короткова. Цей метод використовується у проведенні експериментальних досліджень майже всіма дослідниками з деякою власною модифікацією. За цією модифікацією, у манжетці створюється початковий тиск від 30 до 50 мм ртутного стовпчика. Величина початкового тиску контролюється стрілочним манометром, який змонтовано поряд з грушею підкачки, а динаміка змін кров'яного тиску реєструється датчиком тиску, який вмонтовано у манжетку. Така технологія вимірювань існує з 20-х років минулого століття. Якщо стрілочний манометр упродовж всього часу свого існування практично не змінювався, то датчик реєстрації тиску зазнав низку змін відповідно до конструкторських і технологічних рішень. Це дало можливість сучасним дослідникам з достатньою надійністю та точністю реєструвати зміни кров'яного тиску впродовж усього часу проведення досліджень. У деяких приладах, крім реєстрації кров'яного тиску та кардіосигналу, використовують ще й пальцевий датчик фотоплетизми, а показники лінійності сигналів у процесі їх реєстрації та підсилювання відрізняються високою якістю.

До другого класу відносять твердотільні датчики кров'яного тиску, які не потребують пневмоманжеток, а початковий тиск у них створюється шляхом натягування еластичного паска (без можливостей контролю величини натягування). Реєстрація динаміки змін кров'яного тиску має нелінійний характер, що знижує якісні показники реєстрації. Такі датчики характеризуються відносно низькою вартістю та простотою виготовлення. У деяких приладах динаміка змін кров'яного тиску розраховується шляхом математичної обробки сигналу фотоплетизми. Такий підхід до завдання реєстрації динаміки змін кров'яного тиску є найефективнішим з погляду технічних і методологічних рішень та фінансових витрат.

1.2.2.3. Датчики фотоплетизми

Датчики фотоплетизми, використовувані у різних приладах, базуються на єдиних фізичних засадах — фотоефекті. Вони мають загальні конструкторські та технологічні принципи побудови, але існують розбіжності в електронних схемах підсилювання та формування сигналів. Це відбивається на лінійності сигналів, яка визначає дозвільну спроможність приладу та забезпечує компенсацію можливих перешкод. За допомогою цих сигналів реєструється динаміка змін кровонаповнення судин, як правило, пальця руки. Деякі дослідники під час використання фотоплетизми для підсилювання та формування сигналів застосовують оригінальні рішення. Останні дають можливість не використовувати частотні фільтри для боротьби з перешкодами промислового походження, досягати високої лінійності підсилювання сигналу, завдяки чому підвищується інформативна спроможність датчиків.

1.2.2.4. Електроди реєстрації шкірогальванічних реакцій (ШГР)

Від початку реєстрації ШГР минуло майже сто років, та ще й досі остаточно не з'ясована теоретична основа прояву феномену ШГР. Способи реєстрації ШГР залишилися майже незмінними, а розробки систем реєстрації ШГР здійснюються шляхом спроб та помилок.

Електроди, що застосовуються у різних приладах для реєстрації ШГР, мають спільну конструкторську базу, але відрізняються за властивостями матеріалів, з яких вони виготовлені. Для виготовлення одних електродів використовують хлор — срібло, для виготовлення інших — звичайний нікель або нержавіючу сталь. Хлор — срібло використовується в електродах для зменшення їхньої поляризації, що негативно впливає на реєстрацію ШГР. У процесі експлуатації таких електродів виникає потреба у додаткових витратних матеріалах, зокрема, спеціальному електродному гелі, який нейтралізує поляризацію до незначного рівня. Нікелеві електроди, або електроди з нержавіючої сталі, також деякою мірою зазнають поляризації, що обмежує в часі ефективність реєстрації ШГР, таким чином, потреба у витратних матеріалах для цих електродів зникає. Нині більшість дослідників використовують хлоросрібляні електроди.

1.2.2.5. Датчики реєстрації загальної активності

Датчики реєстрації загальної активної базуються на фізичних засадах п'єзоефекту, або магнітострикції. Вони використовуються для отримання уявлення про характер поведінки досліджуваного під час діагностування. Ці датчики відрізняються між собою конструкторськими рішеннями, місцем розташування і кількістю точок контролю. Дані, отримані за допомогою цих датчиків, не потребують обчислення, а використовуються експертом лише як допоміжна інформація для уточнення інтерпретації.

1.2.2.6. Сучасний дослідницький комплекс для реєстрації психологічних та психофізіологічних показників

Існуючі у світі способи реєстрації психологічних та психофізіологічних показників не відповідають сучасним вимогам надійності. Питома вага людського фактора серед причин техногенних катастроф, помилок під час виконання службових обов'язків та інших подій постійно зростає. Дефіцит часу для прийняття креативних рішень зростає у геометричній прогресії, а методи діагностики психологічних та психофізіологічних показників базуються на застарілих методологічних підходах і способах їх реєстрації. Відсутність надійної діагностичної апаратури унеможливлює належне психологічне забезпечення діяльності у системах «людина — техніка — соціально-психологічне середовище» (ЛТСПС), «людина-людина — соціально-психологічне середовище» (ЛЛСПС) тощо. Традиційні методи психологічної та психофізіологічної діагностики, що використовуються відповідними службами, не відповідають сучасним вимогам достатності й повноти науково-методичного та матеріально-технічного забезпечення. Заходи щодо вдосконалення якості психологічного забезпечення діяльності мають фрагментарний, відомчий характер.

Варто звернути увагу й на відсутність планомірної професійної підготовки та перепідготовки фахівців відповідного профілю, брак науково-дослідних центрів, які здійснюють не тільки розробку й упровадження в практику новітніх приладів і комплексів, а й підготовку та перепідготовку фахівців. Фактично відсутня планомірна система створення банків даних, на основі аналізу яких професійно, на належному науковому рівні, здійснювалися б рестандартизація існуючих, розробка й стандартизація нових тестів і »тестових батарей», написання й видання відповідних методичних посібників, навчальної та довідкової літератури тощо.

На відміну від існуючих приладів, наша команда за фінансової та виробничої підтримки з боку Казенного Підприємства «Центральне конструкторське бюро «Арсенал» (КП «ЦКБ «Арсенал») розробила багатоканальний комп'ютерний діагностичний дослідницький комплекс **ДИК–01.01.** Аналогів у світовій практиці не існує. Загальний вигляд і стислий опис комплексу подаємо нижче (рис.1.2.8).

НАПРЯМИ ВИКОРИСТАННЯ

1. Комплекс використовується для вирішення завдань, пов'язаних із проведенням професійного відбору і дає змогу діагностувати:

Хронометричні показники:

– реєстрація латентного часу: простої зорово-моторної реакції згиначів та розгиначів вказівного пальця; складної зорово-моторної реакції вибору та переробки знака; точності відтворення заданого інтервалу часу; реакції на об'єкт, що рухається (РОР) у трьох режимах: I — стрілка секундоміра рухається у звичайному режимі, II — стрілка секундоміра рухається у 10 разів щвидше за звичайний режим, III — стрілка секундоміра рухається у 50 разів швидше за звичайний режим (забезпечується використанням трьох спеціальних кнопок, які уможливлюють реєстрацію з високою точністю часових відрізків від початку руху пальця до приведення його у вихідне положення);

– реєстрація критичної частоти миготінь (здійснюється за умов зміни частоти появи спалаху світлодіода, яку спостерігає досліджуваний у двох режимах: I — збільшення частоти миготінь, II — зменшення частоти миготінь);

Психофізіологічні показники:

– синхронна реєстрація шкірогальванічної реакції та вербальних відповідей досліджуваного на питання експериментатора (або стимули, які виводяться на екран дисплею досліджуваного). За такого підходу, шляхом фіксації змін емоційного стану досліджуваного під час тестування та скринінгової перевірки, можна підвищити надійність результатів до 95%. При цьому експерт має можливість фіксувати ступінь підвищення емоційного напруження під час відповіді на конкретне питання або судження.

Нейродинамічні показники:

– теппінг-тест (модификації О. Р. Малхазова). Реєстрація забезпечується використанням двох спеціальних кнопок, які дають змогу з високою точністю фіксувати часові відрізки від початку руху пальця до приведення його у вихідне положення; загальну кількість ударів під час виконання теппінг-тесту;

– кількість ударів за кожний 5-и секундний відрізок упродовж виконання теппінг-тесту;

– середнякількість ударів за 1 с (максимальний темп — перші 15 с; оптимальний темп — наступні 60 с; останні 15 с — максимальний темп);

– середня кількість ударів за кожні 5 с (максимальний темп — перші 15 с; оптимальний темп — наступні 60 с; останні 15 с — максимальний темп);

– дають можливість визначити: а) ритмограми за 90 с у цілому, перших 15 с — максимального темпу, наступних 60 — оптимального темпу, та останніх 15 с — максимального темпу; б) «коридор» від максимуму до мінімуму за 90 с у цілому, перших 15 — максимального темпу, наступних 60 — оптимального темпу, останніх 15 с — максимального темпу; в) коефіцієнт коливання кількості ударів між максимальним та оптимальним темпом, між кількістю ударів у перших та останніх 15-и секундних відрізках (максимальний темп), між кількістю ударів у кожному з 5-и секундних відрізках (максимальний та оптимальний темп); г) кількість повних циклів за секунду; t1 — час, від початку сигналу до початку руху; t2 — час, від початку руху до досягнення опори; t3 — час, від початку досягнення опори до початку зняття пальця з опори; t4 — час, від початку зняття пальця з опори до приведення його у вихідне положення; t5 — час, витрачений на один повний цикл;

– психофізіологічні особливості сприймання часу взагалі та ритмової структури як показника рівня сформованості координаційної структури, ступеня сформованості міокінетичного потенціалу та індивідуальних розбіжностей.

З’являється можливість проведення окремо для кожного з досліджуваних порівняльного аналізу не тільки між циклами t5, а й виявлення динаміки та характеру змін показників (t_1; t_2 ; t_3; t_4) для кожної з складових конкретного циклу та всіх циклів загалом; розраховувати мінімальні часові пороги активації корекційних процесів (мінімальні часові пороги механізму, що зіставляє) в організації, побудові та управлінні руховою діяльністю.

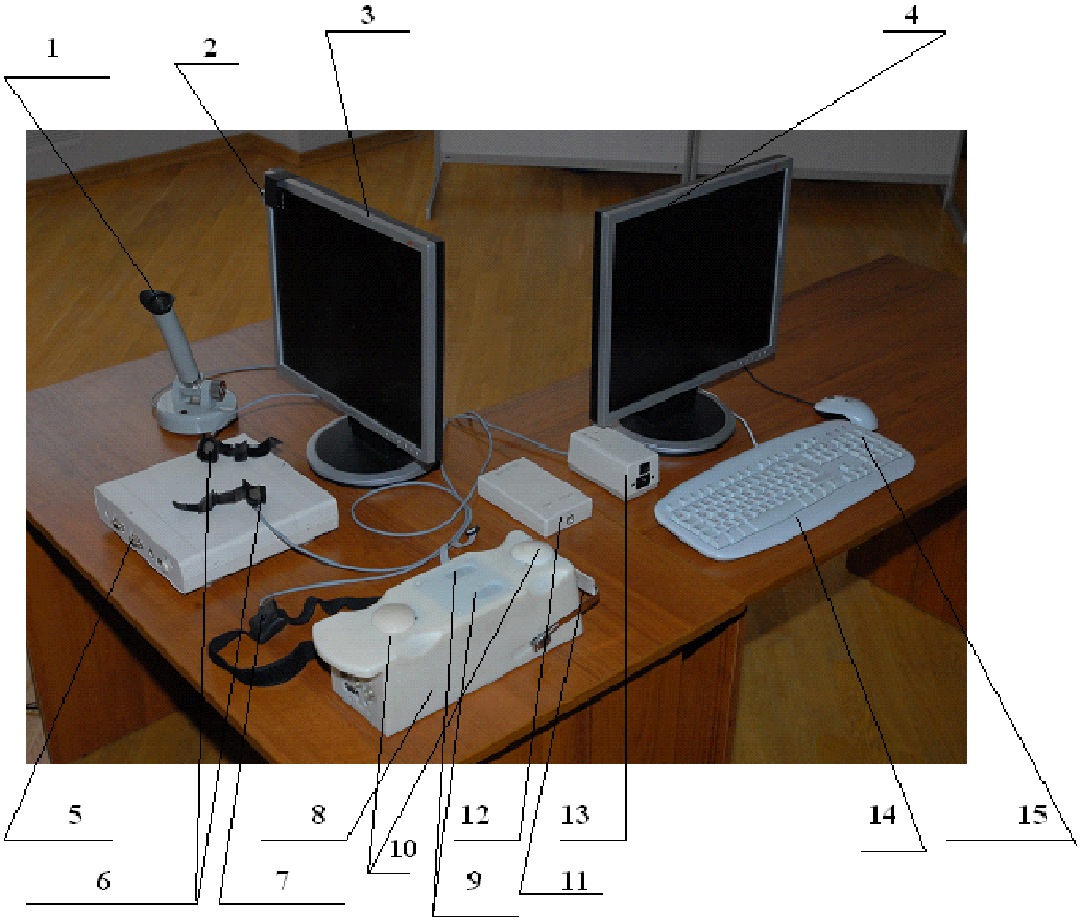


Рис. 1.2.8. Загальний вигляд комплексу «ДИК — 01.01»

Умовні позначення: 1 — блок реєстрації критичної частоти миготінь (КЧМ); 2 — блок фотодатчика; 3 — монітор досліджуваного; 4 — монітор експериментатора; 5 — блок реєстрації та обробки сигналів шкірогальванічних реакцій (ШГР) та голосового повідомлення досліджуваного; 6 — датчики шкірогальванічних реакцій; 7 — мікрофон досліджуваного; 8 — блок реєстрації хронометрії; 9 — датчики реєстрації показників теппінг-тесту; 10 — ергономічні подушечки для долонь досліджуваного; 11 — обмежувальна планка; 12 — блок інтерфейсу; 13 — блок живлення; 14 — клавіатура ПК експериментатора; 15 — «мишка»

Індивідуально-типологічні та особистісні характеристики респондентів:

– діагностика рис особистості та індивідуально-типологічних характеристик з використанням стандартизованих опитувальників, з яких складається «базова тестова батарея»: MMPI (повний для чоловіків та жінок з 213-ма додатковими шкалами), тести Г. Айзенка, К. Леонгарда, Я. Стреляу, Л. Терстоуна.

Діагностика може здійснюватися у трьох режимах: ***експрес — 20–30 хв.; поточний — 2–3 год.; поглиблений — до 8 год.***

Комплекс може бути використаний:

- **для вирішення завдань психологічного забезпечення діяльності:**

– отримання інформації для висновку стосовно професійної придатності; про особливості функціонального стану та готовності досліджуваного ефективно виконувати покладені на нього обов'язки (виявлення психофізіологічної ціни роботи, індивідуальні показники максимально доступної та оптимальної величини навантаження і відпочинку, найімовірніші зони допущення помилок під час виконання завдання, індивідуальний рівень (міокінетичний потенціал) рухової обдарованості, ступінь сформованості складної навички у цілому та окремих її елементів, образів виконання руху, дії, діяльності та сенсомоторного поля індивіда тощо);

– визначення напряму психокорекційної роботи і т. ін.;

– виявлення проблемних для досліджуваного моментів під час обговорення окремих тем (мотивація вступу на роботу, ставлення до наркотиків, алкоголю, достовірність анкетних даних, зв'язок з криміналом тощо);

- **для оволодіння уміннями (саморегуляції та контролю за діяльністю):**

– БЗЗ (біологічний зворотний зв'язок) — навчання, спрямоване на оволодіння досліджуваним уміннями управляти та контролювати несприятливі емоційні стани;

– виявлення індивідуальних переваг (аудіо-, відеосигнали та запахи) під час проведення сеансів релаксації тощо;

- **під час розробки нових систем та тренажерів:**

– комплекс дає змогу виконувати високоточні дослідження особливостей діяльності функціональних систем та отримувати дані, необхідні для розробки принципово нових підходів до конструювання тренажерів та систем управління;

- **для проведення фундаментальних наукових досліджень:**

– дозвільна спроможність пристроїв комплексу, що реєструють сигнали, уможливлює здійснення наукового пошуку у психології, психофізіології, психогігієні, спорті та інших видах діяльності.

Додаткові можливості комплексу:

– отримані дані обробляються за допомогою авторських програм та відомих методів математичної статистики;

– інформація автоматично зберігається у базі даних. Це дає можливість у подальшому уточнювати існуючі стандарти, професіограми, психограми, показники та критерії оцінки ефективності діяльності;

– спеціально розроблена комп'ютерна програма дає змогу розпізнавати відповіді досліджуваного та фіксувати їх на дисплеї разом із числовими показниками параметрів, що реєструються.

ТЕХНІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ

1. Прилади комплексу підключаються до входу «USB» ПЕОМ за допомогою IRDA інтерфейсу, який забезпечує інфрачервоний канал обміну даними ПЕОМ.

2. Програмне забезпечення ПЕОМ постачається на CD-R диск із захистом від несанкціонованого використання.

3. Час безперервної роботи комплексу складає 16 год.

4. Маса складових частин комплексу (без ПЕОМ та моніторів): РПФС-01.0–5,78 кг, модифікований «Вектор 02.0» — 5 кг.

5. Потужність, яка споживається із промислової мережі ~ 220 В 50 Гц, не більше 18ВА (кожним виробом).

6. Строк експлуатації комплексу — 10 років.

7. Комплекс відповідає вимогам, які ставляться до електробезпеки відповідно до «ГОСТ 2.2.025-75 клас 2 тип В».

Наведемо приклади відображення термінової інформації на дисплеї експериментатора (рис.1.2.9–1.2.21).

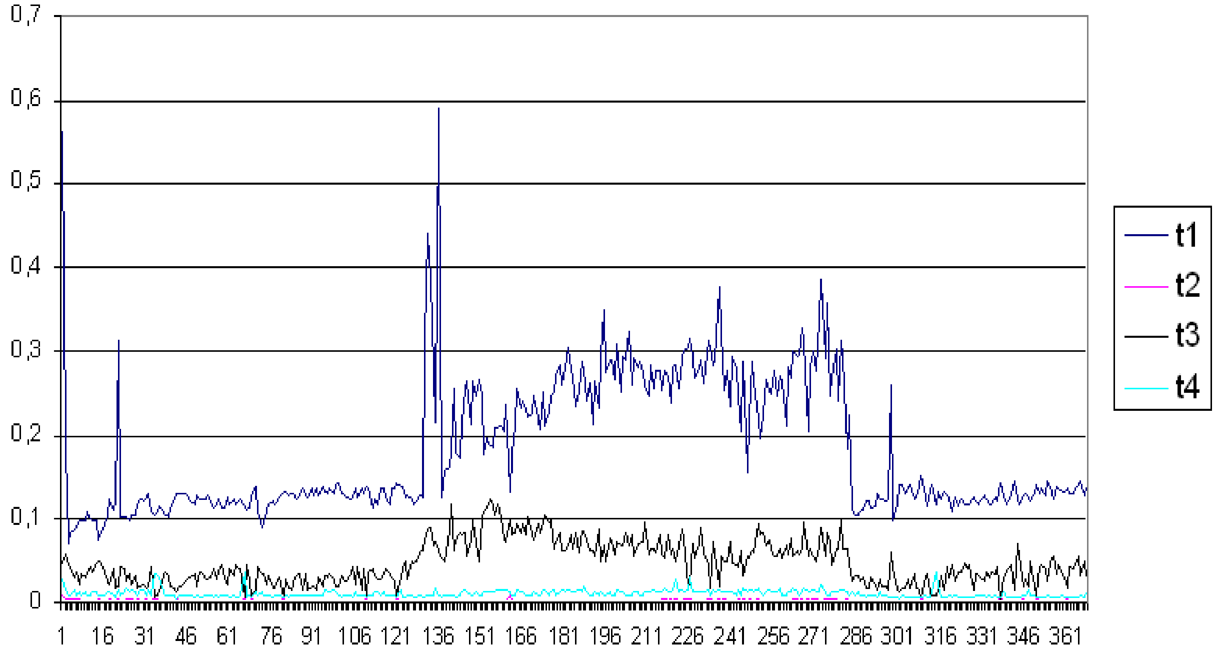


Рис. 1.2.9. Динаміка часових та кількісних показників під час виконання теппінг-тесту респондентом А

Умовні позначення: по вісі значень — часові характеристики у с; по вісі категорій — кількість ударів за 90 с виконання досліджуваним теппінг-тесту модифікації О. Р. Малхазова; (t_1) — час від команди про початок виконання тесту до початку руху вказівного пальця, (t_2) — час від початку руху вказівного пальця до дотику з опорою, (t_3) — час від початку дотику з опорою вказівного пальця до початку його зняття з опори, (t_4) — час від початку зняття з опори вказівного пальця до приведення його у вихідну позицію.

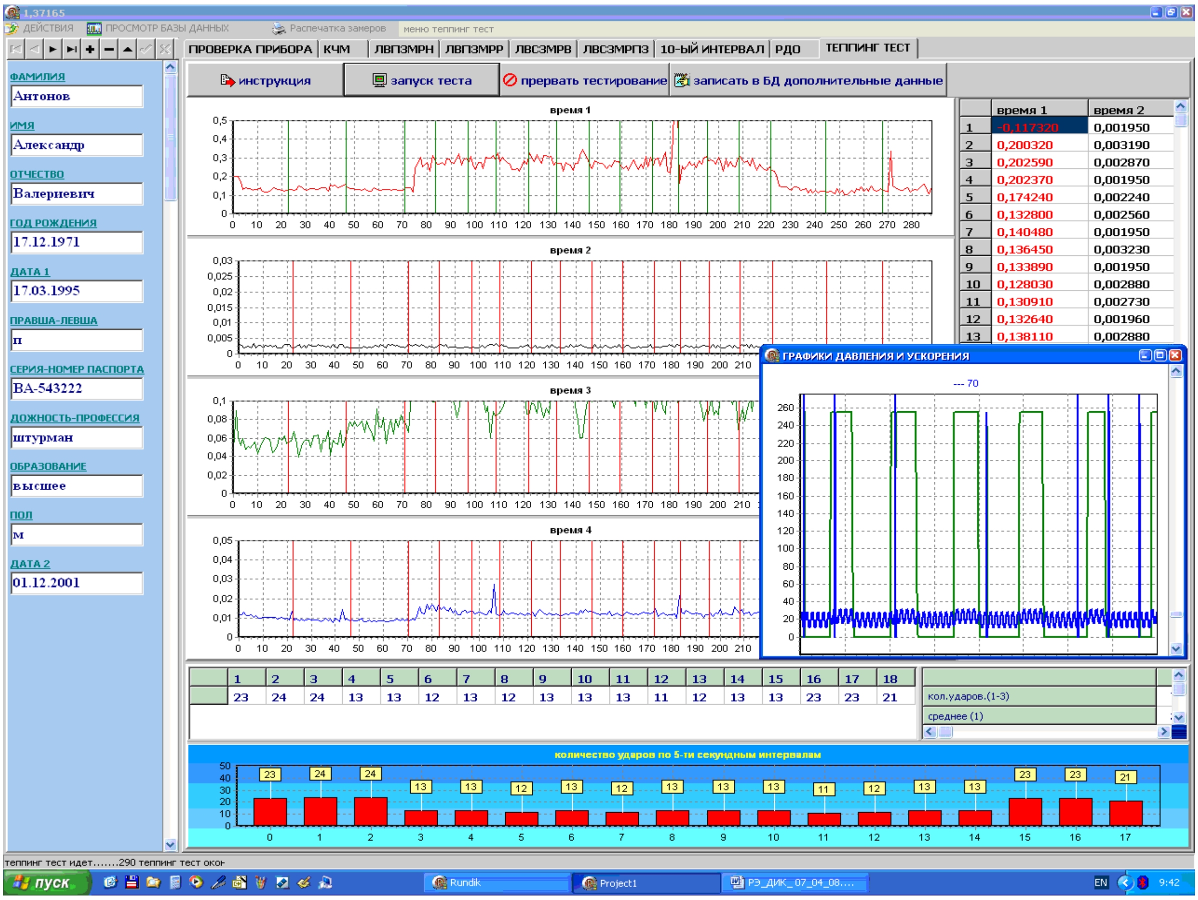


Рис. 1.2.10. Типовий вигляд інформаційного поля екрана монітора експериментатора для показників теппінг-тесту модифікації О. Р. Малхазова

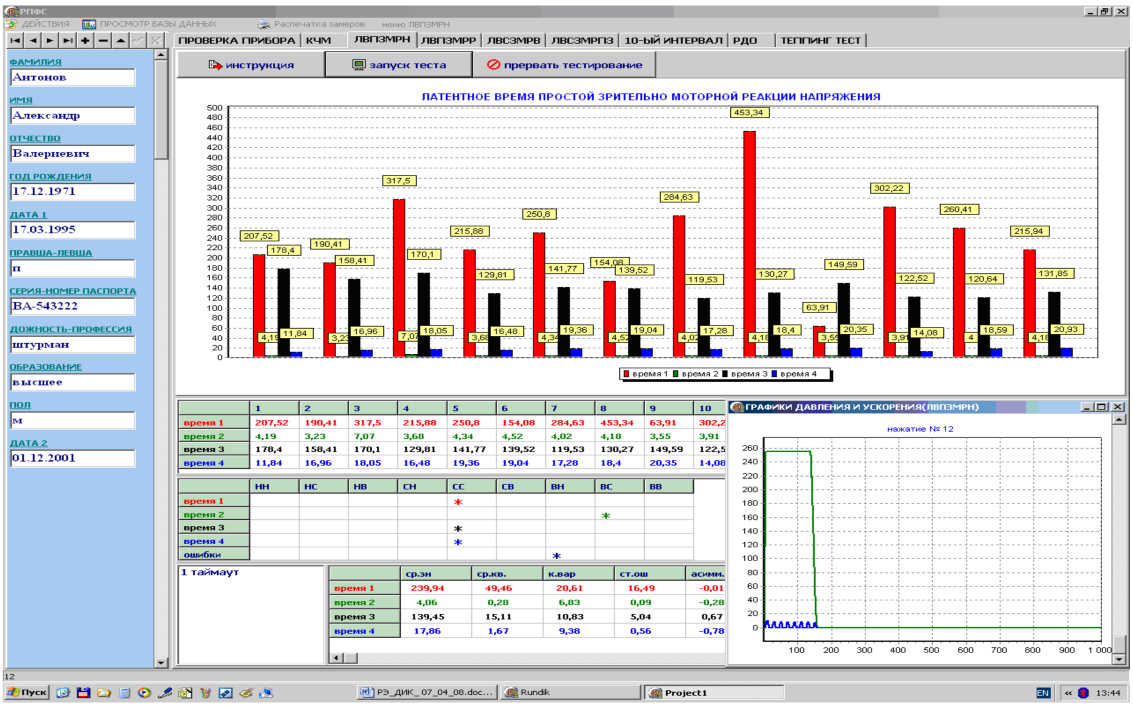


Рис. 1.2.11. Типовий вигляд інформаційного поля екрана монітора експериментатора для тесту «Латентний час простої зорово-моторної реакції згиначів вказівного пальця (ЛЧПЗМРЗ)»

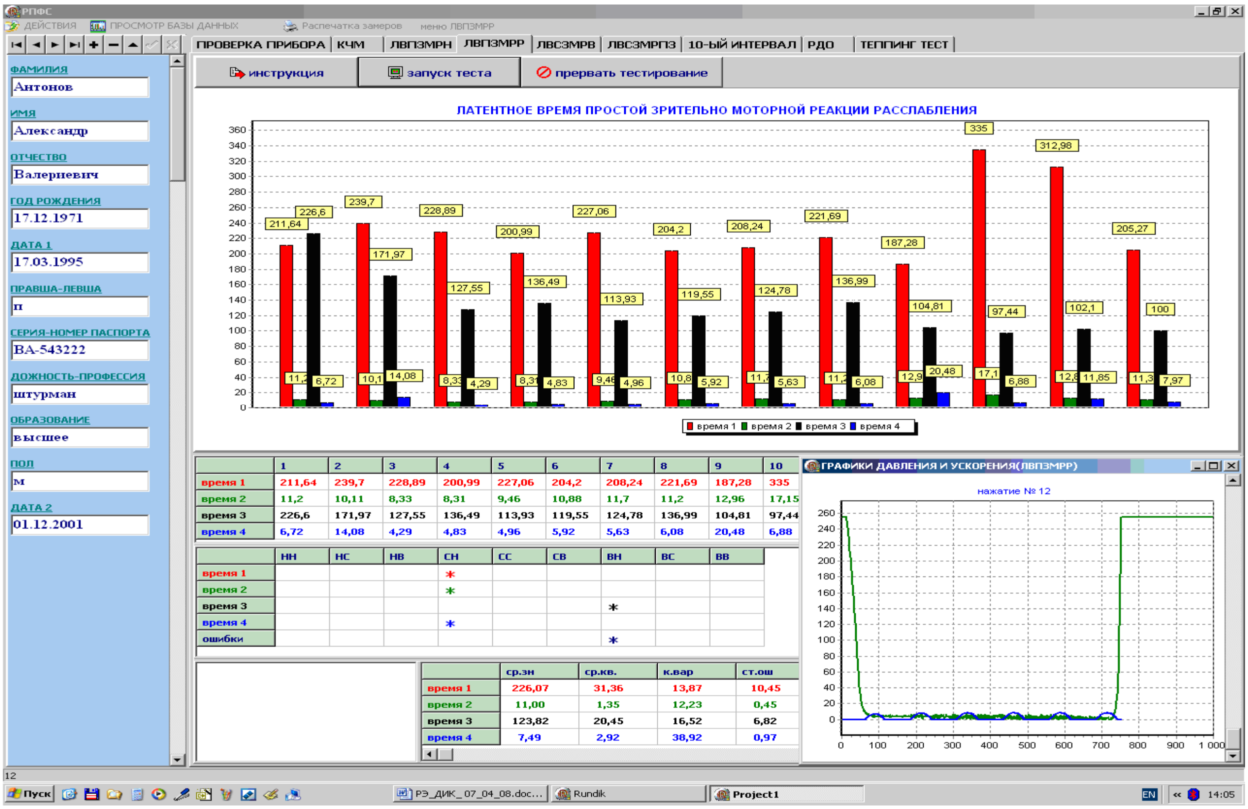


Рис. 1.2.12. Типовий вигляд інформаційного поля екрана монітора експериментатора для тесту «Латентний час простої зорово-моторної реакції згиначів вказівного пальця (ЛЧПЗМРЗ)»

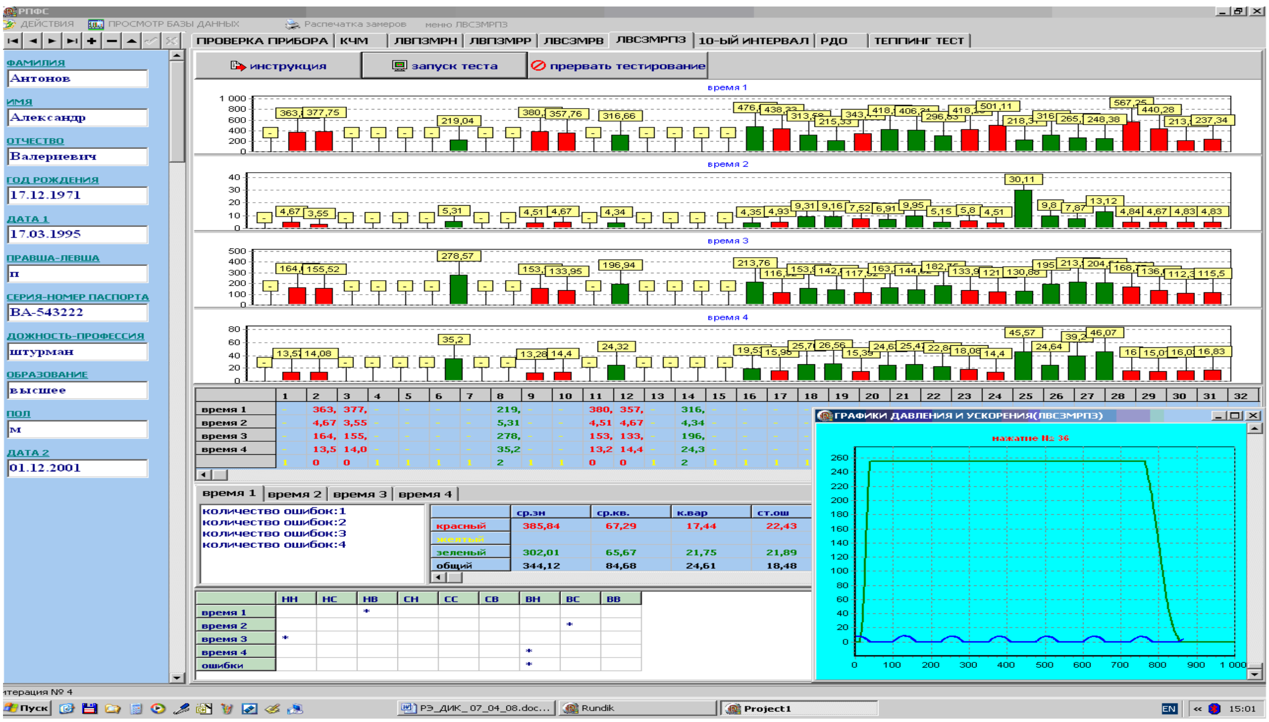


Рис. 1.2.13. Типовий вигляд інформаційного поля екрана монітора експериментатора для тесту «Латентний час складної зорово-моторної реакції переробки знака (ЛЧСЗМРПЗ)»

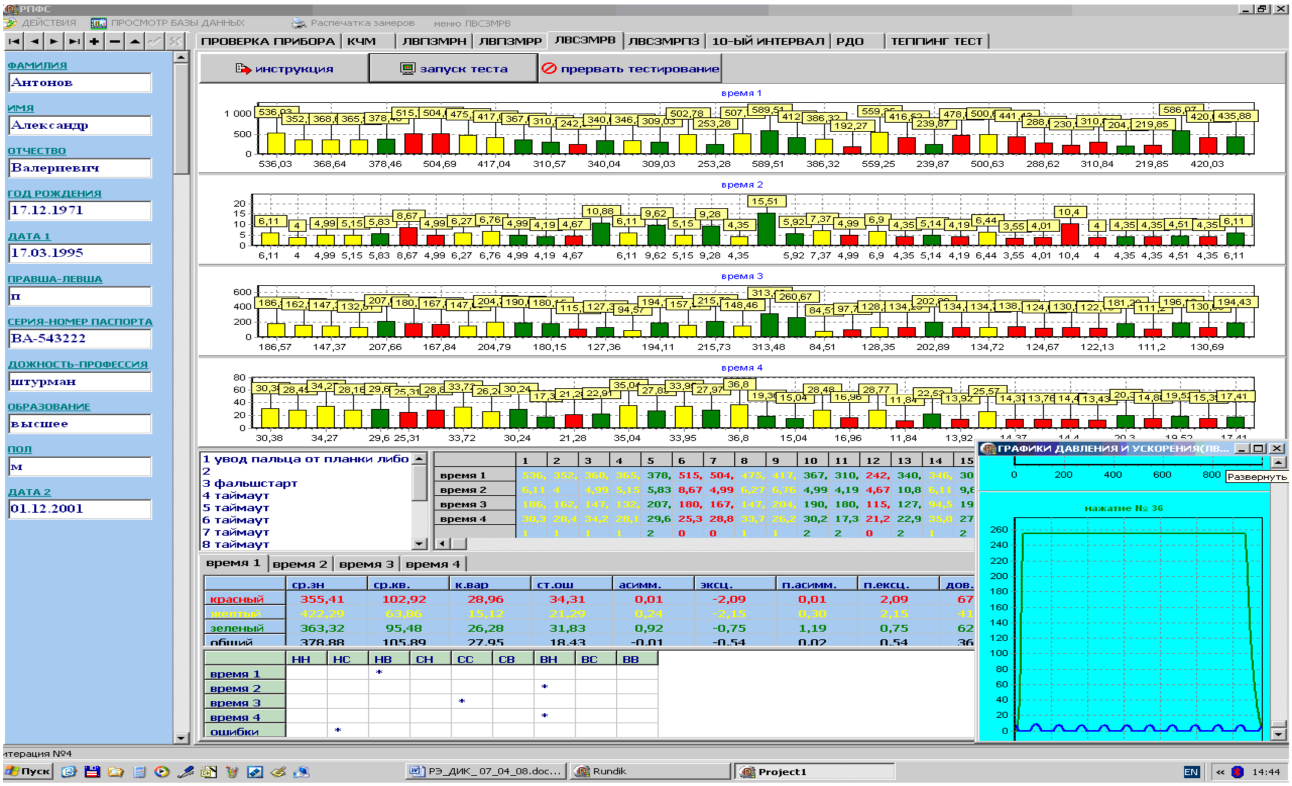


Рис. 1.2.14. Типовий вигляд інформаційного поля екрана монітора експериментатора для тесту «Латентний час складної зорово-моторної реакції вибору (ЛЧСЗМРВ)»

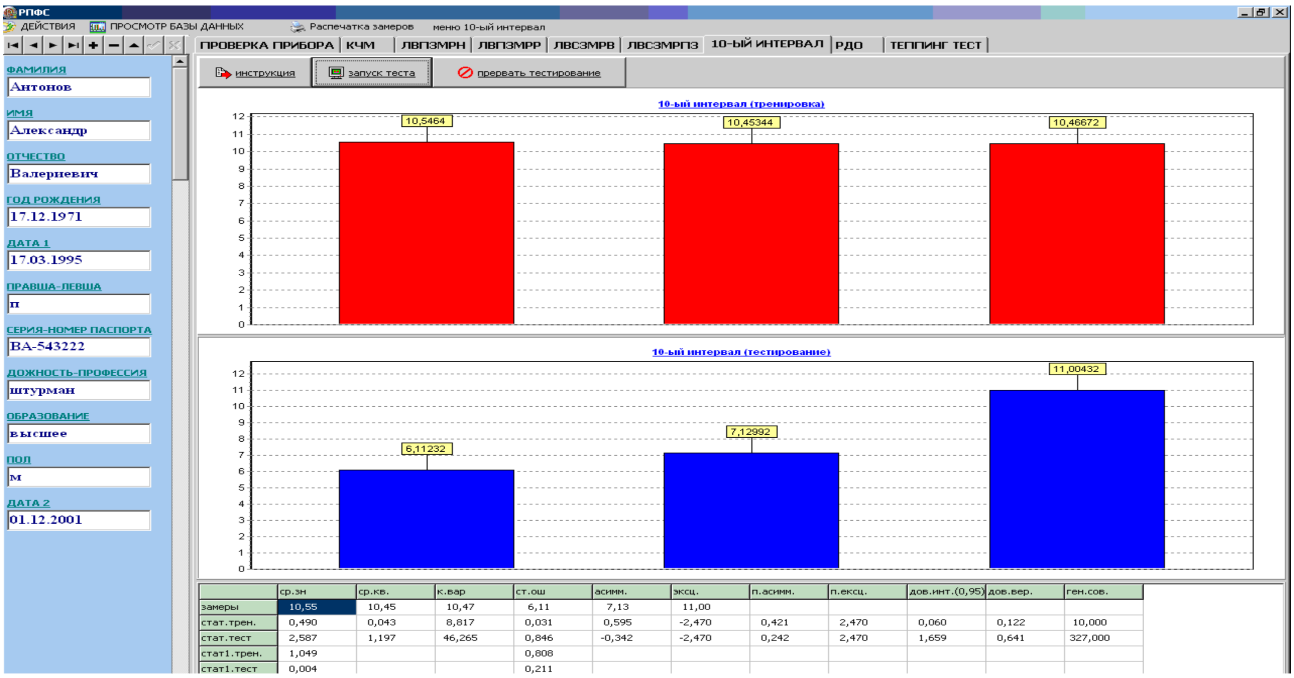


Рис. 1.2.15. Типовий вигляд інформаційного поля екрана монітора експериментатора для показників точності відтворення 10-и секундного інтервалу часу

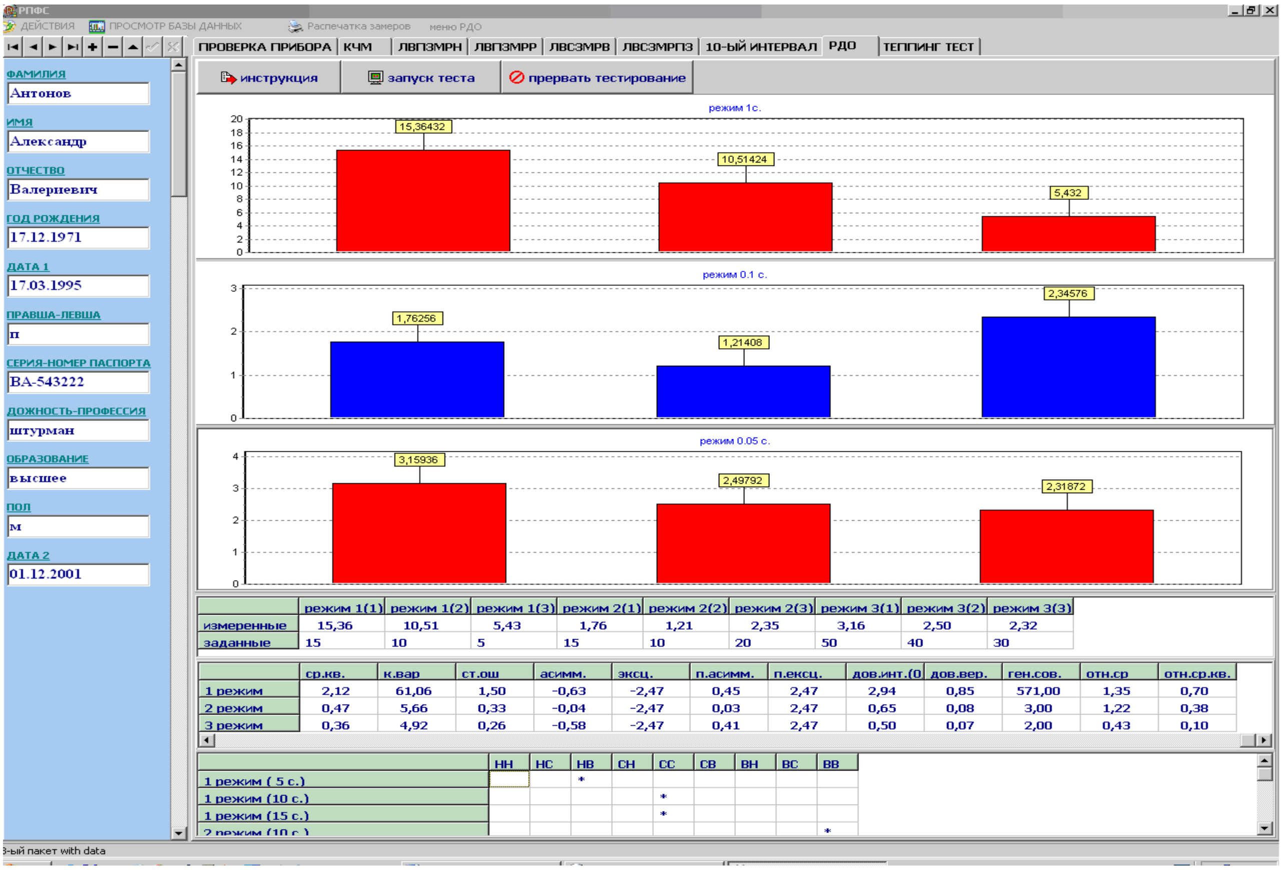


Рис. 1.2.16. Типовий вигляд інформаційного поля екрана монітора експериментатора для показників реакції на об’єкт, що рухається (РОР) у трьох режимах

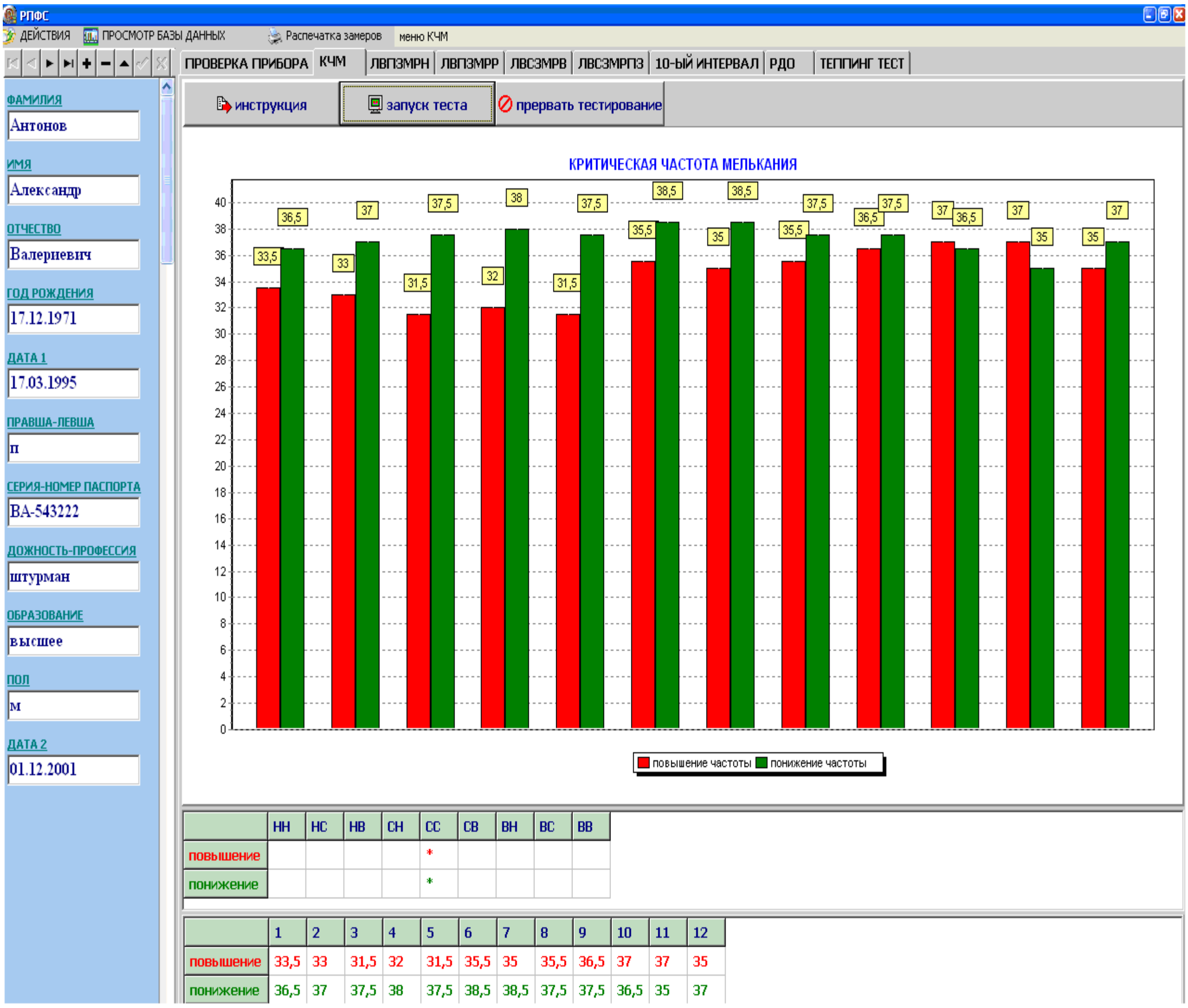


Рис. 1.2.17. Типовий вигляд інформаційного поля екрана монітора експериментатора для показників критичної частоти миготінь (КЧМ) у двох режимах

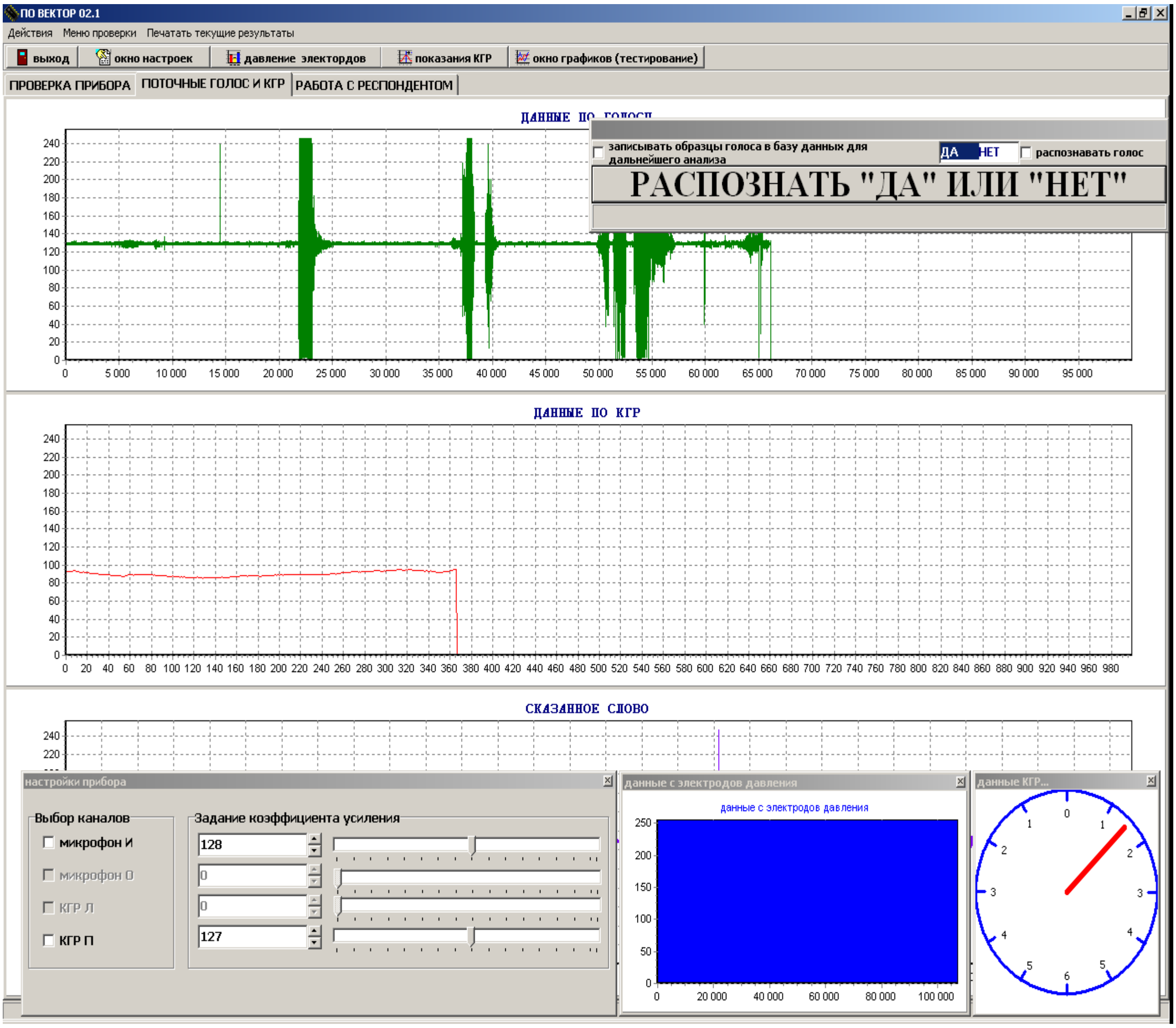


Рис. 1.2.18. Типовий вигляд інформаційного поля екрана монітора експериментатора для показників шкірогальванічної реакції (ШГР) та голосового повідомлення

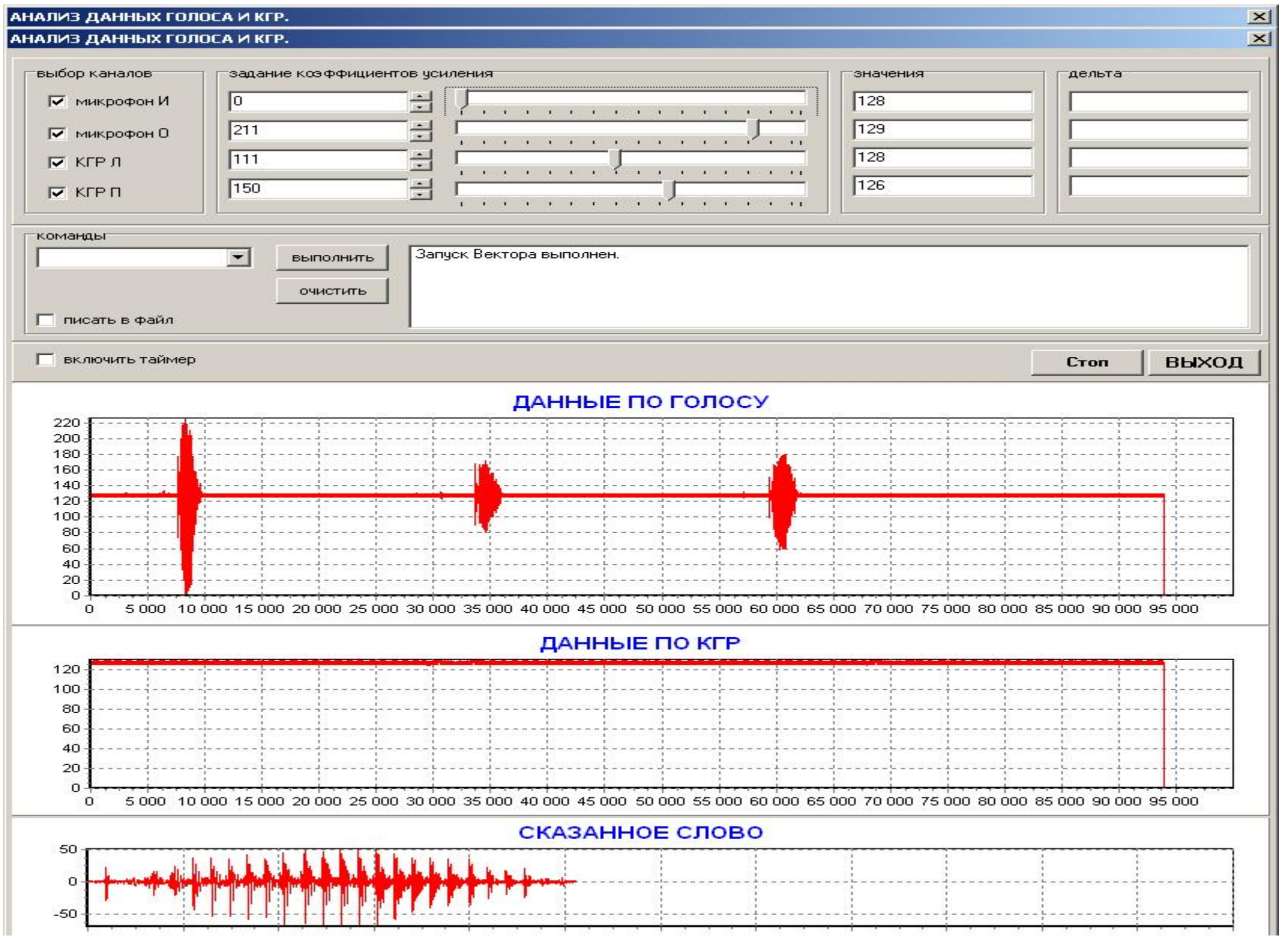


Рис. 1.2.18. Типовий вигляд інформаційного поля екрана монітора експериментатора для показників шкірогальванічної реакції (ШГР) та голосового повідомлення

Екстраверсія-інтроверсія	Шкала неправди	Нейротизм
16	3	5

Рис. 1.2.19 Типовий вигляд інформаційного поля екрана монітора експериментатора для показників опитувальника (за Айзенком)

Ги	За	Ем	Пе	Тр	Ци	Де	Зб	Ди	Ек
24	14	12	4	6	15	10	9	3	18

Рис. 1.2.20 Типовий вигляд інформаційного поля екрана монітора експериментатора для показників опитувальника (за Леонгардом)

Акт.	Фіз. акт.	Імпульс.	Лідер.	Врівнов.	Комун.	Рефлексія
30	30	26	20	22	32	16

Рис. 1.2.21. Типовий вигляд інформаційного поля екрана монітора експериментатора для показників опитувальника (за Терстоуном)

Підводячи підсумок викладу проблеми використання психофізіологічних показників у психологічному експерименті, можна констатувати: труднощі, з якими найчастіше стикається психолог під час проведення експерименту, пов’язані з точністю реєстрації психофізіологічних показників. Зазначене потребує врахування та усунення ним різноманітних викривлень, отриманих з відповідних джерел інформації. Отже, психолог повинен мати належну професійну підготовку для роботи з відповідними приладами, розумітися на причинах виникнення таких явищ та ефективно їм протидіяти.

СЗ	СГ	Рух	Баланс	СЗ		СГ		Рух	
72	70	66	1,02857	(3–56)	1	(2–59)	~	(1–40)	1
				(4–51)	~	(5–110)	1	(6–11)	1
				(7–82)	1	(8–77)	1	(9–31)	~
				(13–72)	1	(10–67)	~	(14–68)	1
				(15–107)	~	(12–108)	~	(20–119)	~
				(17–98)	1	(16–36)	~	(22–33)	~
				(19–106)	~	(18–128)	1	(25–116)	1
				(21–134)	1	(27–53)	~	(26–85)	1
				(23–124)	1	(30–90)	~	(28–54)	1
				(24–123)	~	(34–99)	~	(29–111)	1
				(32–130)	1	(35–112)	1	(42–74)	1
				(39–73)	1	(37–89)	~	(43–88)	~
				(45–81)	1	(38–65)	1	(44–100)	1
				(47–66)	~	(41–109)	1	(46–79)	~
				(58–97)	1	(48–50)	1	(49–76)	1
				(60–132)	~	(52–62)	1	(55–71)	1
				(61–114)	1	(69–129)	1	(57–95)	~
				(78–94)	1	(70–120)	1	(63–115)	~
				(83–113)	1	(75–96)	~	(64–101)	1
				(102–117)	~	(84–87)	~	(80–86)	~
				(105–122)	~	(103–126)	1	(91–93)	~
				(121–133)	1	(118–125)	~	(92–127)	1
					14		11	(104–131)	~
									13

Рис. 1.2.22. Типовий вигляд інформаційного поля екрана монітора експериментатора для показників опитувальника (за Стреляу)

1.2.3. Емпіричні дослідження

Перш ніж вести мову про емпіричні дослідження з'ясуємо, що являє собою емпіризм як напрям у філософії та психології. Емпіризм — це по-перше, філософська позиція, яка спирається на фундаментальне припущення: усе знання виходить з досвіду. Як уже зазначалося, підвалини емпіричних традицій було закладено у працях британських філософів XVII–XVIII ст. — Дж. Локка, Д. Юма, Д. Берклі, Д. Гартлі та ін. Слід розрізняти емпіризм як теорію і як метод. З погляду теорії, знання з'являється в результаті досвіду та научання. Сучасна емпірична позиція споріднена поміркованою формою скептицизму, покладається на ще не до кінця розроблену теорію індукції стосовно набуття знань та відкидає будь-яку доктрину, в якій стверджується, що людська свідомість приходить у світ вже оснащена ідеями та поняттями, здобутими незалежно від особистого досвіду індивіда.

Як метод емпіризм спрямований на збір та оцінку даних. У цьому сенсі в центрі уваги перебувають експериментування та емпіричні дослідження, які спираються насамперед на індуктивні висновки із спостереження більше, ніж на дедуктивні умовиводи з теоретичних конструктів.

Основні завдання емпіричної психології можна звести до виявлення окремих фактів, їх класифікації, встановлення закономірностей та зв'язків між цими фактами, які можна перевірити дослідним шляхом. Неоднозначність у трактуванні терміна «досвід» зумовила розмежування між прибічниками природничо-наукового підходу, які вважають, що досвід — це знання, набуті шляхом спостереження та експериментування, та прибічниками так званого чистого досвіду, які зводять його до суб'єктивних феноменів.

1.2.4. Проективні дослідження

Проективні методики за своєю спрямованістю характеризують доволі неоднорідну групу психодіагностичних прийомів клінічної орієнтації. Це означає, що за допомогою проективних методик експериментатор визначає здатність особистості прогнозувати індивідуальний стиль поведінки, переживання та афективного реагування у значущих або конфліктних ситуаціях, виявляє неусвідомлювані аспекти поведінки особистості. Зазвичай початок проведення проективних досліджень пов'язують з тестом мовленнєвих асоціацій, створеним К. Юнгом у 1904–1905 рр. Застосовуючи тест, автор довів, що несвідомі переживання особистості можна діагностувати й отримувати при цьому об'єктивні дані. Пізніше були розроблені: варіанти асоціативного тесту, який використовувався для виявлення почуття провини (детектор «брехні» М. Вертгеймер, А. Р. Лурія), асоціальних витіснених потягів (Дж. Брунер, Р. Лазарус, Л. Постмен, Ч. Еріксен та ін.), визначення норми і патології (Г. Кент, А. Розанов); методика незакінчених речень (А. Анастазі, Л. Абт, Л. Беллак, Б. Семенофф та ін.), тест Г. Роршаха, методика чорнильних плям І. Т. Хольцмана, ТАТ, Розенцвейга, Хекхаузена, репертуарні решітки Келлі та ін.

Зазвичай вважають, що проективні методики мають середні показники валідності та надійності. Більшість дослідників пояснюють це тим, що критерії валідності та надійності, розроблені для традиційних тестів, взагалі не можна однозначно використовувати у цьому випадку. Оскільки на такі методики є попит, то можна припустити, що надалі відбуватиметься зближення проективних методик і традиційними. Робота у цьому напрямі, якщо вона буде виконуватися професіоналами з клінічної психології та фахівцями з психометрії, дасть змогу розширити сферу використання проективних методик та впровадити їх у практичну й наукову діяльність дослідників.

1.2.5. Соціально-психологічні дослідження

Побудова, планування, організація та проведення соціально-психологічного дослідження за своєю специфікою відрізняються від досліджень у загальній, експериментальній, диференціальній та інших галузях психологічних наук передусім складністю застосування експерименту у класичному його розумінні. Метою соціально-психологічного дослідження є виявлення внутрішнього (психологічного) змісту соціальних явищ, встановлення психологічних закономірностей функціонування груп і взаємодії соціальних суб'єктів. Для отримання бажаної інформації науковці, які працюють у сфері соціальної психології, частіше обирають емпіричне дослідження, специфіка якого полягає у:

– використанні даних, отриманих як під час реєстрації «відкритої» діяльності, поведінки особистості в групах, так і таких характеристик свідомості, як уявлення, настанови, ставлення, рефлексії, довіра тощо;

– необхідності під час відбору та інтерпретації отриманих даних спиратися на відповідний соціально-психологічний контекст;

– мінливості соціально-психологічних явищ;

– культурологічній залежності соціально-психологічних явищ, процесів, механізмів;

– необхідності врахування конкретних характеристик груп, індивідуальних властивостей особистості тощо.

На сьогодні у соціально-психологічних дослідженнях виокремлюють три рівні:

– емпіричний (сутність якого зводиться до збору та опису первинної інформації);

– теоретичний — побудова соціально-психологічних концепцій, теоретичних моделей процесів, явищ тощо;

– методологічний — формулювання вихідних положень, принципів, відбір відповідного категоріального апарату тощо.

Зазвичай під час проведення емпіричного дослідження науковці залучають стандартизовані міждисциплінарні методи, але при цьому враховують як специфіку їх використання, так і необхідність застосування специфічних для соціальної психології методів та методик.

Найчастіше у соціальній психології користуються такими метоамди збору емпіричних даних.

Метод спостереження. У соціальній психології застосовується як самостійний метод дослідження, сутність якого полягає у фіксації інформації під час безпосередньої цілеспрямованої систематичної реєстрації соціально-психологічних явищ у природних або лабораторних умовах.

Об'єктом спостереження є соціально-психологічні особливості, явища, процеси, механізми поведінки, зумовлені історичною та культурною єдністю людей, способами їхньої взаємодії, організацією спільної діяльності, що проявляється в особливостях індивідуальної, групової та міжгрупової поведінки.

Предметом спостереження є вербальні та невербальні акти поведінки індивіда або групи в цілому у певній соціальній ситуації.

Зміст спостереження завжди конкретний і залежить від мети та теоретичних позицій дослідника щодо досліджуваного феномена. Головне завдання, яке вирішує дослідник на стадії організації спостереження полягає в тому, щоб установити, в яких актах поведінки, доступних спостереженню і фіксації, проявляються цікаві для нього психологічні явища або властивості, та відібрати найістотніші, такі, що достатньо повно й достовірно характеризують їхні ознаки. Обрані характеристики прояву (блоки та індикатори) складають так звану схему спостереження.

Надійність розробленої схеми залежить від: числа одиниць спостереження (чим їх менше, тим вона надійніша); їхньої конкретності (що ознака абстрактніша, то складніше її фіксувати); складності класифікації виявлених спостерігачем ознак. Надійність запропонованої схеми спостереження зазвичай перевіряють за допомогою незалежних спостерігачів (експертів), а також шляхом використання подібних схем спостереження, експертного оцінювання із застсоуванням коефіцієнта конкордації, повторних спостережень, залученням до фіксації результатів спостереження аудіо-, відеозйомки тощо.

Серед найбільш поширених способів реєстрації даних спостереження залежно від ступеня їх стандартизації виокремлюють такі техніки:

– стандартизована — передбачає наявність плану та інструкції проведення спостереження, визначеного списку ознак, які реєструються, та системи їх оцінювання з подальшим аналізом та відбором адекватних завданням прийомів математичної обробки;

– нестандартизована — визначає лише загальні напрямки спостереження, під час проведення якого отримані результати фіксуються у довільній формі або по тому, що запам'яталося. Не виключена можливість систематизації отриманих результатів за допомогою формальних процедур, але до таких кінцевих результатів треба ставитися дуже обережно, як до визначення векторів подальшого більш якісного дослідження.

Залежно від ролі спостерігача у досліджуваній ситуації розрізняють:

– включене спостереження, коли науковець імітує своє входження до групи, в якій він адаптується і спостерігає події начебто «зсередини»;

– не включене спостереження, що передбачає реєстрацію подій без взаємодії і встановлення відносин між науковцем і досліджуваним або групою. Таке спостереження проводиться відкритим способом або приховано (спостерігач маскує свої дії). Докладніша інформація про це міститься у працях (Г. М. Андреєвої, 2008; В. Н. Дружиніна, 2003; В. В. Москаленко, 2008; В. Є. Семенова, 2007; М. М. Слюсаревського, 2008; В. Т. Циби, Ю. Ж. Шайгородського, 2009; Е. Пайне, К. Маслач, 2000; A. W. Kruglanski, E. T. Higgins, 2007 та ін.).

До головних недоліків включеного спостереження можна віднести: наявність впливу на спостерігача з боку досліджуваної ним групи; можливість втратити необхідну нейтральність і об'єктивність під час відбору, оцінки та інтерпретації даних; значна трудомісткість і організаційна складність спостереження.

Метод аналізу документів. Він є різновидом методу аналізу продуктів людської діяльності (докладніше див. у працях Г. М. Андреєвої, 2008; В. Б. Шапаря, 2003; М. М. Слюсаревського, 2008; В. В. Москаленко, 2008; Б. Д. Паригіна, 2003; та ін.). Зазвичай під документом розуміють будь-яку інформацію, зафіксовану на певних носіях (папір, кіно-, фото-, відеозйомка, електронний пристрій, ПК, тощо). Документи бувають особові та анонімні; офіційні з різним ступенем допуску та неофіційні; первинні (у яких безпосередньо зафіксовані події) та вторинні. Вибір того чи іншого документа для аналізу соціально-психологічної інформації визначається залежно від завдань дослідження і того, яка інформація потрібна науковцю для якісного або формалізованого якісно-кількісного аналізу. Якість інтерпретації отриманого тексту залежить від ступеня його розуміння дослідником.

Метод опитування. Сутність цього методу полягає в отриманні від респондента об'єктивної або суб'єктивної інформації про його ставлення, думки, настрої, мотиви тощо щодо запропонованого тексту в усній або письмовій формі. Цей метод зазвичай використовують:

– на початкових етапах — для збору попередньої інформації про досліджуваний об'єкт, для встановлення векторів подальшого пошуку тощо;

– як засіб уточнення, розширення або звуження досліджуваного поля та контролю отриманих даних;

– як основний прийом отримання необхідної інформації для побудови і перевірки теоретичної моделі тощо.

За характером проведення і подачі інформації розрізняють такі види опитування:

– очне — з використанням анкет або заздалегідь сформульованих суджень-запитань до респондента та фіксації його відповідей у чітко прописаних формах;

– заочне опитування — самостійне заповнення респондентом відповідей на запитання анкети без участі дослідника.

До головних труднощів, з якими стикається дослідник у процесі використання цього методу, можна віднести залежність отримання якісної інформації від:

– уміння дослідника розробити валідну, надійну та інформативну анкету, перелік суджень тощо;

– знань і умінь дослідника застосовувати спеціальні техніки розрахунку необхідної та достатньої за чисельністю опитаних вибірки;

– процедури проведення опитування, врахування мотивації респондентів та правдивості їхніх відповідей;

– способів обробки отриманої інформації та коректності використання методів математичної статистики тощо (докладніше див. праці Г. М. Андреєвої, 2008; В. Н. Дружиніна, 2003; В. В. Москаленко, 2008; В. Є. Семенова, 2007; М. М. Слюсаревського, 2008; В. Т. Циби, Ю. Ж. Шайгородського, 2009; Е. Пайне, К. Маслач, 2000; Б. Д. Паригіна, 2003; A. W. Kruglanski, E. T. Higgins, 2007 та ін.).

Класифікацію типів анкетування можна проводити за такими ознаками:

– індивідуальне або групове (залежно від кількості опитуваних);

– за місцем проведення, демографічними, статевими, віковими та іншими ознаками;

– за способом розповсюдження анкет: через мережу інтерв’юерів, роздачу безпосередньо в руки респонденту, послуги пошти, преси, телефону, інтернету тощо.

До недоліків «роздаткового», «поштового», «пресового», «телефонного» та «інтернетного» опитувань можна віднести: низький відсоток повернення анкет; відсутність у дослідника можливості контролювати якість їх заповнення; необхідність використання тільки дуже простих за структурою та обсягом анкет.

Слід зазначити, що вибір типу опитування визначається на розсуд експериментатора, з огляду на рівень його обізнаності та вивченості ним проблематики, наявності відповідного фінансування, гіпотези, цілей, об’єкта, предмета та програми дослідження, можливостей якісної та кількісної обробки даних тощо. Основною перевагою використання методу анкетування є можливість масового охоплення великої кількості респондентів різних вікових груп, професій, місця проживання, статі, національності тощо.

Інтерв’ю. Інтерв’ю з використанням дослідником заздалегідь сформульованих стандартних запитань без зміни їхнього змісту та послідовності озвучення, означують як стандартизоване.

Нестандартизоване інтерв'ю проводиться дослідником дещо гнучкіше, оскільки у нього є лише загальний план опитування, а запитання він формулює у процесі здійснення інтерв'ю відповідно до конкретної ситуації, та змісту відповідей респондента. Отже, нестандартизоване інтерв'ю відрізняється від стандартизованого наданням ширших можливостей досліднику у варіюванні як питань, суджень та їхнього змісту, так і послідовності їх озвучення. Окрім цього, розрізняють сфокусоване, терапевтичне, глибинне інтерв'ю. Кожний з перелічених видів інтерв'ю має обмеження, зумовлені цілями застосування інтерв'ю та особливостями отримання інформації (Г. М. Андреєва, 2008; В. Н. Дружинін, 2003; В. В. Москаленко, 2008; В. Є. Семенов, 2007; М. М. Слюсаревський, 2008; В. Т. Циби, Ю. Ж. Шайгородський, 2009; Е. Пайне, К. Маслач, 2000; Б. Д. Паригін, 2003; A. W. Kruglanski, E. T. Higgins, 2007 та ін.).

Для успішного проведення інтерв'ю досліднику необхідно: уміти встановлювати тісний контакт з респондентом; створювати умови для відвертої розмові, уважно, не перебиваючи слухати відповіді; володіти знаннями та уміннями постановки і реєстрації відповідей; долати комунікативні бар'єри; уникати нав'язування (підказки) респонденту варіантів відповіді; виключати можливість їх суб'єктивного тлумачення.

Одним із найбільш поширених методів збору інформації соціальними психологами є глибинне інтерв'ю. Воно відбувається у формі неформальної бесіди, яка проводиться за конкретним планом з використанням різнорідних технік, спрямованих на спонуку респондента до відвертих, глибоких та ґрунтовних відповідей на запитання, які цікавлять дослідника. Як правило, глибинне інтерв'ю проводиться під час особистої зустрічі у спеціально облаштованому приміщенні (наявність диктофона або відеокамери). Отриманий запис підлягає подальшому обробленню та аналізу. Таку процедуру називають транскриптом. На його основі пишуть аналітичний звіт, розробляють стратегію і тактику подальшої роботи з клієнтом.

Дуже схожий за технологією застосування метод фокус-групи (один з методів якісних досліджень), або групове інтерв'ю, яке проводиться у довільній формі за попередньо розробленим сценарієм (гайдом). Звичайно до складу групи входять 9–12 осіб, обізнаних у досліджуваній тематиці, які раніше не були знайомі. Сутність цього методу полягає у тому, що увага дослідника (модератора) спрямована на виявлення в учасників їхнього ставлення до конкретної проблеми, теми або об'єкта, отримання інформації про їхню мотивацію, особистий досвід тощо. Головним завданням модератора, після знайомства членів групи, є формулювання теми дискусії і стеження за тим, щоб учасники у процесі спілкування з модератором і між собою не відхилялися від теми фокус-групи. Для фіксації невербальної поведінки (міміки, пантоміміки тощо) процес обговорення фіксується на аудіо- та відеоносіях з наступною обробкою (пишеться стенограма) яка лягає в основу написання аналітичного звіту. Інтерв'ю методом фокус-групи проводиться в окремому приміщені з перервою і винагородою учасників після завершення дослідження.

Кількість фокус-груп залежить від запланованої надійності та достовірності інформації, дослідницьких завдь і ступеня диференціації цільових груп. Для підвищення надійності отриманих результатів проводять 3–4 фокус-групи за однаковим сценарієм.

До переваг застосування фокус-групи можна віднести отримання інформації, яка відображає не тільки стандартне мислення людей, їх ставлення до соціально значущих проблем, а й глибинні психологічні процеси, що виявляються під час роботи. Це забезпечує краще розуміння модератором даних, отриманих в результаті проведення кількісних досліджень; психологічна атмосфера групових дискусій з відповідним емоційним забарвленням провокує учасників до відкритого висловлювання ставлень, умовиводів, суджень тощо; групові процеси стимулюють свіжі ідеї, думки; реакції і відповіді респондентів мають спонтанний характер, тому можуть бути більш відвертими.

Критеріями ефективності проведення інтерв'ю, фокус-групи можна вважати: надання можливості респонденту повною мірою висвітлити різні аспекти обговорюваної проблеми, теми; отримання об'єктивних відповідей на значущі для нього проблеми, ситуації; висвітлення когнітивних, мотиваційних, емоційних, ціннісно-орієнтаційних проявів, настанов та самооцінки респондента стосовно запропонованих до розгляду проблем.

Порівняно з анкетою інформація, яку отримує дослідник за допомогою інтерв’ю, фокус-групи, значно змістовніша і глибша. Основними недоліками можна вважати фінансові витрати, наявність контрольованого впливу на респондента з боку інтерв’юера, що може призвести до втрати об’єктивності та надійності отриманої інформації.

Метод соціометрії. Розроблений Дж. Морено (1958) метод соціометрії передбачав вивчення ставлення членів групи один до одного і до групи у цілому. Нині цей метод використовують для виявлення структури малих та середніх груп, групової диференціації, діагностики міжособистісних та внутрішньогрупових стосунків, соціального статусу особистості як члена групи. Застосування зазначеного методу дає можливість вивчати типологію соціальної поведінки в умовах групової діяльності, оцінювати згуртованість, сумісність членів групи тощо. Згідно з процедурою проведення передбачається опитування кожного члена групи або надання йому списку всіх членів групи для ранжування у порядку значущості для нього осіб, з якими він хотів би брати участь у конкретному виді діяльності, відпочинку, ситуації тощо. За результатами соціометрії, використовуючи для аналізу отримані групові соціограми, дослідник визначає кількість (позитивних та негативних) загальних, взаємних виборів, розраховує соціометричні індекси, будує соціограми, визначає лідерів, відомих активних, відомих пасивних, ізгоїв тощо.

Надійність вимірювання у соціометрії залежить від: рівня професійної підготовки дослідника та довіри до нього; його вміння нейтралізувати викривлення та можливості приховування респондентом справжніх почуттів; урахування особливостей впливу соціального оточення; уміння виявляти особистісно значущу мотивацію участі у дослідженні; вибору значущих для членів групи критеріїв оцінювання; добровільного характеру тестування тощо.

Як уже зазначалося, під тестом у психології розуміють стандартизоване спеціалізоване випробування для вивчення глибинних процесів та реєстрації їхніх якісних і кількісних показників. У соціальній психології за допомогою тестів вивчають міжособистісні та міжгрупові стосунки, міжіндивідуальні та міжгрупові відмінності, особливості прояву соціальної перцепції, соціального інтелекту, соціальної компетенції, стилів керівництва (Г. М. Андреєва, 2008; В. Н. Дружинін, 2003; В. В. Москаленко, 2008; В. Є. Семенов, 2007; М. М. Слюсаревський, 2008; В. Т. Циба, Ю. Ж. Шайгородський, 2009; Е. Пайне, К. Маслач, 2000; Б. Д. Паригін, 2003; A. W. Kruglanski, E. T. Higgins, 2007 та ін.).

Підсумковий результат вимірювання є відносним (надійність не перевищує 60–65%) і виражається у тестових показниках, через співставлення із стандартизованими і нормованими показниками. Головна методологічна проблема вимірювання пов’язана з динамічністю, системною багатофакторною природою соціально-психологічних явищ, що проявляється у складності визначення нормативної (базової) шкали оцінки.

Серед тестів, які застосовуються у соціальній психології, особливе місце займають методики (шкали) вимірювання соціальних настанов, прогнозування соціальної поведінки особистості (Анастазі А., Урбіна С., 2003). Вони використовуються для кількісного та якісного виміру поведінкових реакцій особистості під час відповіді на дії різних соціально значущих стимулів. Найпоширенішими напрямами застосування шкал соціальних настанов можна вважати: вивчення громадської думки, вибір ефективної реклами, вимір ставлення до праці, до інших людей, політичних, соціальних, економічних проблем тощо.

Під соціальною настановою розуміють готовність респондента реагувати на конкретні соціальні стимули. Настанови можна досліджувати лише опосередковано, аналізуючи особливості поведінки, зміст висловлювань та відповідей респондента на спеціально відібрану сукупність суджень за заздалегідь розробленими шкалами оцінок. У них фіксується думка стосовно конкретного соціального явища, прояву, наприклад, ставлення до релігії, війни, місця роботи тощо. Шкала настанов, на відміну від опитування, дає можливість виміряти настанову як одновимірну змінну.

Одним з найпоширеніших методів, який застосовується у соціально-психологічних дослідженнях для виявлення експериментальної семантики та побудови суб’єктивних семантичних просторів, особливостей сприймання та поведінки, аналізу соціальних настанов та особистісних смислів, є метод семантичного диференціала (СД), запропонований групою американських психологів на чолі з Ч. Осгудом (1952). Цей метод можна вважати комбінацією методу контрольованих асоціацій та процедур шкалювання. Він дає змогу вимірювати конотативне значення (мисленнєве відображення певного явища дійсності, поняття), тобто стани, які слідують за сприйманням символа-подразника та передують усвідомлюваним операціям і символами (Osgood Ch., Susi C. J., Tannenbaum P. H., 1957). У методі СД поняття, зображення, персонажі тощо оцінюються за біполярними шкалами розмірністю у три, п’ять, сім балів. Отримані за окремими шкалами оцінки корелюють між собою, і за допомогою факторного аналізу групуються в окремі фактори, що дає можливість експериментатору якісніше інтерпретувати досліджувані соціальні явища.

***

Дайте визначення поняттям:

Процедура дослідження...

Перехресний план...

Лонгитюдинальний план...

План поздовжнього зрізу...

Груповий план...

Факторний план...

Мультиваріантний план...

План поперечного зрізу...

Панельне дослідження...

Чутливість приладу...

Точність вимірювань...

Надійність...

Статична точність...

Динамічна точність...

Фізіологічна реактивність...

Емпіричні дослідження…

Проективні дослідження…

Соціально-психологічні дослідження…

Контрольні питання

1. Етапи та види експерименту.
2. Методологічні принципи та правила побудови і використання психологічного дослідження та обстеження.
3. Підготовка та проведення психологічного дослідження.
4. Емпіричні дослідження.
5. Проективні дослідження.
6. Соціально-психологічні дослідження та їх методи.

Творче завдання

Складіть проект дослідження, програму дослідження будь-якого психологічного явища, властивості, механізму. Напишіть звіт.

Конспект першоджерел

Дорфман Л. Я. Методологические основы эмпирической психологии: учебн. пособ. [для студ. высш. учебн. завед.]. — М. : Смысл; Изд. Центр «Академия», 2005. — 288 с.

Література

1. *Ананьев Б. Г.* Развитие психо-физиологических функций взрослых людей / Б. Г. Ананьев. — М. : Педагогика, 1972. — 248 с.

2. *Ананьев Б. Г.* Развитие психо-физиологических функций взрослых людей. (Средняя взрослость) / Б. Г. Ананьев. — М. : Педагогика, 1977. — 198 с.

3. *Анастази А.* Психологическое тестирование / А. Анастази, С. Урбина. — [7-е изд.]. — СПб. : Питер, 2003. — 688 с.

4. *Андреева Г. М.* Социальная психология: учебник для вузов / Андреева Галина Михайловна. — [5-е изд.,испр.и доп.]. — М. : Аспект Пресс, 2008. — 363 с.

5. *Аронсон Э.* Социальная психология. Психологические законы поведения человека в социуме / Аронсон Э., Уилсон Т., Эйкерт Р. — СПб. : Прайм-ЕВРОЗНАК, 2002. — 560 с.

6. *Бушер Я. И.* Методики и основные эксперименты по изучению мозга и поведения / Бушер Я. И., Бушерова О., Хьюстон Дж. П. — М.: Высшая школа, 1991. — 339с.

7. *Веккер Л. М.* Психические процессы. — Л. : ЛГУ, 1974. Т. 1. — 336с.; Т. 2. — 1976. — 342 с.; Т. 3. — 1981. — 326 с.

8. *Дружинин В. Н.* Експериментальная психология: учебник для вузов / В. Н. Дружинин. — [2-е изд., доп.]. — СПб. : Питер, 2003. — 319 с.

9. *Крылов А. А.* Практикум по общей, експериментальной и прикладной психологии / Крылов А. А., Маничев С. А. — [2-е изд., доп. и перераб.]. — СПб. : Питер, 2005. — 560 с.

10. *Малхазов О. Р.* Психологія праці: навч. посіб. / Малхазов О. Р. — К. : Центр учбової літератури, 2010. — 208 с. — (Психологія праці: Навч. посіб.).

11. *Малхазов О. Р.* Теппінг тест як метод діагностики психофізіологічних особливостей організації, побудови та управління циклічними рухами / О. Р. Малхазов // Актуальні проблеми психології. — Т. V: Психофізіологія. Психологія праці. Експериментальна психологія. — 2012. — Вип. 12. — С. 139–159.

12. *Малхазов О. Р.* Метод розрахунку ритму та ритмової структури рухової діяльності / О. Р. Малхазов // Актуальні проблеми психології: Збірник наукових праць Інституту психології ім. Г. С. Костюка НАПН України. — 2013. — Том. V: Психофізіологія. Психологія праці. Експериментальна психологія. — Вип. 13. — К. : ДТІ «Інформ.-аналіт. агентство», 2013. — С. 197–210.

13. *Морено Дж.* Социометрия: Экспеиримерт, метод и наука об обществе. Подход к новой полит. ориентации / Дж. Морено [пер. с англ.]. — М. : Изд-во иностр. л-ры, 1958. — 289 с.

14. *Москаленко В. В.* Соціальна психологія: підручник / В. В. Москаленко [2-ге вид., випр. та доп.]. — К. : Центр учбової літератури, 2008. — 688 с.

15. Основи соціальної психології: Навчальний посібник / О. А. Донченко, М. М. Слюсаревський, В. О. Татенко, Т. М. Титаренко, Н. В. Хазратова та ін.; за ред. М. М. Слюсаревського. — К. : Міленіум, 2008. — 495 с.

16. Пайне Е., Маслач К. Практикум по социальной психологии / Е. Пайне, К. Маслач. — СПб. : Издательство «Питер», 2000. — 528 с.

17. *Парыгин Б. Д.* Социальная психология / Б. Д. Парыгин. — СПб. : СПбГУП, 2003. — 616 с.

18. *Рубинштейн С. Л.* О мышлении и путях его исследования / С. Л. Рубинштейн. — Москва, 1958. — 146 с.

19. *Семенов В. Е.* Современные методологические проблемы в российской социальной психологии / В. Е. Семенов // Психол. журн. — 2007. — Т. 28, № 1. — С. 38–45.

20. *Слюсаревський М. М.* Імперативи правдивості і смиренності: про парадигмальний «зсув» у психологічній науці та проблему методів емпіричного дослідження / М. М. слюсаревський // Наук. студії із соц. та політ. психології / АПН України, Ін-т соц. та політ. психології. — К., 2005. — Вип. 12(15). — С. 3–23.

21. *Бэрон Р.* Социальная психология: ключевые идеи / Р. Бэрон, Д. Бирн, Б. Джонсон. — [4-е изд.]. — СПб., 2003. — 512 с.

22. *Шапарь В. Б.* Методы социальной психологии / В. Б. Шапарь. — Ростов-на-Дону : Феникс, 2003. — 288 с.

23. *Циба В. Т.* Соціальна психологія: навч. посіб. / Циба В. Т., Шайгородський Ю. Ж. — Полтава: видавниче агентство «Дивосвіт», 2009. — 336 с.

24. *Allport G. W.* The historical background of modern social psychology / G. W. Allport // The handbook of social psychology / Ed. G. Lindzey, E. Aronson. — 2nd ed. — Addison-Wesley, 1968. — V. 1. — P. 3–56.

25. *Harre R.* Social Being: a Theory for Social Psychology / R. Harre. — Oxford, 1979.

26. *Malkhazov O. R.* New solutions to the problem of the psychological support of an operator's safety / O. R. Malkhazov // Proceedings of the Second World Congress «Aviation in the XXI — st century» «Safety in aviation and space technology». Vol.2. — Kyiv, Ukraine, NAU.

27. *Osgood Ch.* The Measurement of Meaning / Osgood Ch., Susi C. J., Tannenbaum P. H. — Urbana, 1957.

28. Social psychology: Handbook of basic principles / Ed. by A. W. Kruglanski, E. T. Higgins. — 2nd ed. — USA, 2007.

РОЗДІЛ 2. ОСНОВИ СТАТИСТИЧНОЇ ОБРОБКИ ДАНИХ ПСИХОЛОГІЧНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ, ЇХ ПРЕДСТАВЛЕННЯ ТА ІНТЕРПРЕТАЦІЯ

2.1. ВИМІРЮВАННЯ, ШКАЛИ, ТАБУЛЮВАННЯ ТА ПОЦЕНТИЛІ

2.1.1. Вимірювання та вимірювальні шкали

На сьогодні існує велика кількість визначень поняття «вимірювання», які різняться між собою залежно від поглядів дослідника. Загальним для всіх визначень є те, що ***вимірювання*** означає приписування чисел речам відповідно до певних правил. Виміряти довжину кроку можна, приписавши число відстані між великим пальцем стопи ноги, що стоїть спереду, та великим пальцем стопи ноги, що стоїть позаду, знайдене за допомогою стандартизованого вимірювального пристрою. Вимірювання ступеня прояву екстраверсії — це присвоєння числа характеру відповідної реакції досліджуваного на групу питань певного тесту. Вимірювання перетворює певні властивості нашого сприймання на відому, таку, що легко обробляється, річ, яка називається «число».

Вимірювальні шкали дають можливість усі отримані експериментатором дані звести до єдиної вісі координат, а саме за допомогою вимірювальних шкал ми можемо представити в одній площині голи, очки, секунди, бали тощо. Це дає змогу досліднику якісно проводити статистичну обробку отриманих результатів, що значно спрощує їх розуміння та інтерпретацію (табл. 2.1.1 та табл. 2.1.2).

2.1.1.1. Вимірювання у шкалі найменувань (номінальні вимірювання)

Номінальне вимірювання (присвоєння позначень, або позначення) дуже умовно можна називати вимірюванням. Цей процес можна характеризувати як групування предметів у класи, коли об’єкти, які належать до одного класу, ідентичні (або майже ідентичні) певній ознаці або властивості. Надалі класам дають визначення (наприклад, схеми класифікації видів тварин у біології, дерев та рослин у ботаніці тощо). Психолог у своїх дослідженнях також «кодує» стать, позначаючи жіночу стать ♀, а чоловічу — ♂; це теж номінальне вимірювання. Числа, які ми присвоюємо у номінальному вимірі, мають властивості будь-яких чисел, і ми можемо з ними виконувати усілякі математичні операції. У номінальних вимірюваннях використовується лише та особливість чисел, яка дає змогу стверджувати, що число «1» відрізняється від числа «9» тільки за властивістю, яку ми вимірювали. Ми можемо зазначати, що об’єкт, якому ми надали число «1», менший ніж об’єкт, якому ми надали число «9», та вони відрізняються між собою за властивістю, яку ми вимірюємо. Звідси також не випливає, що об’єкт «1» містить більше властивості, ніж об’єкт «9».

2.1.1.2. Порядкові вимірювання

Порядкове вимірювання здійснюється тоді, коли експериментатор має можливість знайти різницю у ступені ознаки або властивості об’єкта, що вимірюється. У такому разі використовується властивість «упорядкування» чисел, а числа приписуються предметам відповідним чином: коли число, яке приписується предмету «А», більше за число, яке приписується предмету «Б», то це означає, що у числі «А» більше даної властивості, ніж у числі «Б». Наприклад, нам необхідно визначити, який футболіст на сьогодні кращий: А, В, С тощо. Порядкове вимірювання буде можливим тільки тоді, коли ми присвоїмо футболісту А — цифру 1; Б — 2, С — 3 і т. д. Так само ми могли б присвоїти футболісту А цифру — 50; Б — 100, С — 104 і т. д. оскільки відстань між двома сусідніми цифрами не має значення. Ми не можемо бути упевненими в тому, що експериментатор здатний розпізнати різницю між результативністю футболістів А, Б, С тощо, тобто ми можемо тільки констатувати, що за ефективністю ігрової діяльності футболіст А займає перше місце, — Б — друге, С — третє, але ми не можемо визначити «відстань» між цими футболістами.

Другою відомою порядковою шкалою є »ранг». Номер встановлюється від 1 — найвищій показник — і аж до кінцевого. Наприклад: в експерименті з'ясовано, що три учні мають однакові середні оцінки атестату, тоді кожному з цих учнів присвоюється ранг 2 (1+2+3/3) = 2. У випадку з футболістами ми встановили, що кращий з-поміж інших футболіст А, але ми не можемо стверджувати, що футболіст Б гірший за футболіста А удвічі.

2.1.1.3. Інтервальне вимірювання

Інтервальне вимірювання застосовується тоді, коли експерт може визначити не тільки кількісні властивості у предметах, а й фіксувати величину розбіжностей між цими предметами. Для інтервального вимірювання встановлюється одиниця виміру (градус, метр, секунда, маса тіла тощо). Предмету присвоюється число, рівне кількості одиниць виміру, що є еквівалентним кількості властивості, яку вимірює експериментатор. Важливою особливістю інтервального вимірювання є те, що властивість предмета, який вимірюється, не зникає, коли результат вимірювання дорівнює 0. Точка 0 на інтервальній шкалі вибирається довільно. 0° води за Цельсієм свідчить про те, що вода має певну температуру, а не про її відсутність взагалі. Числа, які приписуються у процесі інтервального вимірювання, мають властивість упорядкованості та однозначності. Число, яке ми присвоїли предмету, є кількісною характеристикою його виміру. Різниця між 12° та 24° за Цельсієм свідчить про те, що температура 24° удвічі більша за температуру у 12°. Отже, інтервальне вимірювання — це таке приписували чисел предметам, коли рівні різниці чисел відповідають рівним різницям значень ознаки або властивості, яка вимірюється у предметі.

2.1.1.4. Вимірювання відношень

Вимірювання відношень відрізняється від інтервального тільки тим, що нульова точка не довільна, а вказує на цілковиту відсутність будь-яких проявів властивостей в об'єкті, який ми вимірюємо. Експериментатор може помітити відсутність властивості та має одиницю виміру, яка уможливлює реєстрацію розбіжностей у значеннях ознаки, що вимірюється. Рівні розбіжності між числами, які ми надали певній ознаці у процесі вимірювання, відбиваються і на рівні розбіжності між кількісними показниками цієї властивості предмета, що оцінюється. Також нульова точка не довільна, а чітко засвідчує на наявність, або повну відсутність досліджуваної якості або властивості тощо.

Якщо температура води в морі у січні дорівнювала 4°С, а в липні 24°С то, використовуючи шкалу вимірювання відношень, не можна стверджувати, що у січні температура води в морі була у шість разів нижча за температуру води в морі в липні. Можна вести мову лише про те, що температура води у січні дорівнювала 4° С, а в липні 24°С.

2.1.2. Табулювання даних

Перш ніж аналізувати та інтерпретувати отримані нами дані їх треба узагальнити. У таблиці 2.1.3 наводяться результати оцінок виконання тестових завдань 38 студентами другого курсу з дисципліни «Експериментальна психологія».

Читати та аналізувати таку таблицю незручно, а робити висновок стосовно того, чи буде студент перший за нашим списком, який отримав 90 балів із 128 можливих, кращим у виконанні контрольної роботи, чи він є тільки середнім порівняно з одногрупниками, неможливо.

Ранговий порядок. Першим етапом представлення даних, наведених у таблиці 2.1.3, є їх упорядкування за величиною від максимальної до мінімальної. Таке представлення даних називають ***незгрупованим рядом*** (див. другу колонку таблиці 2.1.4). У третій колонці таблиці 2.1.4 наводяться ранги від першого до останнього у списку (у нашому випадку від 1 до 38). Якщо два або більше студентів набрали однакову кількість балів, то їхні порядкові номери (ранги) підсумовуються, а отриману суму ділять на кількість студентів, що мають однакову кількість балів. Усім їм присвоюється розрахований середній бал і далі нумерація здійснюється за порядком наступного місця (див. табл. 2.1.4). Наприклад: сьомий та восьмий за номером результат студентів (колонки 1–2) дорівнює 97 балам. Для того щоб розрахувати ранг, який ми присвоюємо, необхідно скласти сьоме та восьме місця (7+8), результат поділити на 2, тобто (7+8)/2 = 7,5, і позначити цей ранг напроти 97 та 97 балів. Далі, оскільки два інших студенти набрали по 95 балів, ми складаємо місця, які вони займають у першій колонці, ділимо їх теж на 2, а саме: місця (9+10)/2 = 9,5 і позначапємо цей результат напроти 95 балів обох студентів. Далі продовжуємо ранжування з 11-го місця.

Таблиця 2.1.3

Результати виконання тестових завдань студентами другого курсу з дисципліни «Експериментальна психологія» (38 студентів)

№ / пор	П.І. ІпБ	Бали	№ /пор	П.І. ІпБ	Бали
1	2	3	4	5	6
1	А-ов А.В.	90	20	Л-ра Е.В.	80
2	Б-юк М.Н.	66	21	Л-єв Ф.П.	75
3	Б-ко М. Х.	106	22	М-ко М.В.	75
4	В-ий О.Ф.	84	23	М-ко С В.	51
5	В-ий О.З.	105	24	М-ко С.Д.	109
6	В-ій С.С.	83	25	Н-ко К.Й.	89
7	Г-ов К.Ю.	104	26	Н-ич В.П.	58
8	Г-ов І.І.	82	27	Н-ко Н.І.	59
9	Д-ін Г.М.	97	28	О-ко В. В.	72
10	Д-ко І.М.	97	29	О-ко С.М.	74
11	Д-ик Ю.О.	59	30	О-ко Ч.М.	75
12	Є-ов К.П.	95	31	П-ко В.С.	81
13	Ж -ко В.В.	78	32	П-ов Ц.Й.	71

Закінчення табл. 2.1.3

1	2	3	4	5	6
14	З-а Ж.Ю.	70	33	П-ко О.В.	68
15	З-ба М.М.	47	34	Х-ко В.П.	112
16	І-ко Л.М.	95	35	Х-ко П.Ф.	62
17	І-ко Л.П.	100	36	Ю-ий Я.В.	91
18	К-й А.М.	69	37	Ю-ко В.Н.	93
19	К-ко Л.Б.	44	38	Е-ін Б.Д.	84

Примітка: Прізвища, ім’я та ім’я по батькові (П.І. Іпб.) подано за абеткою

Наступним етапом є ***розподіл частот***. Список представлений у таблиці 2.1.3 можна скоротити шляхом групування однакової кількості балів, набраних студентами (див. п’яту колонку табл. 2.1.4). Четверта та п’ята колонки (табл. 2.1.4) представляють найпростіший вид розподілення. Отримані оцінки розміщуються за величиною (у нашому випадку від 112 до 44), а праворуч від кожної оцінки зазначено число її повторень. Це і є ***частота,*** яка позначається f, а сума частот — n.

Побудова розподілення згрупованих частот. Процес побудови розподілення згрупованих частот складається з чотирьох етапів (табл. 2.1.5).

Велику кількість оцінок (у нашому випадку 38) доцільно згрупувати за принципом: від 110 до 114; 105 до 109; 40 до 44 тощо. Кожна така група називається ***розрядом оцінок.*** У разі, якщо всі дані розміщено по групах, йдеться ***про розподіл згрупованих частот.*** Хоча чіткого правила вибору кількості розрядів не існує, зазвичай їх утворюють не менше 12 та не більше 15.

Таблиця 2.1.4

Результати виконання тестових завдань студентами другого курсу з дисципліни «Експериментальна психологія» (38 студентів), упорядковані за величиною, проранжовані та протабульовані без подальшого групування

№/ пор	Послідовність за спаданням	Ранг	Табулювання без подальшого групування		
			Оцінка	Частота (*L*)	
1	2	3	4	5	6
1	112	1	112	1	
2	109	2	109	1	
3	106	3	106	1	
4	105	4	105	1	
5	104	5	104	1	
6	100	6	100	1	
7	**97**	**7,5**	**97**	**2**	
8	**97**	**7,5**	**95**	**2**	∑ сума = 19
9	**95**	**9,5**	93	1	
10	**95**	**9,5**	91	1	
11	93	11	90	1	
12	91	12	89	1	
13	90	13	**84**	**2**	
14	89	14	83	1	
15	**84**	**15,5**	82	1	
16	**84**	**15,5**	81	1	
17	83	17			Середина частот
18	82	18	80	1	
19	81	19	78	1	
20	80	20	**75**	**3**	
21	78	21	74	1	
22	**75**	**23**	72	1	

Закінчення табл. 2.1.4

1	2	3	4	5	6
23	**75**	**23**	71	1	
24	**75**	**23**	70	1	
25	74	25	69	1	∑ сума = 19
26	72	26	68	1	
27	71	27	66	1	
28	70	28	62	1	
29	69	29	**59**	**2**	
30	68	30	58	1	
31	66	31	51	1	
32	62	32	47	1	
33	**59**	**33,5**	44	1	
34	**59**	**33,5**	n = 38 = 19 + 19		
35	58	35			
36	51	36			
37	47	37			
38	44	38			

Таблиця 2.1.5

Процес побудови звичайного розподілення згрупованих частот (чотири етапи)

Бали із табл. 3.1.3	Етапи побудови розподілення
90	**Етап 1. Визначення розмаху**
66	Найвища оцінка 112
106	Найнижча оцінка 44
84	Розмах = Різниця + 1 = 68 + 1 = 69

<table>
<tr><td>105</td><td colspan="3">Етап 2. Вибір інтервалів розрядів</td></tr>
<tr><td>83</td><td colspan="3" rowspan="4">69:12 = 5,75 — найбільш можливий розряд інтервалів,
округляємо із зменшенням до 5
69:15 = 4,60 — найменший можливий розрядний інтервал,
округляємо із збільшенням до 5</td></tr>
<tr><td>104</td></tr>
<tr><td>82</td></tr>
<tr><td>97</td></tr>
<tr><td>97</td><td colspan="3">Етапи 3 та 4. Визначення границь розрядів та табулювання</td></tr>
<tr><td>59</td><td>Внутрішні числові границі 15 розрядів</td><td>Підрахунки</td><td>Частота (f)</td></tr>
<tr><td>95</td><td>110–114</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>78</td><td>105–109</td><td>111</td><td>3</td></tr>
<tr><td>70</td><td>100–104</td><td>11</td><td>2</td></tr>
<tr><td>47</td><td>95– 99</td><td>1111</td><td>4</td></tr>
<tr><td>95</td><td>90–94</td><td>111</td><td>3</td></tr>
<tr><td>100</td><td>85–89</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>69</td><td>80–84</td><td>111111</td><td>6</td></tr>
<tr><td>44</td><td>75–79</td><td>1111</td><td>4</td></tr>
<tr><td>80</td><td>70–74</td><td>1111</td><td>4</td></tr>
<tr><td>75</td><td>65–69</td><td>111</td><td>3</td></tr>
<tr><td>75</td><td>60–64</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>51</td><td>55–59</td><td>111</td><td>3</td></tr>
<tr><td>109</td><td>50–54</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>89</td><td>45–49</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>58</td><td>40–44</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>59</td><td></td><td colspan="2" rowspan="2">n = 38</td></tr>
<tr><td>72</td><td></td></tr>
<tr><td>74</td><td></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>75</td><td></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>81</td><td></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>71</td><td></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>68</td><td></td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

112		
62		
91		
93		
84		

Перший етап — визначення загального розмаху усередині всієї вибірки, який дорівнює різниці між максимальною та мінімальною оцінками плюс одиниця. У нашому випадку це (112 – 44) + 1 = 69. Фактично вважається, що оцінка 112 покривається одиничним інтервалом оцінок від 112,5–111,5, а 44 — інтервалом 44,5 – 43,5. Якщо 112 — це середина інтервалу, а крок у нас дорівнює 1, то число 112 лежить у межах від 111,5 до 112,5, а — 44 відповідно у межах від 43,5 до 44,5. Тому розмах нашої вибірки коливається у межах від 43,5 до 112,5. Оскільки не завжди нам зручно мати справу з дробовими числами, то ми підбираємо крок, який забезпечує ціле значення.

Крок	Розряд
5	114
4	113
3	112
2	111
1	110

Другий етап — вибір інтервалу групування розрядів.

Є ширина розрядів, за якою повинно бути класифіковано оцінки. Мінімальна кількість розрядів дорівнює 12, максимальна — 15. Для розрахунків інтервалу розрядів розділимо діапазон спочатку на 12, а потім на 15, тобто у нашому випадку це число = 5,75 (69:12 = 5,75), яке називається ***найбільшим можливим розрядом інтервалів***.

Оскільки дробові числа використовувати не зручно (для 12 розрядів) округляємо його ***із зменшенням до 5***, а для 15 — це число становить 4,60 – – (69 : 15 = 4,60). 4,60 — ***найменший можливий розрядний інтервал***, округляємо його ***із збільшенням до 5***. Якщо інтервал непарний, а середнє значення ціле, то й межі розряду теж будуть цілі. Оскільки крок у нас дорівнює 5, то для 112 балів верхня межа розряду дорівнюватиме 114, а нижня 110.

Якби використовувався розряд, ширина якого становить число 6 з границями оцінок 108–113, то середина цієї групи дорівнювала б 110,5, що ускладнило б подальші розрахунки. Отже, ми надаємо перевагу інтервалу 5.

Третій етап — визначення границь розрядів. Для цього необхідно починати табулювання завжди з величини, кратної розряду інтервалу. Якщо найнижчий розряд починати з 40, кратного 5, то до його складу увійде й найнижча оцінка — 44, а якщо починати від 45, то оцінка 44 до цього інтервалу не потрапить. Отже, наступний розряд буде починатися з 45, далі — 50, 55 і т. д. доти, доки найвища оцінка 112 не потрапить до інтервалу 110–114.

Четвертий етап — табулювання. Підрахунок ведеться для кожної оцінки напроти розряду, до якого вона потрапляє (див. стовпчик «Підрахунки» у табл. 2.1.5). Так, до інтервалу 110–114 потрапляє лише одна оцінка — 112 і т.д.

Окрім розглянутої вище техніки табулювання, для зручності представлення результатів дослідження експериментатор використовує ще одну з технік групування спостережень. Розглянемо цю техніку на прикладі, наведеному у таблиці 2.1.3. У таблиці 2.1.6 представлено процес побудови звичайного розподілення згрупованих частот (чотири кроки).

Таблиця 2.1.6

Процес побудови звичайного розподілення згрупованих частот (чотири етапи)

Бали з табл. 2.1.3	**Етапи побудови розподілення**
90	**Крок 1─ *визначення розмаху***
66	Найвища оцінка (X_{max}) = 112
106	Найнижча оцінка (X_{min}) = 44
84	Розмах = ($X_{max} – X_{min}$) = (112 – 44) = 68
105	**Крок 2 — *вибір інтервалів розрядів***
83	Довільно оберемо число розрядів (p = 9), орієнтуючись на кількість досліджуваних (n = 38).
104	Ширину розряду розрахуємо за наступною формулою:

82	$c = \dfrac{X_{\max} - X_{\min}}{p-1} = \dfrac{112-44}{9-1} = \dfrac{68}{8} = 8{,}5$ Отриманий результат округлимо до найближчого значення, яке націло ділиться на 2; тоді ширина розряду дорівнюватиме 8, а кроків буде 9 (40–48).				
97					
97	**Кроки 3 та 4 — *визначення границь розрядів***				
59	Внутрішні числові границі 9 розрядів	Підрахунки	Частота (f_i)	Частості (w_i)	$Y_{відносна} = \dfrac{w_i}{c_i}$
95	112–120	1	1	0,026	0,003
78	103–111	1111	4	0,105	0,012
70	94–102	11111	5	0,132	0,015
47	85–93	1111	4	0,105	0,012
95	76–84	1111111	7	0,184	0,022
100	67–75	111111111	9	0,237	0,028
69	58–66	11111	5	0,132	0,015
44	49–57	11	2	0,053	0,006
80	40–48	1	1	0,026	0,003
75					
75					
51					
109					
89					
58					
59					
72		n = 38			
74					
75					
81					
71					
68					
112					
62					
91					
93					
84					

Крок 1 — ***визначення розмаху***. Для того, щоб згрупувати результати, наведені у таблиці 2.1.3, необхідно весь проміжок між найбільшим (X_{max} = 112) та найменшим (X_{min} = 44) значеннями, розділити на ряд інтервалів, або, як їх ще

називають, розрядів. Отже, всі результати (див. табл. 2.1.3) містяться в інтервалі 44–112 балів. Тепер визначимо величину розмаху. Для цього, від найбільшої оцінки (X_{max}) віднімемо показник найменшої оцінки (X_{min}). Таким чином, величина розмаху у нашому прикладі дорівнюватиме ($X_{max} - X_{min}$) = = (112 – 44) = 68.

Крок 2 — ***вибір інтервалів розрядів***. У встановленні меж розрядів не обов'язково, щоб нижня межа першого розряду дорівнювала результату найменшого розряду, а верхня межа останнього розряду — найбільшому.

9	48
8	47
7	46
6	45
5	44
4	43
3	42
2	41
1	40
Крок	Розряд

Рекомендується:

– обирати межі розрядів таким чином, щоб показник найменшого результату містився приблизно у середині першого, а найбільшого — у середині останнього розрядів;

— число розрядів залежить від кількості досліджуваних (n), у нашому прикладі n = 38, тобто для такої кількості число розрядів може коливатися у межах від 8 до 9. Для визначення числа розрядів необхідно величину розмаху ($X_{max} - X_{min}$) поділити на передбачувану кількість розрядів (p). Відповідна формула має такий вигляд: $\left(\frac{X_{\max} - X_{\min}}{p}\right)$, тобто $\left(\frac{112 - 44}{8}\right) = \frac{68}{8} = 8{,}5$ або $\left(\frac{112 - 44}{9}\right) = \frac{68}{9} = 7{,}5$. Округлимо отримані дані та отримаємо число розрядів 9 або 8. Для нашого прикладу оберемо 9 розрядів та позначимо їх літерою (p).

Якщо число розрядів визначено, ширину розряду розрахуємо за такою формулою:

$c = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{p - 1}$, де c — ширина розряду, p — число розрядів, X_{max} — найбільше значення результату, отриманого досліджуваним, X_{min} — найменше значення результату, отриманого досліджуваним.

Крок 3 — *визначення границь розрядів.* Оскільки у нашому прикладі число досліджуваних (n = 38), а обране число розрядів p = –9, тоді $c = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{p-1} = \frac{112-44}{9-1} = \frac{68}{8} =$ 8,5. Отриманий результат округлимо до найближчого значення, яке націло ділиться на 2, тоді ширина розряду дорівнюватиме 8, а кроків буде 9. Нижню границю першого розряду (t_0) розрахуємо за формулою: $t_0 = X_{\min} - \frac{c}{2}$. У нашому прикладі величина з якої починається перший розряд, $t_0 = 44 - \frac{8}{2}$ = 44– 4 = 40. Тож до першого розряду потраплять значення від (t_0 = 40) до (t_0+c= 48); до другого — від 49 до 57; до третього — від 58 до 66..... до останнього — від 112 до 120.

Якщо інтервал непарний, а середнє значення ціле, то й межі розряду теж будуть цілі. Оскільки крок у нас дорівнює 9, то для 44 балів верхня межа розряду дорівнюватиме 48, а нижня 40.

Якби використовувався розряд шириною 8 з границями оцінок 40–47, то середина цієї групи дорівнювала б 43,5, що ускладнило би подальші розрахунки. Отже, ми надаємо перевагу інтервалу 9.

Кроки 3 та 4 — *визначення границь розрядів.* Оскільки у нашому прикладі число досліджуваних (n = 38), а обране число розрядів p = 9, то $c = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{p-1} = \frac{112-44}{9-1} = \frac{68}{8} =$ 8,5. Отриманий результат округлимо до найближчого значення, яке націло ділиться на 2, тоді ширина розряду дорівнюватиме 8.

Нижню границю першого розряду (t_0) розрахуємо за формулою: $t_0 = X_{\min} - \frac{c}{2}$. У нашому прикладі величина, з якої починається перший розряд $t_0 = 44 - \frac{8}{2}$ = 44 – 4 = 40. Отже, до першого розряду потраплять значення від (t_0 = 40) до (t_0+c= 48); до другого — від 49 до 57; до третього — від 58 до 66..... до останнього — від 112 до 120.

Крок 5 — *визначення частот* (*f*) *та частостей* (w_i). Для визначення частот (*f*) підрахуємо, скільки досліджуваних з отриманими оцінками в межах виявлених дев'яти розрядів з шириною першого розряду від 40 до 48 ... до останнього — від 112 до 120. Отримані результати внесемо до таблиці 2.1.6 у стовпчик «Частота (f)». Замість частот можна розрахувати частості, які показують частку спостережень, що потрапили до даного розряду. Для цього скористаємося формулою: $w_i = \frac{f_i}{n}$, де w_i — частості, f_i — частоти, n — кількість досліджуваних. У нашому випадку для кожного з дев'яти розрядів w_i дорівнюватиме — 0,053; 0,105; 0,105; 0,105; 0,184; 0,237; 0,132; 0,053; 0,026.

Для зручності наочного представлення отриманих результатів дослідники використовують графічні форми. Зазвичай розрізняють дві такі форми: гістограми та полігон розподілення.

Для побудови гістограми по вісі абсцис відкладаються значення ознаки (межі розрядів), а по вісі ординат — відносна щільність розподілення, яка обчислюється за такою формулою: $Y_{відносна} = \frac{w_i}{c_i}$, де w_i — частість розряду, c_i — ширина розряду. Приклади гістограми та полігона розподілення представлені на рисунках 2.1.1, 2.1.2.

Величина $Y_{відносна} = \frac{w_i}{c_i}$ показує, яка частка загального числа спостережень припадає у середньому на одиницю досліджуваної ознаки у кожному з розрядів. В нашому прикладі $Y_{відносна} = \frac{w_i}{c_i}$ для кожного з дев'яти розрядів вона дорівнюватиме: для першого розряду (40 – 48 – 0,006), для другого — (49 – 57 – – 0,012),...... для дев'ятого — (112 – 120 – 0,003). Отримані результати внесемо у таблицю 2.1.6 до стовпчика «$Y_{відносна} = \frac{w_i}{c_i}$». За отриманими результатами побудуємо гістограму (рис. 2.1.1), де по вісі абсцис відкладаються значення ознаки (межі розрядів), а по вісі ординат — відносна щільність розподілення, яка обчислена за формулою: $Y_{відносна} = \frac{w_i}{c_i}$. На рисунку 2.1.2 відображено полігон розподілення результатів виконання тестових завдань 38 студентами другого курсу з дисципліни «Експериментальна психологія».

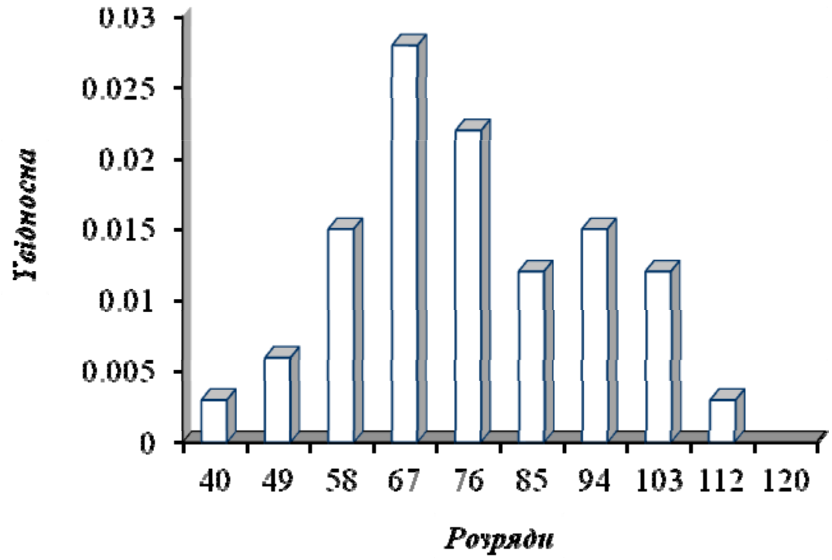


Рис. 2.1.1. Гістограма розподілення результатів
виконання тестових завдань студентами другого курсу
з дисципліни «Експериментальна психологія» (38 студентів)

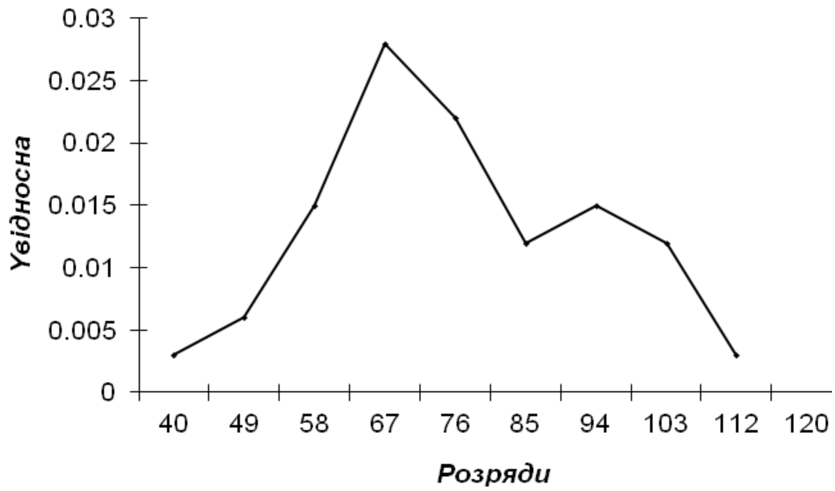


Рис. 2.1.2. Полігон розподілення результатів
виконання тестових завдань студентами другого курсу
з дисципліни «Експериментальна психологія» (38 студентів)

Побудову полігона розподілення також можна починати з того, що по вісі абсцис відкладаються значення ознаки (у нашому прикладі це не межі розрядів, а їхні середні значення; по вісі ординат — частоти (f_i)). Напроти середини кожного з розрядів на рівні, якому відповідає конкретна частота розряду, ставляться точки, які потім з'єднуються прямими лініями. Для завершення фігури полігона ліворуч та праворуч відкладаються ще дві середини розрядів з нульовою частотою, які також з'єднуються прямими лініями із сусідніми точками.

У таблиці 2.1.7 наведено покроковий розрахунок побудови фігури полігона розподілення (рис.2.1.3).

Крок 1. Знайти середнє значення для кожного з дев'яти розрядів.

Для першого розряду (40–48) це буде дорівнювати $\frac{(40+48)}{2}=\frac{88}{2}=44$;

для другого — $\frac{(49+57)}{2}=\frac{106}{2}=53$; для третього — $\frac{(58+66)}{2}=\frac{124}{2}=62$;

для четвертого — $\frac{(67+75)}{2}=\frac{142}{2}=71$; для п'ятого — $\frac{(76+84)}{2}=\frac{160}{2}=80$;

для шостого — $\frac{(85+93)}{2}=\frac{178}{2}=89$; для сьомого — $\frac{(94+102)}{2}=\frac{196}{2}=98$;

для восьмого — $\frac{(103+111)}{2}=\frac{214}{2}=107$; для дев'ятого — $\frac{(112+120)}{2}=\frac{232}{2}=116$.

Крок 2. Для завершення фігури полігона ліворуч та праворуч відкладаються ще дві середини розрядів з нульовою частотою, які також з'єднуються прямими лініями з сусідніми точками. Отримані дані слід внести до таблиці 2.1.7.

Таблиця 2.1.7

<table>
<tr><th>Бали
з табл.
2.1.3</th><th colspan="4">Вихідні дані для побудови полігону розподілення результатів
виконання тестових завдань 38 студентами другого курсу
з дисципліни «Експериментальна психологія»</th></tr>
<tr><td>90</td><td colspan="4" rowspan="4">Крок 1 — знайти середнє значення для кожного з 9 розрядів.
Формула розрахунку $\overline{X}_i$.
$\overline{X}_1 = \frac{40+48}{2} = \frac{88}{2} = 44$;..... $\overline{X}_9 = \frac{112+120}{2} = \frac{232}{2} = 116$</td></tr>
<tr><td>66</td></tr>
<tr><td>106</td></tr>
<tr><td>84</td></tr>
<tr><td>105</td><td colspan="4" rowspan="6">Крок 2 — ліворуч — нульовий розряд $\left(\overline{X}_0 = \frac{31+39}{2} = \frac{70}{2} = 35\right)$ та праворуч — десятий розряд $\overline{X}_{10} = \frac{121+129}{2} = \frac{250}{2} = 125$; відкладаються ще дві середини розрядів з нульовою частотою, які також з’єднуються прямими лініями зі своїми сусідніми точками</td></tr>
<tr><td>83</td></tr>
<tr><td>104</td></tr>
<tr><td>82</td></tr>
<tr><td>97</td></tr>
<tr><td>97</td></tr>
<tr><td>59</td><td>Внутрішні числові границі 9 розрядів</td><td>Підрахунки</td><td>Частота (f_i)</td><td>$\overline{X}_i$ для кожного розряду</td></tr>
<tr><td>95</td><td rowspan="23">121–129
112– 120
103–111
94–102
85–93
76–84
67–75
58–66
49–57
40–48
31–39</td><td rowspan="15">–
1
1111
11111
1111
1111111
111111111
11111
11
1
–</td><td rowspan="15">0
1
4
5
4
7
9
5
2
1
0</td><td rowspan="15">125
116
107
98
89
80
71
62
53
44
35</td></tr>
<tr><td>78</td></tr>
<tr><td>70</td></tr>
<tr><td>47</td></tr>
<tr><td>95</td></tr>
<tr><td>100</td></tr>
<tr><td>69</td></tr>
<tr><td>44</td></tr>
<tr><td>80</td></tr>
<tr><td>75</td></tr>
<tr><td>75</td></tr>
<tr><td>51</td></tr>
<tr><td>109</td></tr>
<tr><td>89</td></tr>
<tr><td>58</td></tr>
<tr><td>59</td><td colspan="3" rowspan="8">n = 38</td></tr>
<tr><td>72</td></tr>
<tr><td>74</td></tr>
<tr><td>75</td></tr>
<tr><td>81</td></tr>
<tr><td>71</td></tr>
<tr><td>68</td></tr>
<tr><td>112</td></tr>
</table>

62		
91		
93		
84		

На рисунку 2.1.3 відображено полігон розподілення результатів виконання тестових завдань 38 студентами другого курсу з дисципліни «Експериментальна психологія».

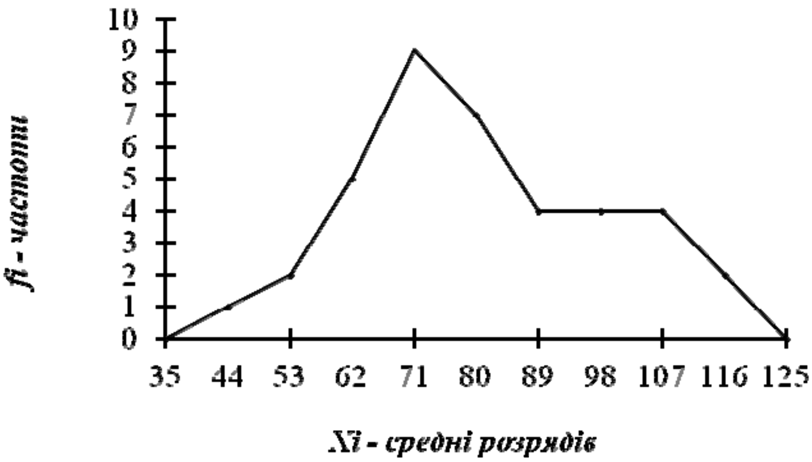


Рис. 2.1.3. Полігон розподілення результатів виконання тестових завдань 38 студентами другого курсу з дисципліни «Експериментальна психологія»

Розглянемо (за: Глассом Дж., Стенлі Дж.; 1976) загальні поради щодо побудови графіків:

1. Загальна структура графіків передбачає їх читання зліва направо.

2. Не рекомендується представляти кількісні характеристики лінійних величин за допомогою, наприклад, площ або об'ємів тому, що таке представлення складно інтерпретувати.

3. Вертикальну шкалу для кривої, незалежно від її призначення, слід обирати таким чином, щоб на рисунку була нульова позначка.

4. За умови, якщо нульова лінія вертикальної вісі не буде перпендикулярною до графіка, то нульова лінія повинна розміщуватися на горизонтальній вісі.

5. Нульові лінії шкал треба чітко відмежовувати від інших координатних ліній.

6. Для кривих, які відображують шкалу у відсотках, бажано виділяти лінію, що характеризує 100%, або інші лінії, які використовуються для порівняння.

7. Коли шкала будується на базі дат, а період, що розглядається, є неповним, то не рекомендується виділяти перші та останні координати, оскільки на такій діаграмі немає позначок початку та кінця часу.

8. Для спрощення сприймання діаграми рекомендується відображувати координатні лінії, кількість яких достатня та необхідна для інтерпретації.

9. Криві лінії діаграм повинні чітко відрізнятися від інших кривих.

10. Якщо на діаграмі представлено кілька окремих спостережень, рекомендується чітко виділяти кожне з цих спостережень.

11. На діаграмах горизонтальну шкалу зазвичай треба читати зліва направо, а вертикальну — знизу догори.

12. Цифри на шкалах слід розміщувати зліва та знизу або вздовж відповідних осей.

13. До графіка бажано долучати цифрові дані або розрахункові формули.

14. За умови, коли цифрові дані складно представити на графіку, бажано до нього додати відповідну таблицю.

15. Для зручності читання усі цифри треба розташовувати від основи, як початку або праворуч як початку.

16. Найменування мають бути лаконічними зрозумілими та повними. За необхідністю можна вносити підзаголовки або пояснення.

2.1.3. Процентилі

Одним з найефективніших та корисних методів опису групи спостережень є опис за допомогою квантилів. ***Квантиль*** — загальне поняття, а процентилі, децилі, квартилі — три його складові.

Квантиль ділить сукупність спостережень на дві групи з відомими пропорціями у кожній з груп. Наприклад: існують три кварти (Q_1, Q_2, Q_3); вони ділять групу спостережень на чотири рівні частини — кварти. ***Децилі*** — ділять спостереження на 10 рівних частин (D_1, D_2, D_3....... D_{10}). Квантилі (квінта) — на п’ять частин ($К_1$, $К_2$, $К_3$ $К_4$, $К_5$). На рисунку 2.1.4 наведено графічне відображення розподілу сукупності спостережень на квартилі, децилі, квантилі, ***процентилі***.

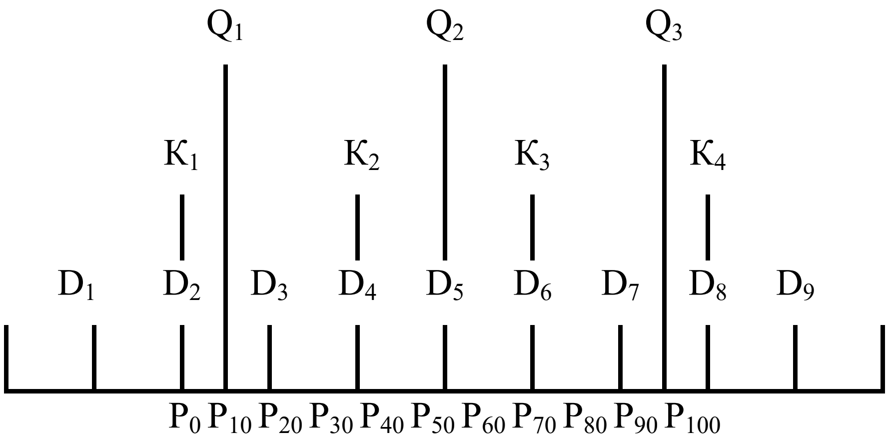


Рис. 2.1.4. Графічне відображення розподілу сукупності спостережень на квартилі, децилі, квантилі, процентилі.

Визначення процентилів. *Р*-й процентиль є точкою, нижче якої лежить Р відсотків оцінок. Перед початком розрахунків будь-якого процентилю групу оцінок треба упорядкувати за зростанням. Метод, який ми розглянемо, придатний для знаходження точки процентиля як для ранжованих, так і для групованих даних.

Приклад: викладач 125 студентам запропонував виконати контрольні завдання з 40 питань. За оцінку виконання тестового завдання бралася кількість позитивних відповідей з 40 питань. Не групований розподіл частот 125 оцінок тесту наведено у таблиці 2.1.8. Запитання: чому дорівнює величина 25-го процента ля P_{25}? P_{25} — це точка, нижче якої лежить 25% 125 оцінок?

Таблиця 2.1.8

Визначення $\boldsymbol{P_{25}}$ 25-го процентиля у розподіленні частот,

інтервал оцінок — одиниця

Оцінка у тесті	Частота	Накопичена частота	Розрахунки
38	1	125	**Крок 1.** 0,25 n = n:4 = 125:4 = 31,25
37	1	124	**Крок 2.** Знайти фактичну нижню границю розряду оцінок, що містять у собі оцінку 31,25;
36	3	123	
35	5	120	
34	9	115	L = 28,5
33	8	106	**Крок 3.** Вирахувати накопичену до L частоту з 31,25;
32	17	98	
31	23	81	31,25 – 16 = 15,25
30	24	58	**Крок 4.** Розділити результат 3-го кроку на частоту f у інтервалі, що містить у собі оцінку 31,25;
29	18	34	
28	10	16	
27	3	6	15,25 : 18 = 0,85
26	1	3	
25	0	2	**Крок 5.** Додати до результату 4-го кроку L
24	2	2	P_{25} = 28,5 + 0,85 = 29,35
	n = 125		

Накопичені частоти до будь-якої заданої оцінки є сумарною кількістю частот на цій оцінці та нижче за неї.

У третьому стовпці таблиці 2.1.8 знайдемо накопичені частоти для 125 оцінок успішності виконання контрольного завдання. Для оцінки 38 — це 125, для оцінки 37 — це 124 (125 – 1 = 124), для оцінки 36 – 123 (125 – 2 = 123), для оцінки 35 – 120 (125 – 5 = 120) і т. д. 106 осіб отримали тестові оцінки 33 та менше. Отже, накопичені частоти для 33–106.

Для знаходження P_{25} необхідно зробити п’ять кроків.

Крок 1. Знайти (0,25) n діленням на 4. 125:4 = 31,25.

Крок 2. Визначити фактичну нижню границю (L) розряду оцінок, що містять у собі бали з оцінкою 31,25. Оскільки 16 осіб мають оцінки 28, а 34 — оцінки 29 або менше, то частота 31,25 лежить в інтервалі розрядів оцінок 28,5 – – 29,5 (29 + 28)/2 = 28,5. За кроку 1, це й буде 28,5 – 29,5.

Припустимо, що 18 частот на оцінці 29 рівномірно розподілені в інтервалі 28,5 – 29,5. Тоді кожна частота займе 1/18 частину цього інтервалу. Визначити, на які частини розділяє інтервал оцінка 31,25 — означає вирішити задачу інтерполяції в середині інтервалу. Кроки три та чотири реалізують таку інтерполяцію.

Крок 3. Вирахувати накопичену до L частоту *(cum. f)* з 0,25 n.

L — це 28,5, а до L накопичено 16 частот. Отже, 0,25 n — *(cum. f)*=31,25 – – 16 = 15,25. На третьому кроці визначається, скільки частот в інтервалі 28,5 – – 29,5 лежить нижче за 0,25 n.

Крок 4. Розділити результат третього кроку на частоту f *в* інтервалі, що містить частота 0,25. 15,25:18 = 0,85. Отже, четвертий крок, це визначення тієї частки інтервалу розряду, яка лежить під частотою 0,25 n. В інтервалі 28,5 – – 29,5 міститься 18 частот, а 15,25:18 = 0,85. Тож 0,8-у частину інтервалу займають перші $15_{1\backslash 4}$ частот.

Крок 5. Додати результат четвертого кроку до L. Сума дорівнює P_{25}.

P_{25} = 28,5 + 0,85 = 29,35.

Згідно з умовами, які ми прийняли для представлення оцінок, P_{25} = 29,35, тобто 25% з 125 оцінок лежать нижче 29,35. (Аналогічно 75% з 125 оцінок лежать вище за 29,35). Кроки з першого по п’ятий можна виразити однією формулою: $P_{25} = \frac{L + 0,25n - (cum.f)}{f}$, (2.1.1)

де L — фактична нижня границя єдиного інтервалу оцінок, що містять частоту 0,25 n знизу розподілення;

(cum. f) — накопичена до L частота;

f — частота оцінок в інтервалі, що містять оцінку 0,25n.

Для визначення будь-якого процентиля розподілення частот у разі, коли інтервал розряду оцінок дорівнює 1, застосовується більш узагальнений вид формули (2.1.1). Припустимо, що нам потрібно знайти точку, розміщену вище за деяку частку *p* частот. $P_{P\ є}$ — р-й (певний) процентиль, який розраховується за такою формулою:

$$P_p = \frac{L + p_n - (cum.f)}{f}, \quad (2.1.2)$$

де L — фактична нижня границя єдиного інтервалу оцінок, що містять частоту p_n знизу розподілення;

(cum. f) — накопичена до L частота;

f — частота оцінок в інтервалі, що містять оцінку p_n.

Проілюструємо використання рівняння (2.1.2) на прикладі вирахування P_{60} за даними, наведеними у табл.2.1.8.

$$P_{60} = \frac{30,5 + 75 - 58}{23} = 31,24.$$

Обчислення будь-якої точки процентиля групового розподілення частот ідентичне вирахуванням для незгрупованих розподілень. Загальна формула визначення процентиля *p* в групі *n* оцінок має такий вигляд:

$$P_p = \frac{L + p_n - (cum.f)}{f} * (W), \quad (2.1.3)$$

де L — фактична нижня границя єдиного інтервалу оцінок, що містять частоту p_n знизу розподілення;

(cum. f) — накопичена до L частота;

f — частота оцінок в інтервалі, що містять оцінку p_n,

W — ширина будь-якого інтервалу оцінок.

* * *

Дайте визначення поняттям:

Вимірювання...

Номінальне вимірювання...

Порядкове вимірювання...

Інтервальне вимірювання...

Вимірювання відношень...

Ранговий порядок...

Не згрупований ряд...

Розподіл частот...

Частота...

Розряд оцінок...

Розподіл згрупованих частот...

Найбільший можливий розрядний інтервал...

Найменший можливий розрядний інтервал...

Квантиль...

Квартилі...

Децилі...

Процентилі...

Контрольні питання

1. Вимірювання та вимірювальні шкали.
2. Табулювання даних.
3. Розрахунок процентилів.

Творче завдання

Проведіть дослідження будь-якого психологічного явища, властивості, механізму, протабулюйте отримані дані, обчисліть величину 75-го проценти ля P_{75} Напишіть звіт.

Конспект першоджерел

Анастази А. Психологическое тестирование / А. Анастази, С. Урбина. — [7-е изд.]. — СПб. : Питер, 2003. — 688 с.

Список використаних джерел

1. *Ананьев Б. Г.* Развитие психо-физиологических функций взрослых людей. — М. : Педагогика, 1972. — 248 с.

2. *Ашмарин Б. А.* Теория и методика педагогических исследований в физическом воспитании. — М. : ФИС, 1978. — 224 с.

3. *Бушер Я. И.* Методики и основные эксперименты по изучению мозга и поведения / Бушер Я. И., Бушерова О., Хьюстон Дж. П.. — М. : Высшая школа, 1991. — 339 с.

4. *Готтсданкер Р.* Основы психологического эксперимента. — М. : МГУ, 1982. — 464 с.

5. *Грановская Р. М.* Элементы практической психологии. — Л. : ЛГУ, 1988. — 560 с.

6. *Дорфман Л. Я.* Методологические основы эмпирической психологии: учебн. пособ. [для студ. высш. учебн. завед.] / Л. Я. Дорфман. — М. : Смысл; Изд. центр «Академия», 2005. — 288 с.

7. *Дружинин В. Н.* Експериментальная психология: учебник [для вузов]. / В. Н. Дружинин. — [2-е изд., доп.]. — СПб. : Питер, 2003. — 319 с.

8. *Дюк В. А.* Компьютерная психодіагностика / В. А. Дюк. — СПб. : Братство, 1994. — 664 с.

9. *Ингенкамп К.* Педагогическая діагностика / К. Ингекамп. — М. : Педагогика, 1991. — 240 с.

10. *Клайн П.* Справочное руководство по конструированию тестов / П. Клайн. — Киев, 1994. — 284 с.

11. *Крылов А. А.* Практикум по общей и экспериментальной психологии. — Л. : ЛГУ, 1987. — 255 с.

12. *Плохинский Н. А.* Биометрия / Н. А. Плохинский. — [2-е изд.]. — М. : МГУ, 1970. — 368 с.

13. *Стоунс Ф.* Психопедагогика / Ф. Стоунс. — Москва, 1984. — 440 с.

14. *Теплов Б. М.* Избранные труды / Б. М. Теплов. — 1985. Т.1. — 328 с.; Т. 2. — 360 с.

15. *Фресс П.* Экспериментальная психология / Фресс П., Пиаже Ж. — Москва, Т.1. — 300 с.; 1966. Т. 2.; 1970. — 200 с., Т. 3. — 344 с.; 1973. — Т. 5. — 288 с., Т. 4.; 1978. — 304 с.

16. *Червинская К. Р.* Компьютерная психодіагностика / К. Р. Червинская. — СПб. : Речь, 2003. — 336 с.

2.2. ЗАГАЛЬНІ ВИМОГИ ДО ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ МАТЕМАТИЧНОЇ ОБРОБКИ РЕЗУЛЬТАТІВ ПСИХОЛОГІЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

2.2.1. Загальні положення щодо застосування статистичного аналізу обробки результатів психологічних досліджень

Відомо, що будь-які психологічні вимірювання необхідно обчислювати тільки після того, як експериментатор зведе їх до єдиної шкали. Подальші операції з отриманими даними необхідно проводити з урахуванням характеристик, що визначають особливості й можливості обраної шкали, та адекватними завданням дослідження математичними методами обробки результатів.

Щоб відповісти на питання чи достовірно відрізняються або не відрізняються отримані нами дані від описаних іншими науковцями, застосовуються статистичні методи обробки інформації.

Здавалося б, що на сьогодні, в епоху тотальної комп'ютеризації, достатньо було б використовувати вже розроблені статистичні пакети, такі як: «ОСА», «EXCEL», «SPSS», «STATISTICA» тощо, і ми вже маємо надійний інструмент для аналізу отриманих даних. Утім, на жаль, це не зовсім так. Усі перелічені нами програми розраховані на великі вибірки та лише такі, що підпорядковані закону нормального розподілу К. Гауса. Тому у психологічних, психофізіологічних, педагогічних дослідженнях, коли експериментатор працює з малими вибірками, використовують інші прийоми, які ми з вами і будемо розглядати.

Розробляти та застосовувати методи математичної обробки даних експериментальної психології дослідників спонукали:

1. НеобхідністЬ отримання достовірної інформації на базі кількісних даних для вивчення закономірностей та особливостей перебігу психічних процесів, явищ, механізмів тощо.

2. Необхідність формування логічного мислення у майбутнього психолога.

3. Різноманіття проблем, які вивчає експериментальна психологія, що потребує від дослідника створення нових методів та методик, а це можливо тільки завдяки великій кількості коректно проведених та математичного обчислення результатів досліджень.

Звичайно, існує дуже багато випадкових подій, які в результаті досліджень можуть відбуватися чи не відбуватися. Для цього ми повинні виокремити такі, які найчастіше відбуваються, тобто масові прояви випадкових подій, і встановити певні закономірності.

Експериментальна психологія, використовуючи математичні методи, займається пошуком закономірностей цих випадкових подій та їх дослідження. Тому математичні методи у психології є прикладною наукою, яка займається збором вихідної інформації та її дослідженням, спираючись на вже відомі закони, закономірності розвитку психіки.

Математична статистика отримала поштовх до розвитку завдяки азартним іграм, бо у гравців виникала необхідність прогнозувати майбутній результат. Засновниками математичної статистики можна вважати П'єра, Блеса, Паскаля, Фермата, Гауса та ін. Подальший розвиток ця наука отримала у працях Бернулі, Фішера, Стьюдента, Пірсона, Чебишева, Маркова, Ляпунова та ін.

2.2.2. Види завдань, які можна вирішити в принципі за допомогою методів математичної статистики у психологічному дослідженні

Сформулюємо групи завдань, які можна вирішити в принципі за допомогою математичних методів у психологічному досліджені:

1. Первинна обробка вихідного цифрового матеріалу та зведення його до однієї з видів шкал.

2. Можливість оцінювати, маючи малу кількість об'єктів, які закономірності ми виявилм, та чи можна їх поширювати на велику кількість об'єктів.

3. Виконання різнорідних порівнянь.

4. Виявлення взаємозв'язків між різними ознаками.

5. Елементарне прогнозування.

6. Встановлення закономірностей у психічних явищах, процесах.

Існує ще одна група завдань, які можуть бути вирішені за допомогою застосування математичних методів у психології:

1. Аналіз психічних і психологічних характеристик геніїв.

2. Вибір найперспективніших осіб для виконання завдань у певних видах діяльності, які потребують підвищених вимог до можливостей особистості.

3. Усебічне прогнозування.

4. Упровадження інших розділів математичної статистики: математичного аналізу; топології; кібернетики; теорії інформації тощо.

2.2.3. Статистичний аналіз (метод середніх величин, варіаційні та емпіричні ряди, ряди розподілень)

Велика кількість об'єктів, що мають спільну ознаку називається ***сукупністю (групою, вибіркою)***. Об'єм сукупностей позначається (n_i).

Кожний член сукупності — ***варіант,*** тобто це кожний з об'єктів, який ми розглядаємо у сукупності. Варіант позначається (X_i).

Частота — кількість разів повернення цього варіанта у даній сукупності (вибірці, групі чисел). Зазвичай частота позначається (f) або (n_i).

Ранжування **—** операція упорядковування цифр у бік збільшення або зменшенння.

Приклад 1: відповідно до результатів тестування рефлексивності (за Л.Терстоуном) 30 студентів першого курсу отримали бали, які представлено у таблиці 2.2.1.

Розрахувати середнє арифметичне $(\overline{X})$, дисперсію σ^2, похибку середнього квадратичного (σ, фактор нормального розсіювання (*d*), похибку середнього арифметичного *m,* коефіцієнт варіації *(V),* моду (*Mo.*)*,* медіану *(Me).*

Таблиця 2.2.1

Результати тестування рефлексивності у 30 студентів

першого курсу: у балах (за Л. Терстоуном)

Сирі результати				Ранжування	Частоти
~~10~~	~~12~~	~~11~~	~~8~~	8,8,8,8;	4
~~14~~	~~8~~	~~11~~	~~18~~	10,10,10,10;	4
~~15~~	~~17~~	~~10~~	~~11~~	11,11,11,11,11;	5
~~14~~	~~15~~	~~17~~	~~10~~	12,12;	2
~~12~~	~~11~~	~~8~~	~~16~~	14,14,14,14,14;	5
~~8~~	~~11~~	~~18~~	~~14~~	15,15,15;	3
~~16~~	~~10~~			16,16,16;	3
~~14~~	~~14~~			17,17;	2
~~16~~	~~15~~			18,18.	2
n=30					

Варіаційний ряд — це подвійний стовпець цифр, де праворуч зазначається частота, ліворуч — варіант, а знизу — об’єм сукупностей.

Таблиця 2.2.2	
X_i	n_i
8 (X_1)	4
10 (X_2)	4
11 (X_3)	5
12 (X_4)	2
14 (X_5)	5
15 (X_6)	3
16 (X_7)	3
17 (X_8)	2
18 (X_9)	2
	n=30

$$\sum_{i=1}^{i=n}(X_i)$$

– на верхній поличці (i = n) означає, на якому n закінчуємо розрахунки суми;

– символ сигма велика (Σ) – сума;

(X_i) – усі члени варіаційного ряду, від першого до останнього, які треба скласти;

– на нижній поличці (i = 1) — індекс, з якого ми починаємо складати. Цей індекс означає — скласти всі (X) – від першого до останнього.

Символічні позначення. Кожний варіаційний ряд (група чисел) позначається — (X_i), (Y_i), (Z_i) тощо. Індекс біля літери означає порядкове число у ряду. У нашому випадку — це (X_1), (X_2), (X_3) ...(X_6). Індекс (*i*) визначає будь-яке порядкове число індексу частоти (*n*) від першого до останнього за розрахунком n_1... n_{30}.

Основною характеристикою варіаційного ряду є ***середнє арифметичне*** — $\overline{X}$. Воно показує середній рівень, притаманний вибірці, тобто характерне число для даної групи чисел. Середнє арифметичне дає змогу здійснити аналіз групи чисел. Якщо у нас є дві вибірки, то за отриманими результатами ми можемо визначити, у якій з цих вибірок результат вищий, але не можемо стверджувати, що результат у першій групі достовірно відрізняється від результату другої групи. Для цього необхідно зробити аналіз вибірки та вирахувати певні показники. Покроковий алгоритм розрахунків представлено у таблиці 2.2.3.

Для обчисленняя ***середнього арифметичного*** ($\overline{X}$ необхідно виконати три дії:

1. Кожний варіант треба помножити на свою частоту.
2. Отримані результати додати.
3. Отриману суму розділити на об'єм сукупності (див. формулу 2.2.1)

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} X_i * (n_i)}{n} \qquad (2.2.1)$$

Покрокові розрахунки за формулами (2.2.1–2.2.8) наведено у таблиці 2.2.3.

Таблиця 2.2.3

Покрокові розрахунки $\overline{X}$, σ^2, σ, *d, m, V, Mo, Me.*

X_i	n_i	$X_i * n_i$	$X_i - \overline{X}$	$\lvert X_i - \overline{X} \rvert$	$\lvert X_i - \overline{X} \rvert * n_i$	$(X_i - \overline{X})^2$	$(X_i - \overline{X})^2 * n_i$
1	2	3	4	5	6	7	8
8	4	32	– 4,8	4,8	19,2	23,04	92,16
10	4	40	– 2,8	2,8	11,2	7,84	31,36

Закінчення табл. 2.2.3

1	2	3	4	5	6	7	8
11	5	55	– 1,8	1,8	9	3,24	16,2
12	2	24	– 0,8	0,8	1,6	0,64	1,28
14	5	70	+ 1,2	1,2	6	1,44	7,2
15	3	45	+ 2,2	2,2	6,6	4,84	14,52
16	3	48	+ 3,2	3,2	9,6	10,24	30,72
17	2	34	+ 4,2	4,2	8,4	17,64	35,28
18	2	36	+ 5,2	5,2	10,4	27,04	54,08
	n=30	∑=384			∑= 82		∑= 282,8

Примітка: отриманий результат представляємо в єдиному з «сирими» даними вимірі (бали; с; кг; м; Нг; тощо, а точність розрахунків — до кількості знаків після коми у »сири» даних). Для подальших обчислень рекомендується використовувати отримані результати з точністю не менше ніж до другого знака після коми.

Крок 1. Із таблиці 2.2.2 внесемо до першого та другого стовпчиків таблиці 2.2.3 варіаційний ряд (X_i) та (n_i).

Крок 2. Згідно з формулою (2.2.1) у третьому стовпчику цієї таблиці кожний варіант помножимо на свою частоту $\left(X_i * n\right)_i$ та отримаємо загальну суму $\Sigma = 384$.

Крок 3. Отриману суму розділимо на об’єм сукупності (n=30).

$\overline{X} = \frac{384}{30} = 12,8$ бала ≈ 13 балів.

Крок 4. Для розрахунку ***факторА нормального розсіювання*** (d) або середнього лінійного відхилення від середнього арифметичного $\left(\overline{X}\right)$ скористаємося формулою (2.2.2). Середнє лінійне відхилення показує розсіювання варіант ВІДНОСНО ***середнього арифметичного*** $\overline{X}$.

$$d = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} \left| X_i - \bar{X} \right| * n_i}{n} \qquad (2.2.2)$$

Крок 5. Для четвертого стовпчика (табл. 2.2.3) розрахуємо різницю між $\left(X_i - \bar{X} \right)$. У нашому прикладі розрахунок першого рядка має такий вигляд: (8 – 12,8 = –4,8), другого — (10 – 12,8 = –2,8).... останнього — (18 – 12,8 = 5,2).

Із стовпчика чотири внесемо дані за модулем $\left| X_i - \bar{X} \right|$ до п'ятого стовпчика таблиці.

До стовпчика шість внесемо результати, отримані шляхом перемноження кожного з результатів стовпчика п'ять на відповідні частоти $\left| X_i - \bar{X} \right| * n_i$ та отримаємо суму $\sum_{i=1}^{i=n} \left(\left| X_i - \bar{X} \right| * n_i \right)$, яка дорівнюватиме 82.

Крок 6. Отриману суму поділимо на n ; у нашому випадку (n= 30). Зважаючи на те що $d = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} \left| Xi - \bar{X} \right| * n_i}{n}$ підставимо до цієї формули отримані результати, тоді $d = \frac{82}{30} = 2{,}73$. Це і є показник розсіювання варіант відносно $\bar{X}$, тобто (12,8 ± 2,73 бала).

Крок 7. Для розрахунку ***дисперсії*** (σ^2) використовується формула (2.2.3):

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\left(X_i - \bar{X} \right)^2 * n_i}{n} \qquad (2.2.3)$$

Для цього кожну з різниць між ($X_i - \bar{X}$ див. четвертий стовпчик) піднесемо до квадрата, а отримані результати внесемо до сьомого стовпчика $\left(X_i - \bar{X} \right)^2$. У нашому випадку для першого рядка, результат дорівнюватиме ($- 4{,}8^2 = 23{,}04$), для другого — ($- 2{,}8^2 = 7{,}84$)... для останнього — ($+5{,}2^2 = 27{,}04$).

Отримані для кожного з $\left(X_i - \bar{X} \right)^2$ результати помножимо на відповідне *n*, а результати $\left(X_i - \bar{X} \right)^2 * n_i$ внесемо до восьмого стовпчика та підрахуємо:

$\sum_{i=1}^{i=n}\left(X_i+\bar{X}\right)^2 * n_i = 282,8$. Отже, після внесення отриманих даних до формули (2.2.3) дисперсія дорівнюватиме 9,43.

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{i=n}\frac{\left(X_i-\bar{X}\right)^2 * n_i}{n} = \frac{282,8}{30} = 9,43.$$

Крок 8. Розрахунок (σ), або ***похибки середнього квадратичного*** від середнього арифметичного, здійснюється за формулою (2.2.4):

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \qquad (2.2.4)$$

У нашому випадку $\sigma = \sqrt{9{,}43} = 3{,}07$.

Середнє квадратичне відхилення є: арифметичним коренем з дисперсії. Що менша дисперсія, то наша вибірка однорідніша.

Якщо вибірка менше 30, то формула (2.2.4) набуває вигляду формули (2.2.5):

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{i=n}\frac{\left(X_i-\bar{X}\right)^2 * n_i}{n-1}} \qquad (2.2.5)$$

Крок 9. ***Похибка середнього арифметичного*** *m* розраховується за формулою (2.2.6): $m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ (2.2.6), якщо *n* більше або дорівнює (≥ 30); якщо *n* менше (< 30), то формула (2.2.6) має такий вигляд: $m = \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}}$ (2.2.7).

Отже, у нашому випадку $m = \frac{3,07}{\sqrt{30}} = \frac{3,07}{5,477} = 0,56\ бала.$

***Коефіцієнт варіацій* (*V*)** — показує, яку частину середнє квадратичне (σ) складає від середнього арифметичного $(\bar{X})$ у відсотках та розраховується за формулою (2.2.8): $V = \frac{\sigma}{\bar{X}} * 100$ (2.2.8).

У нашому випадку $V = \frac{3,07}{12,8} * 100 = 23,98\%.$

За аналогією з біологією, медициною, фізикою, психофізіологією слід вважати: якщо $V > 10–15\%$, то вибірка неоднорідна.

Однорідною є вибірка за умови, якщо ми маємо справу з однаково підготовленими досліджуваними, або у них приблизно однаково розвинені характеристики, які ми досліджуємо. У психологічних та соціально-психологічних дослідженнях, якщо коефіцієнт варіації більше ***25%, то досліджувані показники вважаються неоднорідними.***

Мода (**M_o**) — варіант, який найчастіше трапляється. У нашому випадку найчастіше (по 5 разів трапляється 11 та 14 балів, тож $M_o = \frac{11+14}{2} = \frac{25}{2} = 12{,}5$.

Медіана (M_e) — варіант, який точно ділить вибірку навпіл. У нашому випадку $M_e = \frac{15+16}{2} = \frac{31}{2} = 15{,}5$.

Ці два показники використовують для дуже приблизного аналізу. Якщо M_o, M_e, та $\bar{X}$ збігаються або їх значення дуже близькі один до одного, то велика ймовірність того, що вибірка, яку ми аналізуємо, підлягає закону нормального розподілу.

2.2.3.1. Розрахунок середнього арифметичного $(\bar{X})$ та дисперсії (σ^2) методом від «умовного нуля» (за: Масальгіна Н. А., 1974)

Показники середнього арифметичного $(\bar{X})$, дисперсії (σ^2), похибки середнього квадратичного (σ), похибки середнього арифметичного (m), фактора нормального розсіювання (d), коефіцієнта варіації (V) можна розрахувати за формулами, описаними вище. Але існують інші способи розрахунків, які використовують такі ***властивості*** перелічених нами показників, котрі значно спрощують процес обрахунків отриманих даних. ***Сформулюємо ці властивості***:

1. Якщо з усіх спостережень відняти (додати) одне й те саме число, середнє арифметичне $\left(\bar{X}\right)$ зменшиться (збільшиться) на таке саме число, а дисперсія $\left(\sigma^2\right)$ залишиться незмінною, тобто якщо $Y = X - a$, де a — постійне число, то $\bar{Y} = \bar{X} - a$, а $\sigma_y^2 = \sigma_x^2$.

2. Якщо усі спостереження розділити (помножити) на одне й те саме число, середнє арифметичне $\left(\bar{X}\right)$ розділиться (помножиться) на таке саме число, а дисперсія $\left(\sigma^2\right)$ розділиться (помножиться) на квадрат цього числа, тобто, якщо $Y = \frac{X}{a}$, то $\bar{Y} = \frac{\bar{X}}{a}$, а $\sigma_y^2 = \frac{\sigma_x^2}{a^2}\cdot$ Суму квадратів відхилень у чисельнику дисперсії можна перетворити, розкривши дужки:

$$\sum\left(X - \bar{X}\right)^2 = \sum X^2 - \frac{\left(\sum X\right)}{n} = \sum X^2 - n * \bar{X}^2 .$$

Наведені властивості дають змогу під час розрахунків $\left(\bar{X}\right)$ та $\left(\sigma^2\right)$ оперувати числами, меншими за вихідні. Під час розрахунків перетворення сум квадратів відхилень позбавляє від необхідності оперувати дробовими числами.

2.2.3.2. Розрахунок середнього арифметичного $\left(\bar{X}\right)$ та дисперсії $\left(\sigma^2\right)$ методом від «умовного нуля» (негруповані дані табл.2.2.1)

Якщо «сирі» дані (табл. 2.2.1) перетворити за формулою (2.2.9):

$$X' = \frac{X - X_0}{k} \qquad (2.2.9),$$

де X_0 _ умовний нуль (довільно обране, зазвичай ціле число, що міститься у середині проміжку значення чисел), k — спільний дільник (якщо такий має місце) для усіх спостережень, то згідно з властивостями 1 та 2 $\bar{X}' = \frac{\bar{X} - X_0}{k}$;

звідси: $\bar{X} = X_0 + k\bar{X}' = X_0 + k\frac{\sum X'}{n}$, а $\sigma'^2 = \frac{1}{k^2}\sigma^2$ або $\sigma^2 = k^2\sigma'^2$

Використовуючи перетворення сум квадратів відхилень, отримуємо:

$$\sigma^2 = k^2 * \frac{\sum X'^2 - \frac{\left(\sum X'\right)^2}{n}}{n-1}.$$

Приклад 1. За результатами тестування рефлексивності (за Л. Терстоуном) 30 студентів першого курсу отримали бали, які наведено у таблиці 2.2.3. Розрахувати $\bar{X}$, σ^2, σ, *d, m, V, Mo, Me*.

Крок 1. Вихідні спостереження з прикладу 1 внести до першого стовпчика *X* таблиці 2.2.4.

Крок 2. Провести перетворення вихідних даних за формулою: $X' = \frac{X - X_0}{k}$. Щоб оперувати у розрахунках тільки цілими числами, будемо вважати, що X_0 = 12 (оскільки це число найближче до показника M_o), а *k*= 0,5. Тоді формула перетворення матиме такий вигляд: $X' = \frac{X - X_0}{k}$; для $X'_1 = \frac{10-12}{0,5} = \frac{-2}{0,5} = -4$; для $X'_2 = \frac{12-12}{0,5} = \frac{0}{0,5} = 0$... для $X'_{30} = \frac{15-12}{0,5} = \frac{3}{0,5} = 6$. Отримані результати внесемо до другого стовпчика X' таблиці 2.2.4.

Крок 3. Розрахувати квадрати перетворених спостережень, а отримані результати занести до третього стовпчика X'^2.

Крок 4. Обчислити суму другого стовпчика $\sum X' = 48$.

Крок 5. Розрахувати $\bar{X}$ за формулою: $\bar{X} = X_0 + k\frac{\sum X'}{n}$, тоді у нашому випадку $\bar{X} = 12 + \left(0,5 * \frac{48}{30}\right) = 12 + (0,5 * 1,6) = 12 + (0,8) = 12,8$.

Отже, за результатами тестування рефлексивності (за Л. Терстоуном) у 30 студентів першого курсу $\bar{X}$ дорівнює 12,8 бала.

Таблиця 2.2.4

Розрахунок середнього арифметичного $\overline{X}$ та дисперсії σ^2 методом від «умовного нуля» (негруповані дані 30 студентів I курсу)

X	$X' = \dfrac{X - X_0}{k}$	$(X')^2$	$\lvert X' \rvert * k$
1	2	3	4
10	–4	16	4
12	0	0	0
11	–2	4	2
8	–8	64	8
16	8	64	8
14	4	16	4
8	–8	64	8
11	–2	4	2
18	12	144	12
14	4	16	4
15	6	36	6
17	10	100	10
10	–4	16	4
11	–2	4	2
16	8	64	8
14	4	16	4
15	6	36	6
17	10	100	10
10	–4	16	4
10	–4	16	4
12	0	0	0
11	–2	4	2
8	–8	64	8

Закінчення табл. 2.2.4

1	2	3	4
16	8	64	8
14	4	16	4
8	–8	64	8
11	–2	4	2
18	12	144	12
14	4	16	4
15	6	36	6
n=30	$\sum X' = 48$	$\sum X'^2 = 1208$	$\sum \lvert X' \rvert * k = 82$

Крок 6. Обчислити σ^2 та σ за формулою: $\sigma^2 = k^2 * \dfrac{\sum X'^2 - \dfrac{\left(\sum X'\right)^2}{n}}{n-1}$.

Для цього піднесемо до квадрату $\sum X' = 48$; $48^2 = 2304$; та $k = 0,5^2 = 0,25$. $n - 1 = 30 - 1 = 29$. Отримані результати внесемо до формули:

$$\sigma^2 = k^2 * \frac{\sum X'^2 - \frac{\left(\sum X'\right)^2}{n}}{n-1} = 0,5^2 * \frac{1208 - \frac{48^2}{30}}{30-1} = 0,25 * \frac{1208 - \frac{2304}{30}}{29} = 0,25 * \frac{1208 - 76,8}{29} = 0,25 * \frac{1131,2}{29} =$$
$$= 0,25 * 39,007 = 9,75.$$

На відміну від результату, розрахованого нами за даними таблиці 2.2.3, де σ^2 = 9,43, отримана σ^2 = 9,75. Це тому, що у першому випадку ми розраховували σ^2 за формулою: $\sigma^2 = \sum_{i=1}^{i=n} \dfrac{\left(X_i - \bar{X}\right)^2 * n_i}{n}$, а у другому — за формулою $\sigma^2 = k^2 * \dfrac{\sum X'^2 - \dfrac{\left(\sum X'\right)^2}{n}}{n-1}$, тобто у першому випадку ділили на n, а у другому — на $n - 1$.

Крок 7. Для знаходження (σ) або похибки середнього квадратичного від середнього арифметичного $(\bar{X})$, використовуємо формулу (2.2.4) — $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$.

У нашому випадку $\sigma = \sqrt{9,75} = 3,12$.

Крок 8. Для розрахунку фактора нормального розсіювання (d) або — середнього лінійного відхилення від середнього арифметичного $(\bar{X})$ скористаємося формулою (2.2.2). Середнє лінійне відхилення показує розсіювання варіант відносно ***середнього арифметичного*** $(\bar{X})$.

$$d = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} \left| X_i - \bar{X} \right| * n_i}{n} \tag{2.2.2}$$

У нашому випадку формула (2.2.2) матиме такий вигляд: $d = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} \left| X_i \right| * k}{n}$.

До четвертого стовпчика (табл.2.2.4) для кожного X_i внесемо показники $\left| X' \right|$. Після цього підрахуємо суму $\sum \left| X' \right| * k = 164 * 0,5 = 82$. Отримане число поділимо на *n* (у нашому випадку *n* = 30). Зважаючи на те що $d = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} \left| X_i \right| * k}{n}$ підставимо до цієї формули отримані результати, тоді $d = \frac{82}{30} = 2,73$. Це і є показник розсіювання варіант відносно $\bar{X}$, тобто (12,8 ± 2,73 бала).

Крок 9. Для розрахунків похибки середнього арифметичного *m* використовують формулу (2.2.6) — $m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, якщо *n* більше або дорівнює (≥ 30); якщо *n* менше (< 30), то формула (2.2.6) має такий вигляд: $m = \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}}$ (2.2.7)

У нашому випадку $m = \frac{3,12}{\sqrt{30}} = \frac{3,12}{5,477} = 0,57$ бала.

Коефіцієнт варіацій **(*V*)** показує, яку частку середнє квадратичне (σ) становить від середнього арифметичного $(\bar{X})$ у відсотках, та розраховується за формулою (2.2.8) — $V = \frac{\sigma}{\bar{X}} * 100$. У нашому випадку $V = \frac{3,12}{12,8} * 100 = 24,38\%$.

Нагадаємо, що за аналогією з біологією, медициною, фізикою, психофізіологією, слід вважати: якщо V > 10–15%, то вибірка неоднорідна. Однорідною є така вибірка, коли досліджувані однаково підготовлені або мають приблизно однаково розвинені характеристики, які ми досліджуємо. У психологічних та соціально-психологічних дослідженнях, якщо коефіцієнт варіації більше ***25%, то досліджувані показники вважаються неоднорідними.***

Мода (***M_o***) **—** варіант, який трапляється найчастіше. У нашому випадку найчастіше (по 5 разів трапляється 11 та 14 балів), тож

$$M_o = \frac{11+14}{2} = \frac{25}{2} = 12{,}5 .$$

Медіана (M_e) — варіант, який точно ділить вибірку навпіл. У нашому випадку $M_e = \frac{15+16}{2} = \frac{31}{2} = 15{,}5$.

Ці два показники використовують для дуже приблизного аналізу. Якщо M_o, M_e, та $\overline{X}$ збігаються або їхні значення дуже близькі один до одного, то велика ймовірність того, що вибірка, яку ми аналізуємо, підлягає закону нормального розподілу.

2.2.4. Елементи теорії імовірностей

Теорія імовірностей дає математичний апарат, який слугує базою для математичної статистики. Предметом теорії імовірностей є вивчення випадкових подій та випадкових величин. ***Подія*** **—** будь-яке явище, про яке є сенс розмірковувати воно відбудеться чи не відбудеться за певного комплексу обставин. Певні обставини, за яких відбувається подія, мають назву — ***випробування***. ***Існує три типи подій:***

1. Достовірні — події, які обов’язково відбуваються у разі проведення випробувань. Наприклад, складаючи іспит, можна отримати як максимальну, так і мінімальну оцінку. Це і буде достовірною подією.

2. Неможлива подія — та, яка у разі випробувань ніколи не відбувається. Наприклад, використовуючи опитувальник Г. Айзенка, за яким ми досліджуємо

три показники: екстраверсія-інтроверсія, нейротизм, шкала неправди, не можна отримати ще якийсь, четвертий, показник.

3. Випадкова подія — така подія, яка під час випробувань може відбутися або не відбутися. Коли студент іде на іспит непідготовлений, то може отримати позитивну або негативну оцінку. Коли рефері підкидає монетку, то може випасти або орел або решка.

За допомогою теорії імовірностей неможливо пророкувати, відбудеться чи не відбудеться одинична випадкова подія. Проте ця теорія допомагає вивчати й описувати закономірності, що становлять основу масових випадкових подій, які можуть (хоча б у принципі) багаторазово повторюватися під час проведення однотипних випробувань.

Випадкові події прийнято позначати великими літерами латинської абетки: *A; B; C* тощо. Достовірна подія позначається літерою *U*; неможлива подія — *V*. Розглянемо деякі види випадкових подій.

Несумісні події **—** це такі події, за яких здійснення однієї виключає можливість інших. Наприклад, якщо студент прийшов на іспит, узяв білет, поклав залікову книжку на стіл екзаменатора (подія *A*), то за таких обставин неможливою є (подія *B*), коли студент не прийшов на іспит, не узяв білет, не поклав залікову книжку на стіл екзаменатора.

Єдино можлива подія — якщо під час випробування обов'язково відбудеться хоча б одна із цих подій. Події *A* та *B* є несумісними, тому хоча б одна з них обов'язково відбудеться, тобто одна з цих двох подій є єдино можливою.

Рівноможливі події — це такі, за яких під час проведення випробувань немає підстав стверджувати, що одна з подій відбудеться частіше за іншу. Наприклад, якщо монетка має два боки: з орлом та решкою, то під час її підкидання випаде орел або решка — відбудуться ***рівноможливі події***.

Найважливішим поняттям теорії імовірностей є ***»імовірність події»*** — числова міра ступеня об'єктивної можливості того, що подія відбулася. Зазвичай вживають кілька визначень цього поняття. Класичне визначення імовірності події застосовується, коли задача дає змогу представити усі можливі вихідні випробування у вигляді множини, до складу якої входять певна кількість несумісних, єдино можливих та рівноможливих подій. Така множина називається ***простором елементарних подій, або початком,*** та позначається літерою *E*. Наприклад, якщо кинути гральну кість, яка має шість боків, то простір елементарних подій (початків) матиме шість випадків: E_1 — випало одне очко; E_2 — випало два очки; E_3 — випало три очки ... і т. д. Якщо у задачі розглядаються будь-які події, то усі елементарні події (початки), які входять до складу простору *E*, можна поділити на дві групи: сприятливі або несприятливі для даної події. Так події «випало парне число очок» сприяють елементарним подіям (початками) E_2, E_4, E_6, події «випало число очок більше трьох» — E_4, E_5, E_6. За класичним визначенням, під імовірністю подій розуміють співвідношення числа елементарних початків *(m)*, які є сприятливими для даної події, до усіх можливих елементарних початків *(n)*.

Якщо ймовірність події *A* позначити через *p (A)*, то $p(A) = \frac{m}{n}$.

Наприклад, в урні є три кульки, на яких написано літери «Н», «І», «Ж». Кульки ретельно перемішують, виймають по черзі та складають поряд. Необхідно розрахувати ймовірність події *C*, результатом здійснення якої є слово «НІЖ». Можливі такі шість комбінацій літер: «ІЖН», «НЖІ», «ЖІН», «ЖНІ», «ІНЖ», «НІЖ». Для даної задачі, поява будь-якої комбінації є елементарним початком, який входить до простору *E*, оскільки усі ці комбінації літер несумісні, вони єдино можливі та рівноможливі. Таким чином, $n = 6$. Із шести можливих початків події *C* сприяє тільки одне — поява слова «НІЖ», тобто m=1. Тож $p(C) = \frac{m}{n} = \frac{1}{6} = 0{,}1667.$ Наведене класичне визначення імовірності події свідчить, що ймовірність будь-якої події — це число, що міститься між 0 та 1. Справді, число початків, сприятливих для будь-якої події, не може бути менше 0 та більше *n*, тобто $0 \le m \le n,$ тоді $0 \le p = \frac{m}{n} \le 1{,}0.$ При цьому ймовірність неможливої події дорівнює нулю, а достовірної — одиниці.

Наприклад, в урні є 40 кульок — 15 білих, 10 чорних, 8 червоних, 7 блакитних. Треба знайти ймовірності появи білих, чорних, червоних та блакитних кульок під час їх виймання з урни експериментатором.

Оскільки $0 \le p(C) \le 1$, а $p(C) = \frac{m}{n}$,

тоді $p\left(C_{біл.}\right) = \frac{m}{n} = \frac{15}{40} = 0,375 = 37,5\%;$ $p\left(C_{чор}.\right) = \frac{m}{n} = \frac{10}{40} = 0,25 = 25,0\%;$

$p\left(C_{чер.}\right) = \frac{m}{n} = \frac{8}{40} = 0,2 = 20,0\%;$ $p\left(C_{бл.}\right) = \frac{m}{n} = \frac{7}{40} = 0,175 = 17,5\%.$

Висновок: у процесі виймання кульок з урни ймовірність того, що експериментатор вийме білу кульку дорівнює 37,5%; чорну — 25,0%; червону — 20,0% та блакитну — 17,5%.

У психологічних, психофізіологічних дослідженнях часто класичне визначення імовірності події не можна використовувати, оскільки не всі практичні задачі дають змогу представити можливі початки випробувань у вигляді кінцевого числа несумісних, єдино можливих та рівноможливих подій. Число початків може бути й безкінечним, а вимога рівної можливості не завжди може бути виконана. Тому, окрім класичного, користуються іншими визначеннями ймовірності події.

Для математичної статистики великого значення набуває так зване ***статистичне визначення імовірності події***. Воно спирається на поняття відносної частоти події. Припустимо, що певне випробування можна багато разів повторити за незмінних умов. Під час кожного випробування подія *А* може відбутися або не відбутися. Реєструється число усіх випробувань *(n)* та число випробувань, у яких подія *А* відбулася *(m)* разів. Тоді ***відносна частота події*** *А* позначається ω: $\omega = \frac{m}{n}$. У наведеному вище прикладі відносна частота події (експериментатор вийняв білу кульку) $p\left(C_{біл.}\right) = \frac{m}{n} = \frac{15}{40} = 0,375 = 37,5\%.$ Під час практичного вивчення показників відносної частоти встановлено, що в багатьох випадках її величина коливається у межах певної постійної величини і що менше, то більша кількість повторень. У зв'язку з цим за ймовірність події (статистичне визначення) приймається число навколо якого коливається відносна частота події за умови багаторазового повторення експериментів. Разом з тим, якщо ймовірність певної події дорівнює 0,7, то це означає, що за умови багаторазового проведення випробувань згадана подія відбуватиметься в середньому у 70% випадків. Така інтерпретація імовірності події широко використовується у математичній статистиці.

Як уже зазначалося, у психології та психофізіології теорія імовірностей стикається з так званими ***складними подіями***. Вони можуть бути представлені у вигляді комбінацій двох або кількох простих подій. Імовірність складної події можна розрахувати, якщо відомі ймовірності простіших подій та правила, які необхідно виконувати під час здійснення операцій з цими ймовірностями**.** ***З огляду на означене запровадимо такі поняття:***

- ***визначення перше*** — подія A називається сумою двох подій A_1 та A_2, якщо вона здійснюється хоча б за наявності однієї із цих подій. Для суми подій використовують позначення: $A = A_1 + A_2$. Приклад: якщо в урні дві кульки, одна білого кольору — A_1 та одна чорного — A_2, то під час їх виймання першого разу подія $A = A_1 + A_2$ буде полягати у тому, що ми можемо дістати білу кульку, а другого — чорну, або двічі білу та двічі чорну кульки;
- ***визначення друге*** **—** добутком двох подій A_1 та A_2 називається подія A (позначається $A = A_1 * A_2$ або $A = A_1 A_2$), яка складається з цих двох здійснених подій. Так, у попередньому прикладі, подія A_1A_2 полягає у тому, що як у першому випадку, так і в другому ми виймаємо кульки. Аналогічно визначається добуток кількох подій.

Для розрахунків ймовірності суми двох подій (за умови, що ймовірність кожної з цих подій відома) зазвичай використовують теорему складання імовірностей. ***Імовірність суми двох несумісних подій дорівнює сумі їх імовірностей.*** Тож якщо A та B — дві несумісні події, то $p(A+B) = p(A) + p(B)$. Ця формула легко узагальнюється для кількох несумісних подій. Якщо

A_1, A_2, A_3 ... A_n — несумісні події, справедливо таке рівняння: $p\left(A_1 + A_2 + A_3 + ...A_n\right) = p\left(A_1\right) + p\left(A_2\right) + p\left(A_3\right) + ...p\left(A_n\right)$.

Попередній приклад: в урні міститься 40 кульок, з яких 15 білі, 10 чорні, 8 червоні, 7 блакитні. Подія A_1 — експериментатор вийняв білу кульку, подія A_2 — експериментатор вийняв чорну кульку. Подія $A_1 + A_2$ — експериментатор вийняв кольорову кульку (білу або чорну).

$$p\left(A_1\right) = \frac{15}{40} = 0,375 = 37,5\%; p\left(A_2\right) = \frac{10}{40} = 0,25 = 25,0\%;$$
$$p\left(A_1 + A_2\right) = p\left(A_1\right) + p\left(A_2\right) = 0,375 + 0,25 = 0,625 = 62,5\%.$$

Тобто ймовірність того, що експериментатор з урни вийме білу або чорну кульку дорівнює 62,5%.

Якщо дві або кілька подій несумісні та єдино можливі, то це означає, що вони утворюють повну групу подій.

Із теореми підсумовування ймовірностей випливає:

якщо події $A_1 + A_2 + A_3 + ...A_n$ утворюють повну групу подій, тоді $p\left(A_1 + A_2 + A_3 + ...A_n\right) = 1,0.$

У нашому прикладі з білими, чорними, червоними та блакитними кульками $p\left(A_1 + A_2 + A_3 + ...A_n\right) = \left(0,375 + 0,25 + 0,2 + 0,175\right) = 1,$ або

$$p\left(A_1 + A_2 + A_3 + ...A_n\right) = \left(37,5\% + 25,0\% + 20,0\% + 17,5\%\right) = 100\%.$$

Якщо повна група подій утворена двома подіями, то такі події називаються ***протилежними***. Наприклад: протилежними будуть події, коли суддя підкидає монетку для розіграшу між командами можливості обрати м'яч або ворота залежно від того, що випаде орел чи решка. За умови, якщо основна подія позначається літерою A, то протилежна — $\overline{A}$, тоді $p\left(A + \overline{A}\right) = 1,0.$

Визначення — умовною імовірністю події A, у разі, якщо подія B відбулася, називається імовірність події A, що розрахована на основі припущення, що подія B відбулася. У нашому прикладі в урні було 15 білих, 10 чорних кульок; усього (n = 25) — 25 кульок.

Умова перша — для незалежних подій, коли кульки повертаються до урни.

Подія A — поява білої кульки під час першої спроби виймання, подія B — поява білої кільки під час другої спроби виймання. Розрахувати умовну ймовірність події B за умови, що подія A мала місце; $p=\left(\frac{B}{A}\right)=\frac{15}{25}=0,6$, тобто якщо подія A відбулася і біла кулька після її виймання покладена до урни знову, тоді: $p\left(A\right)=\frac{m}{n}=\frac{15}{25}=0,6=60\%;\,p\left(B\right)=\frac{m}{n}=\frac{10}{25}=0,4=40\%.$

$p\left(A+B\right)=\left(0,6+0,4\right)=1,0$ або 100%.

Умова друга — для залежних подій, коли кількість кульок в урні не відновлюється. Якщо подія A відбулася, то перед другою спробою виймання в урні повинно залишитися (n — 1) кульок. Для розрахунку умовної ймовірності події B (якщо подія A відбулася і біла кулька після її виймання не покладена до урни) перед другою спробою виймання, в урні повинно залишитися двадцять чотири кульки, з яких чотирнадцять білих та десять чорних. Отже, $p=\left(\frac{B}{A}\right)=\frac{14}{24}=0,5833$, або 58,3%.

Якщо необхідно розрахувати ймовірність добутку двох подій, використовують теорему множення імовірностей.

Імовірність добутку двох подій дорівнює добутку ймовірності однієї з них помножену на умовну ймовірність другої: $p\left(AB\right)=p\left(A\right)*p\left(\frac{B}{A}\right)$ або

$p\left(AB\right)=\left(B\right)*p\left(B\right)*p\left(\frac{A}{B}\right).$

Для нашого прикладу: в урні було 15 білих, 10 чорних кульок; усього — 25 кульок (n = 25). Необхідно розрахувати ймовірність події AB, тобто ймовірність того, що біла кулька буде витягнута в обох випадках. Для цього за формулою $p\left(AB\right)=p\left(A\right)*p\left(\frac{B}{A}\right)$ ймовірність того, що біла кулька буде вийнята з першої спроби дорівнюватиме:

$$p(AB) = p(B) * p\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{10}{25} * \frac{\left(\frac{15}{25}\right)}{\left(\frac{10}{25}\right)} = 0,4 * \frac{0,6}{0,4} = 0,6,$$ тобто $p(A) = 0,6.$

Умовна ймовірність появи білої кульки у другій спробі, якщо під час першої спроби була вийнята біла кулька, дорівнюватиме: $p\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{14}{24} = 0,583.$

Тоді $p(AB) = \frac{15}{25} * \frac{14}{24} = 0,6 * 0,583 = 0,35$ або 35%. Тобто ймовірність того, що біла кулька буде вийнята під час другої спроби дорівнюватиме 0,35 або 35%.

Визначення — дві події *A* та *B* називаються незалежними, якщо ймовірність кожної з них не залежить від того, відбулася чи ні друга подія. У такому випадку $p(A) = p\left(\frac{A}{B}\right) = p\frac{A}{\overline{B}}$, а також $p(B) = p\left(\frac{B}{A}\right) = p\left(\frac{B}{\overline{A}}\right)$. Звідси для незалежних подій формули: $p(AB) = p(A) * p\left(\frac{B}{A}\right)$ та $p(AB) = (B) * p(B) * p\left(\frac{A}{B}\right)$ перетворюється на формулу: $p(AB) = p(A) * p(B)$, тобто ймовірність добутку двох незалежних подій дорівнює добутку їх імовірностей. Для нашого прикладу $p(AB) = p(A) * p(B)$, тобто p(білі та чорні) = p(білі) * p(чорні) = або 24%. Імовірність того, що з урни виймуть білу або чорну кульку дорівнює 24%.

Визначення — події $A_{1,} A_{2,} A_3 ... A_n$ називаються ***незалежними*** у сукупності, якщо кожна з них та будь-яка комбінація тих, що залишилися, 2, 3... *n* — 1-а події — події незалежні. Наприклад, три події *A*, *B*, *C* незалежні в сукупності, якщо незалежними є такі пари подій: *A* та *B*; *A* та *C*; *A* та *B C*; *B* та *C*; *B* та *A C*; *C* та *A B*. Для нашого прикладу $p(AB) = p(A) * p(B)$, тобто p(білі та чорні) = p(білі) * p(чорні) $= \frac{15}{25} * \frac{10}{24} = 0,6 * 0,417 = 0,25$ або 25%. Ймовірність того, що з урни дістануть білу або чорну кульку, у нашому випадку дорівнює 25%.

Формули множення імовірностей можна узагальнити для кількох подій.

Для залежних подій:

$$p\left(A_1A_2..A_n\right)=p\left(A_1\right)*p\left(\frac{A_2}{A_1}\right)*p\left(\frac{A_3}{A_1A_2}\right)*...p\left(\frac{A_n}{A_1A_2}...A_{n-1}\right).$$

Для незалежних у сукупності подій: $p\left(A_1A_2...A_n\right)=p\left(A_1\right)*p\left(A_2\right)*...p\left(A_n\right).$

2.2.4.1. Випадкові величини

Випадковою називається величина, яка в результаті випробувань може набути одне з можливих значень, при цьому наперед невідомо, яке саме. Розрізняють ***дискретні*** та ***безперервні*** випадкові величини.

Випадкова величина називається дискретною, якщо вона набуває лише окремих ізольованих значень. Таких значень може бути як скінченне, так і нескінченне число.

Безперервною називають таку випадкову величину, яка під час випробувань може набувати усіх значень з деякого скінченного або нескінченного проміжку. Число можливих значень безперервної випадкової величини завжди нескінченне. Випадкові величини позначаються великими літерами латинської абетки: X, Y, Z і т. д.

Наприклад, число голів, число виграних сетів тощо — дискретні випадкові величини. У який кут воріт влучив м’яч, показник екстраверсії–інтроверсії, гіпертимності — безперервні випадкові величини. Для того щоб визначити випадкову величину, необхідно знати закон її розподілення, під яким розуміємо будь-яке співвідношення між окремими значеннями випадкової величини та відповідними їм імовірностями. Для дискретної випадкової величини, яка набуває скінченне число значень, закон розподілення може бути заданий у формі шерегу розподілень, тобто таблиці, де перелічені всі можливі значення випадкової величини та відповідні їй імовірності.

Приклад: у тирі працівник МВС стріляє по мішені з ПМ (пістолета Макарова) двічі. Подія A_1 — влучення у мішень з першої спроби,

$p(A_1)=0,8; p(\overline{A}_1)=0,2.$ Подія A_2 — влучення у мішень з другої спроби. Припустимо, що ймовірність цієї події залежить від того, чим закінчилася перша спроба: $p\left(\frac{A_2}{A_1}\right)=0,9;$ $p\left(\frac{A_2}{\overline{A}_1}\right)=0,7,$ тобто якщо службовець МВС перший раз схибив, то ймовірність того, що він влучить у мішень з другої спроби зменшується у порівняно з ситуацією, якби він влучив у мішень з першої спроби. За умови, що працівник МВС схибив і в другій спробі відповідно маємо: $p\left(\frac{\overline{A}_2}{A_1}\right)=0,1; p\left(\frac{\overline{A}_2}{\overline{A}_1}\right)=0,3.$ Випадкова величина $X-$число влучних пострілів. Необхідно побудувати ряд розподілень цієї величини. Вона дорівнюватиме нулю, якщо працівник МВС схибить двічі, тобто отримаємо добуток подій $\overline{A}_1\overline{A}_2$.

Маємо: $p(X)=0=p(\overline{A}_1\overline{A}_2)=p(\overline{A}_1)*\left(\frac{\overline{A}_2}{\overline{A}_1}\right)=0,2*0,3=0,06.$

За значенням, яке дорівнює одиниці, випадкова величина X у двох випадках матиме такий вигляд:

а) влучення з першої та другої спроб;

б) відсутність влучення з першої та вдале влучення у другій спробі, тобто цьому відповідає подія $\left(A_1\overline{A}_2+A_1A_2\right)$.

$$p(X=1)=p\left(A_1\overline{A}_2+\overline{A}_1A_2\right)=p\left(A_1\overline{A}_2\right)+p\left(\overline{A}_1A_2\right)=p(A_1)*p\left(\frac{\overline{A}_2}{A_1}\right)+$$

Тож

$$+p(\overline{A}_1)*p\left(\frac{A_2}{\overline{A}_1}\right)=0,8*0,1+0,2*0,7=0,08+0,14=0,22.$$

Аналогічним чином використовуючи теореми додавання та множення ймовірностей, розглянемо:

$$p(X=2)=p(A_1A_2)=p(A_1)*p\left(\frac{A_2}{A_1}\right)=0,8*0,9=0,72.$$

Отже, ряд розподілу випадкової величини X можна записати так:

X_i	0	1	2
p_i	0,06	0,22	0,72

Універсальною формою закону розподілу, яка може бути використана як для дискретних, так і для безперервних випадкових величин, є функція

Розподілу. Для кожного значення x вона визначає імовірність того, що випадкова величина X матиме значення менше за X_i. Позначивши функцію розподілу $F(x)$, отримаємо: $F(x) = P(X < x)$.

Щоб побудувати функцію розподілу для випадкової величини X (див. попередній приклад), використаємо ряд розподілу даної величини. Оскільки випадкова величина X – число влучних пострілів — не може мати від'ємних значень, отримаємо $F(0) = p(X < 0) = 0$. Такого самого значення функція розподілу набуває для будь-якого від'ємного x. Для будь-якого x, ЩО задовольняє нерівності, функція $0 < x \le 1$, функція розподілу, є імовірністю того, що випадкова величина набуде значення, яке дорівнюватиме нулю. Ця імовірність 0,06. За $1 < x \le 2$ функція розподілу дорівнює імовірності двох подій: A – випадкова величина значення, яке дорівнює нулю, та B – випадкова величина набула значення, яке дорівнює одиниці, тобто $F(x) = p(A + B) = p(A) + p(B) = 0,06 + 0,22 = 0,28$.

У даному випадку використана теорема додавання ймовірностей для несумісних подій.

Для будь-якого $x > 2$ функція розподілу, очевидно, дорівнює одиниці, оскільки 0,06 + 0,22 + 0,72 = 1,0. Остаточно можна записати:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & за \quad x \le 0 \\ 0,06 & за \quad 0 < x \le 1 \\ 0,28 & за \quad 1 < x \le 2 \\ 1,0 & за \quad 2 < x \end{cases}$$

Під час побудови критеріїв у математичній статистиці виникає потреба у визначенні ***ймовірності потрапляння випадкової величини до заданого проміжку***. Це можна здійснити, якщо відома функція розподілу.

Припустимо, що необхідно визначити ймовірність потрапляння випадкової величини X до напівінтервалу $[a, b]$, тобто $p(a \le X < b)$. Визначимо події A, B

та C таким чином. Подія A полягає у тому, що $a \le X < b,$ подія B — у тому, що $X < a,$ та подія C — у тому, що $X < b.$ Отож подія C є сумою двох несумісних подій A та B. За теоремою додавання імовірностей маємо:

$$p(C) = p(A) + p(B)$$

$$p(X < b) = p(a \le X < b) + p(X < a)$$

$$F(b) = p(a \le X < b) + F(a),$$

звідси $p(a \le X < b) = F(b) - F(a.)$

Таким чином, імовірність потрапляння випадкової величини до заданого проміжку дорівнює приросту функції розподілу на цьому проміжку.

2.2.4.2. Елементи комбінаторики

Нагадаємо, що ***факторіал*** — це добуток натурального ряду чисел аж до останнього.

$$\begin{aligned} &n_i' = 1*2*3...n \\ &3' = 1*2*3 = 6 \\ &4' = 1*2*3*4 = 24. \end{aligned}$$

Сполучення — об'єднування, що містить по k предметів із n, які різняться між собою принаймні одним предметом; їх число: $C_n^k = \dfrac{n'}{k'(n-k)'}$.

Приклад: маємо сім елементів k. Необхідно вибрати з них по три (n). Скільки з семи елементів можна вибрати по три елементи. Рішення:

$$C_7^3 = \frac{7'}{3'*(7-3)'} = \frac{1*2*3*4*5*6*7}{1*2*3*(4)'} = \frac{\cancel{1}*\cancel{2}*\cancel{3}*\cancel{4}*5*\cancel{6}*7}{\cancel{1}*\cancel{2}*\cancel{3}*1*\cancel{2}*\cancel{3}*\cancel{4}} = \frac{5*7}{1} = 35.$$

Перестановки — з'єднання, які можна упорядкувати із n предметів, змінюючи їхній порядок усіма можливими способами; їх число: $P_k = k'.$

Приклад: маємо шість елементів. Скільки перестановок можна зробити. Рішення: $P_6 = 1*2*3*4*5*6 = 720.$

Відповідь: маючи шість елементів, можна зробити 720 перестановок.

Розміщення — поєднання, що містять по k із числа n даних, які різняться між собою або порядком предметів, або самими предметами; їх число: $A_n^k = C_n^k * P_k$. Спочатку розраховується розміщення з більшого менше, а далі — перестановки.

***

Дайте визначення поняттям:

Сукупність (група, вибірка)...

Варіант...

Частота…

Ранжування…

Варіаційний ряд…

Середнє арифметичне…

Фактор нормального розсіювання…

Дисперсія…

Похибка середнього квадратичного…

Похибка середнього арифметичного…

Коефіцієнт варіацій…

Однорідна вибірка…

Мода…

Медіана…

Подія…

Випробування…

Достовірна подія…

Неможлива подія…

Випадкова подія…

Несумісні події…

Єдино можлива подія…

Рівноможливі події…

Ймовірність події…

Прості елементарні події, або початок…

Складні події...

Відносна частота події...

Протилежні події...

Незалежні у сукупності події...

Залежні події...

Ймовірність добутку двох подій...

Дискретні та безперервні випадкові величини...

Ймовірність потрапляння випадкової величини до заданого проміжку...

Факторіал...

Сполучення...

Перестановки...

Розміщення...

Контрольні питання

1. Назвіть причини, що спонукали дослідників розробляти та застосовувати методи математичної обробки отриманих даних.

2. Назвіть групи завдань, які можна вирішити в принципі за допомогою методів математичної статистики у психологічному дослідженні.

3. Опишіть процедуру розрахунків $\overline{X}$, σ^2, σ, *d, m, V, Mo, Me*.

4. Назвіть три типи подій.

5. Чому дорівнює імовірність суми двох несумісних подій?

6. Чому дорівнює імовірність добутку двох подій?

7. Які величини називають випадковими?

8. Що таке елементи комбінаторики?

Творче завдання

Проведіть дослідження, будь-якого психологічного явища, властивості, механізму, обчисліть $\overline{X}$, σ^2, σ, *d, m, V, Mo, Me.* Напишіть звіт.

Конспект першоджерел

Ананьев Б. Г. Развитие психо-физиологических функций взрослых людей / Б. Г. Ананьев. — М. : Педагогика, 1972. — 248 с.

Список використаних джерел

1. *Ашмарин Б. А.* Теория и методика педагогических исследований в физическом воспитании / Б. А. Ашмарин. — М. : ФИС, 1978. — 224 с.
2. *Анастази А.* Психологическое тестирование / А.Анастази, С.Урбина. — [7-е изд.]. — СПб. : Питер, 2003. — 688 с.
3. *Артемьева Е. Ю.* Вероятностные методы в психологии / Е. Ю. Артемьева, Е. М. Мартынова. — М. : Изд-во Московского ун-та, 1975. — 207 с.
4. *Готтсданкер Р.* Основы психологического эксперимента / Р. Готтсданкер. — М. : МГУ, 1982. — 464 с.
5. *Дюк В. А.* Компьютерная психодіагностика / В. А. Дюк. — СПб. : Братство, 1994. — 664 с.
6. *Карасев А. И.* Теория вероятностей и математическая статистики : учебник [для эконом. специальностей вузов] / А. И. Карасев. — [3-е изд., перераб. и доп.]. — М. : Статистика, 1977. — 279 с.
7. *Масальгин Н. А.* Математико-статистические методы в спорте / Н. А. Масальгин. — М. : Физкультура и спорт, 1974. — 151 с.
8. *Наследов А. Д.* Математические методы психологического исследования. Анализ и интерпретация даннях : учеб. пособ. / А. Д. Наследов. — СПб. : Речь, 2004. — 392 с.
9. *Нейман Ю.* Вводный курс теории вероятностей и математической статистики / Ю. Нейман [перевод с англ. Н. М. Митрофановой и П. Хусу]. — М. : Наука, 1968, — 448 с.
10. *Плохинский Н. А.* Биометрия / Н. А. Плохинский. — [2-е изд.]. — М. : МГУ, 1970. — 368с.

11. *Сидоренко Е. В.* Методы математической обработки в психологии / Е. В. Сидоренко. — СПб. : Речь, 2004. — 350 с.

12. Статистические методы в педагогике и психологии [Перевод с англ. Л. И. Хайрусовой]. — М. : Прогресс, 1976. — 496 с.

13. *Червинская К. Р.* Компьютерная психодіагностика / К. Р. Червинская. — СПб. : Речь, 2003 с.

2.3. МЕТОДИ ОБРОБКИ РЕЗУЛЬТАТІВ ПСИХОЛОГІЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

2.3.1. Статистичний аналіз. Закон нормального розподілу та основні властивості кривої Гауса

Будь-який статистичний аналіз починається із з'ясування того, чи підлягає вибірка закону нормального розподілу.

Закон нормального розподілу передбачає, що в одній групі об'єктів середніх величин більша кількість, а великих і малих менша. При цьому кількість малих та великих об'єктів приблизно однакова, усі інші характеристики вибірки
розподіляються за кривою Гауса (рис.2.3.1).

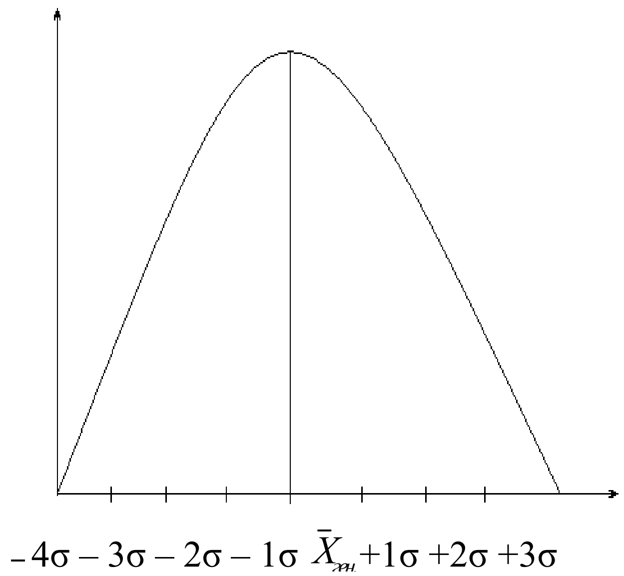


Рис. 2.3.1

Випадкові величини — це такі випадкові події, які набувають ряд числових виразів. Взаємозв'язок між випадковими величинами та їх імовірностями називається законом розподілу випадкових величин.

Якщо відома ймовірність $P_{(1)}$ появи незалежної події в одиничному випробовуванні, то можна знайти ймовірність того, що подія з (n) разів відбудеться (m) разів.

У двох випадках теорема Бернулі дає велику похибку:

1) коли розглядаються великі числа m, та n (100 і більше). У цьому випадку замість теорему Бернулі краще користуватися теоремою Мавра-Лапласа;

2) коли розглядаються події, що відбуваються рідко, (P_1) наближується до 0 або 1. Тоді користуються формулою Пуасона.

Сформулюємо основні властивості кривої Гауса:

1. Вершина кривої Гауса точно припадає на середню арифметичну. За умови, коли $\overline{X}_{\text{ген.}}$ (середня арифметична генеральна) більша за $\overline{X}_i$, тоді вершина вибірки зміщується ліворуч, якщо менша — праворуч.

2. У разі, коли похибка середнього квадратичного (σ) велика, вершина має плоску форму та гостру, якщо (σ) маленька. Що менша (σ), то вибірка однорідніша.

3. Уся площа під кривою Гауса дорівнює одиниці.

Якщо відкласти від $\overline{X}_{\text{ген.}}$ праворуч та ліворуч ±1σ, то ця площа буде дорівнювати 0,6828, тобто (±1σ = 0,6828), або ця площа займає 68,28% від 100%, які лежать в інтервалі між (±4σ). За умов, коли ми відкладаємо ±2σ площа дорівнюватиме 0,9545, тобто (±2σ = 0,9545), або 95,45%; (±3σ = 0,9973), або 99,73% усіх змінних, які підлягають закону нормального розподілу.

Відповідно до теореми Ляпунова, закон нормального розподілу проявляється тоді, коли на появу певної події впливає велика кількість рівноцінних факторів, які не можна чітко виміряти. Отже, апріорі вважатимемо, що, вивчаючи психологічні чи психофізіологічні явища, ми можемо застосовувати властивості закону нормального розподілу.

2.3.2. Критерії узгодження закону нормального розподілу

Щоб відрізнити, чи маємо ми справу із законом нормального розподілу чи практичний розподіл не має зазначеного закону, використовують точні математичні прийоми або критерії узгодження. Для розрахунків цих прийомів необхідно виконати такі кроки:

1) знайти так звані теоретичні частоти, які являють собою ідеальну модель закону нормального розподілу;

2) порівняти наші практичні частоти зі знайденими теоретичними;

3) якщо у порівнянні ми маємо велику розбіжність, то практичні частоти не підлягають дії закону нормального розподілу; якщо розбіжності невеликі чи

незначні, то закон нормального розподілу і його властивості застосовувати можна.

Критерії узгодження — це прийоми, які дають змогу точно визначити, чи є розбіжності між практичними та теоретичними частотами й наскільки вони істотні.

Існує кілька критеріїв узгодження, найбільш поширеним вважається критерій χ^2 (Пірсона).

Приклад: у групі студентів (28 осіб) другого курсу проводили тестування на ступінь засвоєння ними першого модуля з дисципліни «Експериментальна психологія». Вони отримали відповідні бали (табл. 2.3.1). Розрахувати показники критерію узгодженості за χ^2 (Пірсона) та зробити висновки стосовно того, чи підлягають отримані дані закону нормального розподілу?

2.3.2.1. Знаходження теоретичних частот

Теоретичні частоти знаходимо у спеціальних таблицях Лапласа (див. додатки, табл.1.).

Показники виконання студентами модульної контрольної роботи та кроки розрахунків χ^2 (Пірсона) представлено у таблиці 2.3.1.

Крок 1. Згідно з умовами нашого прикладу внесемо до першого та другого стовпчиків табл.2.3.1 варіаційний ряд (X_i) та частоти (n_i).

Крок 2. За формулою для розрахунку $(\bar{X})$ у третьому стовпчику таблиці 2.3.1 кожний варіант помножимо на свою частоту та отримаємо загальну суму $(\Sigma) = 1624$.

Крок 3. Отриману суму розділимо на об'єм сукупності (n=28).

$(\bar{X})$= 1624: 28 = 58.

Таблиця 2.3.1

Показники виконання студентами модульної контрольної роботи та кроки розрахунків χ^2 (Пірсона)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_i	n_i	$X_i * n_i$	$\left(X_i - \overline{X}\right)$	$\left(X_i - \overline{X}\right)^2$	$\left(X_i - \overline{X}\right)^2 * n_i$	t	$f(x)$	$f_{(X)} \frac{nk}{\sigma}$	m_i
57,0	3	171	-1	1	3	-1,8	0,0790	1,975	2
57,5	6	345	-0,5	0,25	1,5	-0,9	0,2661	6,6525	7
58,0	9	522	0	0	0	0	0,3989	9,9725	10
58,5	8	468	+0,5	0,25	2	+0,9	0,2661	6,6525	7
59,0	2	118	+1	1	2	+1,8	0,0790	1,975	2
	n = 28	Σ = 1624			$\Sigma = 8,5$				

Крок 4. У четвертому стовпчику (табл.2.3.1) розрахуємо різницю між $\left(X_i - \overline{X}\right)$.

Крок 5. У п’ятому стовпчику цієї таблиці піднесемо до квадрату дані, отримані у стовпчику 4. $\left(X_i - \overline{X}\right)^2$.

Крок 6. У шостому стовпчику перемножимо дані отримані у стовпчику п’ять, на відповідні частоти та знайдемо $\sum\left(X_i - \overline{X}\right)^2 * n_i$, що дорівнюватиме 8,5.

Крок 7. За формулою $\sigma^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{i=n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2 * n_i}{n-1}$ розрахуємо показник дисперсії σ^2, який дорівнюватиме $\left(8,5 \div 27 = 0,32\right)$ відповідно $\sigma = \sqrt{0,32} = 0,56$.

Крок 8. У сьомому стовпчику знаходимо нормоване відхилення *(t)* за формулою $t = \dfrac{\left(X_i - \overline{X}\right)}{\sigma}$. Отримані дані внесемо до стовпчика сім.

Крок 9. У восьмому стовпчику знаходимо функцію(X) від $f(x)$, яку беремо із таблиці Лапласа (див. додатки табл.1). До цієї таблиці звертаємося за нормованим відхиленням (t). і знаходимо показники функції (X) від $f(x)$, які обчислені за умов, що $\sigma = 1$. Щоб врахувати те, що у нашому розподіленні $\sigma \neq 1$, треба значення функції помножити на величину, яку розраховують за формулою $f_{(x)} \dfrac{nk}{\sigma}$,

де n — об'єм сукупностей (у нашому випадку це 28 респондентів);

k — різниця між сусідніми варіантами (у нашому випадку це дорівнюватиме 0,5, оскільки 57,0 – 57,5 = 0,5);

σ — похибка середнього квадратичного відхилення.

Отже, $28 * 0,5 \div 0,56 = 25$.

Крок 10. 25 — це число, на яке треба помножити функцію (див. стовпчик 8), тобто кожний $f(x)$ треба перемножити на 25 (у нашому випадку це 0,079*25 = 1,975, округлюємо у бік збільшення і отримуємо число 2, яке вносимо до десятого стовпчика (m_i). m_i – це є теоретичні частоти (див. стовпчик 9), округлені до цілого числа.

2.3.3.2. Знаходження χ^2 (Пірсона)

Для знаходження χ^2 (Пірсона) необхідно встановити, наскільки узгоджені між собою практичні та теоретичні частоти. Щоб відповісти на це питання необхідно зробити такі розрахунки:

1. Знаходимо критерій χ^2, використовуючи наступну формулу: $\chi^2 = \sum_{i=1}^{i=n} \dfrac{(n_i - m_i)^2}{n_i}$

2. Звертаємося до спеціальної таблиці Пірсона (див. додатки, табл. 2) для заданої надійності (P) та знаходимо граничне значення (χ^2);

3. Якщо з'ясується, що χ^2 менший або рівний $\chi^2 \leq \chi^2_{граничного}$ — закон нормального розподілу є; якщо $\chi^2 > \chi^2_{граничного}$ — закон нормального розподілу відсутній.

У таблиці 2.3.2 наведено покроковий алгоритм розрахунків та знаходження χ^2 (Пірсона).

Таблиця 2.3.2

Покроковий алгоритм знаходження χ^2 (Пірсона)

X_i	n_i	m_i	$n_i - m_i$	$(n_i - m_i)^2$	$\frac{(n_i - m_i)}{n_i}$
57,0	3	2	+1	1	0,333
57,5	6	7	-1	1	0,167
58,0	9	10	-1	1	0,111
58,5	8	7	+1	1	0,125
59,0	2	2	0	0	0
	n=28				$\chi^2 = 0{,}736$

У таблиці Пірсона (див. додатки, табл.2 для *n*=28), задавши надійність 0,95, знаходимо, що граничне значення критерію $\chi^2_{граничного} = 41{,}3.$ Оскільки 0,72 < 41,3, то практично ми маємо закону нормального розподілу.

Зазначимо, що надійність 0,95 — це межа, нижче якої отримані дані не можна вважати надійними.

2.3.3. Асиметрія, ексцес

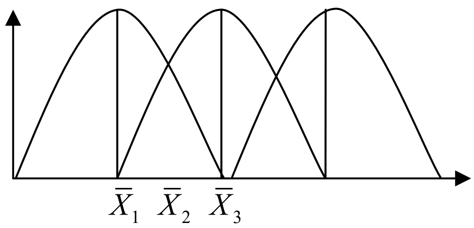


Рис.2.3.2

Асиметрія — це таке явище, коли вершина закону нормального розподілу зміщується праворуч або ліворуч. Якщо вершина зміщена праворуч, то йдеться про позитивну асиметрію, а якщо ліворуч, то про негативну (рис. 2.3.2).

Явище ексцесу відбувається у разі, якщо вершина закону нормального розподілу перетворюється на стрімкий пік. Таке явище має назву позитивний ексцес. Коли ж вершина роздвоюється, утворюються два горби, або дві вершини, то йдеться про негативний ексцес.

Якщо явища асиметрії та ексцесу незначні, можна вважати, що є закон нормального розподілу і його властивостями користуватися можна.

За умов, коли явища асиметрії та ексцесу великі, то закон нормального розподілу відсутній і його властивостями користуватися не можна.

Для того щоб встановити величини асиметрії та ексцесу, необхідно розрахувати показники асиметрії та ексцесу.

Асиметрія

1) $A = \frac{\sum_{n=1}^{i=n} \left(X_i - \overline{X} \right)^3 * n_i}{n * \sigma^3}$ (2.3.1).

2) $m_A = \sqrt{\frac{6}{n}}$ (2.3.2).

3) Показник повної асиметрії $A_f = \frac{A}{m_A}$ (повна асиметрія) (2.3.3)

Висновки:

1. Якщо показник повної асиметрії $\left(A_f \right)$ відрізняється від 0, то асиметрія існує.

2. Якщо показник повної асиметрії $\left(A_f \right)$ має позитивне значення, то асиметрія позитивна, або правостороння.

3. Якщо показник повної асиметрії $\left(A_f \right)$ має негативне значення, то існує лівостороння асиметрія.

4. Якщо показник повної асиметрії ≥ 3, то асиметрія велика і закон нормального розподілу відсутній.

5. Якщо показник повної асиметрії < 3, то закон нормального розподілу є.

Ексцес

1) $E = \frac{\sum_{n=1}^{i=1} \left(X_i - \overline{X} \right)^4 * n_i}{n * \sigma^4}$ (2.3.4).

2) $m_E = 2\sqrt{\frac{6}{n}}$ (2.3.5).

3) показник повного ексцесу $E_f = \left(\frac{E}{m_E} - 3\right)$ (2.3.6).

Висновки:

1. Якщо показник повного ексцесу (E_f) відрізняється від 0, то ексцес є.

2. Якщо показник повного ексцесу (E_f) має знак «+», то є позитивний ексцес, або стрімкий пік.

3. Якщо показник повного ексцесу (E_f) має від'ємне значення, то існує негативний, або двогорбий ексцес.

4. Якщо повний ексцес ≥ 3, то закон нормального розподілу відсутній.

5. Якщо повний ексцес < 3, то закон нормального розподілу існує.

У таблиці 2.3.3 наведено покроковий алгоритм розрахунків показників повної асиметрії A_f та повного E_f .

Приклад: студентів у кількості 20 осіб тестували за показниками ступеня сформованості обсягу уваги (за тестом Горбова 25 чорних цифр). Отримані дані наведено у таблицях 2.3.3 та 2.3.4.

Таблиця 2.3.3

Покроковий алгоритм розрахунків показників повної асиметрії A_f та повного E_f

X_i	n_i	$X_i * n_i$	$(X_i - \bar{X})$	$(X_i - \bar{X})^2$	$(X_i - \bar{X})^3$	$(X_i - \bar{X})^4$	$(X_i - \bar{X})^2 * n_i$	$(X_i - \bar{X})^3 * n_i$	$(X_i - \bar{X})^4 * n_i$
36	4	144	-2	4	8	16	16	32	64
37	5	185	-1	1	1	1	5	5	5
38	7	266	0	0	0	0	0	0	0
39	3	117	1	1	1	1	3	3	3
40	1	40	2	4	8	16	4	8	16
	$n_i =$ 20	Σ = 752							

Таблиця 2.3.4

Кінцеві результати розрахунків показників ступеня сформованості обсягу уваги (за тестом Горбова 25 чорних цифр)

$\overline{X} = 752 \div 20 = 37,6$	**Висновки**
$\sigma^2 = 1,24$	**Асиметрія**
$\sigma = 1,11355287$	1) асиметрія є;
Mo = 38	2) асиметрія позитивна, тобто правостороння, і дорівнює + 0,334;
Me = 38	3) оскільки 0,334 < 3, то показник повної асиметрії малий і закон нормального розподілу існує.
V=2,96%	**Ексцес**
A= 0,18286426	1) ексцес є;
$m_A = 0,54772256$	2) ексцес негативний, тобто графік двогорбий, оскільки показник дорівнює — 0,869809493;
$A_f = 0,33386294$	3) оскільки — 0,869809493 < 3, то показник повного ексцесу малий і закон нормального розподілу існує.
$E = 2,33350679$	
$m_E = 1,09544512$	
$E_f = -0,869809493$	

2.3.4. Вибірковий метод. Параметричні критерії розрізнення

Генеральна сукупність — це найбільш узагальнена сукупність об'єктів, об'єднаних за однією ознакою (наприклад, студенти закладів вищої освіти).

Вибіркова сукупність — це частина генеральної, котра її представляє. Під час застосування вибіркового методу використовують принцип практичної впевненості:

1) якщо ймовірність появи будь-якої події мала, то слід вважати, що в одноразовому дослідженні ця подія взагалі не відбудеться і помилки в розрахунках не буде;

2) щоб користуватися вибірковим методом, необхідно з генеральної сукупності виокремити вибіркову, дослідити її, а отримані результати поширити на генеральну;

3) якщо сукупність підпорядкована закону нормального розподілу, то для її повного дослідження достатньо з'ясувати $\overline{X}$ та σ.

За таких умов зазвичай ми пишемо: $\bar{X}_{ген.} \pm \sigma_{ген.}$; $\bar{X}_{виб.} \pm \sigma_{виб.}$

Надійність — це ймовірність, з якою гарантується правильність розрахунку, тобто гарантується, що вибіркова сукупність добре представляє генеральну.

Рівень значущості — це ймовірність, яка свідчить про втрату точності. У психологічних та психофізіологічних дослідженнях звичайно використовують такі рівні значущості надійності: $P_1 = 0,95$ або (95%) — $P < 0,05$; $P_2 = 0,99$ − (99%) − $P < 0,01$; $P_3 = 0,999$ (99,9%) − $P < 0,001$.

$P_1 = 0,95$ (95%-ий рівень надійності) $P < 0,05$ (мінімально допустимий в наукових дослідженнях), тобто $P < 0,05$ свідчить про те, що між порівнюваними вибірками є достовірні розбіжності. Якщо $P > 0,05$, то достовірні розбіжності відсутні, а порівнювані вибірки можна вважати ідентичними.

2.3.4.1. Закон великих чисел Чебишева

Сутність цього закону полягає у встановленні такої залежності: що більше членів вибіркової сукупності розглядаэться, то точніше вибірка представляє генеральну сукупність.

Середнє арифметичне $\bar{X}_{генеральне}$

Середнє арифметичне генеральне розраховується за такими формулами: $\bar{X}_{виб.} - \Delta \leq \bar{X}_{ген.} \leq \bar{X}_{виб.} + \Delta$ (2.3.7).

Δ (дельта) — абсолютна похибка, яка дорівнює $m * t$ (2.3.8):

де (m)– це помилка репрезентативності, або стандартна похибка, що показує, як ми помиляємося, чи принципово, коли замість генеральної розглядаємо вибіркову сукупнысть; t — критерій надійності, показник тієї надійності, яку ми задаємо за таблицею Стьюдента (див. Додатки, табл.3).

Для того щоб розрахувати, наскільки ми помиляємося та чи можна отримані дані поширювати на всю генеральну сукупність використовують два підходи:

1) N — невідоме, тоді 2) N — відоме тоді

$m = \frac{\sigma_{виб.}}{\sqrt{n}}$ (2.3.9). $m = \frac{\sigma_{виб.}}{\sqrt{n}} * \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$ (2.3.10).

Таблиця 2.3.4

t — критерій надійності, це показник тієї надійності, якою ми задаємося із таблиці Стьюдента

№ з/п	Використання	Надійність	t-критерій	Обсяг вибіркової сукупності
1.	Звичайні вимоги до надійності	$P_1 = 0{,}95$ $P_1 < 0{,}05$	$t_1 = 2{,}04$	$n \geq 30$
2.	Підвищені вимоги до надійності	$P_2 = 0{,}99$ $P_2 < 0{,}01$	$t_2 = 2{,}75$	$n \geq 30$
3.	Високі вимоги до надійності	$P_3 = 0{,}999$ $P_3 < 0{,}001$	$t_3 = 3{,}65$	$n \geq 30$

Для точного розрахунку та використання таблиці Стьюдента пыд час порівняння двох вибірокзастосовують формулу с = (n_1+n_2) — 2, де с — показник, за яким послуговуються таблицею Стьюдента (додатки, табл. 3).

Середнє квадратичне відхилення $\sigma_{генеральне}$

Для знаходження $\sigma_{ген.}$ необхідно звернутися до таблиці Стьюдента (додатки, табл. 4), в якій для заданої надійності (P) та сукупності (n), необхідно знайти (q), При цьому:

$P_i n \rightarrow q$ може бути $(q > 0, q < 0)$. (2.3.11).

Якщо $q > 0,$ то $\sigma_{виб.}(1-q) \leq \sigma_{ген.} \leq \sigma_{виб.}(1+q)$. (2.3.12).

Якщо $q < 0,$ то тоді $0 \leq \sigma_{ген.} \leq \sigma_{виб.}(1+q)$. (2.3.13).

Приклад: припустимо, що у Відкритому міжнародному університеті розвитку людини «Україна» за спеціалізацією «Психологія» навчається тисяча студентів, а в групі 38 осіб. Цих 38 осіб на заняттях фізичної культури перевіряли на влучність кидатим'яч у баскетбольну корзину. Експериментатор запропонував зробити п'ять спроб. Які у середньому можливості 1000 студентів, якщо відомі результати 38 осіб? (див. табл. 2.3.5).

Таблиця 2.3.5

Покроковий розрахунок можливоі влучності кидка у баскетбольну корзину всіх 1000 студентів за результатами 38 осіб

X_i	n_i	$X_i * n_i$	$\left(X_i - \bar{X}\right)$	$\left(X_i - \bar{X}\right)^2$	$\left(X_i - \bar{X}\right)^2 * n_i$
5	3	15	2,58	6,66	19,97
4	6	24	1,58	2,49	14,94
3	10	30	0,58	0,34	3,4
2	8	16	-0,42	0,18	1,44
1	7	7	-1,42	2,78	19,46
0	4	0	0	0	0
	38	92			59,21

Крок 1. $\bar{X} = 92 \div 38 = 2,42.$

Крок 2. $\sigma = \sqrt{\frac{59,21}{38}} = 1,25.$

Крок 3. $m = \frac{\sigma_{виб.}}{\sqrt{n}} = \frac{1,25}{\sqrt{38}} = \frac{1,25}{6,164414} = 0,203$ (коли N — невідоме)

$$m = \frac{\sigma_{виб.}}{\sqrt{n}} * \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \frac{1,25}{\sqrt{38}} * \sqrt{\frac{1000-n}{1000-1}} = \frac{1,25}{6,164414} * \sqrt{\frac{1000-38}{1000-1}} = 0,203 * \sqrt{\frac{962}{999}} =$$

$$= 0,203 * 0,963 = 0,1959, \ \textit{коли } N \textit{ дорівнює } 1000.$$

Крок 4. $V = \frac{\sigma}{\bar{X}} * 100 = \frac{1,25}{2,42} * 100 = 51,65\%$.

Маючи великий коефіцієнт варіації V = 51,65%, перевіримо, чи наша вибірка підлягає закону нормального розподілу. Для цього знайдемо показники повної асиметрії A_f і повного ексцесу — E_f, використовуючи формули (2.3.3; 2.3.6) та отримаємо такі дані: $A_f = -0{,}00948$; $E_f = 2{,}561763$.

Отже, наша вибіркова сукупність підлягає закону нормального розподілу і ми можемо користуватись усіма закономірностями та правилами цього закону, отримані дані можна поширювати на всіх студентів, які потрапляють у межі $\bar{X}_{виб.} \pm \sigma_{виб.}$ Перевіримо попередні висновки, використовуючи закон великих чисел Чебишева.

Для знаходження $\bar{X}_{ген.}$ необхідно звернутися до формул (2.3.7; 2.3.8). Оскільки, у нашому випадку, ми задаємо надійність P_1, тобто 95%, або Р < 0,05, то числове значення обраного t — критерію надійності, знайдемо у таблиці Стьюдента (додатки, табл. 3). Для Р < 0,05 t_1 дорівнює 2,04.

Отже, $\bar{X}_{ген.} = \bar{X}_{виб.} - \Delta \le \bar{X}_{ген.} \le \bar{X}_{виб.} + \Delta.$ У нашому випадку: $\bar{X}_{виб.} = 2,42,$ m (коли N відоме — 1000 осіб) = 0,196; t_1 (для P_1 < 0,05) = 2,04; тоді $\Delta = m * t = 0,198 * 2,04 = 0,404.$

Тож 2,42 – 0,404 ≤ $\bar{X}_{ген.}$ ≤ 2,42 + 0,404. Отже, $\bar{X}_{ген.}$ міститься у межах від 2,016 ≤ $\bar{X}_{ген.}$.≤ та 2,824. Округлюємо отримані дані, тоді $\bar{X}_{ген.}$ розташовується у межах від 2 ≤ $\bar{X}_{ген.}$ ≤ до 3-х кидків.

Наше вибіркове середнє арифметичне також міститься у цих же межах, тобто отримані закономірності поширюються на 1000 студентів.

Перевіримо, чи розміщується $\sigma_{виб.}$ в межах $\sigma_{ген.}$

Для цього звернемось до таблиці Стьюдента (додатки, табл. 4) і знайдемо чому дорівнює q, задавши надійність Р < 0,05. Табличне значення q = 0,26. Якщо 0,26 > 0, то ми застосовуємо формулу (2.3.10) $\sigma_{виб.} * (1 - 0{,}26) \le \sigma_{ген.} \le \sigma_{виб.} * (1 + 0{,}26)$;

$1,25*0,74 \leq \sigma_{ген.} \leq 1,25*1,26$; $0,924 \leq \sigma_{ген.} \leq 1,57$.

Отже, $\sigma_{ген.}$ Розташовується у межах від $1 \leq \sigma_{ген.} \leq$ до 2. Наша вибіркова сукупність розміщується у цих межах, отже, закономірності, виявлені щодо 38 осіб можна поширити на 1000 осіб.

Загальний висновок

Дані, отримані під час дослідження групи студентів із 38 осіб згідно з розрахунками, ми можемо поширити на 1000 осіб.

2.3.4.2. Розрахунок відносної неточності $\bar{X}_{виб.}$ відносно $\bar{X}_{ген.}$

Точнішим є метод розрахунку відносної неточності $\bar{X}_{виб.}$ відносно $\bar{X}_{ген.}$ ***Відносна неточність*** дає відповідь на питання стосовно того, чи можна вважати вибіркове середнє арифметичне $\bar{X}_{виб.}$ достатньо точною оцінкою $\bar{X}_{ген.}$ Також за допомогою розрахунків відносної неточності можна вирахувати, скільки треба долучити досліджуваних, задавши відповідну надійністюь щоб дані $\bar{X}_{виб.}$ можна було поширити на $\bar{X}_{ген.}$ Для цього звернемося до формули (2.3.14) довірчого інтервалу (ε): $\varepsilon = \dfrac{t_a * m}{\bar{X}}$, де *ε* — показник довірчого інтервалу для Р < 0,05; t_a – коефіцієнт розподілу Стьюдента для безкінечності = 1,96; *m* — похибка середнього арифметичного; $\bar{X}_{виб.}$ – середнє арифметичне вибіркове.

Оскільки *ε* = 0,05, а формула для розрахунку *m* у нашому випадку матиме вигляд: $m = \dfrac{\sigma_{виб.}}{\sqrt{n}}$, то, замінивши у формулі (2.3.14) *m* на *σ* ми можемо розрахувати n, тобто кількість досліджуваних, яку необхідно додатково долучити, щоб отримати генеральну сукупність відповідно до закону нормального розподілу за заданих $\sigma_{виб.}$ та $\bar{X}_{виб.}$

Згідно з нашим прикладом до формули (2.3.14) внесемо поправки, тобто замінимо *m* на *σ*. Тоді вона матиме такий вигляд:

$$\varepsilon = \frac{t_a * \frac{\sigma_{виб.}}{\sqrt{n}}}{\overline{X}}; \varepsilon * \overline{X} = t_a * \frac{\sigma_{виб.}}{\sqrt{n}}; \qquad \varepsilon * \overline{X} * \sqrt{n} = t_a * \sigma_{виб.}; \qquad \frac{t_a * \sigma_{виб.\varepsilon}}{\varepsilon * \overline{X}} = \sqrt{n};$$

$n = \left(\frac{t_a * \sigma_{виб.}}{\varepsilon * \overline{X}} \right)^2$; нам залишилось тільки підставити до кінцевої формули конкретні числа з нашого прикладу.

$$n = \left(\frac{1,96 * 1,25}{0,05 * 2,42} \right)^2; \; n = \left(\frac{2,45}{0,121} \right)^2 = (20,248)^2 = 409,98 \approx 410 \,.$$

Отже, аби мати можливість стверджувати, що отримані нами дані на прикладі 38 досліджуваних за заданих $\sigma_{виб.}$(1,25) та $\overline{X}_{виб.}$(2,42) відповідають усім вимогам закону нормального розподілу, а виявлені особливості можна поширювати на генеральну сукупність, нам необхідно долучии ще 410 – 38 = = 372 досліджуваних.

2.3.4.3. Метод Стьюдента

Дещо точніший для визначення достовірних розбіжностей між середніми арифметичними двох і більше вибірок, які підлягають закону нормального розподілу, є ***метод Стьюдента.***

При порівнянні двох вибірок розглянутим методом різниця вибіркових середніх вважається достовірною, якщо знак нерівності між вибірковим середнім визначається так само, як і знак нерівності між генеральними (див. табл. 2.3.6).

Таблиця 2.3.6

Порівняння двох вибірок

Вибіркова	Генеральна
1) $\overline{X}_{1\,виб.} > \overline{X}_{2\,виб.}$	1) $\overline{X}_{1\,ген.} > \overline{X}_{2\,ген.}$
2) $\overline{X}_{1\,виб.} < \overline{X}_{2\,виб.}$	2) $\overline{X}_{1\,ген} < \overline{X}_{2\,ген.}$
3) $\overline{X}_{1\,виб.} = \overline{X}_{2\,виб.}$	3) $\overline{X}_{1\,ген} = \overline{X}_{2\,ген.}$

Якщо знак вибіркових відомий, а знак нерівності генеральних невідомий, то різниця вибіркових середніх є недостовірна.

Цей метод дає змогу визначити, достовірна чи ні різниця вибіркових середніх.

Якщо буде встановлено, що різниця достовірна, то порівняння середніх генеральних сукупностей стає можливим за вибірковими.

Якщо різниця недостовірна, то вибіркова погано репрезентує генеральну і треба вибіркову збільшувати, враховуючи закон великих чисел.

Для розрахунків *t*-критерію Стьюдента необхідно виконати кілька кроків:

1) знайти t_p розрахункове за формулою (2.3.15).

$$t_p = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}} \qquad (2.3.15)$$

2) задавши надійність (Р < 0,05) та обсяг сукупностей *(n)*, у додатках (табл. 3) знаходимо: граничне С = (n_1+n_2) — 2 (формула 2.3.16). За отриманим показником (С) звертаємося до таблиці Стьюдента (додатки, табл. 3), де знаходимо для С значення $t_{табл.}$

3) за умови, коли $t_p \geq t_{табл.}$ різниця вибіркових середніх є достовірною, якщо навпаки то є недостовірною.

Для методу Стьюдента важлива чисельність вибірки. Зазвичай він використовується у разі, коли чисельність вибірки більше 30 осіб. Якщо чисельність вибірки менше 30 осіб, то треба користуватися іншими методами, щоб уникнути помилок і хибних висновків.

Приклад: експериментатор досліджував особливості прояву екстраверсії-інтроверсії (за Г. Айзенком) в учнів та учениць випускних (11-х) класів. У експерименті брали участь 42 хлопці та 36 дівчат. З'ясувати, чи достовірно відрізняються за цим показником хлопці та дівчата випускних класів? Отримані результати наведено у таблицях 2.3.7, 2.3.8.

Крок 1. Внесемо до першого та другого стовпчиків таблиць 2.3.7 та 2.3.8 варіаційні ряди $\left(X_{i1}\right)$та $\left(n_{i1}\right)$; $\left(X_{i2}\right)$та $\left(n_{i2}\right)$ відповідно до нашого прикладу.

Крок 2. Згідно з формулою для розрахунку $\overline{X}$ у третьому стовпчику таблиць 2.3.7 та 2.3.8 кожний варіант помножимо на свою частоту та отримаємо загальну суму: для $\left(\Sigma_1\right) = 504$ та $\left(\Sigma_2\right) = 528$.

Крок 3. Отриману суму розділимо на об'єм сукупності $\left(n_1\right) = 42$ та $\left(n_2\right) = 36$.

$\overline{X}_1 = 504 \div 42 = 12; \quad \overline{X}_2 = 528 \div 36 = 14,67.$

Таблиця 2.3.7

Показники прояву екстраверсії–інтроверсії в учнів X_{i1} 11-х класів

X_{i1}	n_{i1}	$X_i * n_i$	$\left(X_i - \overline{X}\right)$	$\left(X_i - \overline{X}\right)^2$	$\left(X_i - \overline{X}\right)^2 * n_i$
6	3	18	–6	36	108
8	3	24	–4	16	48
10	6	60	–2	4	24
11	3	33	–1	1	3
12	9	108	0	0	0
13	3	39	1	1	3
14	6	84	2	4	24
15	6	90	3	9	54
16	3	48	4	16	48
	n=42	∑=504			∑=312

Таблиця 2.3.8

Показники прояву екстраверсії–інтроверсії в учениць X_{i2} 11-х класів

X_{i2}	n_{i2}	$X_i * n_i$	$\left(X_i - \overline{X}\right)$	$\left(X_i - \overline{X}\right)^2$	$\left(X_i - \overline{X}\right)^2 * n_{i2}$
9	3	27	–5,667	32,111	96,333
10	3	30	–4,667	21,778	65,333
11	3	33	–3,667	13,444	40,333
14	6	84	–0,667	0,444	2,667
15	6	90	0,333	0,111	0,667
16	6	96	1,333	1,778	10,667
17	6	102	2,333	5,444	32,667
22	3	66	7,333	53,778	161,333
	n=36	∑=528			∑=410

Крок 4. У четвертому стовпчику (табл. 2.3.7, 2.3.8) розрахуємо різницю між $\left(X_i - \overline{X}\right)$.

Крок 5. У п’ятому стовпчику (табл. 2.3.7, 2.3.8) піднесемо до квадрату дані, отримані у стовпчику чотири $\left(X_i - \overline{X}\right)^2$.

Крок 6. У шостому стовпчику (табл. 2.3.7, 2.3.8) перемножимо дані, отримані у стовпчику п’ять, на відповідні частоти та знайдемо $\sum\left(X_i - \overline{X}\right)^2 * n$, що дорівнюватиме: ∑ для X_1 — 312, а ∑ для X_2 — 410.

Крок 7. За формулою $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{i=n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2 * n_i}{n}$ розрахуємо показник дисперсії σ_1^2, який дорівнюватиме: $312 \div 42 = 7,429$, відповідно $\sigma_1 = \sqrt{7,428} = 2,726$; та σ_2^2, який дорівнюватиме: $410 \div 36 = 11,389$, відповідно $\sigma_2 = \sqrt{11,389} = 3,375$.

Крок 8. За формулою $m = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$ розрахуємо показник похибки середньої арифметичної (m) для X_{i1} та X_{i2}; $m_1 = \dfrac{\sigma_1}{\sqrt{n_1}} = \dfrac{2,726}{\sqrt{42}} = \dfrac{2,726}{6,481} = 0,421$;

$$m_2 = \frac{\sigma_2}{\sqrt{n_2}} = \frac{3,375}{\sqrt{36}} = \frac{3,375}{6} = 0,562.$$

Крок 9. За формулою (2.3.15) розрахуємо $t_{p.}$ $t_p = \dfrac{\left(\overline{X}_1 - \overline{X}_2\right)}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}}$;

$$t_p = \frac{12 - 14,67}{\sqrt{0,416^2 + 0,562^2}} = \frac{-2,67}{\sqrt{0,173 + 0,316}} = \frac{-2,67}{\sqrt{0,489}} = \frac{-2,67}{0,699} = -3,82.$$

Крок 10. За формулою (2.3.16) С = (n_1+n_2) — 2 розрахуємо коефіцієнт (С) (див. додатки, табл. 3, стовпчик f) та звернемося до таблиці Стьюдента. Знайдемо наявність чи відсутність достовірних розбіжностей між показниками екстраверсії–інтроверсії у дівчат та хлопців 11-х класів. У нашому випадку С (f)=[(42+36) — 2] =76. Для С = 76 та $t_{p.}$= 3,82 у даній таблиці стовпець t є показником нормованого відхилень і вказує на те, на скільки отримана різниця більша за показник середньої арифметичної похибки. За вирахуваними показниками (С) та ($t_{p.}$) у таблиці (додатки табл.3) визначається число (Р), тобто ймовірність різниці між $\overline{X}_1$ та $\overline{X}_2$. Чим показник Р менший, тим істотніша різниця, і тим більша достовірність розбіжностей. У нашому випадку Р = 0,001, тобто різниця між показниками екстраверсі–-інтроверсії у дівчат та хлопців 11-х класів достовірна на рівні Р < 0,001, або на рівні ймовірності 99,99%.

У тих випадках, коли розрахунки підтверджують відсутність достовірних розбіжностей, передчасно вважати, що між явищами, які вивчаються, взагалі не може бути достовірних розбіжностей. У таких випадках можна лише стверджувати, що не виявлено достовірних розбіжностей за даних умов дослідження. У разі збільшення вибірки достовірні розбіжності можуть з'явитися. Це положення є основним для доведення правильного вибору експериментатором кількості досліджуваних до початку проведення експерименту.

Крок 11. Для отримання повної характеристики порівнюваних вибірок необхідно знайти: коефіцієнт варіації, показник повної асиметрії та повного ексцесу, показник виходу до довірчого інтервалу і, за необхідності, розрахувати, скільки дще осліджуваних треба долучити для висновку про те, що порівнювані вибірки підлягають закону нормального розподілу. Тоді повна таблиця матиме такий вигляд (див. табл. 2.3.9).

Таблиця 2.3.9

Порівняльний аналіз ступеня прояву показників екстраверсії–інтроверсії в учнів та учениць 11-х класів

Статистичні показники	Ступінь прояву показників екстраверсії–інтроверсії	
	Учні	Учениці
$\overline{X}$	12	14,67
σ	2,726	3,375
m	0,420631	0,5625
V	22,7%	23,0%
A_f	-1,51133	0,48305
E_f	0,483897	0,382186
ε =0,05	n = 79 осіб	n = 81 особу
t	-3,82	
P	< 0,001	

Умовні позначення: $\overline{X}$ — середнє арифметичне; σ — похибка середнього квадратичного відхилення; m — похибка середнього арифметичного; V — коефіцієнт варіації; A_f — показник повної асиметрії; E_f — показник повного ексцесу; ε — показник довірчого інтервалу для P < 0,05; t — розрахунковий показник критерію Стьюдента; P — рівень достовірності розбіжностей.

Висновки, які можна зробити аналізуючи показники таблиці 2.3.9.

За показниками екстраверсії–інтроверсії учні та учениці 11-х класів достовірно різняться між собою на рівні ($P < 0{,}001$). Причому учні істотно менш екстравертовані ніж учениці цього ж віку. Показники похибки середнього квадратичного відхилення (σ) та коефіцієнта варіації V вказують на те, що дані вибірки однорідні. Показник повної асиметрії (A_f) у хлопців підтверджує, що асиметрія негативна, тобто ($\bar{X}_{\text{виб.}}$) зміщене ліворуч відносно ($\bar{X}_{\text{ген.}}$) і закон нормального розподілу є. У дівчат показник повної асиметрії позитивний, тобто ($\bar{X}_{\text{виб.}}$) зміщене праворуч відносно ($\bar{X}_{\text{ген.}}$) і закон нормального розподілу також існує.

Показник повного ексцесу *(E_f)* у хлопців та дівчат позитивний, тобто вибірки мають гострий пік і дані досліджуваних розташовуються дуже щільно. Оскільки цей показник менше трьох, то закон нормального розподілу є.

Показник довірчого інтервалу (ε) для $P < 0{,}05$ дає змогу розрахувати, скільки осіб треба долучити до вибірки хлопців та дівчат, щоб ці вибірки повністю відображали генеральну сукупність. Отже, для хлопців загальна кількість осіб складає 79, а для дівчат — 81.

t — розрахунковий показник критерію Стьюдента дорівнює 3,82, що свідчить про високу ймовірність наявності рівня достовірних розбіжностей між показниками екстраверсії–інтроверсії у дівчат та хлопців зазначеного віку. Показник (P) — рівень достовірності розбіжностей — вказує на те, що достовірні розбіжності між хлопцями та дівчатами за показники екстраверсії–інтроверсії мають дуже високий рівень надійності ($P < 0{,}001$, або 99,99%).

2.3.4.4. Метод Фішера

Метод Фішера, або метод порівняння дисперсій, дає відповідь на питання, наявні чи відсутні достовірні розбіжності між порівнювальними групами. Цей метод справедливий тоді, коли розглядаються великі вибірки, а пари чисел можуть бути неспорідненими.

Щоб проілюструвати, як працює зазначений метод, розглянемо приклад: дві групи студентів досліджували на виявлення ступеня сформованості переключення уваги за методикою червоно-чорних чисел Горбова-Шульте. У перший групі досліджували 10 осіб, у другій — 11. Знайти методом Фішера наявність або відсутність достовірних розбіжностей між двома групами студентів. Отримані дані наведено у таблиці 2.3.10.

Таблиця 2.3.10

Показники ступеня сформованості переключення уваги у студентів двох груп за методикою червоно-чорних чисел Горбова-Шульте

X_{i1}	n_{i1}	X_{i2}	n_{i2}
70	3	68	2
71	5	70	6
72	1	75	2
73	1	76	1
	n=10		n=11

Таблиця 2.3.10

Покроковий розрахунок $\left(\bar{X}\right)$та $\left(\sigma^2\right)$ — показників ступеня сформованості переключення уваги у студентів першої групи (n=10) за методикою червоно-чорних чисел Горбова-Шульте

X_{i1}	n_{i1}	$X_i * n_i$	$\left(X_i - \bar{X}\right)$	$\left(X_i - \bar{X}\right)^2$	$\left(X_i - \bar{X}\right)^2 * n$
70	3	210	-1	1	3
71	5	355	0	0	0
72	1	72	1	1	1
73	1	73	2	4	4
	n=10	Σ_1=710			Σ_1=8

Крок 1. Внесемо до першого та другого стовпчиків таблиць 2.3.11 та 2.3.12 варіаційні ряди $\left(X_{i1}\right)$ та $\left(n_{i1}\right)$; $\left(X_{i2}\right)$ та $\left(n_{i2}\right)$ відповідно до нашого прикладу.

Крок 2. За формулою для розрахунку $\left(\bar{X}\right)$ у третьому стовпчику цих таблиць кожний варіант помножимо на свою частоту та отримаємо загальну суму для $\left(\Sigma_1\right) = 504$ та $\left(\Sigma_2\right) = 528.$

Крок 3. Отриману суму розділимо на об'єм сукупності $\left(n_1 = 10\right)$ та $\left(n_2 = 11\right)$. $\bar{X}_1 = 710 \div 10 = 71,0;\quad \bar{X}_2 = 782 \div 11 = 71,09.$

Таблиця 2.3.12

Покроковий розрахунок $\left(\bar{X}\right)$ та $\left(\sigma^2\right)$ — показників ступеня сформованості переключення уваги у студентів другої групи (n=11) за методикою червоно-чорних чисел Горбова-Шульте

X_{i2}	n_{i2}	$X_i * n_i$	$\left(X_i - \bar{X}\right)$	$\left(X_i - \bar{X}\right)^2$	$\left(X_i - \bar{X}\right)^2 * n$
68	2	136	–3,09	9,55	19,11
70	6	420	–1,091	1,19	7,14
75	2	150	3,91	15,28	30,56
76	1	76	4,91	24,1	24,1
	n=11	Σ_2=782			Σ_2=80,91

Крок 4. У четвертому стовпчику (табл. 2.3.11, 2.3.12) розрахуємо різницю між $\left(X_i - \bar{X}\right)$.

Крок 5. У п'ятому стовпчику (табл. 2.3.11, 2.3.12) піднесемо до квадрата дані, отримані у стовпчику $\left(X_i - \bar{X}\right)^2$.

Крок 6. У шостому стовпчику (табл. 2.3.11, 2.3.12) перемножимо дані, отримані у стовпчику п'ять на відповідні частоти та знайдемо $\sum\left(X_i - \bar{X}\right)^2 * n_i$, що дорівнюватиме для X_{i1} – 306, а для X_{i2} – 410.

Крок 7. За формулою наведеною нижче, розрахуємо показник дисперсії

$\sigma^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{i=n}\left(X_i - \bar{X}\right)^2 * n_i}{n-1}$; для σ_1^2 він дорівнюватиме $\dfrac{8}{9} = 0,88;$ для $\sigma_2^2 - \dfrac{80,91}{10} = 8,09.$

Крок 8. За формулою (2.3.17) знайдемо критерій Фішера $(F)=\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ (2.3.17)

У чисельнику завжди ставиться більше число. У нашому випадку це — 8,09. Таким чином, критерій Фішера $(F)=\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}=\frac{8,09}{0,88}=9,1.$

Крок 9. Задавши надійність Р та знаючи об'єми вибірок n_1 та n_2, у спеціальній таблиці (додатки, табл. 5) знаходимо $F_{гр}$. за умов, що Р = 0,95; n_1 = = 10; n_2 = 11; число ступенів свободи $f_1 = n_1 - 1;\quad f_2 = n_2 - 1.$ Слід зазначити, що індекс 1 в усіх випадках стосуються спостережень, для яких отримана більша дисперсія. У нашому випадку $f_1 = 10 - 1 = 9;\quad f_2 = 11 - 1 = 10.$ за умов, що $P < 0,05$, $F_{гр.} = 3,78$.

Крок 10. Зробимо висновок.

Якщо $F_{роз.} \geq F_{гр.}$ — різниця суттєва (достовірна).

Якщо $F_{роз.} < F_{гр.}$ — різниця несуттєва (недостовірна).

9,1 > 3,78 — розбіжності між досліджуваними вибірками суттєві, тобто достовірно кращі показники у групи студентів X_1.

2.3.4.5. *W*-критерій

Розглянуті вище критерії необхідно застосовувати для перевірки гіпотези про наявність закону нормального розподілу, якщо кількість спостережень n ≥ 30.

За умов, коли кількість спостережень мала, наприклад: n = 10 застосовується *W*-критерій, розроблений Шапіро та Уілком. Розглянемо використання цього методу на наступному прикладі.

Дві групи студентів досліджували на виявлення ступеня сформованості обсягу уваги за методикою чорних чисел Горбова. У першій та другій групах досліджували по 9 осіб. У першій групі для розвитку обсягу уваги на кожному занятті студенти виконували вправи «запам'ятай та відтвори», а в другій групі після правильного відтворення місця розташування конкретного числа кількість чисел збільшувалася на дві одиниці. Знайти методом W-критерію наявність або відсутність достовірних розбіжностей між двома стратегіями розвитку обсягу уваги у студентів першої та другої груп. Отримані дані наведено у таблиці 2.3.13.

Таблиця 2.3.13

Показники ступеня сформованості обсягу уваги за методикою чорних чисел Горбова у студентів двох груп згідно з двома стратегіями

<table>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td></tr>
<tr><td>X_{i1}</td><td>X_{i2}</td><td>X_{i1}</td><td>X_{i2}</td><td>k_1</td><td>k_2</td><td>$\Delta_{k1} = X_{n_1-k_1+1} -$
$-X_{k1}$</td><td>$\Delta_{k2} = X_{n2-k2+1} -$
$-X_{k2}$</td><td>a_{nk1}</td><td>a_{nk2}</td><td>$a_{nk1} * \Delta_{k1}$</td><td>$a_{nk2} * \Delta_{k2}$</td></tr>
<tr><td>22</td><td>45</td><td>22</td><td>29</td><td>1</td><td>1</td><td>29</td><td>28</td><td>0,589</td><td>0,5888</td><td>17,0752</td><td>16,4864</td></tr>
<tr><td>31</td><td>42</td><td>23</td><td>33</td><td>2</td><td>2</td><td>18</td><td>14</td><td>0,324</td><td>0,3244</td><td>5,8392</td><td>4,5416</td></tr>
<tr><td>51</td><td>57</td><td>30</td><td>36</td><td>3</td><td>3</td><td>7</td><td>9</td><td>0,198</td><td>01976</td><td>1,3832</td><td>1,7784</td></tr>
<tr><td>41</td><td>33</td><td>31</td><td>40</td><td>4</td><td>4</td><td>1</td><td>2</td><td>0,095</td><td>0,0947</td><td>0,0947</td><td>0,1894</td></tr>
<tr><td>23</td><td>29</td><td>32</td><td>41</td><td>5</td><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td></td><td></td><td>24,3923</td><td>22,9958</td></tr>
<tr><td>7</td><td>36</td><td>32</td><td>42</td><td colspan="8" rowspan="5">$b_1 = 24,3923, \quad \bar{X}_1 = 33,22222, \quad SS_1 = \sum\left(X_{i1} - \bar{X}_1\right)^2 = 639,5556,$
$b_2 = 22,9958, \quad \bar{X}_2 = 41,11111, \quad SS_2 = \sum\left(X_{i2} - \bar{X}_2\right)^2 = 542,8889,$
$W_1 = \frac{24,3923^2}{639,5556} = 0,930309, \quad W_2 = \frac{22,9958^2}{542,8889} = 0,974061.$</td></tr>
<tr><td>30</td><td>41</td><td>37</td><td>45</td></tr>
<tr><td>32</td><td>40</td><td>41</td><td>47</td></tr>
<tr><td>32</td><td>47</td><td>51</td><td>57</td></tr>
<tr><td>n= 9</td><td>n= 9</td><td></td><td></td></tr>
</table>

Крок 1. Розташувати бали, отримані під час тестування кожної з груп у першому та другому стовпчиках.

Крок 2. Розташувати отримані бали кожної з груп у другому та третьому стовпчиках у порядку збільшення (точніше, у порядку, який не зменшується, оскільки окремі бали можуть повторюватися).

Крок 3. Отримати різниці $\boldsymbol{\Delta}_k$ за формулою (2.3.18).

$$\Delta_k = X_{n-k+1} - X_k. \quad (2.3.18).$$

Для цього треба знайти пару, яка складається із найбільшого значення X_{i1} та вирахувати з нього найменше значення X_{i1}. У нашому випадку це 51–22 = = 29. Якщо число спостережень парне, індекс (k) змінюється від 1 до $\frac{n}{2}$, якщо непарне — від 1 до $\frac{n-1}{2}$. При цьому спостереження, що містяться у центрі ряду, тобто такі, що мають порядковий номер $i=\frac{n+1}{2}$, залишаються без пари та у створенні різниць не беруть участі. Отриману нумерацію пар слід внести до стовпчиків 5 та 6 (відповідно k_1 та k_2), а обчислені різниці до стовпчиків 7 та 8;

Крок 4. Знайти коефіцієнти (див. додатки, табл. 6).

Ці коефіцієнти ми знаходимо залежно від числа спостережень (n) та порядкового номера різниць (k). Отримані результати внести до таблиці 2.3.13 у стовпчики 9 та 10. У нашому випадку для дев'ятого та десятого стовпчиків a_{nk1} та $a_{nk2}=0,5888$;

Крок 5. Отримані різниці Δ_{k1} та Δ_{k2} треба перемножити на знайдені коефіцієнти, внесені у таблицю 2.3.13 до стовпчиків 9 та 10, отримані результати множення внести до стовпчиків 11 $(a_{nk1}*\Delta_{k1})$ та 12 $(a_{nk2}*\Delta_{k2})$.

У нашому випадку до стовпчика 11 внесемо $0,5888*29=17,0752,$ а до стовпчика 12 — $0,5888*28=16,4864$;

Крок 6. За формулою (2.3.19) обчислити величину (b):

$$b=\sum a_{nk1}*\Delta_{k1} \quad (2.3.19).$$

$b_1=\sum a_{nk1}*\Delta_{k1}=24,3923,$ а $b_2=\sum a_{nk2}*\Delta_{k2}=22,9958$;

Крок 7. Розрахувати показник середнього арифметичного для X_{i1}, X_{i2} та їх суми $SS_1=\sum\left(X_{i1}-\bar{X}_1\right)^2$ та $SS_2=\sum\left(X_{i2}-\bar{X}_2\right)^2$. У нашому випадку $\sum\left(X_{i1}-\bar{X}_1\right)^2=639,5556$ та $\sum\left(X_{i2}-\bar{X}_2\right)^2=542,8889$;

Крок 8. Обчислити величину критерію W за формулою: $W=\frac{b^2}{SS}$.

У нашому випадку це $W_1=\frac{24,3923^2}{639,5556}=\frac{594,9843}{639,5556}=0,930309$;

$$W_2 = \frac{22{,}9958^2}{542{,}8889} = \frac{528{,}80068}{542{,}8889} = 0{,}974061;$$

Крок 9. Порівняти отримані величини критеріїв W_1 та W_2 із граничними значеннями W_a за обраним рівнем значущості (a) (див. Додатки, табл. 7).

Якщо виявиться, що W_1 та $W_2 < W_a$, то нульова гіпотеза про нормальність розподілу варіантів у генеральній сукупності відкидається. У нашому прикладі за $W_a = W_{0,05}(n=9) = 0{,}829$, тобто W_1 та $W_2 > W_{0,05}(n=9)$, або 0,930309 > 0,829 та 0,974061 > 0,829.

Отже, гіпотеза про нормальний розподіл тут не відкидається. Таким чином, можна стверджувати, що як перша, так і друга стратегії достовірно між собою не різняться і не дають переваг, хоч $\bar{X}_1 = 33{,}22222$ відрізняється від $\bar{X}_2 = 41{,}11111$ аж на 7,889, або різниця між середніми становить 10,6%.

2.3.5. Непараметричні критерії розрізнення

У психологічних дослідженнях часто виникає потреба в обчисленні достовірних розбіжностей між невеликими за кількістю досліджуваних вибірками, які мають порядковий, а не кількісний характер показників, або ці вибірки не підлягають закону нормального розподілу. У таких випадках дослідники використовують непараметричні критерії розрізнення. Слід пам’ятати, що параметричні критерії відрізняються від непараметричних значно більшою потужністю, тобто вони більш чутливі, здатністю до тонкого розрізнення порівнюваних показників.

Непараметричні критерії, на відміну від параметричних, мають дуже просту конструкцію, не потребують великої кількості складних розрахунків та можуть оцінювати невеликі за обсягом варіаційні ряди порядкового характеру будь-якої форми розподілу. Існує багато різних непараметричних критеріїв розрізнення, найбільш уживані з них описано нижче.

2.3.5.1. X – критерій ван дер Вардена

Метод ван дер Вардена дає відповідь на питання, чи існують достовірні розбіжності між двома вибірками. Це майже єдиний метод справедливий для малої кількості чисел. На відміну від критерію Стьюдента, який застосовується тільки за умов дотримання порівнюваними вибірками закону нормального розподілу (параметричний метод), метод ван дер Вардена належить до непараметричних методів. Це означає, що порівнювані вибірки не підлягають закону нормального розподілу, оскільки за його застосування оцінки параметрів генеральної сукупності ($\bar{X}, \sigma, m, V$ тощо) не розраховуються. Метод ван дер Вардена застосовують і тоді, коли порівнювані дані мають не кількісний, а порядковий характер (наприклад: місця, зайняті студентами в рейтингу оцінок у групі).

Не заглиблюючись у математичну основу X – критерію, розглянемо алгоритм його використання на такому прикладі: дві групи студентів досліджували на виявлення ступеня сформованості обсягу уваги за методикою чорних чисел Горбова. У першій та другій групах налічувалося по 9 осіб. У першій групі для розвитку обсягу уваги на кожному занятті студенти виконували вправи «запам'ятай та відтвори», у другій групі після правильного відтворення місця знаходження конкретного числа кількість чисел збільшувалася на 2 одиниці. Знайти методом X – критерію ван дер Вардена наявність або відсутність достовірних розбіжностей між двома стратегіями розвитку обсягу уваги у студентів першої та другої груп. Отримані дані наведено у таблиці 2.3.14.

Для відповіді на питання стосовно наявності або відсутності достовірних розбіжностей між двома стратегіями розвитку обсягу уваги у студентів першої та другої груп виконаємо такі кроки:

Крок 1. Розташувати спостереження для кожної з груп у першому та другому стовпчиках таблиці 2.3.14.

Крок 2. Розташувати спостереження для кожної з груп у третьому та четвертому стовпчиках у порядку збільшення (точніше, у порядку, який не зменшується, оскільки окремі спостереження можуть повторюватися.

Крок 3. У стовпчиках 5 та 6 розташуємо у порядку зростання дані стовпчиків 3 та 4. Порядок зростання для двох стовпчиків загальний. Спостереження, які збіглися за величиною, розміщуються одне за одним. Якщо окремі спостереження першої групи збіглися за величиною зі спостереженнями другої групи, не має значення, які з них треба записувати першими.

Крок 4. Розмістити у стовпчику 7 порядкові номери (i) для спостережень, спільних для обох груп. Разом повинно бути $n = n_1 + n_2$ номерів, тобто $n = 9 + 9 = 18$.

Крок 5. Вибрати одну з груп (будь-яку) та внести до стовпчика 8 для усіх спостережень цієї групи, а також для спостережень другої групи такі, що збігаються за величиною із спостереженнями обраної групи, величини $\frac{i}{n+1}$, тобто результати ділення порядкового номера на число, яке дорівнює сумі спостережень в обох групах плюс одиниця (у розглянутому прикладі обрано другу групу).

Таблиця 2.3.14

Показники ступеня сформованості обсягу уваги за методикою чорних чисел Горбова у студентів двох груп згідно з двома стратегіями

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
X_{i1}	X_{i2}	X_{i1}	X_{i2}	X_{i1}	X_{i2}	i	$\frac{i}{n+1}$	$\varphi\left(\frac{i}{n+1}\right)$	$\overline{\varphi}$	$\varphi_{кінцева}$
22	45	22	29	22		1	0,053	-1,62		-1,62
31	42	23	33	23		2	0,105	-1,25		-1,25
51	57	30	36		29	3				
41	33	31	40	30		4	0,211	-0,8		-0,8
23	29	32	41	31		5	0,263	-0,63		-0,63
37	36	32	42	32		6	0,316	-0,48	-0,82: 2 = -0,41	-0,41
30	41	37	45	32		7	0,368	-0,34		-0,41
32	40	41	47		33	8				
32	47	51	57		36	9				
n=9	n=9			37		10	0,526	0,07		-0,07
					40	11				
					41	12		0,34	0,82:2 = 0,41	
				41		13	0,684	0,48		0,41
					42	14				
					45	15				
					47	16				
				51		17	0,895	1,25		1,25
					57	18				
										∑= –3,53

Крок 6. Для величини $\frac{i}{n+1}$ знайти (див. додатки, табл. 8) значення функції $\varphi\left(\frac{i}{n+1}\right)$ (використовується грецька літера «псі») та розмістити отримані дані у стовпчик 9. Функція ПСІ є зворотною відносно нормального розподілення.

Крок 7. Розрахувати середні значення функції $\varphi\left(\frac{i}{n+1}\right)$ для однакових за величиною спостережень першої і другої груп та розмістити отримані дані у стовпчику 10. Так, у нашому випадку, спостереження з величиною 32 у першій групі трапляються двічі, а з величиною 41 — у першій та другій групах. На них припали порядкові номери 6,7 та 12,13. Значення функції $\varphi\left(\frac{i}{n+1}\right)$ відповідно дорівнюють — 0,48 і — 0,34 та 0,34 і 0,48 у другому випадку. Сума дорівнює у першому випадку — 0,82, а у другому + 0,82, тож середнє значення у першому випадку дорівнюватиме $\frac{-0,82}{2} = -0,41,$ а у другому $\frac{+0,82}{2} = +0,41.$

Крок 8. Для кожного спостереження з обраної групи виписати у стовпчик 11 кінцеві значення функції ПСІ $\left(\varphi_{кінцеве}\right)$: для спостережень першої групи, що не збіглися за величиною зі спостереженнями другої групи, беремо значення функції ПСІ із стовпчика 9, а для спостережень, що збіглися за величинами зі спостереженнями, зафіксованими у другій групі, середні значення беремо із стовпчика 10.

Крок 9. Обчислити суму кінцевих значень функції ПСІ. Абсолютне значення цієї суми дає величину X -критерію ван дер Вардена.

$$X = \left|\sum \varphi\left(\frac{i}{n+1}\right)\right| = \left|\sum \varphi_{кінцева}\right|.$$

У розглянутому прикладі $|X = 3,53|$. Слід зазначити, що якби для розрахунків ми обрали не першу, а другу групу, то сума у стовпчику 11 була б така саме, але тільки зі знаком плюс.

Крок 10. Порівняти отриману величину критерію X із граничним значенням за обраним рівнем значущості. Граничне значення береться із (таблиці 9 додатків) залежності від числа $n = n_1 + n_2$, а також від різниці між числом спостережень у групах $|n_1 - n_2|$. У нашому прикладі число спостережень однакове, тому за рівнем надійності та достовірності Р < 0,05 для $n = 18$, $X_{0,05} = 3,63.$ Якщо розрахункова величина критерію $X_{розрахункове}$ більша за граничне значення, обране за відповідним рівнем надійності, то нульова гіпотеза відкидається.

У нашому випадку нульова гіпотеза не відкидається, оскільки $X_{0,05} = 3,63.$ Тож показник критерію X підтверджує ті самі висновки, які ми зробили, використовуючи W– критерій, а саме: як перша, так і друга стратегії достовірно між собою не різняться і не дають переваг, хоч $\bar{X}_1 = 33,22222$ відрізняється від $\bar{X}_2 = 41,11111$ аж на 7,889, або різниця між середніми становить 10,6%. У таблиці 9 додатків, значення для X надаються для $n \le 50$ та $|n_1 - n_2| \le 5.$ Може так статися, що загальна сума спостережень в обох групах більша за 50, або різниця між числом спостережень в групах більша за 5. У такому разі, для знаходження граничного значення використовують апроксимацію розподілу випадкових величин $X = \sum \varphi\left(\frac{i}{n-1}\right)$ нормального розподілу. Можна довести, що зі збільшенням загальної суми спостережень в обох групах розподіл величини X наближається до нормального із середнім значенням, яке дорівнює нулю, та дисперсією: $\sigma_x^2 = \frac{n_1 n_2}{n-1} Q.$ (2.3.20).

Величина Q розраховується за формулою: $Q = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[\varphi\left(\frac{i}{n+1}\right)\right]^2$ (2.3.21).

Значення цієї величини для різних $n = n_1 + n_2$ наведено у (таблиці 9 додатків). Таким чином, граничне значення критерію X за 5% та 1% рівнями значущості визначається згідно з формулами:

$$X_{0,05} = 1{,}96 * \sigma_X = 1{,}96 * \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n-1} * Q}\ ;$$

$$X_{0,01} = 2{,}58 * \sigma_X = 2{,}58 * \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n-1} * Q}$$

Ці формули можна використовувати, коли загальна сума спостережень у двох групах складає більш як 20 (див. додатки, табл. 10).

Якщо при порівнянні сукупностей з попарно пов'язаними варіантами гіпотеза про нормальний розподіл у двох порівнюваних вибірках відкидається, то треба використовувати непараметричні критерії — критерій знаків та критерій Уілкоксона.

2.3.5.2. Критерій знаків

Критерій знаків заснований на розгляді знаків різниці (d_i) в окремих досліджуваних. Зазвичай позитивних та негативних різниць повинно бути однакове число, але за умов обмеженої кількості спостережень (у зв'язку із випадковість) число одних різниць може бути більше. Позначимо через Z число різниць одного знака, які трапляються частіше за інший.

Використовуючи біноміальний розподіл імовірностей, для будь-якого (a) можна задати таке значення $Z_a(n)$, що $p\big(Z \geq Z_a(n) \leq a\big)$. Для $a = 0{,}05$ та $a = 0{,}01$ за різних n такі дані наведено у (таблиці 11 додатків), вони є граничними значеннями критерію знаків.

Розглянемо, як працює цей метод на такому прикладі: групу студентів досліджували для виявлення ступеню сформованості обсягу уваги за методикою чорних чисел Горбова. В експерименті брало участь 9 осіб. Для розвитку обсягу уваги на кожному занятті студенти виконувалиь вправи «запам'ятай та відтвори». Знайти ***методом критерію знаків*** наявність або відсутність достовірних розбіжностей між показниками розвитку обсягу уваги у студентів до та після експерименту. Отримані дані наведено у таблиці 2.3.15.

Таблиця 2.3.15

Показники ступеня сформованості обсягу уваги за методикою чорних чисел Горбова у студентів двох груп згідно з двома стратегіями

1	2	3
X_{i1}	X_{i2}	d_i
45	22	23
42	31	11
57	51	6
33	41	–8
29	23	6
36	37	–1
41	30	11
40	32	8
47	32	15
n=9	n=9	

Для застосування критерію знаків необхідно зробити такі кроки:

Крок 1. Визначити знаки різниць (d_i) між показниками досліджуваних групи X_{i1} та X_{i2}. Отримані результати внести до стовпчика 3 (d_i).

Крок 2. Підрахувати кількість різниць Z, які трапляються частіше та яких більше (різниці, що дорівнюють нулю, відкидаються, а число спостережень, які враховують у розрахунках, відповідно зменшується).

Із розрахункової таблиці 2.3.15 (стовпчик 3 (d_i) бачимо, що сім студентів з дев'яти поліпшили свої результати, тобто мають знаки плюс, тоді $Z = 7$.

Крок 3. Порівняти отримане Z з граничним значенням $Z_a(n)$ за обраним a. Якщо з'ясується, що за обраним рівнем значущості (a) $Z \geq Z_a(n)$, то нульова гіпотеза стосовно рівності нулю генеральної різниці між значеннями ознаки у двох різних умовах відкидається. У табл.иці 10 додатків знаходимо, що для $a = 0,05$ $Z_{0,05}(9) = 8$. Це означає, що нульова гіпотеза не відкидається, тобто достовірні розбіжності відсутні.

2.3.5.3. *T*-критерій Уілкоксона

Цей критерій використовується за тих самих умов, що й критерій знаків. Тільки до кроків, описаних для застосування критерію знаків, необхідно після знаходження різниць (d_i див. табл. 2.3.15) виконати їх ранжування.

Ранжування здійснюється для абсолютних значень різниць (d_i). Результати вносяться у таблицю 2.3.16 до стовпчика 4 (r_i) – ранги.

Таблиця 2.3.15

1	2	3	4
X_{i1}	X_{i2}	d_i	r_i
45	22	23	9
42	31	11	6,5
57	51	6	2,5
33	41	-8	4,5
29	23	6	2,5
36	37	-1	1
41	30	11	6,5
40	32	8	4,5
47	32	15	8
n=9	n=9		

Для застосування T -критерію Уілкоксона необхідно зробити такі кроки:

Крок 1. У стовпчику 3 (d_i) міститься найменша за абсолютним значенням різниця, якій надається перший ранг, наступній за величиною — другий і аж до кінцевого.

У нашому випадку це різниця 23, яка отримує останній, дев'ятий ранг. Нульові різниці відкидаються, а число спостережень відповідно зменшується на кількість відкинутих нульових різниць.

Якщо трапляються однакові за абсолютними величинами різницті, кожній з них присвоюється ранг, який дорівнюватиме середньоарифметичному для цих рангів. Друга за значущістю різниця дорівнює (6). Таких різниць у нас дві, тому ранг для кожної з них визначатиметься за формулою $r_i = \frac{2+3}{2} = 2{,}5.$ Наступний ранг починається з четвертого місця. На четверте та п'яте місця припадають дві однакові різниці — (8), тому для них ранг $r_i = \frac{4+5}{2} = 4{,}5.$ Наступний ранг починається з шостого місця. На шосте та сьоме місця припадають знову дві однакові різниці — (11), тому для них ставимо ранг у $r_i = \frac{6+7}{2} = 6,5.$

На восьме місце припадає різниця (15). Якщо нульова гіпотеза вірна, то суми рангів для позитивних та негативних різниць у середньому повинні бути рівними між собою та дорівнювати половині суми усіх рангів: $\frac{1}{2}(1+2+...+n) = \frac{1}{2}\left[\frac{n(n+1)}{2}\right] = \frac{n(n+1)}{4}$. У кожному конкретному випадку можливе відхилення означених сум від цього числа через випадковість, але ймовірність дуже великих відхилень мала. У критерії Уілкоксона завжди розглядається менша з двох сум, яка позначається літерою T. Якщо вона близька до значення $\frac{n(n+1)}{4}$, то нульова гіпотеза, очевидно, справедлива. За дуже малої величини T слід відкинути нульову гіпотезу як таку, що малоймовірна. У таблиці 12 додатків надано граничні значення $T_a(n)$ критерію Уілкоксона для рівнів значущості Р < 0,05, Р < 0,01.

Із даних таблиці 2.3.16 бачимо, що менша сума рангів $T_{отримане} = 1 + 4,5 = 5,5$ і належить до від'ємних різниць (–1 і –8). У таблиці 11 додатків для n=9 граничне значення для $T_a(n) = T_{0,05}(9) = 7.$ Отримане значення T менше за граничне для рівня значущості (Р < 0,05), отже, нульова гіпотеза відкидається. У таблиці 12 додатків граничні значення надані для $6 \leq n \leq 25$. Якщо нульова гіпотеза вірна $(\sigma = 0)$ та $n > 25$, то сума рангів як для позитивних, так і для негативних різниць має розподіл близький до нормального із середнім $\frac{n(n+1)}{4}$ та дисперсією $\frac{n(n+1)*(2n+1)}{24}$. Тож граничне значення критерію Уілкоксона можна розрахувати за формулами:

$T_{0,05}(n) = \frac{n(n+1)}{4} - 1,96 * \sqrt{\frac{n(n+1)*(2n+1)}{24}}$ (2.3.22).

$$T_{0,01}(n)=\frac{n(n+1)}{4}-2,58*\sqrt{\frac{n(n+1)*(2n+1)}{24}}$$ (2.3.23).

2.2.5.4. Т-критерій Уайта

Цей критерій використовують у разі необхідності виявити розбіжності між обома сукупностями за їхніми провідними тенденціями, не оцінюючи ступеня коливання варіант. Тому дві вибірки з рівновираженими тенденціями, але з різними межами коливань будуть оцінюватися критерієм Уайта як однакові.

Для критерію Уайта не має значення однакові чи різні за обсягом вибірки оцінюються. Проілюструємо, як користуватися цим критерієм, на такому прикладі: дві групи студентів досліджувалис на виявлення ступеня сформованості переключення уваги за методикою червоно-чорних чисел Горбова–Шульте. У перший групі досліджували 10 осіб, у другій — 11. Знайти методом Т-критерію Уайта наявність або відсутність достовірних розбіжностей між двома групами студентів. Отримані дані наведено у таблиці 2.3.17.

Таблиця 2.3.17

Показники ступеня сформованості переключення уваги у студентів двох груп за методикою червоно-чорних чисел Горбова-Шульте

1	2	3	4
X_{i1}	n_{i1}	X_{i2}	n_{i2}
60	3	58	2
71	5	60	6
72	1	75	2
73	1	76	1
	n=10		n=11

Крок 1. Внесемо у стовпчики 1–4 таблиці 2.3.17 варіаційні ряди (X_{i1}) та (n_{i1}); (X_{i2}) та (n_{i2}) відповідно до нашого прикладу.

Крок 2. У таблиці 2.3.18 розташуємо у вигляді двох щаблів на двох рядках спостереження для кожної із груп. У першому (X_{i1}) та другому (X_{i2}) рядках у порядку збільшення (точніше у порядку який не зменшується, оскільки окремі спостереження можуть повторюватися). Стовпчики 1–21 дорівнюють сумі порівнюваних вибірок $(n_{i1}+n_{i2})=21$. Порядок зростання показників для двох рядків загальний. Спостереження, які збіглися за величиною, розміщуються одне за одним, кожний у своєму порядковому стовпчику. Якщо окремі спостереження першої групи (X_{i1}) збіглися за величиною зі спостереженнями другої групи (X_{i2}), не має значення, які з них треба записувати першими.

Таблиця 2.3.18

Показники ступеня сформованості переключення уваги у студентів двох груп за методикою червоно-чорних чисел Горбова-Шульте (за t-критерієм Уайта)

№	$n_{i1}+n_{i2}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	$\bar{X}$
1	X_{i1}									60	60	60	71	71	71	71	71	72	73				68
2	X_{i2}	58	58	60	60	60	60	60	60											75	75	76	63,8
Ранжування $\sum R$																							
3	R_2									7	7	7	14	14	14	14	14	17	18				126
4	R_2	1,5	1,5	7	7	7	7	7	7											19,5	19,5	21	105

Крок 3. Як бачимо у таблиці 2.3.18 другий рядок починається з найменших показників другої вибірки $(X_{i2}-58)$, а далі із збільшенням до кожного стовпчика вносяться дані другої та першої вибірок. Слід зазначити, що друга у нашому прикладі вибірка (X_{i2}) займає другу сходинку — другий рядок,

а перша $\left(X_{i1}\right)$ — перший. Проранжуємо отриманий нами ряд, надаючи перший ранг найменшому із показників, а останній, 21-й — найбільшому. Отримані результати ранжування внесемо, відповідно, для першого та другого варіаційних рядів до рядків 3 (R_1 для X_{i1}) та — 4 (R_2 для X_{i2}).

У нашому прикладі перший та другий ранг мають однаковий кількісний показник 58. Щоб визначити, який ранг треба надати двом показникам 58 та 58, необхідно скласти місця, які вони посідають у таблиці 2.3.18 (це перше і друге місця), та поділити на кількість зайнятих ними місць. Отже, для показників 58 та 58 ми присвоюємо ранг $\frac{1+2}{2}=1{,}5$, Внесемо цей ранг до стовпчика 1 та 2 рядка $\left(R_2\right)$ та продовжуємо ранжування вже з третього місця, тобто показник 60 у другому рядку $\left(X_{i2}\right)$ займає місця від третього до восьмого, а в першому — від дев'ятого до одинадцятого.

Таким чино, показникам 60 ми привоюємо ранг $\frac{3+4+5+6+7+8+9+10+11}{9}=7$. Внесемо отримані результати до таблиці 2.3.18 у рядки 4 $\left(R_2\right)$ і 3 $\left(R_1\right)$ та продовжимо ранжування, аж до останнього, 21-го рангу.

Крок 4. Розрахуємо $\bar{X}_1$ і $\bar{X}_2$. $\bar{X}_1$ дорівнює 68 та $\bar{X}_2$ дорівнює 63,8. Отримані дані внесемо у таблицю 2.3.18 до стовпчика $\bar{X}$, в рядки 1 $\left(X_{i1}\right)$ та 2 $\left(X_{i2}\right)$.

Крок 5. Обчислимо суму рангів. Для $\left(R_1\right)$ вона дорівнює 126 та для $\left(R_2\right)$ — 105. Отримані дані внесемо у таблицю 2.3.18 до стовпчика $\sum R$ в рядки 3 $\left(R_1\right)$ та 4 $\left(R_2\right)$.

Крок 6. Перевірити правильність вирахування сум рангів рядів за формулами:

а) $R_1+R_2=126+105=231$;

б) $\frac{n(n+1)}{2}=\frac{21(21+1)}{2}=\frac{21*22}{2}=231$.

Така перевірка дуже важлива, оскільки від точності ранжування залежить висновок про наявність або відсутність достовірних розбіжностей між досліджуваними вибірками.

Крок 7. Визначити наявність або відсутність достовірних розбіжностей між досліджуваними вибірками. Для цього меншу (***обов'язково меншу***) суму рангів необхідно порівняти із значеннями $T_{табличне}$, яке ми отримуємо з таблиці 13 додатків. Якщо $T_{табличне}$ виявиться більше за меншу суму рангів, але не дорівнюватиме їй, то різниця між двома вибірками вважається достовірною. У нашому випадку менша сума рангів дорівнює 105.

Крок 8. Щоб знайти значення $T_{табличне}$ необхідно звернутися до таблиці 13 додатків за числом варіант кожної вибірки. У нашому випадку для вибірки $(X_{i1}),(n_{i1})$ дорівнює 10 досліджуваним, а для вибірки $(X_{i2}),(n_{i2})$ дорівнює 11 досліджуваним. Для даних обсягів вибірок $T_{табличне}$ дорівнює 81 за $P < 0{,}05$.

Крок 9 — порівняємо $T_{табличне}$ із найменшою сумою рангів. У нашому випадку $T_{табличне} = 81$, а найменша сума рангів дорівнює 105, тобто $T_{табличне} = 81 < 105$.

Висновок. У розглянутому прикладі показники ступеня сформованості переключення уваги у студентів двох груп за методикою червоно-чорних чисел Горбова-Шульте не мають достовірних розбіжностей.

Якщо отримані значення розбіжності виявляться дуже близькими до межового значення табличного коефіцієнта, тобто виникнуть сумніви стосовно наявності значущих достовірних розбіжностей, тоді необхідно використовувати більш потужний критерій ван дер Вардена.

2.3.5.5. U-критерій Манна-Уітні

Цей критерій використовується для оцінки розбіжностей між двома малими за розмірами вибірками, коли (n_1) та $(n_2) \geq 3$, або $n_1 = 2$, а $n_2 \geq 5$.

U-критерій Манна-Уітні має певні обмеження:

– у кожній вибірці повинно бути не менше трьох варіант (n_1 та $n_2 \geq 3$);

– допускається в одній вибірці два варіанти, але у другій вибірці повинно бути не менше п'яти варіант;

– у кожній вибірці повинно бути не більше 60 варіант (n_1 та $n_2 \geq 60$). Однак вже після того, як число варіант у кожній із порівнюваних вибірок перевищує 20, тобто n_1 та $n_2 \geq 20$, ускладнюється процедура ранжування.

За таких умов краще користуватися іншими критеріями, які є не менш потужними та менш трудомісткими.

Розглянемо застосування ***U-критерій Манна-Уітні*** на такому прикладі: дві групи студентів досліджували на виявлення ступеня сформованості переключення уваги за методикою червоно-чорних чисел Горбова-Шульте. У перший групі досліджували 10 осіб, у другій — 11. Знайти методом U-критерію Манна-Уітні наявність або відсутність достовірних розбіжностей між двома групами студентів. Отримані дані наведено у таблиці 2.3.19.

Таблиця 2.3.19

Показники ступеня сформованості переключення уваги у студентів двох груп за методикою червоно-чорних чисел Горбова-Шульте

1	2	3	4
X_{i1}	n_{i1}	X_{i2}	n_{i2}
60	3	58	2
71	5	60	6
72	1	75	2
73	1	76	1
	n=10		n=11

Крок 1. Внесемо до першого, другого, третього та четвертого стовпчиків таблиці 2.3.18 варіаційні ряди (X_{i1}) та (n_{i1}); (X_{i2})та (n_{i2})відповідно до нашого прикладу.

Таблиця 2.3.20

Кількісні показники ступеня сформованості переключення уваги у студентів двох груп за методикою червоно-чорних чисел Горбова-Шульте

№	X_{i1}	R_1	X_{i2}	R_2
1			58	1,5
2			58	1,5
3			60	7
4			60	7
5			60	7
6			60	7
7			60	7
8			60	7
9	60	7		
10	60	7		
11	60	7		
12	71	14		
13	71	14		
14	71	14		
15	71	14		
16	71	14		
17	72	17		
18	73	18		
19			75	19,5
20			75	19,5
21			76	21
	$n_1 = 10$		$n_2 = 11$	
	$\bar{X}_1 = 68$	$\sum = 126$	$\bar{X}_2 = 63{,}82$	$\sum = 105$

Крок 2. Побудувати таблицю 2.3.20, де у першому стовпчику кожний рядок пронумеруємо залежно від кількісного показника, який дорівнюватиме сумі $(n_{i1}+n_{i2})$, у нашому випадку це 21. У 2 та 4 стовпчиках розмістимо показники варіант (X_{i1})та(X_{i2}). У стовпчиках 3 та 5 відповідні ранги варіаційних рядів (R_1 для X_{i1}) та (R_2 для X_{i2}).

Крок 3. Розташувати спостереження для кожної із груп у 1 та 3 стовпчиках у порядку збільшення (точніше у порядку, який не зменшується, оскільки окремі спостереження можуть повторюватися). Порядок зростання для двох стовпчиків загальний.

Спостереження, які збіглися за величиною, розміщуються одне за одним. Якщо окремі спостереження першої групи збіглися за величиною із спостереженнями другої групи, не має значення, які з них треба записувати першими. Отже, у нашому прикладі у вибірці найменший з показників другої вибірки $(X_{i2}=58)$, а далі із збільшенням до кожного стовпчика вносяться дані другої та першої вибірок. Слід зазначити, що друга вибірка (X_{i2})(у нашому прикладі табл. 2.3.19) займає стовпчик3, а перша (X_{i1}) — стовпчик 1.

Проранжуємо отриманий нами ряд, надаючи перший ранг найменшому із показників, а останній, 21-й — найбільшому. Отримані результати ранжування для першого та другого варіаційного рядів внесемо відповідно у таблицю 2.3.20 до стовпчиків 3 (R_1 для X_{i1}) та 5 (R_2 для X_{i2}). У нашому прикладі перший та другий ранг мають однаковий кількісний показник 58. Щоб визначити, який ранг треба присвоїти двом показникам 58 та 58, необхідно скласти місця, які вони посідають у таблиці 2.3.20 (це перше і друге місця) та поділити на кількість місць, які вони займають. Отже, для показників 58 та 58 ми присвоюємо ранг $\frac{1+2}{2}=1,5$.

Крок 4. Розрахувати $\bar{X}_1$ і $\bar{X}_2$. $\bar{X}_1$ дорівнює 68 та $\bar{X}_2$ дорівнює 63,82. Отримані дані внесемо у таблицю 2.3.20 до стовпчиків 1(X_{i1})та 3 (X_{i2}).

Крок 5. Розрахувати суму рангів для (R_1). Вона дорівнює 126 та для Отримані дані внесемо до таблиці 2.3.19, у стовпчики $\sum R$ до рядків 3 (R_1) та 5 (R_1).

Крок 6. Перевірити правильність вирахування сум рангів рядів за наступними формулами:

а) $R_1 + R_2 = 126 + 105 = 231$**;**

б) $\frac{n(n+1)}{2} = \frac{21(21+1)}{2} = \frac{21*22}{2} = 231$. Така перевірка дуже важлива, оскільки від точності ранжування залежить висновок про наявність або відсутність достовірних розбіжностей між досліджуваними вибірками.

Крок 7. Визначити розрахункову величину ***U-критерію Манна-Уітні*** за формулою:

$$U = (n_1 * n_2) + \frac{n_x * (n_x + 1)}{2} - T_x \quad (2.3.24)$$

де n_1 — кількість досліджуваних у першій вибірці (X_{i1});

n_2 – кількість досліджуваних у другій вибірці (X_{i2});

T_x — більша сума з двох рангів;

n_x — кількість досліджуваних у вибірці із більшою сумою рангів.

$$U = (110) + \frac{10*(11)}{2} - 126;$$

$$U = 110 + \frac{110}{2} - 126;$$

$$U = (110 + 55) - 126;$$

$$U = 165 - 126 = 39.$$

Крок 8. Щоб знайти значення $U_{\text{табличне}}$ необхідно скористатися таблицею 14 додатків за числом варіант кожної вибірки. При цьому менше (n) ми приймаємо за (n_1), а більше — за (n_2). У нашому випадку для вибірки $(X_{i1}),(n_1)$ дорівнює 10 досліджуваним, а для вибірки $(X_{i2}),(n_2)$ дорівнює 11 досліджуваним. Для таких обсягів вибірок

$$U_{табличне} = \begin{cases} 31 & (P \le 0,05) \\ 22 & (P \le 0,01). \end{cases}$$

Крок 9. Порівняти $U_{табличне}$ з $U_{розрахунковим}$.

Якщо $U_{розрахункове} > U_{табличного}$ за Р < 0,05, нульова гіпотеза H_0 приймається, тобто є достовірних розбіжностей між порівнюваними вибірками не існує.

Якщо $U_{розрахункове} \le U_{табличного}$ за Р < 0,05, нульова гіпотеза H_0 відкидається, тобто є достовірні розбіжності між порівнюваними вибірками. Що менша величина $U_{розрахункового}$, то достовірність розбіжностей вище.

У нашому випадку $U_{табличне}$ (за Р < 0,05) = 31, а $U_{розрахункове}$ (за Р< 0,05) = 39, тобто $U_{розрахункове} 39 > U_{табличного} 31$ (за Р < 0,05). Отже, нульова гіпотеза H_0 приймається, тобто достовірних розбіжностей між порівнювальними вибірками не існує.

Висновок. У розглянутому прикладі показники ступеня сформованості переключення уваги у студентів двох груп за методикою червоно-чорних чисел Горбова-Шульте не мають достовірних розбіжностей.

Якщо отримані значення розбіжності виявляться дуже близькими до межового значення табличного коефіцієнта, тобто виникатимуть сумніви стосовно наявності значущих достовірних розбіжностей, то необхідно використовувати більш потужний критерій ван дер Вардена.

2.3.6. Міри зв’язку: коваріація, кореляція, регресія

2.3.6.1. Коваріація та кореляція

У будь-якому психологічному, медико-біологічному, психофізіологічному дослідженні доволі часто доводиться аналізувати зв’язок між двома або більше змінними величинами (ознаками). При цьому у деяких випадках йдеться про функціональну залежність або, як іноді кажуть, про функціональний зв’язок.

Функціональний зв'язок відображає чітку однозначну залежність: зміни будь-якого одного показника призводять до однозначних змін другого. Наприклад, теорема Піфагора, згідно з якою сума квадратів катетів дорівнює квадрату гіпотенузи. Тобто якщо у прямокутному трикутнику одна із сторін дорівнює 3, друга 4, то гіпотенуза такого трикутника дорівнюватиме $\left(\sqrt{3^2}+\sqrt{4^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5\right)$. Схожі зв'язки характерні для точних наук.

У психологічних дослідженнях такий взаємозв'язок спостерігається дуже рідко. Тому більш реальними є ***статистичні зв'язки, або кореляції***. Зазвичай експериментатор має справу з кореляційною залежністю, згідно з якою кожному значенню незалежної змінної відповідає ряд розподілу залежної змінної таким чином, що за зміни першої положення цих рядів закономірно змінюється.

Отже, кореляція дає змогу знаходити статистично достовірні кількісні міри зв'язків у тих випадках, коли будь-якому одному показнику відповідає не одне, а кілька значень будь-якого іншого, причому вони можуть варіювати у певних межах. Зв'язок у такому разі буде виражатися у середніх значеннях, отриманих на цілому ряді змінних.

Практично значущість виявляється у тому, що за допомогою коефіцієнтів кореляції можна з'ясувати статистично достовірну подібність або розбіжності між досліджуваними показниками.

Застосовуючи коефіцієнти кореляції, слід пам'ятати, що наявність статистично значущого зв'язку автоматично не означає наявність причинних зв'язків, тому кореляційний аналіз треба застосовувати дуже обережно. Також не можна автоматично вдаватися до кореляційного аналізу там, де за своєю природою психологічні показники не повинні мати залежність. Окрім того, показники, які корелюють між собою, можуть бути ***причинними*** (вони змінюються першими, внаслідок їхніх змін змінюються інші, які з ними пов'язані) та ***наслідковими*** (такими, що змінюються під впливом причинних показників).

Кореляційні зв'язки розрізняють:

1) за формами: лінійна чи нелінійна кореляція;

2) за спрямованістю:

– пряма позитивна кореляція, за якої збільшення причинного показника зумовлює збільшення наслідкового. Наприклад, збільшення показника демонстративності позитивно впливає на такий захисний механізм, як витіснення;

– пряма негативна кореляція, за якої зменшення причинного показника зумовлює зменшення наслідкового. Наприклад, зменшення навантаження призводить до зниження частоти серцевих скорочень;

– зворотна позитивна кореляція, за якої зменшення причинного показника викликає збільшення наслідкового. Наприклад, зменшення кількості завдань у тесті зумовлює збільшення швидкості їх розв'язання;

– зворотна негативна кореляція, за якої збільшення причинного показника призводить до зменшення наслідкового; наприклад, збільшення часу «переключення уваги» за тестом Горбова-Шульте (червоно-чорні таблиці) зменшує ефективність роботи, яка потребує виконання одночасно кількох завдань.

Математичне значення коефіцієнта кореляції коливається від –1 (максимальний негативний зв'язок) до +1 (максимальний позитивний зв'язок). Ступінь, сила та щільність кореляційного зв'язку визначаються величиною коефіцієнта кореляції у вигляді десятинного дробу із точністю до другого знака після коми.

Існують дві системи класифікації кореляційних зв'язків за силою: загальна та часткова.

І. Згідно із загальною класифікацією кількісну міру зв'язку прийнято розрізняти за такими рівнями:

1) за Б. А. Ашмаріним (1978):

– сильний зв'язок — коефіцієнт кореляції від 0,70 до 0,99;
– середній зв'язок — коефіцієнт кореляції від 0,31 до 0,69;
– слабкий зв'язок — коефіцієнт кореляції до 0,30;

2) за Е.В. Сидоренко (2004):

– сильний, або щільний зв'язок		—	Коефіцієнт кореляції $r > 0{,}70$;
– середній		—	$0{,}50 < r < 0{,}69$;
– помірний	за $0{,}30 < r < 0{,}49$;	—	$0{,}30 < r < 0{,}49$;
– слабкий	за $0{,}20 < r < 0{,}29$;	—	$0{,}20 < r < 0{,}29$;
– дуже слабкий зв'язок		—	$r < 0{,}19$.

ІІ. Згідно з частковою класифікацією кореляційних зв'язків їхню кількісну міру розрізняють за такими рівнями:

– висока значуща кореляція	—	рівень значущості r ($P \leq 0{,}01$);
– значуща кореляція	—	рівень значущості r ($P \leq 0{,}05$);
– тенденція достовірного зв'язку	—	рівень значущості r ($P \leq 0{,}1$);
– незначуща кореляція	—	рівень значущості, коли коефіцієнт r не досягає рівня статистичної значущості.

Коефіцієнт кореляції, який дорівнює одиниці, свідчить про наявність функціонального зв'язку. Якщо зміна одного показника не впливає на величину іншого, то зв'язок між ними відсутній, тобто такі показники нейтральні один до одного.

Показники коефіцієнтів кореляції згідно із загальною та частковою класифікаціями не збігаються. Перша орієнтована тільки на величину коефіцієнта кореляції, тоді як друга визначає показник рівня значущості коефіцієнта кореляції за конкретним обсягом вибірки. Що більший обсяг вибірки, то менший (за абсолютними значеннями) показник коефіцієнта кореляції, необхідний для встановлення наявності значущого кореляційного зв'язку. У разі малого обсягу вибірки навіть великий (за абсолютними значеннями) показник коефіцієнта кореляції може бути недостатнім для висновку про наявність значущого кореляційного зв'язку. Зазвичай, дослідники у висновках орієнтуються на показники коефіцієнтів кореляції за частковою класифікацією.

Інтерпретацію значень коефіцієнтів кореляції $\left(r_{xy}\right)$ подано у таблиці 2.3.6.1. Зазначимо, що зв'язок між двома змінними X та Y можна виразити графічно у вигляді діаграм розсіювання та за допомогою математичних формул (див. табл. 2.3.6.1).

Якщо X та Y мають прямий позитивний зв'язок, тобто більші значення X пов'язані з більшими значеннями Y, а менші значення X — відповідно із меншими значеннями Y, то більшість добутків $\left(X_i-\bar{X}\right)*\left(Y_i-\bar{Y}\right)$ матиме позитивний знак. Отже, й сума цих добутків для усіх об'єктів, тобто $\left[\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)*\left(Y_i-\bar{Y}\right)\right]$ буде великою за значенням та матиме позитивний знак.

Якщо X та Y мають зворотний зв'язок, тобто більші значення X пов'язані з малими значеннями Y та навпаки, то більшість об'єктів із позитивними значеннями $\left(X_i-\bar{X}\right)$ тяжітимуть до негативних значень $\left(Y_i-\bar{Y}\right)$, а негативні значення $\left(X_i-\bar{X}\right)$ – до позитивних значень $\left(Y_i-\bar{Y}\right)$. У цьому випадку сума $\left[\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)*\left(Y_i-\bar{Y}\right)\right]$ матиме негативний знак, а X та Y будуть пов'язані між собою негативною залежністю.

Якщо X та Y не мають систематичних зв'язків (більше X сполучається із малим Y так само часто, як і з великим Y, то те саме справедливо і для малих X). Тоді сума добутків $\left[\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)*\left(Y_i-\bar{Y}\right)\right]$ буде дуже близька до 0.

Величина $\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)*\left(Y_i-\bar{Y}\right)}{n-1}$ (2.3.25) є мірою зв'язку між X та Y, вона має назву ***коваріація*** та позначається S_{xy}. Коваріація X із самим собою — дисперсія $\left(\sigma_x^2\right)$.

Проілюструємо цей висновок формулою:

$$S_{xy}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)*\left(X_i-\bar{X}\right)}{n-1}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)^2}{n-1}=\sigma_x^2. \qquad (2.3.26)$$

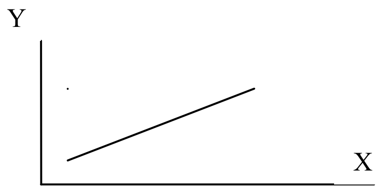
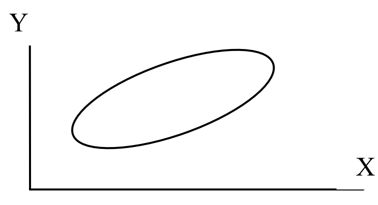
Коваріація є задовільною мірою зв'язків. Щоб позбавити міру зв'язків від впливу стандартних відхилень двох груп значень, необхідно поділити значення коваріації S_{xy} на σ_x та σ_y. Отримана міра зв'язку між X та Y має назву ***коефіцієнт кореляції*** — добуток моменту Пірсона, позначається $\left(r_{xy}\right)$ та розраховується за формулою (2.3.27): $r_{xy}=\frac{s_{xy}}{\sigma_x*\sigma_y}$ або формулою 2.3.28:

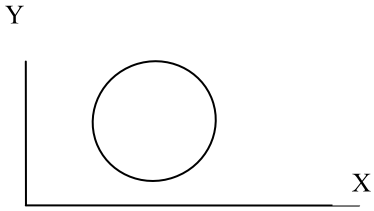
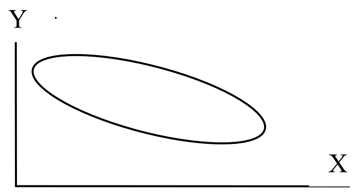
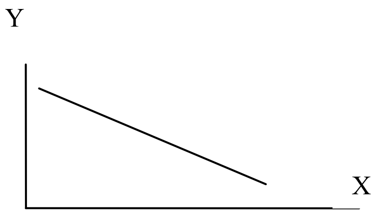
$$r_{xy}=\frac{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)*\left(Y_i-\bar{Y}\right)}{n-1}}{\sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)^2}{n-1}}*\sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(Y-\bar{Y}\right)^2}{n-1}}}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)*\left(Y_i-\bar{Y}\right)}{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)^2\right]*\left[\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i-\bar{Y}\right)^2\right]}}=$$

$$=\frac{\sum X_iY_i-\dfrac{\left(\sum X\right)*\left(\sum Y\right)}{n}}{\sqrt{\left[\sum X_i^2-\dfrac{\left(\sum X_i\right)^2}{n}\right]*\left[\sum Y_i^2-\dfrac{\left(\sum Y_i\right)^2}{n}\right]}}=\frac{n\sum X_iY_i-\left(\sum X_i\right)*\left(\sum Y_i\right)}{\sqrt{\left[n\sum X_i^2-\left(\sum X_i\right)^2\right]*\left[n\sum Y_i^2-\left(\sum Y_i\right)^2\right]}}$$

Таблиця 2.3.6.1

Інтерпретація значень коефіцієнтів кореляції (за: Гласс Дж., Стенлі Дж., 1976)

Величина r_{xy}	Опис лінійного зв'язку	Діаграма розсіювання	Математичний вираз діаграм розсіювання
+ 1,00	Строгий прямий зв'язок		Якщо X та Y мають прямий позитивний зв'язок, тобто більші значення X пов'язані з більшими значеннями Y, а менші значення X — відповідно з меншими значеннями Y, то більшість добутків $\left(X_i-\bar{X}\right)*\left(Y_i-\bar{Y}\right)$ матиме позитивний знак: отже, сума цих добутків для усіх об'єктів
Близько + 0,50	Слабкий прямий зв'язок		

<table>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>$\left[\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)*\left(Y_i-\overline{Y}\right)\right]$ буде великою за значенням та матиме позитивний знак</td></tr>
<tr><td>0,00</td><td>Немає зв’язку (тобто коваріація X та Y = 0)</td><td></td><td>Якщо X та Y не мають систематичних зв’язків (більше X сполучається з малим Y так само часто, як і з великим Y, то те саме справедливо і для малих X), тоді сума добутків $\left[\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)*\left(Y_i-\overline{Y}\right)\right]$ буде дуже близька до 0</td></tr>
<tr><td>Близько –0,50</td><td>Слабкий зворотний зв’язок</td><td></td><td rowspan="2">Якщо X та Y мають зворотний зв’язок, тобто більші значення X пов’язані з малими значеннями Y та навпаки, то більшість об’єктів із позитивними значеннями $\left(X_i-\overline{X}\right)$ будуть тяжіти до негативних значень $\left(Y_i-\overline{Y}\right)$, а негативні значення $\left(X_i-\overline{X}\right)$ — до позитивних значень $\left(Y_i-\overline{Y}\right)$. У цьому випадку сума $\left[\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)*\left(Y_i-\overline{Y}\right)\right]$ матиме негативний знак, а X та Y будуть пов’язані між собою негативною залежністю</td></tr>
<tr><td>–1,00</td><td>Суворий зворотний зв’язок</td><td></td></tr>
</table>

Нині під час проведення психологічних, психофізіологічних, медико-біологічних досліджень використовуються різні техніки обчислення коефіцієнтів кореляції. Нижче наведено техніки, назви яких дано за працею

[Cattel R. B., 1952]. Читати треба так: R техніка, Q техніка, P техніка, O техніка, S техніка, G техніка (за однією постійною умовою).

R — кореляції між тестами, для різних осіб (звичайна техніка), для однієї особи;

Q — кореляція між особами для різних тестів;

P — кореляції між тестами за різних умов;

O — кореляції між умовами за різних тестів;

G — кореляції між умовами для різних осіб;

S — кореляції між особами за різних умов.

R та Q техніки

Сутність R техніки полягає у тому, що за допомогою обраної кількості тестів, у заданій за обсягом вибірці досліджуваних, відбираються пари змінних (результатів виконання тестового завдання) для отримання відповідних коефіцієнтів кореляції між ними. Основою для вибору кожної з таких кореляційних пар слугують отримані одноразові результати певній групі осіб, які виконують два тестових завдання. Спосіб розрахунків коефіцієнтів кореляції, які далі використовуються експериментатором для відповідного аналізу, називається R технікою. Стисло її можна описати так: у R техніці всі показники обраного тесту корелюють з усіма показниками іншого обраного тесту попарно, при цьому обрана група досліджуваних процедуру тестування за обраними тестами проходить один раз. Ще й дотепер, R технікою користуються близько 95% дослідників.

На відміну від R техніки, ***Q техніка*** дає змогу розраховувати коефіцієнти кореляції між особами, які одночасно тестувалися за обраними тестами. На базі відносно невеликої кількості досліджуваних за допомогою максимально великої кількості тестів вивчаються психологічні особливості виконання ними тестових завдань. Тобто порівнюються між собою два досліджуваних (за Q технікою це змінні тестових завдань) на предмет того, наскільки однаково, чи по-різному вони виконали поточні тестові завдання. Такий спосіб визначення коефіцієнтів кореляції називається Q технікою. Взаємозв'язок між R та Q техніками можна простежити за допомогою таблиці оцінок 2.3.6.2.

За умови використання R техніки, щоразу корелюють між собою два стовпчики (a_1 – g_1 та a_2 – g_2; (a_1 – g_1 та – a_3 – g_3);… a_1 – g_1 та a_9 – g_9), а з використанням Q техніки кожного разу корелюють між собою два рядки (a_1 – a_9 та b_1– b_9).

Для отримання надійних коефіцієнтів кореляції за Q технікою потрібно відносно велика серія тестів, тоді як кількість досліджуваних може залишатися невеликою, а за умови використання R техніки необхідна велика кількість досліджуваних, які б проходили незначну кількість тестувань.

Таблиця 2.3.6.2

Взаємозв'язки між R та Q технікамии

1	2								
Досліджу-вані	Тести								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9
B	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9
C	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9
D	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9
E	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7	e_8	e_9
F	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9
G	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9

Примітка: у першому стовпчику таблиці 2.3.6.2 позначено досліджуваних, які проходили тестування (A, B, C, D, E, F, G), у другому — перелічено тести, за якими респонденти тестувалися (1,2,3,4,5,6,7,8,9).

Для отримання надійних коефіцієнтів кореляції за Q технікою потрібна відносно велика серія тестів, тоді як кількість досліджуваних може залишатися невеликою, а за умови використання R техніки необхідна велика кількість досліджуваних, які б проходили незначну кількість тестувань.

Якщо досліджуваний А, на відміну від досліджуваного Б, за результатами одних і тих самих тестувань отримає низькі бали, то кореляційний зв'язок буде негативним. Це свідчитиме про те, що обидва досліджувані дуже різні як за структурою, так і за ступенем прояву вимірюваних здібностей.

Як інтерпретувати отримані показники коефіцієнтів кореляції між досліджуваними, що порівнюються? Уявимо, що досліджувані виконували тестові завдання з виявлення математичних, сенсорно-моторних та інших здібностей. Якщо досліджуваний А виконує ці тестові завдання так само, як і досліджуваний В, тобто одні так само добре, а інші так само погано, як досліджуваний В, то між обома досліджуваними — А та В — за вимірюваними показниками здібностей існує щільний позитивний кореляційний зв'язок. У такому випадку обидва досліджувані будуть дуже схожі як за структурою, так і за ступенем прояву вимірюваних здібностей. Якщо досліджуваний А, на відміну від досліджуваного Б, за результатами тих самих тестувань отримає низькі бали, то кореляційний зв'язок буде негативним. Це свідчитиме про те, що обидва досліджувані дуже різні як за структурою, так і за ступенем прояву вимірюваних здібностей.

P та O техніки

На відміну від R та Q техніки, які оперують групами осіб, у P та O техніках кореляційний аналіз проводиться стосовно окремих осіб.

За ***P технікою*** дослідження проводиться з одним респондентом за допомогою невеликої кількості тестів. Таке тестування повторюється через певні проміжки часу доти, доки ми не отримаємо серію випадків, між якими можуть виявитися значущі коефіцієнти кореляції. Зазвичай, кореляційні залежності визначаються дослідником між кожною парою таких змінних упродовж всього періоду дослідження. Це дає експерту можливість зробити висновки стосовно характеру коливань досліджуваних параметрів, скажімо, від дня до дня протягом місяця. Також використання дослідником P техніки створює для нього можливість отримання контрольованих змін у побудові експерименту. Проводячи послідовні дослідження, експериментатор має можливість змінювати експериментальну ситуацію шляхом внесення до неї нових елементів, що впливають на характер коливань у досліджуваних параметрах.

Р техніка дає можливість досліднику будувати експеримент за довільним ритмом та довжиною інтервалів, які розділяють окремі випадки та обставини. Усі ці процедури залежать винятково від цілі та виду експерименту. Якщо йдеться про дослідження задля виявлення психологічних факторів, пов'язаних із часом їх дії (втома, навчання тощо), однакові умови повинні встановлюватися та зберігатися впродовж усього експерименту.

Використання Р техніки дає змогу вивчати індивідуальні, неповторні властивості особистості, на відміну від R техніки, використовуючи яку, дослідник має можливість оперувати лише різноманітними комбінаціями загальних рис.

На відміну від Р техніки, за допомогою якої корелюються тести, які виконує досліджуваний протягом доволі великої серії випадків, у ***О техніці*** визначаються кореляції між умовами за різними тестами. Це означає, що за О технікою дослідник використовує велику серію випадків, яка складається, наприклад, із 20–25 тестів. За допомогою згаданих тестів досліджується одна особа протягом скажімо, 100 діб. Щодоби ми отримуємо певний набір оцінок з усіх тестів, які використовуємо у даній серії. Тому, застосовуючи О техніку, дослідник корелює не тести, а дні. Для наочності звернемося до таблиці 2.3.6.3, де відбито взаємозв'язок між Р та О техніками.

Стовпчики містять результати досліджень, характерні для одного дня (випадку). Використовувати О техніку складно, оскільки вона потребує від експериментатора дослідження великої кількості тестів упродовж одного випадку, а отримані коефіцієнти кореляції менш точні, ніж за умови використання Р техніки. Використовуючи Р та О техніки необхідно враховувати, що окремі випадки суттєво різняться з різних поглядів.

Таблиця 2.3.6.3

Взаємозв’язки між P та Q технікми

1	2							
Тести	Дні							
	1	2	3	4	5	6	.	.	100
A	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	.	.	a_{100}
B	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	.	.	b_{100}
C	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	.	.	c_{100}
D	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	.	.	d_{100}
.							.	.	
.							.	.	
Z	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	.	.	Z_{100}

Примітка: у першому стовпчику таблиці 2.3.6.3. позначено тести, за якими досліджуваний тестувався (A,B,C,D,…Z), а стовпчики (1, 2, 3, 4, 5, 6,…100) містять оцінки усіх тестів серії випадків упродовж одного дня. За умов ивикористання Р техніки між собою корелюють два стовпчики (a_1 – z1 та a_2 – z_2), з використанням О техніки щоразу корелюють між собою два рядки (a_1 – a_{100} та b_1 – b_{100}).

G та S техніки

За ***S технікою*** зіставляються результати двох осіб у разі виконання одного тесту упродовж певної серії випадків. За ***G технікою*** зіставляються два випадки виконання усією групою досліджуваних одного тесту. Використання S техніки виправдано за умови, коли дослідник вимірює схожість у реакціях двох осіб на ідентичне завдання упродовж певної серії випадків. Наприклад, дослідження поведінки близнюків, подружжя, керівників та їхніх підлеглих тощо дасть матеріал, за допомогою якого експериментатор матиме можливість вивчити, наскільки однаково або ні виконали дві особи певні завдання у заданій ситуації випадків. Тому використання S техніки найбільш доцільно, коли йдеться про емпіричне визначення групи осіб з урахуванням їхніх реакцій на завдання або ситуації.

G техніка — аналіз факторів коефіцієнтів надійності, які визначаються для одного й того самого тесту та для тих самих осіб у різних ситуаціях.

Велика кількість респондентів виконує той самий тест двічі. Теоретично за допомогою цієї техніки можна виявляти, які елементи у певній ситуації впливають на реакції осіб та яка кількість цих елементів. Взаємозв'язок G та S технік можна наочно представити у вигляді таблиці 2.3.6.4.

За умови використання S техніки зіставляються рядки, а в разі застосування G техніки — стовпчики.

Таблиця 2.3.6.4

Взаємозв'язки між G та S техніками

1	2								
Досліджу-вані	Випадки								
	1	2	3	4	5	6	.	.	100
A	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	.	.	a_{100}
B	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	.	.	b_{100}
C	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	.	.	c_{100}
D	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	.	.	d_{100}
.							.	.	
.							.	.	
Z	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	.	.	Z_{100}

Примітка: у першому стовпчику таблиці 2.3.6.4 позначено досліджувані, які тестувалися (A,B,C,D,…Z), а стовпчики (1,2,3,4,5,6,…100) — включають тестові оцінки усієї вибірки досліджуваних, отримані ними за різних обставин. Використані експертом тест, завдання, а також їх перевірка завжди однакові, тому у таблиці 2.3.6.4 не зазначені.

Як доповнення до описаних нами різних технік кореляційного аналізу наведемо загальну схему усієї системи, що дає можливість зіставити описані нами процедури.

По-перше, ми маємо справу із трьома експериментальними моделями, кожна з яких включає дві техніки.

По-друге, усього таких технік шість.

По-третє, кожна з основних схем включає три головні елементи:

1) особа, яку вивчаємо;

2) тест (завдання);

3) випадок.

По-четверте, у кожній з таких схем один з елементів постійний, а два інші — змінні. Тож з огляду на зазначене констатуємо:

а) перша схема R та Q технік стосується одного випадку (випадок — постійна величина);

б) друга схема стосується однієї особи;

в) третя схема G та S технік стосується одного тесту.

Можна знайти й інші способи урахування залежностей між шістьома означеними техніками:

- Р та S техніки використовують серію випадків;
- Р та О техніки — серію тестів;
- R та G техніки — серію осіб;
- Р та R техніки корелюють тести;
- О та G техніки — випадки;
- Q та S техніки — осіб.

Із проблемою R, Q, P, O, G та S технік пов'язано багато важливих питань, які стосуються шкалювання оцінок (ці оцінки можуть бути необробленими «сирими» або вираженими в одиницях стандартного відхилення). Докладніше висвітлення цих проблем можна знайти у спеціальній літературі.

2.3.6.2. Проста лінійна коваріація, кореляція та регресія

У дослідженнях із психології, психофізіології експериментатору часто необхідно з'ясувати наявність кореляційних зв'язків між незалежними та залежними змінними, а також характер змін зазначених змінних.

Розглянемо прийоми розрахунків коефіцієнтів коваріації, простої лінійної кореляції та регресії на такому прикладі: у 60 студентів чоловічої статі І–ІІ курсів експериментатор з'ясовував наявність або відсутність коваріаційних, кореляційних зв'язків та регресії на рівні $P < 0,05$ між показниками екстраверсії–інтроверсії (X) та гіпертимності (Y).

Результати досліджень представлено у таблиці 2.3.6.5. Характер взаємозв'язків між цими параметрами можна проаналізувати за допомогою кореляційної таблиці (решітки), первинного або вторинного поля кореляції. Згадана таблиця двомірна, а досліджувані показники, що корелюються, групуються одночасно за двома ознаками.

Для побудови кореляційної таблиці (решітки), первинного або вторинного поля кореляції необхідно, за аналогією із процесом побудови звичайного розподілення згрупованих частот, розглянутого у розділі 2, підрозділі 2.1.2 про табулювання даних (табл. 2.1.6), визначити величини: розмаху, інтервалів та границь розрядів, частоти та частості; знайти середні значення для кожного з отриманих розрядів для показників віку та екстраверсії–інтроверсії. Отримані результати внесемо до таблиці 2.3.6.6.

Крок 1. ***Визначення розмаху та різниці***. Якщо величина різниці незначна $\left(\frac{різниця}{12} < 1,5\right)$, то немає сенсу користуватися класичним методом табулювання. Доцільніше застосовувати метод групування даних із кількістю розрядів, ширина яких не менше двох.

Щоб згрупувати результати, наведені у таблиці 2.3.6.5, необхідно знайти різницю між найвищою та найнижчою оцінкою для показників (X) екстраверсії–інтроверсії — та (Y) гіпертимності. Найвища оцінка $(X_{max} = 19; Y_{max} = 24)$, а найнижча оцінка $(X_{min} = 8; Y_{min} = 12)$.

Таблиця 2.3.6.5

«Сирі» дані дослідження 60 студентів чоловічої статі I–II курсів за якими експериментатору необхідно з’ясувати наявність або відсутність коваріаційних, кореляційних зв’язків та регресії на рівні P < 0,05 між показниками екстраверсії–інтроверсії (X) та гіпертимності (Y)

X	Y	X	Y	X	Y
Екстраверсія–інтроверсія	Гіпертим-ність	Екстраверсія–інтроверсія	Гіпертим-ність	Екстраверсія–інтроверсія	Гіпертим-ність
18	21	13	21	9	18
14	18	8	12	18	21
13	21	9	18	19	24
8	12	18	21	14	24
9	18	19	24	18	24
18	21	14	24	15	24
19	24	18	24	14	21
14	24	15	24	14	18
18	24	14	21	15	21
15	24	14	18	18	24
14	21	15	21	13	21
14	18	18	24	11	21
15	21	13	21	11	21
18	24	11	21	17	24
13	21	11	21	18	21
11	21	17	24	14	18
11	21	18	21	13	21
17	24	14	18	8	12
18	21	13	21	9	18
14	18	8	12	18	21

Таблиця 2.3.6.6

Процес побудови звичайного розподілення згрупованих частот для даних, представлених у таблиці 2.3.6.5

X	Y	X	Y
18	21	9	18
14	18	18	21
13	21	19	24
8	12	14	24
9	18	18	24
18	21	15	24
19	24	14	21
14	24	14	18
18	24	15	21
15	24	18	24
14	21	13	21
14	18	11	21
15	21	11	21
18	24	17	24
13	21	18	21
11	21	14	18
11	21	13	21
17	24	8	12
18	21	9	18
14	18	18	21
13	21		
8	12		
9	18		
18	21		
19	24		
14	24		
18	24		
15	24		
14	21		
14	18		
15	21		
18	24		
13	21		
11	21		

Етапи побудови розподілення

Крок 1. ***Визначення розмаху та різниці***

Найвища оцінка для $X = 19$; для $Y = 24$.

Найнижча оцінка для $X = 8$; для $Y = 12$.

Розмах = Різниця +1 для $X = (19-8)+1 = 11+1 = 12$; для $Y = (24-12)+1 = 12+1 = 13$.

Крок 2. ***Вибір інтервалів розрядів***

Найбільш можливий розряд інтервалів для $X\,(12 \div 7 = 1{,}71)$; для $Y\,(13 \div 7 = 1{,}86)$. Округлюємо із збільшенням до 2

Крок 3 та 4. ***Визначення границь розрядів, середніх значень та частот для кожного із розрядів***

Внутрішні числові границі семи розрядів				Частота (f)	
X	$\overline{X}$	Y	$\overline{Y}$	X	Y
20–21	20,5	24–25	24,5	0	18
18–19	18,5	22–23	22,5	3	0
16–17	16,5	20–21	20,5	3	27
14–15	14,5	18–19	18,5	19	11
12–13	12,5	16–17	16,5	7	0
10–11	10,5	14–15	14,5	6	0
8–9	8,5	12–13	12,5	8	4

$n_x = 60$; $n_y = 60$

11	21			
17	24			
18	21			
14	18			
13	21			
8	12			

Щоб розрахувати величину різниці треба від $\left(X_{max} - X_{min}\right)$, тобто для $\left(X\right)$ це число дорівнюватиме 11 (19 – 8) = 11, а для $\left(Y\right)$– $\left(Y_{max} - Y_{min}\right) = \left(24 - 12\right) = 12$.

Для вирахування величини розмаху необхідно до показника різниці додати одиницю $\left(+1\right)$, тоді для X величина розмаху дорівнюватиме 12

$$\left[\left(X_{max} - X_{min}\right) + 1\right] =$$

$= \left(19 - 8\right) + 1 = 11 + 1 = 12$; для $Y - \left[\left(Y_{max} - Y_{min}\right) + 1\right] = \left(24 - 12\right) + 1 = 12 + 1 = 13$.

Отже, величина розмаху для $\left(X\right)$ — екстраверсії–інтроверсії — дорівнює 12, а для $\left(Y\right)$– гіпертимності — 13.

Крок 2. ***Вибір інтервалів розрядів***. Нагадаємо, що вибір інтервалу групування розрядів є ширина розрядів, за якою повинно бути класифіковано оцінки. Для розрахунків інтервалу розрядів розділимо діапазон спочатку на 7.

Тобто у нашому випадку це число для $X = \left(12 \div 7 = 1,71\right)$, для $Y = \left(13 \div 7 = 1,86\right)$ розрядів. Округлимо отримані дані зі збільшенням, тоді для X та Y ширина розряду дорівнюватиме 2.

Кроки 3 та 4. *Визначення границь розрядів, середніх значень для кожного з розрядів та частот.* Оскільки у нашому прикладі число досліджуваних для $\left(n_x = 60\right)$та для $\left(n_y = 60\right)$, а обране число розрядів $p = 7$, тоді $c_x = \dfrac{\left(X_{\max} - X_{\min}\right) + 1}{p} = \dfrac{\left(19 - 8\right) + 1}{7} = \dfrac{12}{7} = 1,71 \approx 2$, для $c_y = \dfrac{\left(Y_{\max} - Y_{\min}\right) + 1}{p} =$ $= \dfrac{\left(24 - 12\right) + 1}{7} = \dfrac{13}{7} = 1,86 \approx 2$.

Для визначення нижньої границі розрядів необхідно починати розрахунки завжди з величини, кратної розряду інтервалу (у нашому випадку це число дорівнює 2). Якщо найнижчий розряд для X – екстраверсії–інтроверсії — починати розраховувати від числа 8, кратного 2, то до першого розряду увійде й найнижча оцінка — 8, а якщо починати від 10, то оцінка 8 до цього інтервалу не потрапить. Отже, наступний розряд буде починатись з 10, далі — 12, 14 ..., доки найвища оцінка 18 не потрапить до інтервалу 18–20. Для Y – гіпертимності, якщо починати від 14, то найменша оцінка 12 до цього інтервалу не потрапить, а отже, перший розряд для Y починається від 12, далі 14, 16, 18..., доки найвища оцінка 24 не потрапить до розряду 24–25. Отримані дані внесемо у таблицю 2.3.6.6 до стовпчика «Внутрішні числові границі семи розрядів».

Крок 5. ***Визначення частот*** (f) ***для показників*** X ***та*** Y. Підрахуємо, скільки досліджуваних з отриманими оцінками знаходяться у межах, виявлених семи розрядів з шириною першого розряду для X 8–9, для Y 12–13. Отримані результати внесемо до таблиці 2.3.6.6 у стовпчик «Частота (f)».

Таблиця 2.3.6.7

Приклад розрахунків кроків, ширини і кількості розрядів для показників X – екстраверсії–інтроверсії та Y – гіпертимності

Крок для X	Ширина розряду для X	Розряд для X	Крок для Y	Ширина розряду для Y	Розряд для Y
2	9	1	2	13	1
1	8		1	12	

Крок 6. Для побудови ***кореляційної таблиці (решітки), первинного та вторинного поля кореляції*** знайдемо середнє значення для кожного із семи розрядів показників X та Y. Для першого розряду X 8–9, це дорівнюватиме $\frac{(8+9)}{2}=\frac{17}{2}=8{,}5$; .... для сьомого — $\frac{(18+19)}{2}=\frac{37}{2}=18{,}5$; для Y —

$\frac{(12+13)}{2}=\frac{25}{2}=12{,}5$; ... для сьомого — $\frac{(24+25)}{2}=\frac{49}{2}=24{,}5$. Отримані дані внесемо до таблиці 2.3.6.6 у стовпчики $\overline{X}$ та $\overline{Y}$ і побудуємо кореляційні таблиці (решітки) первинного та вторинного полів кореляції для показників X – екстраверсії–інтроверсії та Y – гіпертимності (табл. 2.3.6.8, 2.3.6.9 та рис. 2.3.3).

Таблиця 2.3.6.8

Вторинне поле кореляції між показниками X – екстраверсія-інтроверсія та Y – гіпертимності — для 60 студентів чоловічої статі I–II курсів

Y							
24,5				6	3	9	
22,5							
20,5		6	7	6		8	
18,5	4			7			
16,5							
14,5							
12,5	4						
	8,5	10,5	12,5	14,5	16,5	18,5	20,5 X

Для побудови вторинного поля кореляції між показниками X – екстраверсії–інтроверсії та Y – гіпертимності — для 60 студентів чоловічої статі I–II курсів побудуємо таблицю 2.3.6.8, де ліворуч запишемо середні значення розрядів для Y, а внизу — для X. Далі, до відповідної клітини внесемо кількість балів, набраних досліджуваними за середніми значеннями розрядів для X та Y. У нашому випадку для першого розряду для X (8,5) і першого розряду для Y (12,5) кількість результатів, що збігаються, дорівнює 4 (див. табл. 2.3.6.6); для X (8,5) та Y (18,5) кількість однакових результатів теж дорівнює 4 і т. д., аж доки буде заповнено всю таблицю 2.3.6.8. У таблиці 2.3.6.9 представлено ті самі результати, але замість цифр у відповідних клітинах крапки.

Кореляційні залежності можна представити у графічній формі у вигляді ***первинного поля кореляції*** між показниками X – екстраверсії-інтроверсії та Y – гіпертимності — для 60 студентів чоловічої статі I–II курсів.

Для цього побудуємо таблицю 2.3.6.10, де у першому стовпчику (X – екстраверсія–інтроверсія) представлені середні дані розрахованих розрядів для X , а у другому стовпчику — для Y — гіпертимність.

Таблиця 2.3.6.9

Вторинне поле кореляції між показниками X – екстраверсії–інтроверсії та Y – гіпертимності — для 60 студентів чоловічої статі I–II курсів

Y							
24,5				••• •••	• • •	••••• ••••	
22,5							
20,5		••• •••	•••• •••	••• •••		•••• ••••	
18,5	• • • •			•••• •••			
16,5							
14,5							
12,5	• • • •						
	8,5	10,5	12,5	14,5	16,5	18,5	20,5 X

Аналіз даних, наведених у таблицях 2.3.6.8, 2.3.6.9 та на рисунку 2.3.3 свідчить про те, що між екстраверсією–інтроверсією та гіпертимністю у 60 студентів чоловічої статі I–II курсів існує кореляційна позитивна залежність, тобто зі зміною показника екстраверсії–інтроверсії гіпертимність теж змінюється на чотири одиниці. Залишається тільки з’ясувати міру тісноти кореляційних зв’язків між показниками екстраверсії–інтроверсії та гіпертимності.

Таблиця 2.3.6.10

Дані для графічної побудови кореляційної залежності у графічній формі у вигляді первинного поля кореляції між показниками X – екстраверсії–інтроверсії та Y — гіпертимності — для 60 студентів чоловічої статі I–II курсів

X	Y
8,5	12,5
10,5	14,5
12,5	16,5
14,5	18,5
16,5	20,5
18,5	22,5
20,5	24,5

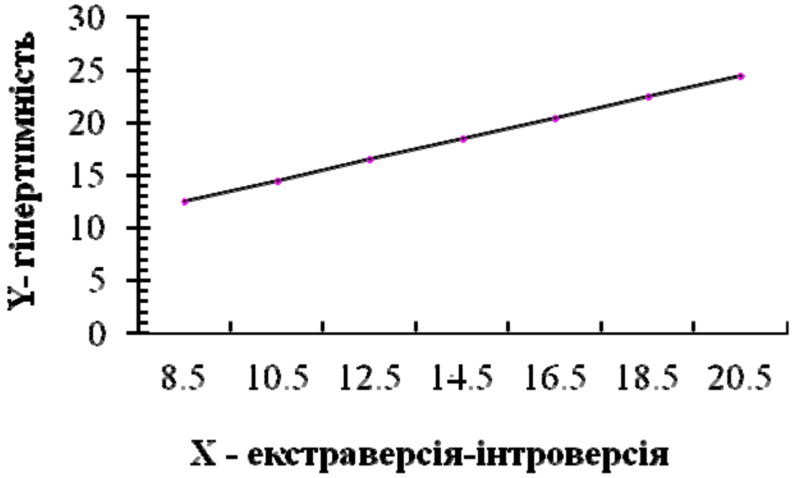


Рис. 2.3.3. Графічне відображення первинного поля кореляції між показниками X – екстраверсії–інтроверсії та Y – гіпертимності для 60 студентів I чоловічої статі II курсів

Вивчаючи кореляційні залежності між двома показниками, експериментатор зазвичай вирішує такі задачі:

1) встановлення форми зв’язку між функцією Y_x та аргументом X, тобто описання закону зміни величини умовних середніх $\overline{Y}_x$ у зв’язку зі змінами X. Ця задача вирішується шляхом знаходження рівняння регресії, наприклад, за формулою (2.3.29): $Y = a + bX$. Це найпростіша форма зв’язку між двома змінними. Параметр (a) має назву ***початкової ординати*** та графічно є відрізком, яким пряма лінія відсікає його на вісі ординат. Він також дає значення Y коли $X = 0$. Параметр (b) має назву ***коефіцієнта регресії*** та показує, наскільки у середньому змінюється величина Y, якщо X збільшується на одиницю. Він характеризує нахил прямої лінії та дорівнює тангенсу кута між цією лінією і віссю абсцис (рис. 2.3.4). Обидва параметри рівняння

регресії можуть бути як позитивними, так і негативними. Залежно від цього прямі лінії розміщуються на площині по-різному.

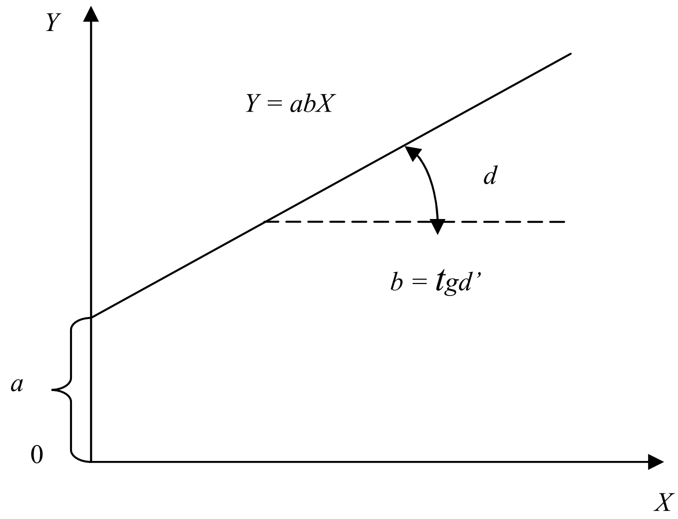


Рис. 2.3.4. Зміст параметрів рівняння регресії

2) оцінка тісноти зв'язку між X та Y. Для розв'язання цієї задачі необхідно дати відповідь на такі запитання:

- чи існує взагалі кореляційний зв'язок між X та Y?
- якщо такий зв'язок існує, то якою мірою він відрізняється від функціонального?

Для вирішення цієї задачі використовують різноманітні показники тісноти зв'язку, а саме: коефіцієнти кореляції, коваріації, детермінації, кореляційні відношення, стандартної похибки рівняння регресії і т. ін.

Для статистичного вивчення кореляційних залежностей експериментатор застосовує різноманітні моделі. Найбільш поширеними є регресійна та кореляційна моделі.

Регресійна модель передбачає, що залежна змінна Y є випадковою величиною, а значення незалежної змінної X експериментатор задає довільно.

Кореляційна модель передбачає, що обидві змінні — випадкові величини, спільне розподілення яких є двомірним нормальним розподіленням.

Аналіз форми зв'язків за допомогою рівняння лінійної регресії заснований на таких припущеннях:

1. У генеральній сукупності за будь-якого значення X умовне розподілення величини Y підлягає закону нормального розподілу із умовним середнім μ_{yx} та дисперсією σ_{yx}^2.

2. Умовне середнє μ_{yx} є лінійною функцією від $X \div \mu_{yx} = \alpha + \beta X$. Це рівняння характеризує теоретичну лінію регресії у генеральній сукупності. Її оцінкою слугує емпірична лінія регресії:

$\hat{Y}_x = a + bX$. Отже, параметри (a) та (b) є оцінками відповідних параметрів генеральної сукупності α та β.

3. Дисперсії умовних розподілень величин Y за усіх значень X рівні, тобто $\sigma_{yx}^2 = const.$

4. Усі спостереження статистично незалежні.

Чотири основні припущення можуть бути сформульовані більш лаконічно, а саме: будь-який варіант змінної Y можна представити у вигляді $Y_i = \alpha + \beta X_i + e_i$, де залишкові величини e_i незалежні та розподілені нормально з генеральним середнім, що дорівнює нулю, та дисперсією σ_{yx}^2.

Для розрахунку параметрів рівняння регресії дослідник застосовує ***метод найменших квадратів*** як у випадках користування регресійною, так і кореляційною моделями. Метод найменших квадратів заснований на дотриманні вимоги: сума квадратів відхилень для усіх спостережень від лінії регресії повинна бути мінімальною, тобто: $\sum\left(Y - \hat{Y}_x\right)^2 = \sum\left(Y - a - bx\right)^2 = min$.

Для виконання цих умов параметри рівняння регресії можна знайти, розв'язавши систему рівнянь:

$$an + b\sum X = \sum Y;$$

$$a\sum X + b\sum X^2 = \sum XY,$$

які можна представити у вигляді готових формул:

$$b = \frac{\sum\left(X-\bar{X}\right)*\left(Y-\bar{Y}\right)}{\sum\left(X-\bar{X}\right)^2} = \frac{\sum XY - \frac{\left(\sum X\right)*\left(\sum Y\right)}{n}}{\sum X^2 - \frac{\left(\sum X\right)^2}{n}}; \ (2.3.29); \ a = \overline{Y} - b\overline{X} \ (2.3.30).$$

Рівняння регресії потрібне для аналізу форм зв'язку між двома ознаками. Для аналізу тісноти зв'язку, як уже зазначалося, дослідник використовує показники коефіцієнтів кореляції, коваріації, детермінації, стандартної похибки рівняння регресії, кореляційні відношення. Побудова цих показників пов'язана із розкладанням суми квадратів відхилень усіх Y від загального середнього $\overline{Y}$, тобто величини $\sum\left(Y-\overline{Y}\right)^2$, на кілька частин.

Відхилення $\left(Y-\overline{Y}\right)$ можна представити у вигляді суми кількох величин: $Y-\overline{Y} = Y + \left(\overline{Y}_x - \overline{Y}_x\right) + \left(\hat{Y}_x - \hat{Y}_x\right) - \overline{Y} = \left(Y - \overline{Y}_x\right) + \left(\overline{Y}_x - \hat{Y}_x\right) + \left(\hat{Y}_x - \overline{Y}\right)$, тобто відхилення окремого значення Y від загального середнього наводяться у сумі трьох відхилень:

а) відхилення окремого спостереження від середнього $\left(Y - \overline{Y}_x\right)$;

б) відхилення середнього від відповідної точки на лінії регресії $\left(\overline{Y}_x - \hat{Y}_x\right)$;

в) відхилення точки на лінії регресії від загального середнього $\left(\hat{Y}_x - \overline{Y}\right)$.

Геометричний зміст цього розкладання представлено на рисунку 2.3.5, де позначено шість точок Y (чорні кружечки), три умовні середні (білі кружечки) та лінія регресії $\hat{Y}_x = \alpha + bX$. Розкладення показано для найвищої точки Y.

Доведемо, що сума квадратів відхилень $\sum_{yy} = \sum\left(Y-\overline{Y}\right)^2$ також може бути розбита на кілька частин: $\sum\left(Y-\overline{Y}\right)^2 = \sum\left(Y-\overline{Y}_x\right)^2 + \sum n_x\left(\overline{Y}_x - \hat{Y}_x\right)^2 + \sum n_x\left(\hat{Y}_x - \overline{Y}\right)^2$. (2.3.31).

Таким чином, сума квадратів відхилень усіх варіантів від загального середнього (що характеризує повну варіацію ознаки) ділиться на три частини:

а) зважена сума квадратів відхилень точок на лінії регресії, які відповідають різним значенням X, від загального середнього:

$SS_3 = \sum n_x \left(\hat{Y}_x - \overline{Y}\right)^2$. Вагою для кожної точки слугує число спостережень величини Y за даним X. Ця сума квадратів відхилень, що припадає на лінію регресії, характеризує варіацію ознаки Y, зумовлену впливом на неї аргументу X;

б) зважена сума квадратів відхилень умовних середніх від відповідних точок на лінії регресії: $SS_3 = \sum n_x \left(\hat{Y}_x - \overline{Y}\right)^2$. Ця сума характеризує нелінійність розташування умовних середніх;

в) сума квадратів відхилень усіх варіантів від своїх умовних середніх: $SS_1 = \sum \left(Y - \overline{Y}_x\right)^2$. Вона відображує випадкову, чи залишкову, варіацію.

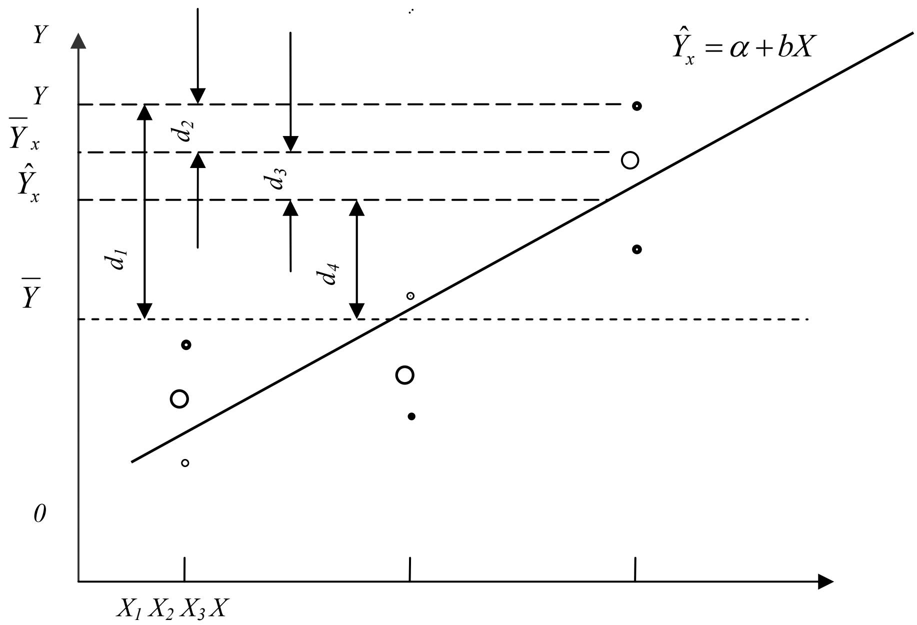


Рис. 2.3.5. Розкладення $Y - \overline{Y} = d_1$ на три складники (за: Масальгін Н., 1974): а) $\left(\hat{Y}_x - \overline{Y}\right) = d_2$;б) $\left(\overline{Y}_x - \hat{Y}_x\right) = d_3$;в) $\left(\hat{Y}_x - \overline{Y}\right) = d_4$

2.3.6.3. Практичні методи розрахунків показників кореляції та регресії між вома перемінними

Перш ніж починати розрахунки показників кореляції та регресії між двома змінними необхідно з’ясувати:

1) чи підлягають дві досліджувані змінні закону нормального розподілу? Якщо хоча б одна з них не підлягає закону нормального розподілу,

користуватися методом кореляційного аналізу Пірсона не коректно, краще застосовувати метод рангової кореляції Спірмена або інші багатофункціональні критерії;

2) з якою кореляційною залежністю ми маємо справу: лінійною чи нелінійною; прямою позитивною чи прямою негативною; зворотною позитивною чи зворотною негативною? Для цього ми будували графік і таблицю первинного чи вторинного кореляційного поля (див. табл. 2.3.6.6–2.3.6.10 та рис. 2.3.3–2.3.5);

3) які техніки кореляційного аналізу можна застосовувати для вирішення обраних дослідницьких завдань?

Частково ми вже дали відповіді на деякі запитання, розглядаючи етапи проведення кореляційного та регресійного аналізу на прикладі «сирих» даних 60 студентів I–II курсів чоловічої статі між показниками екстраверсії–інтроверсії (X) та гіпертимності (Y), але для повної картини необхідно зробити такі кроки:

Крок 1. До першого стовпчика таблиць 2.3.6.11 та 2.3.6.12 із таблиці 2.3.6.5 занесемо показники екстраверсії-інтроверсії (X), та гіпертимності (Y)**.** До другого стовпчика таблиці 2.3.6.11 внесемо частоти (n_{ix}), а до другого стовпчика таблиці 2.3.3.12 — частоти (n_{iy}).

Крок 2. Згідно з формулою для розрахунку $\bar{X}$ та $\bar{Y}$ у третьому стовпчику таблиць 2.3.6.11 та 2.3.6.12 кожний варіант помножимо на свою частоту й отримаємо загальну суму для $(\sum_x) = 857$ та $(\sum_y) = 1245$.

Крок 3. Отриману суму розділимо на об'єм сукупності $(n_x = 60)$ та $(n_y = 60)$. $\bar{X} = 857 \div 60 = 14{,}28$; $\bar{Y} = 1245 \div 60 = 20{,}75$.

Крок 4. У четвертому стовпчику (табл. 2.3.6.11 та 2.3.6.12) розрахуємо різницю між $(X_i - \bar{X})$ та $(Y_i - \bar{Y})$.

Крок 5. Для розрахунку фактора нормального розсіювання (d), або — середнього лінійного відхилення від середнього арифметичного $(\bar{X})$ скористаємося формулою $d = \frac{\sum_{i=1}^{i=n}\left|X_i - \bar{X}\right| * n_i}{n}$. Середнє лінійне відхилення показує розсіювання варіант відносно *середнього арифметичного* $\bar{X}$, $d_x = \frac{157,24}{60} = \pm 2,62$ для $d_y = \frac{130,5}{60} = \pm 2,175$.

Таблиця 2.3.6.11

Покрокові розрахунки характеристик варіаційного ряду показників Екстраверсії–інтроверсії (X) студентів чоловічої статі I–II курсів $(n = 60)$

X_i	n_i	$X_i * n_i$	$X_i - \bar{X}$	$\left\|X_i - \bar{X}\right\|$	$\left\|X_i - \bar{X}\right\| * n_i$	$\left(X_i - \bar{X}\right)^2$	$\left(X_i - \bar{X}\right)^2 * n_i$
8	4	32	-6,28	6,28	25,12	39,4384	157,7536
9	4	36	-5,28	5,28	21,12	27,8784	111,5136
11	6	66	-3,28	3,28	19,68	10,7584	64,5504
13	7	91	-1,28	1,28	8,96	1,6384	11,4688
14	13	182	-0,28	0,28	3,64	0,0784	1,0192
15	6	90	0,72	0,72	4,32	0,5184	3,1104
17	3	51	2,72	2,72	8,16	7,3984	22,1952
18	14	252	3,72	3,72	52,08	13,8384	193,7376
19	3	57	4,72	4,72	14,16	22,2784	66,8352
	$n_{ix} = 60$	$\sum_x = 857$			$\sum = 157,24$	$\sum = 123,862$	$\sum = 632,184$

Таблиця 2.3.6.12

Покрокові розрахунки характеристик варіаційного ряду показників гіпертимності (Y) студентів чоловічої статі I–II курсів (n= 60)

Y_i	n_i	$Y_i * n_i$	$Y_i - \bar{Y}$	$\left\|Y_i - \bar{Y}\right\|$	$\left\|Y_i - \bar{Y}\right\| * n_i$	$\left(Y_i - \bar{Y}\right)^2$	$\left(Y_i - \bar{Y}\right)^2 * n_i$
12	4	48	-8,75	8,75	35	76,5625	306,25
18	11	198	-2,75	2,75	30,25	7,5625	83,1875
21	27	567	0,25	0,25	6,75	0,0625	1,6875
24	18	432	3,25	3,25	58,5	10,5625	190,125
	$n_{iy} = 60$	$\sum_y = 1245$			$\sum = 130,5$	$\sum = 94,75$	$\sum = 581,25$

Крок 6. Для четвертого стовпчика (табл. 2.3.6.11 та 2.3.6.12) розрахуємо різницю: $\left(X_i - \overline{X}\right)$ та $\left(Y_i - \overline{Y}\right)$. У нашому прикладі розрахунок першого рядка четвертого стовпчика для $\left(X_i - \overline{X}\right)$ має такий вигляд: (8 – 14,28 = –6,28), а для

$\left(Y_i - \overline{Y}\right)$ такий: (12 – 20,75 = –8,75).

До п’ятого стовпчика внесемо дані із стовпчика чотири за модулем $\left|X_i - \overline{X}\right|$ та $\left|Y_i - \overline{Y}\right|$.

До шостого стовпчика внесемо результати, отримані шляхом множення, кожного із результатів п’ятого стовпчика на відповідні частоти $\left|X_i - \overline{X}\right| * n_i$ та отримаємо суму $\sum\left|X_i - \overline{X}\right| * n_i$, яка дорівнюватиме 123,862, а сума $\sum\left|Y - \overline{Y}\right| * n_i = 94,75$.

Крок 7. Для розрахунку дисперсії $\left(\sigma^2\right)$ використовується формула:

$\sigma^2 = \sum\limits_{i=1}^{i=n} \frac{\left(X_i - \overline{X}\right)^2 * n_i}{n}$. Для цього кожну з різниць ($X_i - \overline{X}$, див. четвертий стовпчик та $Y_i - \overline{Y}$) піднесемо до квадрата, а отримані результати внесемо до сьомого стовпчика $\left(X_i - \overline{X}\right)^2$ та $\left(Y_i - \overline{Y}\right)^2$. У нашому випадку для першого рядка для $\left(X_i - \overline{X}\right)^2$ результат дорівнюватиме (– 6,28^2 = 39,4384), для другого — (– 5,28^2 = 27,8784... для першого рядка $\left(Y_i - \overline{Y}\right)^2$ результати (–8,75^2 = 76,5625, для другого — (– 2,75^2 = 7,5625). $\Sigma = 123{,}862$; $\Sigma = 94{,}75$.

Отримані результати для кожного з $\left(X_i - \overline{X}\right)^2$ та $\left(Y_i - \overline{Y}\right)^2$ помножимо на відповідне n, а результати $\left(X_i - \overline{X}\right)^2 * n_i$ та $\left(Y_i - \overline{Y}\right)^2 * n_i$ внесемо до восьмого стовпчика, після чого підрахуємо $\sum\left(X_i - \overline{X}\right)^2 * n_i = 632{,}184$ та $\sum\left(Y - \overline{Y}\right)^2 * n_i = 581{,}25$.

Отже, у нашому випадку дисперсія

$$\sigma_x^2 = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\left(X_i - \overline{X}\right)^2 * n_i}{n} = \frac{632{,}184}{60} = 10{,}5364\,; \quad \sigma_y^2 = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\left(Y_i - \overline{Y}\right)^2 * n_i}{n} = \frac{581{,}25}{60} = 9{,}6875.$$

Крок 8. Розрахунок (σ) або похибки середнього квадратичного від середнього арифметичного, здійснюється за формулою: $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$. У нашому випадку S_x; $\sigma_y = \sqrt{9,6875} = 3,11$.

Крок 9. Похибка середнього арифметичного m розраховується за формулою: $m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, якщо n більше або дорівнює (≥ 30). Отже, у нашому випадку $m_x = \frac{3,25}{\sqrt{60}} = \frac{3,25}{7,75} = \pm 0,42$ бала; $m_y = \frac{3,11}{\sqrt{60}} = \frac{3,11}{7,75} = \pm 0,40$ бала.

Крок 10. Коефіцієнт варіацій(V) розраховується за формулами: $V_x = \frac{\sigma_x}{\overline{\overline{X}}} * 100$ та $V_y = \frac{\sigma_y}{\overline{\overline{Y}}} * 100$. У нашому випадку $V_x = \frac{3,25}{14,28} * 100 = 22,76\%$; $V_y = \frac{3,11}{\overline{\overline{20,75}}} * 100 = 14,99\%$.

Крок 11. Мода (M_o)– варіант, який трапляється найчастіше. У нашому випадку для X_i найчастіше припадає (по 13 разів 14 та 14 разів 18 балів), а для Y_i — (27 разів по 21 балу). У такому разі $M_{ox} = \frac{14+18}{2} = \frac{32}{2} = 16$ балів; $M_{oy} = 21$ бал.

Крок 12. Медіана (M_e)– варіант, який точно ділить вибірку навпіл. У нашому випадку $M_{ex} = \frac{30+31}{2} = \frac{61}{2} = 30,5$, тобто 14 балів; $M_{ey} = \frac{30+31}{2} = \frac{61}{2} = 30,5$, тобто 21 бал.

Крок 13. Для отримання повної характеристики порівнюваних вибірок ще необхідно знайти показники повної асиметрії та певного ексцесу, показник виходу у довірчий інтервал, і за потреби розрахувати, скільки ще досліджуваних слід лолучити для висновку про те, що порівнювані вибірки підлягають закону нормального розподілу. У таблицях 2.3.6.13 та 2.3.6.14 представлено покроковий алгоритм розрахунків показників повної асиметрії

A_f і повного ексцесу E_f для показників екстраверсії–інтроверсії (X) та гіпертимності (Y) у 60 студентів чоловічої статі І–ІІ курсів.

Для того щоб встановити величину асиметрії та ексцесу необхідно розрахувати ці показники за такими формулами:

$A = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} \left(X_i - \overline{X}\right)^3 * n_i}{n * \sigma^3}$; $m_a = \sqrt{\frac{6}{n}}$; показник повної асиметрії розраховується за формулою: $A_f = \frac{A}{m_a}$.

Таблиця 2.3.6.13

Покроковий алгоритм розрахунків показників повної асиметрії A_f та повного ексцесу E_f для показників екстраверсії–інтроверсії (X) у 60 студентів чоловічої статі І–ІІ курсів

X_i	n_i	$(X_i * n_i)$	$(X_i - \bar{X})$	$(X_i - \bar{X})^2$	$(X_i - \bar{X})^3$	$(X_i - \bar{X})^4$	$(X_i - \bar{X})^2 * n_i$	$(X_i - \bar{X})^3 * n_i$	$(X_i - \bar{X})^4 * n_i$
8	4	32	-6,28	39,44	-247,67	1555,39	157,75	-990,69	6221,55
9	4	36	-5,28	27,88	-147,20	777,21	111,51	-588,79	3108,82
11	6	66	-3,28	10,76	-35,29	115,74	64,55	-211,73	694,46
13	7	91	-1,28	1,638	-2,10	2,68	11,47	-14,68	18,79
14	13	182	-0,28	0,078	-0,02	0,01	1,02	-0,29	0,08
15	6	90	0,72	0,518	0,37	0,27	3,11	2,24	1,61
17	3	51	2,72	7,398	20,12	54,74	22,20	60,37	164,21
18	14	252	3,72	13,84	51,48	191,50	193,74	720,70	2681,02
19	3	57	4,72	22,28	105,15	496,33	66,84	315,46	1488,98
	n_{ix}= 60	$\sum_x$=857		∑=123,83			∑ =632,18	∑ =707,4	∑ =14379,52

Таблиця 2.3.6.14

Покроковий алгоритм розрахунків показників повної асиметрії A_f

та повного ексцесу E_f для показників гіпертимності (Y)

у 60 студентів чоловічої статі I–II курсів

Y_i	n_i	$(Y_i * n_i)$	$(Y_i - \bar{Y})$	$(Y_i - \bar{Y})^2$	$(Y_i - \bar{Y})^3$	$(Y_i - \bar{Y})^4$	$(Y_i - \bar{Y})^2 * n_i$	$(Y_i - \bar{Y})^3 * n_i$	$(Y_i - \bar{Y})^4 * n_i$
12	4	48	-8,75	76,562	-669,92	5861,82	306,25	-2679,69	23447,27
18	11	198	-2,75	7,5625	-20,80	57,19	83,1875	-228,77	629,11
21	27	567	0,25	0,0625	0,02	0,00	1,6875	0,42	0,11
24	18	432	3,25	10,562	34,33	111,57	190,125	617,91	2008,20
	n_{iy}=60	$\sum_y$=1245		$\sum$=94,75			$\sum$= 581,25	$\sum$= 2290,13	$\sum$= 26084,67

Для $A_{fx} = \dfrac{A_x}{m_{ax}} = \dfrac{\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{i=n}\left(X_i - \bar{X}\right)^3 * n_i}{n * \sigma^3}}{\sqrt{\dfrac{6}{n}}} = \dfrac{\dfrac{704,4}{60 * 34,33}}{\sqrt{\dfrac{6}{60}}} = \dfrac{\dfrac{704,4}{2059,69}}{\sqrt{0,1}} = \dfrac{0,343}{0,316} = 1,086.$

Для $A_{fy} = \dfrac{A_y}{m_{ay}} = \dfrac{\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{i=n}\left(Y_i - \bar{Y}\right)^3 * n_i}{n * \sigma^3}}{\sqrt{\dfrac{6}{n}}} = \dfrac{\dfrac{2290,13}{60 * 30,80}}{\sqrt{\dfrac{6}{60}}} = \dfrac{\dfrac{2290,13}{1804,814}}{\sqrt{0,1}} = \dfrac{1,269}{0,316} = 4,01.$

Показник повного ексцесу розраховується за такими формулами: $E = \dfrac{\sum\limits_{n-1}^{i=n}\left(X_i - \bar{X}\right)^4 * n_i}{n * \sigma^4}$; $m_e = 2 * \sqrt{\dfrac{6}{n}}$; показник повного ексцесу — за формулою:

$E_f = \left(\dfrac{E}{m_e} - 3\right)$. Для $E_{fx} = \left(\dfrac{E_x}{m_{Ex}} - 3\right) = \left(\dfrac{\dfrac{14379,52}{60 * 111,5664}}{2\sqrt{0,1}} - 3\right) = \left(\dfrac{\dfrac{14379,52}{6693,984}}{2 * 0,316} - 3\right) =$

$$= \left(\frac{\dfrac{14379,52}{60 * 3,25^4}}{2\sqrt{\dfrac{6}{60}}} - 3\right) = \left(\frac{2,148}{0,632} - 3\right) = (3,396 - 3) = 0,396.$$

Для $E_{fy} = \left(\frac{E_y}{m_{E_y}} - 3\right) = \left(\frac{\frac{26084,67}{60*93,549}}{2\sqrt{\frac{6}{60}}} - 3\right) = \left(\frac{\frac{26084,67}{5612,971}}{2\sqrt{0,1}} - 3\right) = \left(\frac{4,647}{2*0,316} - 3\right) =$

$\left(\frac{4,647}{0,632} - 3\right) = (7,348 - 3) = 4,348$. Отримані дані внесемо до таблиці 2.3.6.15.

Таблиця 2.3.6.15

Порівняльний аналіз ступеня прояву показників (X) – екстраверсії–інтроверсії та (Y) – гіпертимності — у студентів чоловічої статі I–II курсів (*n*=60)

Стат. показники	(X) – екстраверсія–інтроверсія	(Y) –гіпертимність
$\bar{X}, \bar{Y}$	14,28	20,75
d	2,62	2,175
σ^4	111,5664	93,5495
σ^3	34,33	30,08
σ^2	10,5364	9,6875
σ	3,25	3,11
m	0,42	0,40
$V\%$	22,76	14,99
M_o	16	21
M_e	14	21
A_f	1,086025448	4,012647904
E_f	0,396485	4,34789
ε	0,05	0,05
n	n_x= 60+3=63 особи	n_y =60+3=63 особи

Умовні позначення: $\bar{X}$ — середнє арифметичне; d – фактор нормального розсіювання; σ — похибка середнього квадратичного відхилення; σ^2 –

дисперсія; m — похибка середнього арифметичного; $V\%$ – коефіцієнт варіації; M_o — мода; M_e – медіана; A_f — показник повної асиметрії; E_f — показник повного ексцесу; ε – показник довірчого інтервалу для Р < 0,05; n – кількість досліджуваних, на яку треба збільшити вибірку.

Скориставшись розрахунками відносної неточності, можна вирахувати, скільки треба долучити досліджуваних, задавши відповідну надійність, щоб дані $\bar{X}_{виб.}$ поширити на $\bar{X}_{ген.}$ Для цього скористаємося формулою розрахунку довірчого інтервалу (2.3.32): $\varepsilon = \frac{t_a * m}{\bar{X}}$, де ε — показник довірчого інтервалу для Р < 0,05; t_a – коефіцієнт розподілу Стьюдента для безкінечності = 1,96; m – похибка середнього арифметичного; $\bar{X}_{виб.}$ – середнє арифметичне вибіркове. Для спрощення розрахунків перетворимо цю формулу таким чином: $\varepsilon = \frac{t_a * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}{\bar{X}} = \varepsilon * \bar{X} = t_a * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$; $\varepsilon * \bar{X} * \sqrt{n} = t_a * \sigma$; $\sqrt{n} = \frac{t_a * \sigma}{\varepsilon * \bar{X}}$; $n = \sqrt{\frac{t_a * \sigma}{\varepsilon * \bar{X}}}$, Отже, для показників (X) — екстраверсії–інтроверсії необхідно долучити $n_x = \sqrt{\frac{1,96 * 3,25}{0,05 * 14,28}} = \sqrt{\frac{6,37}{0,714}} = \sqrt{8,921} = 2,99 \approx 3$ досліджуваних, для $n_y = \sqrt{\frac{1,96 * 3,11}{0,05 * 20,75}} = \sqrt{\frac{6,096}{1,038}} = \sqrt{5,875} = 2,42 \approx 3$ досліджуваних.

Висновки, які можна зробити, аналізуючи показники таблиці 2.3.6.15

Показники похибки середнього квадратичного відхилення (σ) та коефіцієнта варіації (V) свідчать про те, що дані вибірки однорідні. Показник повної асиметрії (A_{fx}) для екстраверсії–інтроверсії підтверджує, що асиметрія позитивна, тобто $(\bar{X}_{виб.})$ зміщене праворуч відносно $(\bar{X}_{ген.})$ і закон нормального розподілу є. Для гіпертимності показник повної асиметрії $\left(A_{fy}\right)$ теж позитивний, тобто $\left(\overline{Y}_{виб.}\right)$ зміщене праворуч відносно $\left(\overline{Y}_{ген.}\right)$ і закон нормального розподілу з «натяжкою» існує.

Показник повного ексцесу $\left(E_{fx}\right)$ для екстраверсії–інтроверсії та гіпертимності свідчить, що вибірки мають гострий пік і дані досліджуваних розташовуються дуже щільно. Для екстраверсії–інтроверсії закон нормального розподілу має місце, а для гіпертимності його наявність можна визнати з «натяжкою».

Показник довірчого інтервалу $\left(\varepsilon\right)$ для P < 0,05 дає змогу розрахувати, скільки осіб треба долучити до вибірок показників екстраверсї–інтроверсії та гіпертимності, щоб ці вибірки відповідали закону нормального розподілу.

Отже, для вибірок екстраверсії — інтроверсії та гіпертимності потрібно долучити ще по три особи, щоб у кожній вибірці налічувалося по 63 досліджуваних.

2.3.6.4. Методи розрахунків показників кореляції, регресії та детермінації (за: Гласса Дж., Стенлі Дж.. 1976)

Після проведеного аналізу можна розраxjdedfnb коефіцієнтb коваріації, лінійної кореляції, регресії та детермінації. Для цього до таблиці 2.3.6.16 внесемо дані. необхідні для розрахунків цих коефіцієнтів.

Крок 1. Відповідно до формули розрахунку коефіцієнта коваріації $S_{xy}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)*\left(Y_i-\overline{Y}\right)}{n-1}$, користуючись даними таблиць 2.3.6.5, 2.3.6.6, 2.3.6.11–2.3.6.15, виконаємо проміжні та кінцеві розрахунки. Для цього нам потрібно вирахувати або знайти у таблицях 2.3.6.16 та 2.3.6.17 чому дорівнює: $\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)*\left(Y_i-\overline{Y}\right)=433,25.$ Отриманий результат підставимо у формулу для розрахунку коефіцієнта коваріації, яка набуде такого вигляду: $S_{xy} = \frac{433,25}{60-1} = \frac{433,25}{59} = 7,34322.$

Отже, у нашому прикладі коефіцієнт коваріації $S_{xy} = 7,343$.

Крок 2. Відповідно до формули розрахунку коефіцієнта кореляції (за Пірсоном) $r_{xy} = \frac{n * \sum X_i Y_i - \left(\sum X_i\right) * \left(\sum Y_i\right)}{\sqrt{\left[n * \sum X_i^2 - \left(\sum X_i\right)^2\right] * \left[n * \sum Y_i^2 - \left(\sum Y_i\right)\ \right]}}$, користуючись даними таблиць 2.3.6.5, 2.3.6.6, 2.3.6.11–2.3.6.15, проведемо проміжні та кінцеві розрахунки. Для цього нам потрібно вирахувати або знайти у таблицях 2.3.6.16 та 2.3.6.17 чому дорівнюють: $\sum_{i=1}^{60} X_i = 857;\ \sum_{i=1}^{60} Y_i = 1245;\ \sum_{i=1}^{60} X_i^2 = 632,184;\ \sum_{i=1}^{60} Y_i^2 = 581,25;\ \sum_{i=1}^{60} X_i Y_i = 18216.$

Крок 3. Отримані дані внесемо до таблиці 2.3.6.16 та підставимо у формулу розрахунку коефіцієнта кореляції (r_{xy} за Пірсоном), щоб зробити кінцеві розрахунки. $r_{xy} = \frac{(60 * 18216) - (857 * 1245)}{\sqrt{\left[(60 * 632,184) - 857^2\right] * \left[(60 * 581,25) - 1245^2\right]}} =$

$$= \frac{1092960 - 1066965}{\sqrt{[772380 - 73449] * [1584900 - 1550025]}} = \frac{25995}{\sqrt{[37931] * [34875]}} = \frac{25995}{\sqrt{1322843625}} =$$

$$= \frac{25995}{36370,9173} = 0,714719 = 0,715.$$

Крок 4. Використовуючи результати коефіцієнта коваріації, $S_{xy} = 7,343$; дані $\sigma_x = 3,25$ та $\sigma_y = 3,11$ (табл. 2.3.6.15), згідно з формулою $r_{xy} = \frac{S_{xy}}{\sigma_x * \sigma_y}$ (2.3.26) розрахуємо величину коефіцієнта кореляції (за Пірсоном).

Таблиця 2.3.6.16

Покроковий процес розрахунків коефіцієнтів коваріації, кореляції (за Пірсоном), регресії та детермінації між показниками (X) – екстраверсії–інтроверсії та (Y) – гіпертимності — у студентів чоловічої статі I–II курсів $(n = 60)$

<table>
<tr><th>X</th><th>Y</th><th>X</th><th>Y</th><th>Кроки розрахунків $S_{xy}; r_{xy}$</th></tr>
<tr><td>18</td><td>21</td><td>8</td><td>12</td><td rowspan="9">Крок 1. Відповідно до формули розрахунку коефіцієнта коваріації S_{xy}, користуючись даними табл. 2.3.6.5, 2.3.6.6, 2.3.6.11 — 2.3.6.15, провести проміжні та кінцеві розрахунки.
Дані проміжних розрахунків:
$\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \bar{X}\right)*\left(Y_i - \bar{Y}\right) = 433,25.$
Дані кінцевих розрахунків: $S_{xy} = \frac{433,25}{60-1} = \frac{433,25}{59} = 7,343.$</td></tr>
<tr><td>14</td><td>18</td><td>9</td><td>18</td></tr>
<tr><td>13</td><td>21</td><td>18</td><td>21</td></tr>
<tr><td>8</td><td>12</td><td>19</td><td>24</td></tr>
<tr><td>9</td><td>18</td><td>14</td><td>24</td></tr>
<tr><td>18</td><td>21</td><td>18</td><td>24</td></tr>
<tr><td>19</td><td>24</td><td>15</td><td>24</td></tr>
<tr><td>14</td><td>24</td><td>14</td><td>21</td></tr>
<tr><td>18</td><td>24</td><td>14</td><td>18</td></tr>
<tr><td>15</td><td>24</td><td>15</td><td>21</td><td rowspan="7">Крок 2. Відповідно до формули розрахунку коефіцієнта кореляції r_{xy}, користуючись даними табл. 2.3.6.5, 2.3.6.6, 2.3.6.11–2.3.6.15 провести проміжні та кінцеві розрахунки.
Дані проміжних розрахунків:
$\sum_{i=1}^{60} X_i = 857; \sum_{i=1}^{60} Y_i = 1245; \sum_{i=1}^{60} X_i^2 = 632,184; \sum_{i=1}^{60} Y_i^2 = 581,25;$</td></tr>
<tr><td>14</td><td>21</td><td>18</td><td>24</td></tr>
<tr><td>14</td><td>18</td><td>13</td><td>21</td></tr>
<tr><td>15</td><td>21</td><td>11</td><td>21</td></tr>
<tr><td>18</td><td>24</td><td>11</td><td>21</td></tr>
<tr><td>13</td><td>21</td><td>17</td><td>24</td></tr>
<tr><td>11</td><td>21</td><td>18</td><td>21</td></tr>
<tr><td>11</td><td>21</td><td>14</td><td>18</td><td rowspan="3">$\sum_{i=1}^{60} X_i Y_i = 18216.$</td></tr>
<tr><td>17</td><td>24</td><td>13</td><td>21</td></tr>
<tr><td>18</td><td>21</td><td>8</td><td>12</td></tr>
<tr><td>14</td><td>18</td><td>9</td><td>18</td><td rowspan="6">Крок 3. Дані кінцевих розрахунків:
$r_{xy} = \frac{(60*18216)-(857*1245)}{\sqrt{\left[(60*632,184)-857^2\right]*\left[(60*581,25)-1245^2\right]}} =$
$= \frac{25995}{36370,9173} = 0,714719 = 0,715.$</td></tr>
<tr><td>13</td><td>21</td><td>18</td><td>21</td></tr>
<tr><td>8</td><td>12</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>9</td><td>18</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>18</td><td>21</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>19</td><td>24</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>14</td><td>24</td><td></td><td></td><td rowspan="6">Крок 4. Відповідно до формули розрахунку коефіцієнта кореляції, користуючись даними табл. 2.3.6.11–2.3.6.16, провести проміжні та кінцеві розрахунки. Дані проміжних розрахунків:
$S_{xy} = 7,343; \sigma_x = 3,25; \sigma_y = 3,11.$</td></tr>
<tr><td>18</td><td>24</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>15</td><td>24</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>14</td><td>21</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>14</td><td>18</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>15</td><td>21</td><td></td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>18</td><td>24</td><td></td><td></td><td rowspan="2">Дані кінцевих розрахунків: $r_{xy} = \dfrac{7{,}343}{3{,}25 * 3{,}11} = 0{,}726$.</td></tr>
<tr><td>13</td><td>21</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>11</td><td>21</td><td></td><td></td><td rowspan="6">Крок 5 — зробити висновок стосовно наявності чи відсутності тісного кореляційного зв’язку між досліджуваними показниками. Між показниками (X)— та (Y) існує тісний кореляційний зв’язок на рівні Р < 0,01 r = 0,333, оскільки, $r_{xy} = 0{,}715$.</td></tr>
<tr><td>11</td><td>21</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>17</td><td>24</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>18</td><td>21</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>14</td><td>18</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>13</td><td>21</td><td></td><td></td></tr>
</table>

Отже, формула розрахунку r_{xy} матиме такий вигляд: $r_{xy} = \dfrac{7,343}{3,25 * 3,11} = 0,726.$

Розбіжності між абсолютними величинами коефіцієнта кореляції, розрахованого різними способами, можна пояснити наявністю округлень та тим, що за класичною формулою (2.3.27)

$$r_{xy} = \frac{n\sum X_i Y_i - \left(\sum X_i\right) * \left(\sum Y_i\right)}{\sqrt{\left[n\sum X_i^2 - \left(\sum X_i\right)^2\right] * \left[n\sum Y_i^2 - \left(\sum Y_i\right)^2\right]}}$$

ми використовували показник $(n = 60)$, а застосовуючи у розрахунках формулу $r_{xy} = \dfrac{S_{xy}}{\sigma_x * \sigma_y}$, використовували показник $(n-1)$, тобто $(n = 60 - 1 = 59)$.

Крок 5. Зробити висновок стосовно наявності чи відсутності тісного кореляційного зв’язку між досліджуваним показниками.

Звернувшись до граничних значень коефіцієнта кореляції (за Пірсоном, табл. 15 додатків) з’ясуємо, що коли $(n = 60)$ граничні значення r (за Р < 0,05) r = 0,253), а (за Р < 0,01 r = 0,333).

Оскільки розрахунковий коефіцієнт $r_{xy} = 0,715$, що значно вище за граничні табличні, між показниками (X) — екстраверсії–інтроверсії — та (Y) — гіпертимності — у студентів чоловічої статі І–ІІ курсів існує тісний кореляційний зв’язок на рівні Р < 0,01 r = 0,333.

2.3.6.5. Розрахунок коефіцієнта детермінації
(за: Гласс Дж., Стенлі Дж., 1976)

Коефіцієнт детермінації позначається літерою (d) і дорівнює квадрату коефіцієнта кореляції $d = r^2$ (2.3.33). У нашому випадку (див. табл. 2.3.6.16) $d = 0{,}715^2 = 0{,}511$.

Також коефіцієнт детермінації можна виразити сумою SS_3 та $\sum_{yy}$;

$d = r^2 = \dfrac{SS_3}{\sum_{yy}} = \dfrac{\sum n_x\left(\hat{Y}_x - \overline{Y}\right)^2}{\sum\left(Y - \overline{Y}\right)^2}$ (2.3.34), тобто він є відношенням суми квадратів та показує, яка частка варіації залежної змінної *Y* зумовлена (може бути пояснена) впливом незалежної змінної *X*.

Із розглянутої вище формули можна зробити висновок стосовно того, що коефіцієнти кореляції і детермінації вірно характеризують тісноту зв'язку тільки за наявності лінійної залежності між змінними.

Якщо регресія криволінійна, коефіцієнти дають викривлене уявлення стосовно тісноти зв'язку. У такому випадку необхідно застосовувати кореляційне відношення η (читається як «ета»):

$$\eta = \sqrt{\frac{SS_2 + SS_3}{\sum_{yy}}} = \sqrt{1 - \frac{SS_1}{\sum_{yy}}} = \sqrt{\frac{\sum n_x\left(\overline{Y}_x - \overline{Y}\right)^2}{\sum\left(Y - \overline{Y}\right)^2}}. \qquad (2.3.35)$$

Із цієї формули витпливає, що кореляційне відношення — це позитивне значення квадратного кореня із відношення суми квадратів, що припадають на варіювання умовних середніх, до загальної суми квадратів.

За умови, що усі умовні середні лежать на лінії регресії, сума $SS_2 = \sum n_x\left(\overline{Y}_x - \hat{Y}_x\right)^2 =$ 0. У такому разі квадрат кореляційного відношення дорівнює квадрату коефіцієнта кореляції, тобто коефіцієнту детермінації (d). Це означає, що кореляційне відношення дорівнює абсолютному значенню коефіцієнта кореляції.

Кореляційне відношення може міститься у межах від нуля до одиниці. Якщо між двома змінними не існує кореляційної залежності, то показник кореляційного відношення дорівнює нулю; якщо він дорівнює одиниці, то ми маємо функціональну залежність. Із формули також витпливає, що $\eta^2 \geq r^2$.

Отже, якщо показник коефіцієнта кореляції дорівнює нулю, то це ще не означає, що між змінними немає кореляційного зв'язку. Це свідчить лише про те, що немає лінійної залежності, але за умови, що $\eta > 0$ між досліджуваними ознаками існує криволінійна залежність.

Міру лінійного або нелінійного зв'язку між *X* та *Y* можна визначити, застосовуючи таку формулу: $\eta^2_{y,x} = 1 - \frac{SS_{внутрішня}}{SS_{загальна}}$ (2.3.36), де $SS_{загальна} = \sum_{i=1}^{n}\left(Y_i - \overline{Y}\right)^2$, тобто сума квадратів відхилень кожного значення *Y* від середнього усіх *n* значень *Y*, а $SS_{внутрішня} = \sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2 + \sum_{i=1}^{n}\left(Y_i - \overline{Y}\right)^2$.

Покроковий процес розрахунків коефіцієнта детермінації, регресії, кореляційного відношення, стандартної похибки рівняння регресії між показниками екстраверсії–інтроверсії (X) та гіпертимності (Y) у студентів чоловічої статі I–II курсів представлено в таблиці 2.3.6.17.

Крок 1. Для покрокового проведення відповідних розрахунків побудуємо таблицю 2.3.6.17. До неї перенесемо «сирі» дані з таблиці 2.3.6.6 та необхідні дані з таблиць 2.3.6.11, 2.3.6.12, 2.3.6.15, 2.3.6.16.

Крок 2. Відповідно до формули розрахунку коефіцієнта кореляційного відношення $\eta^2_{y,x} = 1 - \frac{SS_{внутрішня}}{SS_{загальна}}$, користуючись даними таблиць 2.3.6.11, 2.3.6.12, 2.3.6.15, 2.3.6.16, проведемо проміжні та кінцеві розрахунки.

Крок 3. Дані проміжних розрахунків.

Для розрахунку $SS_{внутрішня}$ необхідно спочатку знайти чому дорівнює $\left(X_i - \overline{X}\right)$; далі для усіх $\left(X_i - \overline{X}\right)$знайти відповідну суму квадратів, тобто чому дорівнює

$\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)^2$. У нашому випадку $\sum_{i=1}^{60}\left(X_i-\bar{X}\right)^2=632,184;$ $\sum_{i=1}^{60}\left(Y_i-\bar{Y}\right)^2=581,25.$

а отже:

$$SS_{внутрішня}=\sum_{i=1}^{60}\left(X_i-\bar{X}\right)^2+\sum_{i=1}^{60}\left(Y_i-\bar{Y}\right)^2=632,184+581,25=1213,434.$$

Для розрахунку $SS_{загальна}$ необхідно «сирі» дані показників X та Y записати в один стовпчик, для цього стовпчика розрахувати $\bar{X}_{загальне}$. У нашому випадку $\bar{X}_{загальне}=\dfrac{\sum_{i=1}^{60}\left(X_i\right)+\sum_{i=1}^{60}Y_i}{n_x+n_y}=\dfrac{857+1245}{60+60}=\dfrac{2102}{120}=17,517$. Далі для усіх $\left(X_{i\,загальне}-\bar{X}_{загальне}\right)$ знайти відповідну суму квадратів, тобто чому дорівнює $\sum_{i=1}^{n}\left(X_{i\,загальне}-\bar{X}_{загальне}\right)^2$. У нашому випадку $\sum_{i=1}^{60}\left(X_{i\,загальне}-\bar{X}_{загальне}\right)^2=2467,967;$

тож $SS_{загальна}=2467,967$.

Крок 4. Дані кінцевих розрахунків. Отримані дані внесемо до формули $\eta^2_{y,x}=1-\dfrac{SS_{внутрішня}}{SS_{загальна}}$ Вона матиме такий вигляд:

$$\eta_{y,x}{}^2=1-\frac{1213,434}{2467,967}=1-0,49167=0,508;\ \eta=\sqrt{0,508=}0,713.$$

Крок 5. Висновки: коефіцієнт $\eta^2_{y,x}$ є мірою ступеня завбачення *Y* по *X* за допомогою «найкращим чином підібраної» лінії — прямої чи кривої. Оскільки показником лінійності є $\eta^2_{y,x}\geq r^2_{xy}$, а в нашому випадку $0,508\approx 0,511$, то можна вважати, що маємо лінійну залежність. Ці висновки підтверджуються різницею між $\eta^2_{y,x}-r^2_{xy}$, яка є мірою ступеня нелінійності лінії найкращого згладжування для завбачення *Y* по *X*.

У розглянутому нами випадку $\eta^2_{y,x}-r^2_{xy}=0,508-0,511=-0,003$.

Таблиця 2.3.6.17

Покроковий процес розрахунків коефіцієнтів детермінації, регресії, кореляційного відношення, стандартної похибки рівняння регресії між показниками екстраверсії–інтроверсії (X) та гіпертимності (Y) у студентів чоловічої статі I–II курсів $(n=60)$ (за: Гласс Дж., Стенлі Дж. 1976)

<table>
<tr><th>X</th><th>Y</th><th>X</th><th>Y</th><th>Кроки розрахунків</th></tr>
<tr><td>18</td><td>21</td><td>8</td><td>12</td><td rowspan="2">**Крок 1**. Перенести «сирі» дані із табл. 2.3.6.6 та необхідні дані із табл. 2.3.6.11, 2.3.6.12, 2.3.6.15, 2.3.6.16.</td></tr>
<tr><td>14</td><td>18</td><td>9</td><td>18</td></tr>
<tr><td>13</td><td>21</td><td>18</td><td>21</td><td rowspan="5">**Крок 2.** Відповідно до формули розрахунку коефіцієнта кореляційного відношення $\eta^2_{y,x}=1-\frac{SS_{внутрішня}}{SS_{загальна}}$, користуючись даними табл. 2.3.6.6 та необхідними даними із табл. 2.3.6.11, 2.3.6.12, 2.3.6.15, 2.3.6.16 провести проміжні та кінцеві розрахунки</td></tr>
<tr><td>8</td><td>12</td><td>19</td><td>24</td></tr>
<tr><td>9</td><td>18</td><td>14</td><td>24</td></tr>
<tr><td>18</td><td>21</td><td>18</td><td>24</td></tr>
<tr><td>19</td><td>24</td><td>15</td><td>24</td></tr>
<tr><td>14</td><td>24</td><td>14</td><td>21</td><td rowspan="12">**Крок 3**. Дані проміжних розрахунків:
$\sum_{i=1}^{60}\left(X_i-\overline{X}\right)^2=632{,}184;\ \sum_{i=1}^{60}\left(Y_i-\overline{Y}\right)^2=581{,}25;$
$SS_{внутрішня}=\sum_{i=1}^{60}\left(X_i-\overline{X}\right)^2+\sum_{i=1}^{60}\left(Y_i-\overline{Y}\right)^2=632{,}184+581{,}25=1213{,}434;$
$\overline{X}_{загальне}=\frac{\sum_{i=1}^{60}\left(X_i\right)+\sum_{i=1}^{60}Y_i}{n_x+n_y}=\frac{857+1245}{60+60}=\frac{2102}{120}=17{,}517;$
$SS_{загальна}=\sum_{i=1}^{60}\left(X_{i\,загальне}-\overline{X}_{загальне}\right)^2=2467{,}967;$</td></tr>
<tr><td>18</td><td>24</td><td>14</td><td>18</td></tr>
<tr><td>15</td><td>24</td><td>15</td><td>21</td></tr>
<tr><td>14</td><td>21</td><td>18</td><td>24</td></tr>
<tr><td>14</td><td>18</td><td>13</td><td>21</td></tr>
<tr><td>15</td><td>21</td><td>11</td><td>21</td></tr>
<tr><td>18</td><td>24</td><td>11</td><td>21</td></tr>
<tr><td>13</td><td>21</td><td>17</td><td>24</td></tr>
<tr><td>11</td><td>21</td><td>18</td><td>21</td></tr>
<tr><td>11</td><td>21</td><td>14</td><td>18</td></tr>
<tr><td>17</td><td>24</td><td>13</td><td>21</td></tr>
<tr><td>18</td><td>21</td><td>8</td><td>12</td></tr>
<tr><td>14</td><td>18</td><td>9</td><td>18</td><td rowspan="5">**Крок 4**. дані кінцевих розрахунків:
$\eta_{y,x}{}^2=1-\frac{1213{,}434}{2467{,}967}=1-0{,}49167=0{,}508;$
$\eta=\sqrt{0{,}508=}0{,}713$</td></tr>
<tr><td>13</td><td>21</td><td>18</td><td>21</td></tr>
<tr><td>8</td><td>12</td><td>15</td><td>21</td></tr>
<tr><td>9</td><td>18</td><td>18</td><td>24</td></tr>
<tr><td>18</td><td>21</td><td>13</td><td>21</td></tr>
<tr><td>19</td><td>24</td><td>11</td><td>21</td><td rowspan="9">**Крок 5**. Висновки: коефіцієнт $\eta^2_{y,x}$ є мірою ступеня завбачення Y за X за допомогою «найкращим чином підібраної» лінії — прямої чи кривої. Оскільки показником лінійності є $\eta^2_{y,x}\geq r^2_{xy}$, а в нашому випадку $0{,}508\approx 0{,}511$, то можна вважати, що маємо лінійну залежність. Ці висновки підтверджуються різницею між $\eta^2_{y,x}-r^2_{xy}$, яка є мірою ступеня нелінійності лінії найкращого згладжування для завбачення Y за X.
У нашому випадку $\eta^2_{y,x}-r^2_{xy}=0{,}508-0{,}511=-0{,}003$.</td></tr>
<tr><td>14</td><td>24</td><td>11</td><td>21</td></tr>
<tr><td>18</td><td>24</td><td>17</td><td>24</td></tr>
<tr><td>15</td><td>24</td><td>18</td><td>21</td></tr>
<tr><td>14</td><td>21</td><td>14</td><td>18</td></tr>
<tr><td>14</td><td>18</td><td>13</td><td>21</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

2.3.6.6. Методи розрахунків показників кореляції, регресії та детермінації (за: Масальгін Н. А., 1974)

Тіснота кореляційного зв'язку (за: Масальгін Н. А., 1974) також може оцінюватися величиною ***стандартної похибки рівняння регресії***, яка розраховується за формулою:

$SS_{yx} = \sqrt{\frac{SS_1 + SS_2}{n-2}} = \sqrt{\frac{\sum\left(Y - \hat{Y}\right)^2}{n-2}}$ (2.3.37), де у чисельнику — сума квадратів відхилень усіх варіантів від лінії регресії, а в знаменнику — число ступенів свободи. Величина SS_{yx} є вибірковою оцінкою генеральної $\sigma_{yx.}$ Згідно з припущеннями регресійного аналізу умовне розподілення величини Y за будь-якою величиною X є нормальним. На рисунку 2.3.6 зобразимо геометричний зміст формули для розрахунків SS_{yx}.

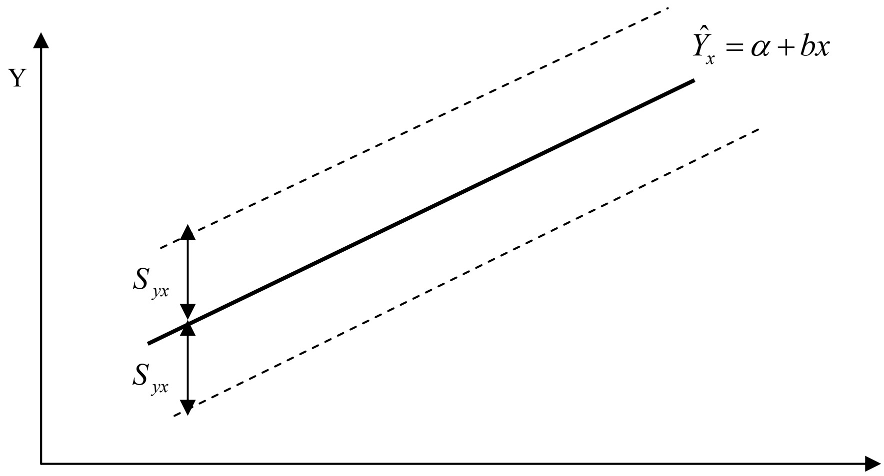


Рис. 2.3.6. 68,3-відсоткова зона коливань величини Y навколо лінії регресії

Отже, приблизно 68,3% усіх значень величини Y повинні відхилятися від лінії регресії не більше ніж на величину SS_{yx}. Якщо паралельно лінії регресії провести дві прямі (вище та нижче) так, щоб відстань від вертикалі між кожною з них та лінією регресії дорівнювала стандартній похибці рівняння, то площа розташована між цими лініями, дасть 68,3-відсоткову зону коливань величини Y навколо лінії регресії.

Також стандартна похибка рівняння регресії може бути виражена через коефіцієнтом кореляції r: $S_{yx}=\sqrt{\frac{\left(1-r^2\right)*\sum\left(Y-\bar{Y}\right)^2}{n-2}}$ (2.3.38), а також через вихідними значеннями змінних X та Y:

$$S_{yx}=\sqrt{\frac{\sum\left(Y-\bar{Y}\right)^2-\frac{\left[\sum\left(X-\bar{X}\right)*\left(Y-\bar{Y}\right)\right]^2}{\sum\left(X-\bar{X}\right)^2}}{n-2}}.$$

Обчислимо основні показники коефіцієнта детермінації, регресії, кореляційного відношення та стандартної похибки рівняння регресії між показниками екстраверсії–інтроверсії $\left(X\right)$ та гіпертимності $\left(Y\right)$ у студентів чоловічої статі I–II курсів $\left(n=60\right)$(за: Масальгін Н. А., 1974). Результати покрокового аналізу внесемо до таблиці 2.3.6.18.

Крок 1. Для покрокового проведення відповідних розрахунків побудуємо таблицю 2.3.6.18 до якої перенесемо «сирі» дані з таблиці 2.3.6.6 та необхідні дані з таблиць 2.3.6.11–2.3.6.17.

Крок 2. Із таблиць 2.3.6.11–2.3.6.17 візьмемо необхідні проміжні дані для розрахунку коефіцієнтів кореляції, детермінації, регресії, кореляційного відношення та стандартної похибки рівняння регресії між показниками $\left(X\right)$ — екстраверсії-інтроверсії — та $\left(Y\right)$– гіпертимності — у студентів чоловічої статі I–II курсів $\left(n_x=60; n_y=60\right)$.

Крок 3. Дані проміжних розрахунків:

$$\bar{X}=14,28; \bar{Y}=20,75; \sum_{i=1}^{60}X_i=857; \sum_{i=1}^{60}Y_i=1245; \sum_{i=1}^{60}\left(X_i-\bar{X}\right)=0,2;$$

$$\sum_{i=1}^{60}\left(Y_i-\bar{Y}\right)=0; \sum_{i=1}^{60}\left(X_i-\bar{X}\right)^2=632,184; \sum_{i=1}^{60}\left(Y_i-\bar{Y}\right)^2=581,25;$$

$$\left[\sum_{i=1}^{60}\left(X_i-\bar{X}\right)\right]^2=0,04; \sum_{i=1}^{60}\left(X_i-\bar{X}\right)*\left(Y_i-\bar{Y}\right)=433,25; \sum_{i=1}^{60}X_iY_i=18216.$$

Таблиця 2.3.6.18

Покроковий процес розрахунків коефіцієнтів детермінації, регресії, кореляційного відношення та стандартної похибки рівняння регресії між показниками (X)– екстраверсії-інтроверсії — та (Y)– гіпертимності — у студентів чоловічої статі I–II курсів $(n=60)$ (за: Масальгін Н. А., 1974)

<table>
<tr><th>X</th><th>Y</th><th>X</th><th>Y</th><th>Кроки розрахунків</th></tr>
<tr><td>18</td><td>21</td><td>8</td><td>12</td><td rowspan="2">Крок 1. Перенесемо «сирі» дані із табл. 2.3.6.6 та необхідні дані з табл. 2.3.6.11–2.3.6.17.</td></tr>
<tr><td>14</td><td>18</td><td>9</td><td>18</td></tr>
<tr><td>13</td><td>21</td><td>18</td><td>21</td><td rowspan="5">Крок 2. Із табл. 2.3.6.11–2.3.6.17 візьмемо необхідні проміжні дані для розрахунку коефіцієнтів кореляції, детермінації, регресії, кореляційного відношення та стандартної похибки рівняння регресії між показниками (X)— екстраверсії-інтроверсії — та (Y)— гіпертимності — у студентів чоловічої статі I–II курсів $(n_x = 60; n_y = 60)$.</td></tr>
<tr><td>8</td><td>12</td><td>19</td><td>24</td></tr>
<tr><td>9</td><td>18</td><td>14</td><td>24</td></tr>
<tr><td>18</td><td>21</td><td>18</td><td>24</td></tr>
<tr><td>19</td><td>24</td><td>15</td><td>24</td></tr>
<tr><td>14</td><td>24</td><td>14</td><td>21</td><td rowspan="8">Крок 3. Дані проміжних розрахунків:
$\bar{X} = 14,28; \bar{Y} = 20,75; \sum_{i=1}^{60} X_i = 857; \sum_{i=1}^{60} Y_i = 1245; \sum_{i=1}^{60}\left(X_i - \bar{X}\right) = 0,2;$
$\sum_{i=1}^{60}\left(Y_i - \bar{Y}\right) = 0; \sum_{i=1}^{60}\left(X_i - \bar{X}\right)^2 = 632,184; \sum_{i=1}^{60}\left(Y_i - \bar{Y}\right)^2 = 581,25;$
$\left[\sum_{i=1}^{60}\left(X_i - \bar{X}\right)\right]^2 = 0,04; \sum_{i=1}^{60}\left(X_i - \bar{X}\right)*\left(Y_i - \bar{Y}\right) = 433,25; \sum_{i=1}^{60} X_i Y_i = 18216.$</td></tr>
<tr><td>18</td><td>24</td><td>14</td><td>18</td></tr>
<tr><td>15</td><td>24</td><td>15</td><td>21</td></tr>
<tr><td>14</td><td>21</td><td>18</td><td>24</td></tr>
<tr><td>14</td><td>18</td><td>13</td><td>21</td></tr>
<tr><td>15</td><td>21</td><td>11</td><td>21</td></tr>
<tr><td>18</td><td>24</td><td>11</td><td>21</td></tr>
<tr><td>13</td><td>21</td><td>17</td><td>24</td></tr>
<tr><td>11</td><td>21</td><td>18</td><td>21</td><td rowspan="12">Крок 4. Розрахуємо коефіцієнт регресії для даних X — екстраверсії–інтроверсії та Y — гіпертимності — у студентів чоловічої статі I–II курсів за формулою:
$b = \dfrac{\sum\left(X_i - \bar{X}\right)*\left(Y_i - \bar{Y}\right) - \dfrac{\left(\sum\left(X_i - \bar{X}\right)\right)*\left(\sum\left(Y_i - \bar{Y}\right)\right)}{n}}{\sum\left(X_i - \bar{X}\right)^2 - \dfrac{\left[\sum\left(X_i - \bar{X}\right)\right]^2}{n}} =$
$= \dfrac{433,25 - \dfrac{(0,2*0)}{60}}{632,184 - \dfrac{0,2^2}{60}} = \dfrac{433,25 - 0}{632,184 - \dfrac{0,04}{60}} = \dfrac{433,25}{632,184 - 0,000667} = \dfrac{433,25}{632,1833} = 0,685.$</td></tr>
<tr><td>11</td><td>21</td><td>14</td><td>18</td></tr>
<tr><td>17</td><td>24</td><td>13</td><td>21</td></tr>
<tr><td>18</td><td>21</td><td>8</td><td>12</td></tr>
<tr><td>14</td><td>18</td><td>9</td><td>18</td></tr>
<tr><td>13</td><td>21</td><td>18</td><td>21</td></tr>
<tr><td>8</td><td>12</td><td>15</td><td>21</td></tr>
<tr><td>9</td><td>18</td><td>18</td><td>24</td></tr>
<tr><td>18</td><td>21</td><td>13</td><td>21</td></tr>
<tr><td>19</td><td>24</td><td>11</td><td>21</td></tr>
<tr><td>14</td><td>24</td><td>11</td><td>21</td></tr>
<tr><td>18</td><td>24</td><td>17</td><td>24</td></tr>
<tr><td>15</td><td>24</td><td>18</td><td>21</td><td rowspan="3">Крок 5. Обчислимо параметр α рівняння регресії за формулою:
$\alpha = \bar{Y} - b\bar{X} = 20,75 - 0,685*14,28 = 20,75 - 9,7818 = 10,968.$ Рівняння</td></tr>
<tr><td>14</td><td>21</td><td>14</td><td>18</td></tr>
<tr><td>14</td><td>18</td><td>13</td><td>21</td></tr>
</table>

регресії набуде такого вигляду: $\hat{Y}_x = a + bX = 10,968 + 14,28 = 25,2482$.

Коефіцієнт регресії $(b = 0,685)$ показує, що у студентів чоловічої статі I–II курсів із збільшенням показника X — екстраверсії–інтроверсії на одиницю показник Y — гіпертимності — збільшується на 0,685.

Крок 6. Визначимо величину стандартної похибки регресії за формулою:

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{581,25 - \frac{0^2}{60} - \frac{\left[433,25 - \frac{0,2*0^2}{60}\right]^2}{632,184 - \frac{0,2^2}{60}}}{60-2}} = \sqrt{\frac{581,25 - \frac{\left[433,25 - 0\right]^2}{632,184 - \frac{0,04}{60}}}{58}} =$$

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{\sum\left(Y_i - \bar{Y}\right)^2 - \frac{\left[\sum\left(Y_i - \bar{Y}\right)\right]^2}{n} - \frac{\left[\sum\left(X_i - \bar{X}\right)\left(Y_i - \bar{Y}\right) - \frac{\left[\sum\left(X_i - \bar{X}\right)\right]\left[\sum\left(Y_i - \bar{Y}\right)\right]}{n}\right]^2}{\sum\left(X_i - \bar{X}\right)^2 - \frac{\left[\sum\left(X_i - \bar{X}\right)\right]^2}{n}}}{n-2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{581,25 - \frac{187705,6}{632,184 - 0,000667}}{58}} = \sqrt{\frac{581,25 - \frac{187705,6}{632,1827}}{58}} = \sqrt{\frac{581,25 - 296,9167}{58}} =$$

$$= \sqrt{\frac{284,3333}{58}} = \sqrt{4,902} = 2,214.$$

Крок 7. Висновки: таким чином, приблизно для 2/3 (68,3%) усіх досліджуваних відхилення кількості балів, набраних за Y — гіпертимністю — від лінії регресії не повинні перевищувати 2,214 бала, тобто величина $Y - \hat{Y}_x$ не повинна перебільшувати 2,214 бала за гіпертимністю

Крок 8. Дані кінцевих розрахунків коефіцієнта кореляції (за Пірсоном):

$$r_{xy} = \frac{(60*18216) - (857*1245)}{\sqrt{\left[(60*632,184) - 857^2\right]*\left[(60*581,25) - 1245^2\right]}} = \frac{25995}{36370,9173} = 0,714719 = 0,715.$$

Звернувшись до граничних значень коефіцієнта кореляції (за Пірсоном, табл. 14 додатків) з'ясуємо, що за $(n = 60)$ граничні значення r (якщо P < 0,05) r = 0,253, а за P < 0,01 r = 0,333. Оскільки розрахунковий коефіцієнт $r_{xy} = 0,715$, що значно вище за граничні табличний, то між показниками (X) — екстраверсії–інтроверсії та (Y) — гіпертимності — у студентів чоловічої статі I–II курсів існує тісний позитивний кореляційний зв'язок на рівні P < 0,01 r = 0,333.

Крок 9. Висновки: якщо у парних варіаційних рядах, за якими здійснюється кореляційний аналіз, кількість варіантів перевищує 100, то оцінку достовірності отриманого коефіцієнта кореляції слід розраховувати за формулою середньої похибки коефіцієнта кореляції $m_r = \pm\frac{1-r_{xy}^2}{\sqrt{n}} = \frac{1-0,5108}{\sqrt{60}} = \frac{0,489}{7,746} = 0,063.$ Вважається, що отриманий кореляційний зв'язок є достовірним, коли він перебільшує свою похибку (m_r) у три та більше разів. У деяких випадках ця формула може бути використана для оцінки розрахованого коефіцієнта кореляції і невеликої кількості варіант у парній вибірці. У нашому випадку розрахований коефіцієнт кореляції між показниками $(X)-$ екстраверсії–інтроверсії та $(Y)-$ гіпертимності — у досліджуваних студентів чоловічої статі I–II курсів перевищує свою похибку у 11,3 раза, тобто $\left(\frac{0,715}{0,063} = 11,317\right)$.

Крок 4. Розрахуємо коефіцієнт регресії для даних X — екстраверсії-інтроверсії та Y — гіпертимності — у студентів чоловічої статі I–II курсів за формулою:

$$b = \frac{\sum\left(X_i - \overline{X}\right)*\left(Y_i - \overline{Y}\right) - \frac{\left(\sum\left(X_i - \overline{X}\right)\right)*\left(\sum\left(Y_i - \overline{Y}\right)\right)}{n}}{\sum\left(X_i - \overline{X}\right)^2 - \frac{\left[\sum\left(X_i - \overline{X}\right)\right]^2}{n}} =$$

$$= \frac{\frac{433,25-(0,2*0)}{60}}{632,184 - \frac{0,2^2}{60}} = \frac{433,25-0}{632,184 - \frac{0,04}{60}} = \frac{433,25}{632,184-0,000667} = \frac{433,25}{632,1833} = 0,685.$$

Крок 5. Обчислимо параметр α рівняння регресії за формулою:

$\alpha = \overline{Y} - b\overline{X} = 20,75 - 0,685*14,28 = 20,75 - 9,7818 = 10,968.$

Рівняння регресії набуде такого вигляду:

$\hat{Y}_x = \alpha + bX = 10,968 + 14,28 = 25,2482.$

Коефіцієнт регресії $(b = 0,685)$ показує, що у студентів чоловічої статі I–II курсів зі збільшенням показника X – екстраверсії–інтроверсії — на одиницю, показник Y – гіпертимності — збільшується на 0,685.

Крок 6. Визначити величину стандартної похибки рівняння регресії за формулою:

$$S_{yx}=\sqrt{\frac{\sum\left(Y_i-\bar{Y}\right)^2-\frac{\left[\sum\left(Y_i-\bar{Y}\right)\right]^2}{n}-\frac{\left[\sum\left(X_i-\bar{X}\right)\left(Y_i-\bar{Y}\right)-\frac{\left[\sum\left(X_i-\bar{X}\right)\right]\left[\sum\left(Y_i-\bar{Y}\right)\right]}{n}\right]^2}{\sum\left(X_i-\bar{X}\right)^2-\frac{\left[\sum\left(X_i-\bar{X}\right)\right]^2}{n}}}{n-2}}=$$

$$S_{yx}=\sqrt{\frac{581,25-\frac{0^2}{60}-\frac{\left[433,25-\frac{0,2*0^2}{60}\right]^2}{632,184-\frac{0,2^2}{60}}}{60-2}}=\sqrt{\frac{581,25-\frac{\left[433,25-0\right]^2}{632,184-\frac{0,04}{60}}}{58}}=$$

$$=\sqrt{\frac{581,25-\frac{187705,6}{632,184-0,000667}}{58}}=\sqrt{\frac{581,25-\frac{187705,6}{632,1827}}{58}}=\sqrt{\frac{581,25-296,9167}{58}}=$$

$$=\sqrt{\frac{284,3333}{58}}=\sqrt{4,902}=2,214\,.$$

Крок 7. Висновки: таким чином, приблизно для 2/3 (68,3%) усіх досліджуваних відхилення кількості балів, набраних за Y – гіпертимністю від лінії регресії, не повинні перевищувати 2,214 бала, тобто величина $Y-\hat{Y}_x$, не повинна перебільшувати 2,214 бала за гіпертимністю.

Крок 8. Обчислимо коефіцієнт кореляції за формулою:

$$r_{xy}=\frac{n\sum X_iY_i-\left(\sum X_i\right)*\left(\sum Y_i\right)}{\sqrt{\left[n\sum X_i^2-\left(\sum X_i\right)^2\right]*\left[n\sum Y_i^2-\left(\sum Y_i\right)^2\right]}}=$$

$$r_{xy}=\frac{(60*18216)-(857*1245)}{\sqrt{\left[(60*632{,}184)-857^2\right]*\left[(60*581{,}25)-1245^2\right]}}=$$

$$=\frac{1092960-1066965}{\sqrt{[772380-73449]*[1584900-1550025]}}=\frac{25995}{\sqrt{[37931]*[34875]}}=\frac{25995}{\sqrt{1322843625}}=$$

$$=\frac{25995}{36370,9173}=0,714719=0,715.$$

Звернувшись до граничних значень коефіцієнта кореляції (за Пірсоном, табл. 15 додатків), з'ясуємо, що за $(n=60)$ граничні значення r (якщо P < 0,05)

r = 0,253), а за (Р < 0,01 r = 0,333). Оскільки розрахунковий коефіцієнт $r_{xy} = 0,715$, що значно вище за граничний табличного, то між показниками (X)– екстраверсії–інтроверсії та (Y)– гіпертимності — у студентів чоловічої статі I–II курсів існує тісний позитивний кореляційний зв'язок на рівні Р < 0,01 r = 0,333.

Крок 9. **Висновки:** якщо у парних варіаційних рядах, за якими здійснюється кореляційний аналіз, кількість варіантів перевищує 100, то оцінку достовірності отриманого коефіцієнта кореляції слід розраховувати за формулою (2.3.39) середньої похибки коефіцієнта кореляції (m_r):

$$m_r = \pm\frac{1-r_{xy}^2}{\sqrt{n}} = \frac{1-0,5108}{\sqrt{60}} = \frac{0,489}{7,746} = 0,063.$$

Вважається, що отриманий кореляційний зв'язок є достовірним, коли він перебільшує свою похибку (m_r) у три та більше разів. У деяких випадках ця формула може бути використана для оцінки розрахованого коефіцієнта кореляції та для невеликої кількості варіант у парній вибірці.

У нашому випадку розрахований коефіцієнт кореляції між показниками (X)– екстраверсії–інтроверсії та (Y)– гіпертимності — у студентів чоловічої статі I–II курсів перевищує свою похибку $\left(\frac{0,715}{0,063} = 11,317\right)$ у 11,3 раза.

2.3.6.7. Проста нелінійна кореляція та регресія
(за: Масальгін Н. А., 1974)

У психологічних дослідженнях не завжди отримані дані підлягають закону нормального розподілу, а тому у деяких випадках недостатньо застосовувати модель лінійної залежності. І якщо немає теоретичних підстав для вибору того чи іншого конкретного виду функції для рівняння регресії, зазвичай використовується апроксимація емпіричних даних за допомогою полінома ступеня q, тобто як рівняння регресії застосовуються рівняння параболи q–го порядку (рис. 2.3.7):

$$\widehat{Y}_x = \alpha_0 + \alpha_1 X + \alpha_2 X^2 + ... + \alpha_q X^q. \quad (2.3.40).$$

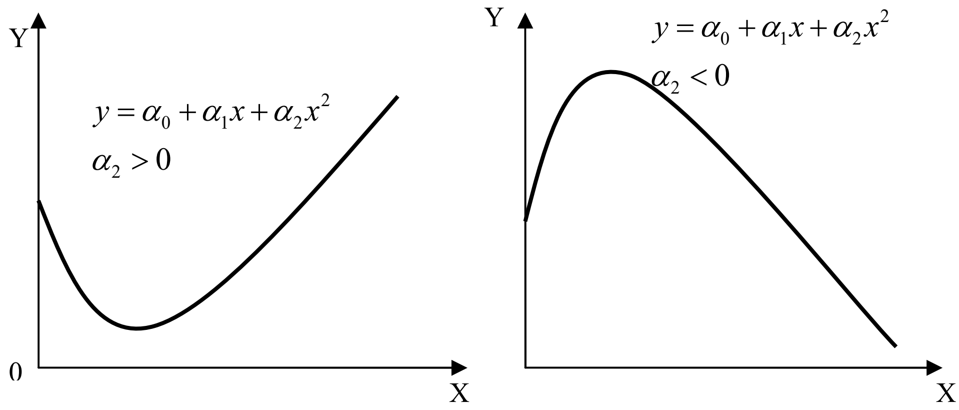


Рис. 2.3.7 Загальний вигляд параболи 2-го порядку

За допомогою полінома ступеня q для розрахунків апроксимації емпіричних даних дуже рідко використовують $q \geq 4$. Параметри рівняння $\widehat{Y}_x = \alpha_0 + \alpha_1 X + \alpha_2 X^2 + ... + \alpha_q X^q$ підбирають за методом найменших квадратів шляхом розв'язання системи рівнянь:

$$\left.\begin{array}{l} \alpha_0 k + \alpha_1 \sum X + \alpha_2 \sum X^2 + ... + \alpha_q \sum X^q = \sum Y \\ \alpha_0 \sum X + \alpha_1 \sum X^2 + \alpha_2 \sum X^3 + ... + \alpha_q \sum X^{q+1} = \sum YX \\ \alpha_0 \sum X^2 + \alpha_1 \sum X^3 + \alpha_2 \sum X^4 + ... + \alpha_q \sum X^{q+2} = \sum YX^2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \alpha_0 \sum X^q + \alpha_1 \sum X^{q+1} + \alpha_2 \sum X^{q+2} + ... + \alpha_q \sum X^{2q} = \sum YX^q \end{array}\right\} \quad (2.3.41)$$

де k – кількість емпіричних точок, за якими будується парабола.

Отже, для того щоб вирахувати параметри рівняння параболи q–го порядку, необхідно розв'язати систему рівнянь, яка складається із $q+1$ рівняння.

Наприклад, щоб вирахувати параметри параболи 2-го порядку: $\breve{Y}_x = \alpha_0 + \alpha_1 X + \alpha_2 X^2$, необхідно розв'язати систему трьох рівнянь:

$$\left.\begin{aligned}
&\alpha_0 k + \alpha_1 \sum X + \alpha_2 \sum X^2 = \sum Y \\
&\alpha_0 \sum X + \alpha_1 \sum X^2 + \alpha_2 \sum X^3 = \sum XY \\
&\alpha_0 \sum X^2 + \alpha_1 \sum X^3 + \alpha_2 \sum X^4 = \sum X^2 Y
\end{aligned}\right\} \qquad (2.3.42)$$

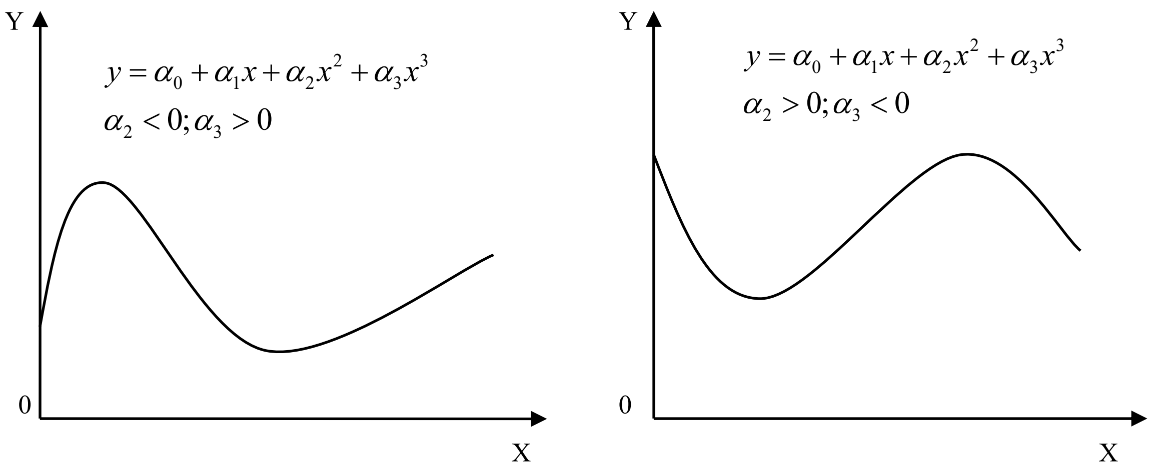


Рис. 2.3.8. Загальний вигляд параболи 3-го порядку

Щоб знайти параметри рівняння параболи 3-го порядку $\widehat{Y}_x = \alpha_0 + \alpha_1 X + \alpha_2 X^2 + \alpha_3 X^3$, необхідно розв'язати систему чотирьох рівнянь:

$$\left.\begin{aligned}
&\alpha_0 k + \alpha_1 \sum X + \alpha_2 \sum X^2 + \alpha_3 \sum X^3 = \sum Y \\
&\alpha_0 \sum X + \alpha_1 \sum X^2 + \alpha_2 \sum X^3 + \alpha_3 \sum X^4 = \sum XY \\
&\alpha_0 \sum X^2 + \alpha_1 \sum X^3 + \alpha_2 \sum X^4 + \alpha_3 \sum X^5 = \sum X^2 Y \\
&\alpha_0 \sum X^3 + \alpha_1 \sum X^4 + \alpha_2 \sum X^5 + \alpha_3 \sum X^6 = \sum X^3 Y
\end{aligned}\right\} \qquad (2.3.43)$$

Для більшої наочності на прикладі (за: Масальгін Н. А., 1974) розглянемо, як розраховуються показники простої нелінійної кореляції та регресії.

У нашому прикладі доцільно обмежитися розглядом часткового випадку, коли значення величини Y реєструються для рівновіддалених значень змінної X та для кожного значення X число вимірів величини Y однакове:

– за першою умовою виникає можливість перетворювати значення змінної X таким чином, що суми її непарних ступенів дорівнюватиме нулю;

– за другою — замість окремих вимірювань Y використовується умовне середнє $\overline{Y}_x$ (див. табл. 2.3.6.6, 2.3.6.8, 2.3.6.10 та рис. 2.3.3). Такий підхід можна пояснити тим, що у нашому прикладі (рис.2.3.9) парабола проходить максимально близько (за методом найменших квадратів) до усіх умовних середніх, вона також максимально близька й до усіх окремих вимірів, тобто умови $\sum\left(Y-\hat{Y}_x\right)^2=\min$ та $\sum\left(Y-\hat{Y}_x\right)^2=\min$ виконуються одночасно. Припустимо, що ми реєструємо значення величини Y (у нашому випадку це умовні середні $\overline{Y}_x$ за (k) рівновіддалених значень $X_i\left(i=1,2,...k\right)$. Далі припустимо, що різниця між сусідніми значеннями величини X дорівнює (c), тобто $X_{i+1}-X_i=c.$

Застосуємо перетворення за формулою: $X_i'=\dfrac{X_i-X_0}{c}$ (2.3.44).

Слід зазначити, якщо (k) непарне, то $X_0=X_{(k+1)/2}$, якщо (k) парне — $X_0=\dfrac{X_{k/2}+X_{k_{2+1}}}{2}$. Тоді за $(k=7)$ X_i' дорівнюватимуть: –3; –2; –1;0;+1;+2;+3; а за $(k=6)$ відповідно: –2,5; –1,5; –0,5; +0,5; +1,5; +2,5.

Отже, цілком зрозуміло, що суми непарних ступенів $\sum X_i'; \sum X_i'^3; \sum X_i'^5$ і т. д. дорівнюватимуть нулю. Система рівнянь (2.3.41) набуде простого вигляду, а розв'язання цієї системи рівнянь дасть нам параметри $\alpha_0';\alpha_1';\alpha_2'...\alpha_q'$ для перетворених значень величини X.

У подальшій роботі легко можна перейти від цих параметрів до звичайних $\alpha_0;\alpha_1;\alpha_2...\alpha_q$.

Таким чином, якщо замість рівновіддалених значень X_i розглядаються значення X_i', отримані за допомогою перетворення, параметри ***рівняння параболи 1-го порядку*** (прямої лінії) та розраховані за формулою (2.3.45):

$\hat{Y}_x=\alpha_0'+\alpha_1'X'$ (2.3.45), де $X' = \frac{X - X_0}{c}$, можна отримати із системи рівнянь:

$$\left.\begin{array}{l} \alpha_0' k = \sum Y \\ \alpha_1' \sum X'^2 = \sum X'Y \end{array}\right\} \quad (2.3.46)$$

Із даної системи рівнянь отримуємо таке рішення: $\alpha_0' = \frac{\sum Y}{k}$;

$\alpha_1' = \frac{\sum X'Y}{\sum X'^2}$. (2.3.47)

Для ***параболи 2-го порядку*** $\widehat{Y}_x = \alpha_0' + \alpha_1' X' + \alpha_2' X'^2$ (2.3.48)

Система рівнянь матиме такий вигляд:
$$\left.\begin{array}{l} \alpha_0' k + \alpha_2' \sum X'^2 = \sum Y \\ \alpha_1' \sum X'^2 = \sum X'Y \\ \alpha_0' \sum X'^2 + \alpha_2' \sum X'^4 = \sum X'^2 Y \end{array}\right\} \quad (2.3.49)$$

Рішення цієї системи можна записати так:

$$\alpha_0' = \frac{\left(\sum Y\right) * \left(\sum X'^4\right) - \left(\sum X'^2 Y\right) * \left(\sum X'^2\right)}{k \sum X'^4 - \left(\sum X'^2\right)}; \; \alpha_1' = \frac{\sum X'Y}{\sum X'^2};$$

$$\alpha_2' = \frac{k \sum X'^2 Y - \left(\sum Y\right) * \left(\sum X_2'\right)}{k \sum X'^4 - \left(\sum X'^2\right)^2}. \quad (2.3.50)$$

Для ***параболи 3-го порядку*** $\widehat{Y}_x = \alpha_0' + \alpha_1' X' + \alpha_2' X'^2 + \alpha_3' X'^3$ (2.3.51)

відповідні параметри знаходять за допомогою такої системи рівнянь:

$$\left.\begin{array}{l} \alpha_0' k + \alpha_2' \sum X'^2 = \sum Y \\ \alpha_1' \sum X'^2 + \alpha_3' \sum X'^4 = \sum X'Y \\ \alpha_0' \sum X'^2 + \alpha_2' \sum X'^4 = \sum X'^2 Y \\ \alpha_1' \sum X'^4 + \alpha_3' \sum X'^6 = \sum X'^3 Y \end{array}\right\}$$

(2.3.52). Фактично це дві системи рівнянь, кожна з яких має два рівняння із двома невідомими. Розв’язання системи рівнянь (2.3.52) має такий вигляд:

$$
\left.
\begin{aligned}
\alpha_0' &= \frac{\left(\sum Y\right)*\left(\sum X'^4\right)-\left(\sum X'^2Y\right)*\left(\sum X'^2\right)}{k\sum X'^4-\left(\sum X'^2\right)^2};\\
\alpha_1' &= \frac{\left(\sum X'Y\right)*\left(\sum X'^6\right)-\left(\sum X'^3Y\right)*\left(\sum X'^4\right)}{\left(\sum X'^2\right)*\left(\sum X'^6\right)-\left(\sum X'^4\right)^2};\\
\alpha_2' &= \frac{k\sum X'^2Y-\left(\sum Y\right)*\left(\sum X'^2\right)}{k\sum X'^4-\left(\sum X'^2\right)^2};\\
\alpha_3' &= \frac{\left(\sum X'^2\right)*\left(\sum X'^3Y\right)-\left(\sum X'^4\right)*\left(\sum X'Y\right)}{\left(\sum X'^2\right)*\left(\sum X'^6\right)-\left(\sum X'^4\right)^2}.
\end{aligned}
\right\} \quad (2.3.53)
$$

Від рівнянь 2.3.46, 2.3.48, 2.3.50 легко перейти до звичайних рівнянь для змінної X, яка виражена у вихідних одиницях вимірювання. Для цього до рівняння регресії замість X_i' необхідно підставити $\frac{X-X_0}{c}$.

Так для параболи 1-го порядку:

$$\hat{Y}_x = \alpha_0' + \alpha_1' * \frac{X-X_0}{c} = \alpha_0' + \frac{\alpha_1'}{c} * X - \frac{\alpha_1'}{c} * X_0 = \left(\alpha_0' - \frac{\alpha_1'}{c} * X_0\right) + \frac{\alpha_1'}{c} * X.$$

Звідси: $\alpha_0 = \alpha_0' - \frac{\alpha_1'}{c} * X_0; \quad \alpha_1 = \frac{\alpha_1'}{c}.$ (2.3.54).

Для параболи 2-го порядку:

$$\hat{Y}_x = \alpha_0' + \alpha_1'\left(\frac{X-X_0}{c}\right) + \alpha_2' * \left(\frac{X-X_0}{c}\right)^2 =$$

$$\alpha_0' + \frac{\alpha_1'}{c} * X - \frac{\alpha_1'}{c} * X_0 + \frac{\alpha_2'}{c^2} * X^2 - \frac{\alpha_2'}{c^2} * 2X_0X + \frac{\alpha_2'}{c^2} * X_0^2 =$$

$$= \left(\alpha_0' - \frac{\alpha_1'}{c} * X_0 + \frac{\alpha_2'}{c^2} * X_0^2\right) + \left(\frac{\alpha_1'}{c} - \frac{2\alpha_2'}{c^2} * X_0\right) * X + \frac{\alpha_2'}{c^2} * X^2.$$

Звідси:

$$
\left.
\begin{aligned}
&\alpha_0 = \alpha_0' - \frac{\alpha_1'}{c} * X_0 + \frac{\alpha_2'}{c^2} * X_0^2;\\
&\alpha_1 = \frac{\alpha_1'}{c} - \frac{2\alpha_2'}{c^2} * X_0; \alpha_2 = \frac{\alpha_2'}{c^2}.
\end{aligned}
\right\} \quad (2.3.55).
$$

Аналогічним чином для параболи 3-го порядку можна отримати:

$$\left.\begin{aligned}
\alpha_0 &= \alpha'_0 - \frac{\alpha'_1}{c} * X_0 + \frac{\alpha'_2}{c^2} * X_0^2 - \frac{\alpha'_3}{c^3} * X_0^3;\\
\alpha_1 &= \frac{\alpha'_1}{c} - \frac{2\alpha'_2}{c^2} * X_0 + \frac{3\alpha'_3}{c^3} * X_0^2;\\
\alpha_2 &= \frac{\alpha'_2}{c^2} - 3 * \frac{\alpha'_3}{c^3} * X_0; \alpha'_3 = \frac{\alpha'_3}{c^3}.
\end{aligned}\right\} \quad (2.3.56).$$

У формулах 2.3.47, 2.3.50, 2.3.56 суми $\sum X'^2, \sum X'^4, \sum X'^6$, а також вирази у знаменниках $D_2 = k\sum X'^4 - \left(\sum X'^2\right)^2$, та $D_3 = \left(\sum X'^2\right) * \left(\sum X'^6\right) - \left(\sum X'^4\right)^2$ за умови фіксованого (k), тобто за однією і тією самою кількістю значень незалежної змінної (X), завжди однакові. Для різних (k) вони наведені у додатках (табл. 16). Тіснота зв'язку за нелінійним регресійним аналізом зазвичай оцінюється за допомогою стандартної похибки рівняння регресії:

$$SS_{yx} = \sqrt{\frac{\sum\left(Y - \hat{Y}_x\right)^2}{n - q - 1}} = \sqrt{\frac{\left(n_y - 1\right) * \sum \sigma_i^2 + n_y * \sum\left(\overline{Y}_x - \hat{Y}_x\right)^2}{kn_y - q - 1}}, \quad (2.3.57)$$

де $n = kn_y$ – число усіх спостережень над величиною (Y);

n_y – число спостережень над змінною (Y)за кожним значенням величини (X);

$\left(\sigma^2\right)$ – дисперсія величини (Y)за різних значеннях змінної (X);

$\overline{Y}_x$ – умовні середні;

$\hat{Y}_x$ – значення величини (Y) розраховані за рівнянням регресії;

(k) – кількість значень величини (X); (q) – порядок параболи.

Окрім стандартної похибки рівняння регресії, для оцінки тісноти зв'язку використовують індекс кореляції (2.3.58):

$$i = \sqrt{\frac{n_y * \sum\left(\hat{Y}_x - \overline{Y}_x\right)^2}{n_y * \sum\left(\overline{Y}_x - \overline{Y}\right)^2 + \left(n_y - 1\right) * \sum \sigma_i^2}}, \quad (2.3.58)$$

де у чисельнику під коренем — сума квадратів відхилень від загального середнього, що припадає на лінію регресії (підсумовування проводиться за усіма k, рівновіддалених значень змінної X), у знаменнику — загальна сума квадратів, яка складається з двох часток:

а) зваженої суми квадратів відхилень умовних середніх від загального середнього;

б) суми квадратів відхилень окремих спостережень (Y) від своїх умовних середніх.

Квадрат індексу кореляції ще називають ***індексом детермінації***. Він показує частку варіації залежної змінної, зумовлену впливом незалежної змінної.

Для того щоб на практиці закріпити інформацію, надану вище, звернемося до прикладу (за: Масальгін Н. А., 1974).

Експериментатор досліджував наявність залежності між швидкістю руху та величиною прискорення під час виконання вправи — згинання руки у ліктьовому суглобі. Для цього досліджувані (студенти вишів I–II курсів у кількості 56 осіб чоловічої статі) виконували фізичну вправу з вольовим зусиллям. За допомогою плечового гравітаційного динамографа у кожного досліджуваного реєструвався результат піднімання ваги в $\left(\frac{1}{4}\right)$ від максимально можливого. У ту мить, коли швидкість руху досліджуваного досягала заданого значення, експериментатор фіксував величину прискорення. У таблиці 2.3.6.19 подано результати дослідження, а саме: для семи величин швидкості руху (X_i) наведено середні показники значень прискорень $(\overline{Y}_x)$ та середнього квадратичного відхилення (σ), а також кількість підйомів вантажу (n_y), що дало можливість зробити відповідні розрахунки. Швидкість руху виражена у відсотках від максимуму, який досяг досліджуваний під час піднімання вантажу. Одиниця прискорення виражена у рад/с^2. На рисунку 2.3.9 графічно представлено залежність між прискоренням та швидкістю руху.

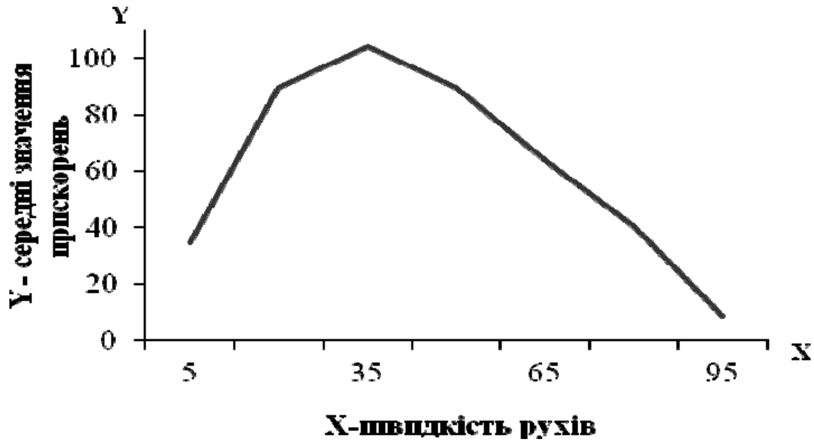


Рис. 2.3.9. Показники середніх значень прискорень $\left(\overline{Y}_x\right)$ за різних значень швидкості рухів $\left(X_i\right)$

За характером кривої (рис. 2.3.9) можна припустити, що як рівняння регресії слід використовувати рівняння параболи 2-го або 3-го порядку.

Послідовність розрахунків за методом найменших квадратів параметрів рівняння параболи 3-го порядку наведено у таблиці 2.3.6.19.

Крок 1. До першого стовпчика табл.2.3.6.19 внесемо показники середніх значень прискорень $\left(\overline{Y}_x\right)$, до другого кількість підйомів вантажу досліджуваним $\left(n_y\right)$, до третього — показники середніх значень прискорень $\left(\overline{Y}_x\right)$.

Крок 2. Для розрахунків показників простої нелінійної кореляції та регресії добудемо необхідні проміжні дані та внесемо отримані результати у відповідні стовпчики таблиці 2.3.6.20.

Таблиця 2.3.6.19

Розрахунки показників простої нелійної кореляції та регресії

X_i	n_y	$\overline{Y}_{xi}$	$X_i * n_{yi}$	$\overline{Y}_{xi} * n_{yi}$	X'	Y'	$X'_i * Y'_i$	X'^2	X'^2Y'	X'^3	X'^3Y'	Y'^2
5	8	34,6	40	276,8	-3	-25,4	76,2	9	-228,6	-27	685,8	645,16
20	8	89,5	160	716	-2	29,5	-59	4	118	-8	-236	870,25
35	8	104	280	832	-1	44	-44	1	44	-1	-44	1936
50	8	89,5	400	716	0	29,5	0	0	0	0	0	870,25
65	8	63,5	520	508	1	3,5	3,5	1	3,5	1	3,5	12,25
80	8	40,4	640	323,2	2	-19,6	-39,2	4	-78,4	8	-156,8	384,16
95	8	8,6	760	68,8	3	-51,4	-154,2	9	-462,6	27	-1387,8	2641,96
	56		2800	3440,8		10,1	-216,7	28	-604,1		-1135,3	7360,03

$$\overline{X} = \frac{2800}{56} = 50; \ \overline{Y} = \frac{3440,8}{56} = 61,44.$$

Для спрощення розрахунків перетворимо значення X_i за формулою (2.3.50): $X_i' = \frac{X_i - X_0}{c}$, де (c) – різниця між сусідніми значеннями X, яка дорівнює 15 (95– 80 = 15); (k) – рівновіддалені значення X – дорівнює 7, тобто (k) непарне, тоді $X_0 = X_{(k+1)/2} = X_{(7+1)/2} = X_{(8/2)} = X_4 = 50$; X_0 – умовне середнє X_i та дорівнює 50. X_i — кожний варіант першого стовпчика таблиць 2.3.6.19, 2.3.6.20.

Отже, $X_i' = \frac{X_i - 50}{15}$; для першого варіанта $X_1' = \frac{5-50}{15} = \frac{-45}{15} = -3;$

для другого — $X_1' = \frac{20-50}{15} = \frac{-30}{15} = -2; ...$

для останнього $X_1' = \frac{95-50}{15} = \frac{45}{15} = 3.$

Отримані результати внесемо до шостого стовпчика X' таблиці 2.3.6.19.

Для зручності розрахунків значення Y також перетворимо, вираховуючи з них умовний нуль, тобто $Y_0 = 60$, тоді $Y' = Y - Y_0 = Y - 60.$

Для $Y_1' = 34,6 - 60 = -25,4;$ для $Y_2' = 89,5 - 60 = 29,5; ...$ — для $Y_7' = 8,6 - 60 = -51,4.$ Отримані дані внесемо до таблиці 2.3.6.20 у сьомий стовпчик Y' та підрахуємо суму $\sum Y' = 10,1$.

Отримаємо добутки $X' * Y'$. Для цього перемножимо кожний варіант $X_i' * Y_i'$.

Для $X_1' * Y_1' = (-3) * (-25,4) = 76,2;$ для $X_2' * Y_2' = (-2) * 29,5 = -59,0;$ ... — для $X_7' * Y_7' = (3) * (-51,4) = -154,2.$

Результати внесемо до відповідного стовпчика $X_i' * Y_i'$.

Піднесемо кожне X' до квадрата X'^2, куба X'^3 та кожне Y' до квадрату Y'^2. Результати внесемо до відповідних стовпчиків X'^2, X'^3, Y'^2.

Отримаємо добутки X'^2Y' для $X_1'^2Y_1' = 9*(-25,4) - 228,6;$ для $X_2'^2Y_2' = (4*29,5) = 118,0;$ ... для $X_7'^2Y_7' = 9*(-51,4) = -462,6.$

Для $X_1' * Y_1' = (-3)*(-25,4) = 76,2;$ – для $X_2' * Y_2' = (-2)*29,5 = -59,0;$ ... для $X_7' * Y_7' = (3)*(-51,4) = -154,2.$

Результати внесемо до відповідного стовпчика $X_i' * Y_i'$.

Піднесемо кожне, X' до квадрата X'^2, куба X'^3 та кожне Y' до квадрата Y'^2. Результати внесемо у відповідні стовпчики X'^2 , X'^3 , Y'^2.

Отримаємо добутки X'^2Y' для $X_1'^2Y_1' = 9*(-25,4) - 228,6;$ для $X_2'^2Y_2' = (4*29,5) = 118,0;$ ... для $X_7'^2Y_7' = 9*(-51,4) = -462,6.$

Отримаємо добутки X'^3Y' для $X_1'^3Y_1' = (-27)*(-25,4) = 685,8;$
– для $X_2'^3Y_2' = (-8)*(29,5) = -236;$ – для $X_7'^3Y_7' = (27)*-51,4 = -1135,3.$

Підсумуємо добутки: $\sum X'Y' = -216,7; \sum X'^2Y' = -604,1$ та $\sum X'^3Y' = -1135,3.$ Результати внесемо до відповідних стовпчиків таблиці 2.3.6.20.

Таблиця 2.3.6.20

Покроковий процес розрахунків показників простої нелінійної кореляції та регресії середніх значень прискорень $(\overline{Y}_x)$ за різних значень швидкості рухів (X_i) у 56 студентів чоловічої статі I–II курсів

X_i	n_y	$\overline{Y}_x$	σ_i	σ_i^2	**Кроки розрахунків**
5	8	34,6	5,97	35,64	**Крок 1**. До першого стовпчика табл.2.3.6.19 внести показники середніх значень прискорень $(\overline{Y}_x)$; до другого кількість підйомів вантажу досліджуваним (n_y); до третього — показники середніх значень прискорень $(\overline{Y}_x)$
20	8	89,5	5,87	34,46	
35	8	104,0	7,39	54,61	
50	8	89,5	8,14	66,26	
65	8	63,5	9,1	82,81	**Крок 2**. Для розрахунків показників простої нелінійної кореляції та регресії знайдемо необхідні проміжні дані у табл. 2.3.6.20 та внести їх до табл.2.3.6.19:
80	8	40,4	7,91	62,57	
95	8	8,6	5,34	28,52	

	$n_y =$ 58			$\Sigma\sigma_i^2 =$ 364,86	$\overline{X} = \frac{2800}{56} = 50;\ \overline{Y} = \frac{3440,8}{56} = 61,44;\ X_0 = 50;\ c = 15;\ k = 7;$ $Y_0 = 60;\ \sum Y' = 10,1;\ \sum X'Y' = -216,7;\ \sum X'^2Y' = -604,1;$ $\sum X'^3Y' = -1135,3;\ \sum Y'^2 = 7360,03.$

Крок 3. Виписати (додатки, табл. 16) величини, які використовуються для розрахунків рівняння регресії суми квадратів четвертого та шостого ступеню X', а також величини $D_2 = k\sum X'^4 - \left(\sum X'^2\right)^2$, та $D_3 = \left(\sum X'^2\right) * \left(\sum X'^6\right) - \left(\sum X'^4\right)^2$ для $k = 7.$ Такі самі дані можна отримати шляхом розрахунків (див. табл. 2.3.6.20). $\sum X'^2 = 28; \left(\sum X'^2\right)^2 = 784;$

$$\sum X'^4 = 196; \left(\sum X'^4\right)^2 = 38416;\ \sum X'^6 = 1588; D_2 = 588; D_3 = 6048\ .$$

Крок 4. Розрахувати за формулами (2.3.52) параметри рівняння регресії:

$$\alpha'_0 = \frac{(10,1)*(196) - (-604,1)*784}{588} = \frac{1979,6 - (-16914,8)}{588} = \frac{18894,4}{588} = 32,13333;$$

$$\alpha'_1 = \frac{(-216,7)*1588 - (-1135,3)*196}{6048} = \frac{-344119,6 - (-222518,8)}{6048} = \frac{-121600,8}{6048} = -20,10595;$$

$$\alpha'_2 = \frac{7*(-604,1) - (10,1)*28}{588} = \frac{-4228 - 282,8}{588} = \frac{-4511,5}{588} = -7,672619;$$

$$\alpha'_3 = \frac{28*(-1135,3) - 196*(-216,7)}{6048} = \frac{-31788,4 - (-42473,2)}{6048} = \frac{10684,8}{6048} = 1,766666.$$

Крок 5. Розрахувати за формулами (2.3.56) параметри рівняння регресії для змінної *X*, вираженої у вихідних одиницях вимірювання:

$$\alpha_0 = \alpha'_0 - \frac{\alpha'_1}{c} * X_0 + \frac{\alpha'_2}{c^2} * X_0^2 - \frac{\alpha'_3}{c^3} * X_0^3 = 32,133 - \frac{(-20,10595)}{15} * 50 + \frac{(-7,672619)}{15^2} * 50^2 -$$
$$- \frac{1,76666}{15^3} * 50^3 = 32,133 - (-1,3403967) * 50 + + \frac{(-7,672619)}{225} * 2500 - \frac{1,76666}{3375} * 125000 =$$
$$= 32,133 - (-67,0198) + (-0,0341) * 2500 - (0,000523) * 125000 = 99,15283 + (-85,2513) -$$
$$-65,43185 = 13,90153 - 65,43185 = -51,53;$$

$$\alpha_1 = \frac{\alpha'_1}{c} - \frac{2\alpha'_2}{c^2} * X_0 + \frac{3\alpha'_3}{c^3} * X_0^2 = \frac{-20,10595}{15} - \frac{2*(-7,672619)}{15^2} * 50 + \frac{3*(1,76666)}{15^3} * 50^2 =$$
$$= -1,3404 - \frac{-15,3452}{225} * 50 + \frac{5,29998}{3375} * 2500 = -1,3404 - (-0,0682) * 50 + 0,00157 * 2500 =$$
$$= -1,3404 - (-3,41005) + 3,925911 = 2,069656 + 3,925911 = 5,9956;$$

$$\alpha_2 = \frac{\alpha'_2}{c^2} - 3 * \frac{\alpha'_3}{c^3} * X_0 = \frac{-7,672619}{15^2} - 3 * \frac{1,76666}{15^3} * 50 = \frac{-7,672619}{225} - 3 * \frac{1,76666}{3375} * 50 =$$
$$= -0,034100529 - 3 * 0,000523 * 50 = -0,034100529 - 0,00157 * 50 =$$
$$= -0,034100529 - 0,078519 = -0,112619;$$

$$\alpha_3 = \frac{\alpha_3'}{c^3} = \frac{1,76666}{015^3} = \frac{1,76666}{3375} = 0,000523457.$$

Висновок: Таким чином, рівняння параболи 3-го порядку, що показує залежність прискорення від швидкості руху, набуде такого вигляду:

$$\widehat{Y}_x = \alpha_0 + \alpha_1 * X + \alpha_2 * X^2 + \alpha_3 * X^3 == 8,47 + 5,996 * X - 0,11262 * X^2 + 0,00052346 * X^3.$$

До параметра $\alpha_0 = -51,53$ ми додаємо величину 60,0, оскільки усі значення Y при перетворенні їх на Y' були збільшені на цю величину.

Крок 6. Для побудови графіка лінії регресії необхідно розрахувати стандартну похибку лінії регресії за формулою (2.3.57):

$$SS_{yx} = \sqrt{\frac{\sum\left(Y - \hat{Y}_x\right)^2}{n-q-1}} = \sqrt{\frac{\left(n_y - 1\right) * \sum \sigma_i^2 + n_y * \sum\left(\overline{Y}_x - \hat{Y}_x\right)^2}{kn_y - q - 1}}.$$

$$\sum\left(\overline{Y}_x - \hat{Y}_x\right)^2 = \sum Y'^2 - \left[\alpha_0' * \sum Y' + \alpha_1' * \sum X'Y' + \alpha_2' * \sum X'^2 Y' + \alpha_3' * \sum X'^3 Y'\right] =$$
$$= 7360,03 - \left[32,13333 * 10,1 + \left(-20,10595\right) * \left(-216,7\right) + \left(-7,672619\right) * \left(-604,1\right) +\right.$$
$$\left. + 1,76666 * \left(-1135,3\right)\right] = 49,183962.$$

Тепер за формулою (2.3.57) розрахуємо стандартну похибку рівняння регресії:

$$SS_{yx} = \sqrt{\frac{\Sigma\left(Y - \hat{Y}_x\right)}{n-q-1}} = \sqrt{\frac{\left(n_y - 1\right) * \Sigma \sigma_i^2 + n_y * \Sigma\left(\overline{Y}_{xx} - \hat{Y}_x\right)^2}{kn_y - q - 1}} =$$
$$\sqrt{\frac{(8-1) * 364,86 + 49,183962}{56 - 3 - 1}} = 7,075423 \, рад / c^2.$$

Отримана величина похибки свідчить, що у 2/3 усіх спостережень фактичне зареєстроване значення прискорення відрізняється від розрахованого за рівнянням (2.3.57) не більше ніж на 7,075432 рад/с^2.

Крок 7. Розрахувати індекс кореляції за формулою (2.3.58):

$$i = \sqrt{\frac{n_y * \sum\left(\widehat{Y}_x - \overline{Y}_x\right)^2}{n_y * \sum\left(\overline{Y}_x - \overline{Y}\right)^2 + \left(n_y - 1\right) * \sum \sigma_i^2}} = \sqrt{\frac{8 * 7296,273181}{8 * 7345,457143 + \left(8 - 1\right) * 364,86}} =$$
$$= \sqrt{\frac{58370,185}{58763,657 + 7 * 364,86}} = \sqrt{\frac{58370,185}{58763,657 + 2554,02}} = \sqrt{\frac{58370,185}{61317,677}} =$$
$$= \sqrt{0,9519308} = 0,9756694.$$

Добути індекс детермінації $\left(i^2\right)$ $i^2 = 0,9756694^2 = 0,9519308.$ Він показує, що 95,2% варіації величини прискорення зумовлені впливом швидкості руху.

За допомогою рівняння параболи 3-го порядку знайдемо абсцису максимуму та абсцису точки перегину кривої регресії. З цією метою використаємо методи диференціального числення. Спочатку необхідно знайти першу та другу похідні параболи 3-го порядку за такими формулами: $\hat{Y}'_x = \alpha_1 + 2\alpha_2 X + 3\alpha_3 X^2$; $Y''_x = 2\alpha_2 + 6\alpha_3 X$. (2.3.59). Далі значення кожної похідної необхідно прирівняти до нуля та отримати два рівняння: $\alpha_1 + 2\alpha_2 X + 3\alpha_3 X^2 = 0$; (2.3.60); $2\alpha_2 + 6\alpha_3 X = 0.$ (2.3.61). Перше рівняння має два рішення: перше рішення дає абсцису максимуму; друге — абсцису мінімуму. Друге рівняння має одне рішення: — дає точки перегину абсциси. Для нашого прикладу рівняння 2.3.60 та 2.3.61 набувають такого вигляду:

рівняння I (2.3.60):

$$\alpha_1 + 2\alpha_2 X + 3\alpha_3 X^2 = 0; 5,9956 + 2*\big(-0,112619)*X + (3*0,000523457\big)*X^2 = 0;$$
$$5,9956 + (-0,22524)*X + 0,001570371*X^2 = 0; 0,001570371*X^2 - 0,22524*X + 5,9956 = 0.$$

рівняння II (2.3.61):

$$2\alpha_2 + 6\alpha_3 X = 0; 2*(-0,112619) + 6*0,000523457*X = 0; -0,22524 + 0,003140742*X = 0;$$
$$0,003140742*X - 0,22524 = 0; 0,003140742*X = 0,22524;$$
$$X = \frac{0,22524}{0,003140742} = 71,71553728 \approx 71,7\%.$$

Використовуючи звичайні методи розв'язання квадратних рівнянь, отримуємо корені першого рівняння:

$$X_1 = \frac{0,22524 - \sqrt{0,22524^2 - 4*0,001570371*5,996}}{2*0,001570371} =$$
$$= \frac{0,22524 - \sqrt{0,050733058 - 0,006281484*5,996}}{0,003140742} = \frac{0,22524 - \sqrt{0,050733058 - 0,037663778}}{0,003140742} =$$
$$= \frac{0,22524 - \sqrt{0,01306928}}{0,003140742} = \frac{0,22524 - 0,11432095}{0,003140742} = \frac{0,11091905}{0,003140742} = 35,3161929 \approx 35,3\%.$$

$$X_2 = \frac{0,22524 + \sqrt{0,22524^2 - 4*0,001570371*5,996}}{2*0,001570371} =$$
$$= \frac{0,22524 + \sqrt{0,050733058 - 0,006281484*5,996}}{0,003140742} = \frac{0,22524 + \sqrt{0,050733058 - 0,037663778}}{0,003140742} =$$
$$= \frac{0,22524 + \sqrt{0,01306928}}{0,003140742} == \frac{0,22524 + 0,11432095}{0,003140742} = \frac{0,33956095}{0,003140742} = 108,1148817 \approx 108,1\%.$$

Крок 8. Висновки: за умови, коли швидкість руху згинання руки під час підйому вантажу збільшується від нуля до 35,3% максимуму, прискорення спочатку збільшується та досягає найбільшої величини, після чого починає спадати. Найбільш стрімко воно спадає, коли швидкість руху досягає 71,7% максимуму. Основна маса величин прискорення (68,3%) відхиляється від лінії регресії не більше ніж на 7,075432 рад/с^2. 95,2% варіації величини прискорення можна пояснити впливом швидкості руху.

Крок 3. Виписати (додатки, табл. 16) величини, що використовуються для розрахунків рівняння регресії суми квадратів четвертого та шостого ступеню X', а також величини $D_2 = k\sum X'^4 - \left(\sum X'^2\right)^2$, та $D_3 = \left(\sum X'^2\right) * \left(\sum X'^6\right) - \left(\sum X'^4\right)^2$ для $k = 7$: $\sum X'^2 = 28$; $\left(\sum X'^2\right)^2 = 784$; $\sum X'^4 = 196$; $\left(\sum X'^4\right)^2 = 38416$; $\sum X'^6 = 1588$; $D_2 = 588$; $D_3 = 6048$. Такі самі дані можна отримати шляхом розрахунків (див. табл. 2.3.6.21).

Таблиця 2.3.6.21

Покрокові розрахунки рівняння регресії, суми квадратів четвертого та шостого ступенів X', а також величини $D_2 = k\sum X'^4 - \left(\sum X'^2\right)^2$, та $D_3 = \left(\sum X'^2\right) * \left(\sum X'^6\right) - \left(\sum X'^4\right)^2$ для $k = 7$

X_i	X'	Y'	X'^2	X'^4	X'^6
5	-3	-25,4	9	81	729
20	-2	29,5	4	16	64
35	-1	44	1	1	1
50	0	29,5	0	0	0
65	1	3,5	1	1	1
80	2	-19,6	4	16	64
95	3	-51,4	9	81	729
		10,1	28	196	1588

$$D_2 = k\sum X'^4 - \left(\sum X'^2\right)^2 = 7 * 196 - (784) = 1372 - 784 = 588;$$

$$D_3 = \left(\sum X'^2\right) * \left(\sum X'^6\right) - \left(\sum X'^4\right)^2 = 28 * 1588 - 38416 = 44464 - 38416 = 6048.$$

Отримані дані внесемо до таблиці 2.3.6.20.

Крок 4. Розрахувати за формулами (2.3.53) параметри рівняння регресії.

$$\left.\begin{aligned}
\alpha'_0 &= \frac{\left(\sum Y\right) * \left(\sum X'^4\right) - \left(\sum X'^2 Y\right) * \left(\sum X'^2\right)}{k\sum X'^4 - \left(\sum X'^2\right)^2};\\
\alpha'_1 &= \frac{\left(\sum X'Y\right) * \left(\sum X'^6\right) - \left(\sum X'^3 Y\right) * \left(\sum X'^4\right)}{\left(\sum X'^2\right) * \left(\sum X'^6\right) - \left(\sum X'^4\right)^2};\\
\alpha'_2 &= \frac{k\sum X'^2 Y - \left(\sum Y\right) * \left(\sum X'^2\right)}{k\sum X'^4 - \left(\sum X'^2\right)^2};\\
\alpha'_3 &= \frac{\left(\sum X'^2\right) * \left(\sum X'^3 Y\right) - \left(\sum X'^4\right) * \left(\sum X'Y\right)}{\left(\sum X'^2\right) * \left(\sum X'^6\right) - \left(\sum X'^4\right)^2}.
\end{aligned}\right\}$$

Для a_0' та a_2' величини у знаменнику дорівнюють D_2, a_1', а для та a_3' — D_3.

$$\alpha_0' = \frac{\left(\sum Y\right)*\left(\sum X'^4\right)-\left(\sum X'^2 Y\right)*\left(\sum X'^2\right)}{k\sum X'^4 - \left(\sum X'^2\right)^2} = \frac{(10,1)*(196)-(-604,1)*784}{588} =$$

$$= \frac{1979,6-(-16914,8)}{588} = \frac{18894,4}{588} = 32,13333;$$

$$\alpha_1' = \frac{\left(\sum X'Y\right)*\left(\sum X'^6\right)-\left(\sum X'^3 Y\right)*\left(\sum X'^4\right)}{\left(\sum X'^2\right)*\left(\sum X'^6\right)-\left(\sum X'^4\right)^2} = \frac{(-216,7)*1588-(-1135,3)*196}{6048} =$$

$$= \frac{-344119,6-(-222518,8)}{6048} = \frac{-121600,8}{6048} = -20,10595;$$

$$\alpha_2' = \frac{k\sum X'^2 Y - \left(\sum Y\right)*\left(\sum X'^2\right)}{k\sum X'^4 - \left(\sum X'^2\right)^2} = \frac{7*(-604,1)-(10,1)*28}{588} = \frac{-4228-282,8}{588} =$$

$$= \frac{-4511,5}{588} = -7,672619;$$

$$\alpha_3' = \frac{\left(\sum X'^2\right)*\left(\sum X'^3 Y\right)-\left(\sum X'^4\right)*\left(\sum X'Y\right)}{\left(\sum X'^2\right)*\left(\sum X'^6\right)-\left(\sum X'^4\right)^2} = \frac{28*(-1135,3)-196*(-216,7)}{6048} =$$

$$= \frac{-31788,4-(-42473,2)}{6048} = \frac{10684,8}{6048} = 1,766666.$$

Крок 5. Розрахувати за формулами (2.3.56) параметри рівняння регресії для змінної X, вираженої у вихідних одиницях вимірювання:

$$\left.\begin{aligned}
\alpha_0 &= \alpha_0' - \frac{\alpha_1'}{c} * X_0 + \frac{\alpha_2'}{c^2} * X_0^2 - \frac{\alpha_3'}{c^3} * X_0^3;\\
\alpha_1 &= \frac{\alpha_1'}{c} - \frac{2\alpha_2'}{c^2} * X_0 + \frac{3\alpha_3'}{c^3} * X_0^2;\\
\alpha_2 &= \frac{\alpha_2'}{c^2} - 3 * \frac{\alpha_3'}{c^3} * X_0;\\
\alpha_3 &= \frac{\alpha_3'}{c^3}.
\end{aligned}\right\}$$

$$\alpha_0 = \alpha_0' - \frac{\alpha_1'}{c} * X_0 + \frac{\alpha_2'}{c^2} * X_0^2 - \frac{\alpha_3'}{c^3} * X_0^3 = 32,133 - \frac{(-20,10595)}{15} * 50 + \frac{(-7,672619)}{15^2} * 50^2 +$$
$$+ - \frac{1,76666}{15^3} * 50^3 = 32,133 - (-1,3403967) * 50 + \frac{(-7,672619)}{225} * 2500 - \frac{1,76666}{3375} * 125000 =$$
$$= 32,133 - (-67,0198) + (-0,0341) * 2500 - (0,000523) * 125000 = 99,15283 +$$
$$+ (-85,2513) - 5,43185 = 13,90153 - 65,43185 = -51,53;$$
$$\alpha_1 = \frac{\alpha_1'}{c} - \frac{2\alpha_2'}{c^2} * X_0 + \frac{3\alpha_3'}{c^3} * X_0^2 = \frac{-20,10595}{15} - \frac{2 * (-7,672619)}{15^2} * 50 + \frac{3 * (1,76666)}{15^3} * 50^2 =$$
$$= -1,3404 - \frac{-15,3452}{225} * 50 + \frac{5,29998}{3375} * 2500 = -1,3404 - (-0,0682) * 50 + 0,00157 * 2500 =$$
$$= -1,3404 - (-3,41005) + 3,925911 = 2,069656 + 3,925911 = 5,9956;$$
$$\alpha_2 = \frac{\alpha_2'}{c^2} - 3 * \frac{\alpha_3'}{c^3} * X_0 = \frac{-7,672619}{15^2} - 3 * \frac{1,76666}{15^3} * 50 = \frac{-7,672619}{225} - 3 * \frac{1,76666}{3375} * 50 =$$
$$= -0,034100529 - 3 * 0,000523 * 50 = -0,034100529 - 0,00157 * 50 =$$
$$= -0,034100529 - 0,078519 = -0,112619;$$
$$\alpha_3 = \frac{\alpha_3'}{c^3} = \frac{1,76666}{015^3} = \frac{1,76666}{3375} = 0,000523457.$$

Таким чином, рівняння параболи 3-го порядку (2.3.59), що підтверджує залежність прискорення від швидкості руху, набуває такого вигляду:

$$\widehat{Y}_x = a_0 + a_1 * X + a_2 * X^2 + a_3 * X^3 = 8,47 + 5,996 * X + 0,11262 * X^2 + 0,00052346 * X^3.$$

До параметра $\alpha_0 = -51,53$ ми додаємо величину 60,0 оскільки усі значення Y при перетворенні їх на Y' були збільшені на цю величину. Використовуючи зазначену формулу, розрахуємо чому дорівнює у нашому прикладі показник $\hat{Y}_x$ для кожного $\hat{Y}_{xi}$:

$$\widehat{Y}_x = a_0 + a_1 * X + a_2 * X^2 + a_3 * X^3 = 8,47 + 5,996 * 5 - 0,11262 * 25 +$$
$$+ 0,00052346 * 125 = 8,47 + 29,98 - 2,8155 + 0,0654325 = 35,6999;$$

$$\hat{Y}_{x2} = \alpha_0 + \alpha_1 * X_2 + \alpha_2 * X_2^2 + \alpha_3 * X_2^3 = 8,47 + 5,996 * 35 - 0,11262 * 1225 +$$
$$+ 0,00052346 * 42875 = 8,47 + 119,92 - 45,048 + 4,18768 = 87,52968;...$$

$$\hat{Y}_{x7} = \alpha_0 + \alpha_1 * X_7 + \alpha_2 * X_7^2 + \alpha_3 * X_7^3 = 8,47 + 5,996 * 95 - 0,11262 * 9025 +$$
$$+ 0,00052346 * 857375 = 8,47 + 569,62 - 1016,4 + 448,8015175 = 10,496.$$

Отримані дані внесемо у таблиці 2.3.6.19 і 2.3.6.21 до третього стовпчика та використаємо їх для побудови графіка показників середніх значень прискорень $(\overline{Y}_x)$ за різних значень швидкості рухів (X_i) (рис. 2.3.9).

Таблиця 2.3.6.21

X_i	n_y	$\overline{Y}_x$	σ_i	σ_i^2
5	8	35,7	5,97	35,64
20	8	87,5	5,87	34,46
35	8	102,8	7,39	54,61
50	8	92,2	8,14	66,26
65	8	66,1	9,1	82,81
80	8	35,4	7,91	62,57
95	8	10,5	5,34	28,52
	$n_y = 58$			$\sum = 364{,}86$

Крок 6. Для побудови графіка лінії регресії необхідно розрахувати стандартну похибку лінії регресії за формулою (2.3.57):

$$SS_{yx} = \sqrt{\frac{\sum\left(Y - \widehat{Y}_x\right)^2}{n - q - 1}} = \sqrt{\frac{\left(n_y - 1\right) * \sum \sigma_i^2 + n_y * \sum\left(\overline{Y}_x - \widehat{Y}_x\right)^2}{kn_y - q - 1}}\ .$$

Слід зазначити, що величину $\sum\left(\overline{Y}_x - \widehat{Y}_x\right)^2$ доцільно попередньо розрахувати непрямим шляхом за формулою:

$$\sum\left(\overline{Y}_x - \widehat{Y}_x\right)^2 = \sum Y'^2 - \left[\alpha_0' * \sum Y' + \alpha_1' * \sum X'Y' + \alpha_2' * \sum X'^2 Y' + \alpha_3' * \sum X'^3 Y'\right]. \quad (2.3.60)$$

Якщо до цієї формули підставимо необхідні значення, то отримаємо:

$$\sum\left(\overline{Y}_x - \widehat{Y}_x\right)^2 = \sum Y'^2 - \left[a'_0 * \sum Y' + a'_1 * \sum X'Y' + a'_2 * \sum X'^2 Y' + a'_3 * \sum X'^3 Y'\right] = 7360{,}03 -$$
$$- \left[32{,}13333 * 10{,}1 + \left(-20{,}10595\right) * \left(-216{,}7\right) + \left(-7{,}672619\right) * \left(-604{,}1\right) + 1{,}76666 * \left(-1135{,}3\right)\right] =$$
$$= 7360{,}03 - \left[324{,}54663 + 4356{,}9594 + 4635{,}0291 - 2005{,}6891\right] = 7360{,}03 - \left[4681{,}509998 +\right.$$
$$\left. + 4635{,}0291 - 2005{,}6891\right] = 7360{,}03 - \left[9316{,}535136 - 2005{,}6891\right] = 7360{,}03 - 7310{,}846 =$$
$$= 49{,}183962.$$

Тепер за формулою (2.3.57) розрахуємо стандарту похибку рівняння регресії: $SS_{yx}=\sqrt{\dfrac{\sum\left(Y-\hat{Y}_x\right)^2}{n-q-1}}=\sqrt{\dfrac{\left(n_y-1\right)*\sum\left(\overline{Y}_x-\hat{Y}_x\right)^2}{kn_y-q-1}}=$

$$=\sqrt{\frac{(8-1)*364,86+49,183962}{56-3-1}}=\sqrt{\frac{7*364,86+49,183962}{52}}=\sqrt{\frac{2554,02+49,183962}{52}}=$$

$$=\sqrt{\frac{2603,204}{52}}=\sqrt{50,06161}=7,075423\,рад/c^2.$$

Отримана величина похибки показує, що у 2/3 усіх спостережень фактичне зареєстроване значення прискорення відрізняється від розрахованого за рівнянням (2.3.59) не більше ніж на 7,075432 рад/с^2. Крива регресії, що розрахована за рівнянням (2.3.54), та 68,3-відсоткова зона коливань зображені на рисунку 2.3.10.

Для відтворення повної картини кривої регресії треба до кожної умовної середньої величини прискорення $\left(\overline{Y}_{xi}\right)$за різними значеннями швидкості руху $\left(X_i\right)$ додати та відняти показник $\left(S_{yx}\right)$, тобто стандартну похибку рівняння регресії. Отримані дані внесемо до таблиці 2.3.6.22.

Для відображення повної картини кривої регресії треба до кожної умовної середньої величини прискорення $\left(\overline{Y}_{xi}\right)$ за різними значеннями швидкості руху $\left(X_i\right)$додати та відняти показник $\left(S_{yx}\right)$, тобто стандартну похибку рівняння регресії. Отримані дані внесемо до таблиці 2.3.6.23.

Крок 7. Розрахувати індекс кореляції за формулою (2.3.58):

$i=\sqrt{\dfrac{n_y*\sum\left(\widehat{Y}_x-\overline{Y}_x\right)^2}{n_y*\sum\left(\overline{Y}_x-\overline{Y}\right)^2+\left(n_y-1\right)*\sum\sigma_i^2}}$, Суму $\sum\left(\widehat{Y}_x-\overline{Y}\right)^2$ можна вирахувати за формулою (2.3.59):

$$\sum\left(\widehat{Y}_x-\overline{Y}\right)^2=\alpha_0'*\sum Y'+\alpha_1'*\sum X'Y'+\alpha_2'*\sum X'^2Y'+\alpha_3'*\sum X'^3Y'-\frac{\left(\sum Y'\right)^2}{k}.$$

Підставимо до цієї формули необхідні значення із таблиці 2.3.6.20, тоді:

$$\sum\left(\widehat{Y}_x-\overline{Y}\right)^2=32,13333*10,1+\left(-20,10595\right)*\left(-216,7\right)+\left(-7,672619\right)*\left(-604,1\right)+$$
$$+1,76666*\left(-1135,3\right)-\frac{10,1^2}{7}=324,54663+4635,0291-2005,6891-\frac{102,01}{7}=$$
$$=9316,535136-2005,6891-14,5728571=7310,846-14,5728571=7296,273181.$$

Визначимо суму квадратів відхилень умовних середніх від загального середнього: $\sum\left(Y'_{xi}-\overline{Y}_x\right)^2=\sum Y'^2-\frac{\left(\sum Y'\right)^2}{7}=7360,03-\frac{10,1^2}{7}=7360,03-\frac{102,01}{7}=$
$=7360,03-14,5728571=7345,457143.$

Підставимо отримані результати до формули (2.3.58) та розрахуємо індекс кореляції:

$$i=\sqrt{\frac{n_y*\sum\left(\hat{Y}_x-\overline{Y}_x\right)^2}{n_y*\sum\left(\overline{Y}_x-\overline{Y}\right)^2+\left(n_y-1\right)*\sum\sigma_i^2}}=\sqrt{\frac{8*7296,273181}{8*7345,457143+\left(8-1\right)*364,86}}=$$
$$=\sqrt{\frac{58370,185}{58763,657+7*364,86}}=\sqrt{\frac{58370,185}{58763,657+2554,02}}=\sqrt{\frac{58370,185}{61317,677}}=$$
$$=\sqrt{0,9519308}=0,9756694.$$

Таблиця 2.3.6.22

Розрахунок стандартної похибки лінії регресії

X_i	n_y	$\overline{Y}_x$	$\left(-S_{yx}\right)$	$\left(+S_{yx}\right)$
5	8	35,7	28,62458	42,775423
20	8	87,5	80,42458	94,575423
35	8	102,8	95,72458	109,87542
50	8	92,2	85,12458	99,275423
65	8	66,1	59,02458	73,175423
80	8	35,4	28,32458	42,475423
95	8	10,5	3,424577	17,575423
	$n_y=58$			

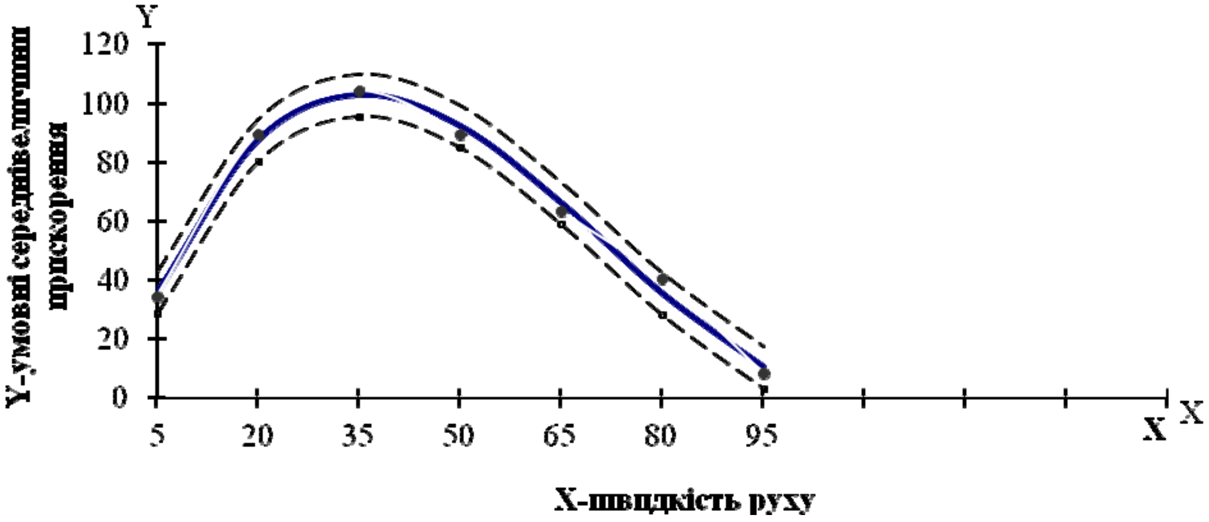


Рис. 2.3.10. Крива лінії регресії та 68,3-відсоткова зона коливань для визначення залежності прискорення від швидкості руху.

Добудемо індекс детермінації $\left(i^2\right)$; $i^2 = 0{,}9756694^2 = 0{,}9519308$. Він показує, що 95,2% варіації величини прискорення зумовлені впливом швидкості руху.

За допомогою рівняння параболи 3-го порядку можна знайти абсцису максимуму та абсцису точки перегину кривої регресії. Абсциса максимуму дає значення швидкості руху, за якою прискорення досягає максимуму, а абсциса точки перегину показує, за якої швидкості прискорення зменшується найбільш стрімко. З цією метою використовують методи диференціального числення. Спочатку nht,f знайти першу та другу похідні параболи 3-го порядку за такими формулами:

$$\hat{Y}'_x = \alpha_1 + 2\alpha_2 X + 3\alpha_3 X^2;$$
$$Y''_x = 2\alpha_2 + 6\alpha_3 X.$$

Далі значення кожної похідної необхідно прирівняти до нуля та отримати два рівняння (2.3.60, 2.3.61):

$$\alpha_1 + 2\alpha_2 X + 3\alpha_3 X^2 = 0; \tag{2.3.60}$$

$$2\alpha_2 + 6\alpha_3 X = 0. \tag{2.3.61}$$

Перше рівняння має два рішення: одне визначає абсцису максимуму; — друге — абсцису мінімуму.

Друге рівняння має одне рішення: дає точки абсцису перегину. Для нашого прикладу рівняння 2.3.60 та 2.3.61 набувають такого вигляду:

рівняння I (2.3.60):

$$\alpha_1 + 2\alpha_2 X + 3\alpha_3 X^2 = 0;$$
$$5,9956 + 2*\left(-0,112619\right)*X + (3*0,000523457)*X^2 = 0;$$
$$5,9956 + (-0,22524)*X + 0,001570371*X^2 = 0;$$
$$0,001570371*X^2 - 0,22524*X + 5,9956 = 0.$$

рівняння II (2.3.61):

$$2\alpha_2 + 6\alpha_3 X = 0;$$
$$2*(-0,112619) + 6*0,000523457*X = 0;$$
$$-0,22524 + 0,003140742*X = 0;$$
$$0,003140742*X - 0,22524 = 0;$$
$$0,003140742*X = 0,22524;$$
$$X = \frac{0,22524}{0,003140742} = 71,71553728 \approx 71,7\%.$$

Використовуючи звичайні методи розв’язання квадратних рівнянь, отримуємо корні першого рівняння:

$$X_1 = \frac{0,22524 - \sqrt{0,22524^2 - 4*0,001570371*5,996}}{2*0,001570371} =$$
$$= \frac{0,22524 - \sqrt{0,050733058 - 0,006281484*5,996}}{0,003140742} =$$
$$= \frac{0,22524 - \sqrt{0,050733058 - 0,037663778}}{0,003140742} = \frac{0,22524 - \sqrt{0,01306928}}{0,003140742} =$$
$$= \frac{0,22524 - 0,11432095}{0,003140742} = \frac{0,11091905}{0,003140742} = 35,3161929 \approx 35,3\%.$$

$$X_2 = \frac{0,22524 + \sqrt{0,22524^2 - 4*0,001570371*5,996}}{2*0,001570371} =$$
$$= \frac{0,22524 + \sqrt{0,050733058 - 0,006281484*5,996}}{0,003140742} =$$
$$= \frac{0,22524 + \sqrt{0,050733058 - 0,037663778}}{0,003140742} = \frac{0,22524 + \sqrt{0,01306928}}{0,003140742} =$$
$$= \frac{0,22524 + 0,11432095}{0,003140742} = \frac{0,33956095}{0,003140742} = 108,1148817 \approx 108,1\%.$$

Нагадаємо, що алгебраїчне квадратне рівняння 2-го ступеня: $\alpha x^2 + bx + c = 0$, має два корені, які визначаються за формулою: $x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4\alpha c}}{2\alpha}$; $x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4\alpha c}}{2\alpha}$. Зведене квадратне рівняння має такий вигляд $x^2 + px + q = 0$, його корені: $x_1 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$; $x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$. У нашому випадку для розрахунку значень X_1 та X_2 ми використовували квадратне рівняння 2-го ступеня: $\alpha x^2 + bx + c = 0$.

Якщо звернутися до рисунка 2.3.10, то можна побачити, що перший корінь (X_1) дає абсцису максимуму, тобто за швидкістю, яка дорівнює 35,3% максимуму, прискорення досягає своєї найбільшої величини.

Другий корінь (X_2) — 108,1% міститься поза межами проміжку (від 0 до 100%), який ми досліджуємо, тому ми його не розглядаємо й не беремо до уваги.

У нашому прикладі рівняння $2\alpha_2 + 6\alpha_3 X = 0$ (2.3.61) має таке рішення: $X = 71,71553728 \approx 71,7\%$, тобто якщо значення швидкості руху 71,7% максимуму, крива регресії має точку перегину, після якої прискорення стрімко спадає.

Крок 8. Висновки: за умови, коли швидкість руху згинання руки під час підйому вантажу збільшується від нуля до 35,3% максимуму, прискорення спочатку збільшується та, досягнувши найбільшої величини, починає спадати. Найбільш стрімко воно спадає, коли швидкість руху досягає 71,7% максимуму. Основна маса величин прискорення (68,3%) відхиляється від лінії регресії не більше ніж на 7,075432 рад/с^2. 95,2% варіації величини прискорення можна пояснити впливом швидкості руху.

2.3.6.8. Рангова кореляція Спірмена (за: Ашмарін Б. А., 1978)

Кореляція рангів Спірмена є одним з найпростіших засобів встановлення зв'язку між показниками варіаційних рядів. Сама назва методу вказує на те, що зв'язок виявляється між рангами, тобто рядами отриманих кількісних значень, які ми попередньо проранжували у порядку збільшення або зменшення. Слід зазначити, що рангову кореляцію доцільно застосовувати за умов, коли:

- пов'язаних пар не менше чотирьох та не більше 30;
- вона дає можливість встановити зв'язки навіть у разі, якщо значення без числових виразів мають якісну оцінку, що відображується у чіткому порядку слідування цих величин;
- необхідно отримати приблизну інформацію про наявність взаємозв'язків, оскільки потужність коефіцієнта рангової кореляції значно нижча за коефіцієнт кореляції Пірсона.

Розглянемо застосування коефіцієнта кореляції Спірмена на такому прикладі: у 18 студентів чоловічої статі І–ІІ курсів (середній вік — 18,5 р.) психологічного факультету Київського юридичного інституту МВС України експериментатор досліджував наявність взаємозв'язку між показниками сили процесів збудження (за Я. Стреляу) та силою прояву психічних процесів (за теппінг-тестом модифікації О. Р. Малхазова). Результати досліджень наведено у таблиці 2.3.6.23.

Таблиця 2.3.6.23

Покрокові розрахунки коефіцієнта кореляції (за Спірменом) між показниками (X) – сили процесів збудження (за Я. Стреляу) — та (Y) – силою прояву психічних процесів (за теппінг-тестом модифікації О. Р. Малхазова) — у 18 студентів чоловічої статі I–II курсів (середній вік — 18,5 р.)

X_i	Y_i	Ранги		Різниця рангів	Квадрат різниці рангів
		x_i	y_i	$d = x_i - y_i$	d^2
69	0,82	9,5	17	-7,5	56,25
70	0,89	7,5	10,5	-3	9
82	0,92	1	9	-8	64
60	0,94	13	6,5	6,5	42,25
47	1	16	3	13	169
45	1,07	18	1	17	289
52	0,93	15	8	7	49
58	0,88	14	12	2	4
70	0,99	7,5	4	3,5	12,25
67	0,83	11	16	-5	25
71	0,85	6	14	-8	64
80	1,04	3	2	1	1
80	0,94	3	6,5	-3,5	12,25
62	0,87	12	13	-1	1
78	0,89	5	10,5	-5,5	30,25
46	0,75	17	18	-1	1
80	0,84	3	15	-12	144
69	0,95	9,5	5	4,5	20,25
n=18	*n*=18				$\sum d^2 = 993,5$

Крок 1. Внести показники (X) – сили процесів збудження (за Я. Стреляу) — до першого стовпчика та показники (Y) — сили прояву психічних процесів (за теппінг-тестом модифікації О. Р. Малхазова) — до другого стовпчика таблиці 2.3.6.23. Число пар показників, які ми між собою корелюємо, дорівнює 18 (*n*=18).

Крок 2. За відомими нам правилами ранжування проранжуємо показники (X)– сили процесів збудження (за Я. Стреляу) — таким чином, щоб перше місце зайняв найвищий, а останнє — 18-те — найнижчий бал, отриманий студентами за досліджуваним показником. Аналогічним чином проранжуємо показники сили прояву психічних процесів (за теппінг-тестом модифікації О. Р. Малхазова). Нагадаємо, якщо «сирі» дані мають одне й те саме значення (у нашому прикладі для показника X_i 80, 80 та 80 балів і вони займають 2+3+4 місця), то усім цим показникам ми присвоюємо третє місце $\frac{2+3+4}{3}=\frac{9}{3}=3$ та наступні місця надаємо вже з 5-го місця (показник 78 балів займає п’яте місце). Отримані результати внесемо до таблиці 2.3.6.24, відповідно до третього та четвертого стовпчиків.

Крок 3. Розрахуємо різниці рангів $\left(d = x_i - y_i\right)$ зі збереженням знаків, а отримані результати внесемо до п’ятого стовпчика таблиці 2.3.6.23. У нашому прикладі різниця рангів першого рядка дорівнюватиме — 7,5 (9,5 – 17 = –7,5), а останнього + 4,5 (9,5 – 5 = 4,5).

Крок 4. Знайти квадрат різниці рангів $\left(d^2\right)$; у нашому прикладі це $(–7,5)^2$ = 56,25 і т. д.

Крок 5. Визначити суму квадратів різниці рангів $\left(\sum d^2\right)$; у нашому прикладі вона дорівнює 993,5.

Крок 6. Розрахувати коефіцієнт кореляції Спірмена за формулою:

$$\rho = 1 - \frac{6*\sum d^2}{n*\left(n^2-1\right)} = 1 - \frac{6*993,5}{18*\left(18^2-1\right)} = 1 - \frac{5961}{18*\left(324-1\right)} = 1 - \frac{5961}{18*323} = 1 - \frac{5961}{5814} =$$
$$= 1 - 1,025 = -0,025.$$

Крок 7. Зробити висновок стосовно наявності або відсутності тісного кореляційного зв’язку між показником (X)– сили процесів збудження (за Я. Стреляу) та показником (Y)– сили прояву психічних процесів (за теппінг-тестом модифікації О. Р. Малхазова).

Для цього звернемося до таблиці 17 (додатків) де знайдемо величини коефіцієнтів кореляції Спірмена для 18 пар. У нашому випадку для цих пар за (Р < 0,05) коефіцієнт рангової кореляції $\rho = 0,399$, а за (Р < 0,01) $\rho = 0,564$.

Якщо розрахунковий коефіцієнт кореляції більший або дорівнює (≥) табличному за (Р < 0,05; Р < 0,01), робимо висновок про наявність тісного кореляційного зв'язку між досліджуваними показниками. Якщо розрахунковий показник менший ніж табличні за (Р < 0,05; Р < 0,01), то доходимо висновку про відсутність тісного кореляційного зв'язку між досліджуваними показниками.

У нашому випадку розрахунковий коефіцієнт рангової кореляції $\rho = -0,025$, що менше табличного, за Р < 0,05; Р < 0,01 $\rho = -0,025 < 0,399$ та $< 0,564$. Додатковою перевіркою надійності сформульованих нами висновків стосовно відсутності достовірного кореляційного зв'язку між досліджуваними показниками є розрахунок середньої похибки коефіцієнта кореляції (m_r):

$m_r = \pm\frac{1-r_{xy}^2}{\sqrt{n}} = \frac{1-(-0,025)^2}{\sqrt{18}} = \frac{1-0,00064}{4,2426} = \frac{0,9999}{4,2426} = 0,23555.$ Якщо розрахований коефіцієнт кореляції (ρ) поділити на (m_r) $\left(\frac{-0,025}{0,23555} = -0,107\right)$, то отриманий результат дає підстави стверджувати, що між досліджуваними показниками не існує тісного кореляційного зв'язку, оскільки достовірним коефіцієнт кореляції може бути визнаний тільки у разі, коли він перевищує свою похибку у 3 та більше разів.

Отже, між показником сили процесів збудження (за Я. Стреляу) та показником сили прояву психічних процесів (за теппінг-тестом модифікації О. Р. Малхазова) не існує достовірного кореляційного зв'язку. Це підтверджує висновки Я. Стреляу та О. Р. Малхазова про те, що показник сили збудження нервових процесів діагностує внутрішні (особистісні) психічні процеси, а теппінг-тест зовнішні — (реактивні) прояви нервово-психічних процесів. Інакше кажучи, це зовсім різні показники, які характеризують нервово-психічні процеси з різних боків.

2.3.6.9. Кореляція Кендалла τ — тау (за: Гласс Дж., Стенлі Дж., 1976)

Англійський математик М. Кендалл (1955) зробив спробу тлумачити процес вимірювання зв'язків між змінними, не використовуючи принцип добутку моментів, на відміну від кореляції Пірсона, Спірмена та ін. Так само, у випадку розрахунку коефіцієнта кореляції за Спірменом, змінні для X і для Y являють собою n послідовних і не пов'язаних між собою рангів 1, 2, 3, ... n. М. Кендалл побудував свій коефіцієнт кореляції τ, використовуючи число пар рангів, які упорядковуються в однаковому напрямку як за X так і за Y. Тож його коефіцієнт кореляції τ — є не що інше, як лічильник числа збігів або незбігів (інверсій) у ранжуваннях показників X та Y.

У таблиці 2.3.6.24 наведено покрокові розрахунки коефіцієнта кореляції (за М. Кендаллом) між показниками (X)– професійні мотиви (за методикою діагностики навчальної мотивації студентів А. А. Реан, В. А. Якушин, модифікації Н. Ц. Бодмаєвої) — та (Y)– навчальною мотивацією, спрямованою на оволодіння узагальненими способами діяльності (за методикою виявлення рівня сформованості пізнавальних мотивів у студентів І. В. Жадан, О. Р. Малхазов), у десяти студенток IV курсу гуманітарного напрямку освіти (середній вік — 20,4 р.).

Крок 1. До першого стовпчика таблиці, за абеткою, внесемо імена студенток (n = 10); до другого — показники X – професійні мотиви (за методикою діагностики навчальної мотивації студентів А. А. Реан, В. А. Якушин, модифікації Н. Ц. Бодмаєвої); до третього — Y – навчальної мотивації, спрямованої на оволодіння узагальненими способами діяльності (за методикою виявлення рівня сформованості пізнавальних мотивів у студентів І. В. Жадан, О. Р. Малхазова), у десяти студенток IV курсу гуманітарного напрямку освіти (середній вік — 20,4 р.).

Крок 2. Проранжуємо показники X – професійні мотиви — та Y – навчальної мотивації, спрямованої на оволодіння узагальненими способами діяльності. Перший ранг надамо найвищому балу для показників X та Y.

Отримані ранги внесемо до четвертого R_x та п'ятого R_y стовпчиків таблиці.

Крок 3. Перш ніж перейти до підрахунків числа збігів або незбігів (інверсій) у ранжуваннях показників X та Y необхідно розглянути деякі теоретичні моменти.

Існує $\frac{n(n-1)}{2}$ пар n осіб (у нашому прикладі $\frac{10(10-1)}{2} = \frac{10*9}{2} = \frac{90}{2} = 45$ пар осіб). Потрібно вивчити внесок кожної пари у взаємозв'язок показників X та Y. Для певної пари констатуємо збіг, якщо їхній порядок за X та Y однаковий. Наприклад: показники X та Y студенток А, В, Г, Є, З та І дають збіг, оскільки ранги А вище за ранги студенток А, В, Г, Є, З та І як за показниками X (для А за R_x 1,5 проти 4; 4; 6,5; 8; 9,5), так і за показниками Y (для А за R_y 1 проти 2,5; 7; 9,5; 5,5; 8). За умов, коли порядок X та Y має розбіжності, то констатується інверсія. У нашому прикладі студентки А та Б; А та Г; А та Є дають інверсію; студентки Ж, З, І мають вищий ранг за R_y та дещо нижчий — за R_x.

За наявності непов'язаних рангів усі $\frac{n(n-1)}{2}$ (у нашому випадку 45 пар) дадуть або збіг, або інверсію. Якщо ж ранжування за R_x та R_y ідентичні, буде $\frac{n(n-1)}{2}$ збігів та жодної інверсії. У разі, коли R_y є величиною протилежною R_x, число збігів та інверсій дорівнюватиме нулю та $\frac{n(n-1)}{2}$.

Ці результати можна комбінувати різними способами. Для визначення коефіцієнта зв'язку між X та Y Кендалл обрав таке визначення для коефіцієнта τ:

$$\tau = \frac{\left(\text{загальне число збігів}\right) - \left(\text{загальне число "інверсій"}\right)}{\frac{n\left(n-1\right)}{2}}.$$

Процес підрахунків числа збігів та інверсій рангів X та Y для усіх $\frac{n\left(n-1\right)}{2}$ пар може бути дуже трудомістким, тому допускаються варіанти спрощення:

1) позначимо загальне число збігів літерою P, а загальне число інверсій — Q. Тоді попереднє рівняння буде таким: $\tau = \frac{P-Q}{\left(\frac{n\left(n-1\right)}{2}\right)}$.

Таблиця 2.3.6.24

Покрокові розрахунки коефіцієнта кореляції τ — тау Кенделла (1 — найвищий ранг) між показниками (X) – професійні мотиви (за методикою діагностики навчальної мотивації студентів А. А. Реан, В. А. Якушин, модифікації Н. Ц. Бодмаєвої) — та (Y) — навчальної мотивації, спрямованої на оволодіння узагальненими способами діяльності (за методикою виявлення рівня сформованості пізнавальних мотивів у студентів І. В. Жадан, О. Р. Малхазова), у десяти студенток IV курсу гуманітарного напрямку освіти (середній вік — 20,4 р.)

Студентки	X	Y	Ранжування R_x	Ранжування R_y	Збігання	Інверсія	**Кроки розрахунків**
А	28	18	1,5	1	9	0	**Крок 1**. До першого стовпчика таблиці, за абеткою, внесемо імена студенток (n = 10); до другого — показники X — професійні мотиви (за методикою Н.Ц. Бодмаєвої); до третього — Y — показники навчальної мотивації, спрямованої на оволодіння узагальненими способами діяльності (за методикою І. В. Жадан, О. Р. Малхазова)
Б	27	15	1,5	5,5	4	4	
В	28	13	4	2,5	6	1	
Г	24	10	4	7	3	3	
Д	19	11	4	4	4	1	
Є	24	15	6,5	9,5	0	4	
Ж	19	10	6,5	2,5	3	0	
З	27	12	8	5,5	2	0	**Крок 2**. Проранжуємо показники X — професійні мотиви та Y — навчальної мотивації, спрямованої на оволодіння узагальненими способами діяльності. Перший ранг надамо найвищому балу для показників X та Y. Отримані ранги внесемо до четвертого R_x та п'ятого R_y стовпчиків
І	22	13	9,5	8	1	0	
К	27	14	9,5	9,5	0	0	
					P=32	Q=13	

Крок 3. Перш ніж перейти до підрахунків збігів або не збігів (інверсії) у ранжуваннях показників X та Y необхідно розглянути деякі теоретичні моменти. Існує $\frac{n(n-1)}{2}$ пар n осіб (у нашому прикладі $\frac{10(10-1)}{2}=\frac{10*9}{2}=\frac{90}{2}=45$ пар осіб). Потрібно вивчити внесок кожної пари у взаємозв'язок показників X та Y. Остаточні формули розрахунків коефіцієнту тау Кендалла (τ) набувають такого вигляду: $\tau=1-\frac{4Q}{n(n-1)}$ або $\tau=\frac{4P}{n(n-1)}-1$.
Крок 4. Починаючи з об'єкта А, підрахуємо, скільки разів його ранг за *Y* виявиться нижчим, ніж ранги об'єктів (Б, В, Г, Д, Є, Ж, З, І, К) за абсолютними величинами (див. стовпчик R_y). Отримане число вносимо до стовпчика «Збіг» табл.2.3.6.25. У цій таблиці у стовпчику *Y* перший об'єкт А має «бал» 1; 1 — менше за бали дев'яти об'єктів (Б, В, Г, Д, Є, Ж, З, І, К), що лежать нижче, а саме Б — 5,5; В — 2,5; Г –7; Д — 4; Є — 9,5; Ж — 2,5; З — 5,5; І — 8; К — 9,5, тому 9 записуємо до стовпчика «Збіг» напроти об'єкта А і т. д. Для підрахунку показників, які треба внести до стовпчика «Інверсія», з'ясуємо, починаючи з об'єкту А, скільки разів його ранг за *Y* виявиться більшим за абсолютними величинами (див. стовпчик R_y), ніж ранги об'єктів Б, В, Г, Д, Є, Ж, З, І, К, що розташовані нижче. У табл.. 2.3.6.25 у стовпчику *Y* перший об'єкт А має «бал»1; 1 — менше за бали дев'яти об'єктів (Б, В, Г, Д, Є, Ж, З, І, К), що лежать нижче, а саме Б — 5,5; В — 2,5; Г –7; Д — 4; Є — 9,5; Ж — 2,5; З — 5,5; І — 8; К — 9,5, тому 0 записуємо до стовпчика «Інверсія» напроти об'єкта А і т. д.
Крок 5. Перевіримо, чи немає помилки у підрахунках кількісних характеристик, внесених до стовпчиків «Збіг» та «Інверсія». У нашому прикладі загальне число збігів $P=32,$ а інверсій $Q=13.$ У сумі це дорівнює 45. За формулою: $P+Q=\frac{n(n-1)}{2}$, тобто сума $P+Q$ повинна дорівнювати $\frac{n(n-1)}{2}=\frac{10(10-1)}{2}=\frac{10*9}{2}=\frac{90}{2}=45.$ У нашому випадку 32+13=45. Отже, розрахунки показників збігів та інверсій виконано вірно.
Крок 6. Розрахувати коефіцієнт Кендалла (τ-тау) за формулами: $\tau=1-\frac{4Q}{n(n-1)}$ або $\tau=\frac{4P}{n(n-1)}-1$. $\tau=1-\frac{4Q}{n(n-1)}=1-\frac{4*13}{10(10-1)}=1-\frac{52}{10*9}=1-\frac{52}{90}=1-0,5778=0,422.$ $\tau=\frac{4P}{n(n-1)}-1=\frac{4*32}{10(10-1)}-1=\frac{128}{10*9}-1=\frac{128}{90}-1=1,422-1=0,422.$

2) різницю $P-Q$ прийнято позначати літерою S. Тож $\tau=\frac{P-Q}{\left(\frac{n(n-1)}{2}\right)}$.

3) Оскільки сума $P+Q$ повинна дорівнювати $\frac{n(n-1)}{2}$, можемо записати рівняння так: $\tau = \frac{P-Q}{\left(\frac{n(n-1)}{2}\right)} = \frac{\left[\frac{n(n-1)}{2}\right]-Q}{\left(\frac{n(n-1)}{2}\right)} = 1-\frac{4Q}{n(n-1)}$ або $\tau = \frac{4P}{n(n-1)}-1.$

Крок 4. Починаючи з об'єкта А, підрахуємо, скільки разів його ранг за показником Y виявиться нижчим, ніж ранги об'єктів (Б, В, Г, Д, Є, Ж, З, І, К) за абсолютними величинами (див. стовпчик R_y). Отримане число внесемо до стовпчика «Збіг» таблиці 2.3.6.25. У цій таблиці у стовпчику Y перший об'єкт А має бал 1; 1 — менше за бали дев'яти об'єктів (Б, В, Г, Д, Є, Ж, З, І, К), що лежать нижче, а саме: Б — 5,5; В — 2,5; Г –7; Д — 4; Є — 9,5; Ж — 2,5; З — 5,5; І — 8; К — 9,5. Тому 9 записуємо до стовпчика «Збіг» напроти об'єкта А і т. д.

Для підрахунку показників, які треба внести до стовпчика «Інверсія», з'ясуємо, починаючи з об'єкта А, скільки разів його ранг за показником Y виявиться більшим за абсолютними величинами (див. стовпчик R_y), ніж ранги об'єктів Б, В, Г, Д, Є, Ж, З, І, К, що розташовані нижче. У таблиці 2.3.6.25 у стовпчику Y перший об'єкт А має бал 1; 1 — менше за бали дев'яти об'єктів (Б, В, Г, Д, Є, Ж, З, І, К), що лежать нижче, а саме: Б — 5,5; В — 2,5; Г –7; Д — 4; Є — 9,5; Ж — 2,5; З — 5,5; І — 8; К — 9,5. Тому 0 записуємо до стовпчика «Інверсія» напроти об'єкта А і т. д.

Крок 5. Перевіримо, чи немає помилки у підрахунках кількісних характеристик, занесених до стовпчиків «Збіг» та «Інверсія». У нашому прикладі загальне число збігів $P=32,$ а інверсій — $Q=13.$ У сумі це дорівнює 45. За формулою: $P+Q=\frac{n(n-1)}{2}$, тобто сума $P+Q$ повинна дорівнювати $\frac{n(n-1)}{2}=\frac{10(10-1)}{2}=\frac{10*9}{2}=\frac{90}{2}=45.$ У нашому випадку 32+13=45. Отже, розрахунки показників збігів та інверсій виконано вірно.

Крок 6. Розрахувати коефіцієнт Кендалла (τ-тау) за формулами: $\tau = 1 - \frac{4Q}{n(n-1)}$, або $\tau = \frac{4P}{n(n-1)} - 1$.

$$\tau = 1 - \frac{4Q}{n(n-1)} = 1 - \frac{4*13}{10(10-1)} = 1 - \frac{52}{10*9} = 1 - \frac{52}{90} = 1 - 0,5778 = 0,422.$$

$$\tau = \frac{4P}{n(n-1)} - 1 = \frac{4*32}{10(10-1)} - 1 = \frac{128}{10*9} - 1 = \frac{128}{90} - 1 = 1,422 - 1 = 0,422.$$

Звернемося до таблиці 18 (додатків), де знайдемо величини коефіцієнтів кореляції Кендалла для десяти пар.

У нашому випадку для десяти пар за Р < 0,05 коефіцієнт кореляції дорівнює $\tau = 0,467$, а за Р < 0,01 $\tau = 0,600$.

За умови, що розрахунковий коефіцієнт кореляції більший або дорівнює (≥) табличному (за Р < 0,05; Р < 0,01), робимо висновок про наявність тісного кореляційного зв'язку між досліджуваними показниками. Якщо розрахунковий показник менший ніж табличні (за Р < 0,05; Р < 0,01), то робимо висновок про відсутність тісного кореляційного зв'язку між досліджуваними показниками.

У нашому випадку розрахунковий коефіцієнт кореляції $\tau = 0,422$, що менше табличного. За Р < 0,05; Р < 0,01 $\tau = 0,422 < 0,467$ та $< 0,600$. Тобто між досліджуваними показниками відсутній тісний кореляційний зв'язок.

Якщо порівнювати коефіцієнт τ -тау Кендалла із коефіцієнтом рангової кореляції Спірмена, то матимемо:

$$\rho = 1 - \frac{6*\sum d^2}{n*(n^2-1)} = 1 - \frac{6*61}{10*(10^2-1)} = 1 - \frac{366}{10*(100-1)} = 1 - \frac{366}{10*99} = 1 - \frac{366}{990} =$$
$$= 1 - 0,370 = 0,630.$$

Звернувшись до таблиці 17 додатків), знайдемо табличні величини коефіцієнтів кореляції Спірмена для десяти пар. У нашому випадку для десяти пар за Р < 0,05 коефіцієнт рангової кореляції $\rho = 0,564$, а за Р < 0,01 — $\rho = 0,746$. Наш розрахунковий коефіцієнт $\rho = 0,630$, що більший за табличний.

Отже, між показниками (X)– професійні мотиви (за методикою діагностики навчальної мотивації студентів А А. Реан, В. А. Якушин, модифікації Н. Ц. Бодмаєвої) — та (Y)– навчальної мотивації, спрямованої на оволодіння узагальненими способами діяльності (згідно з методикою виявлення рівня сформованості пізнавальних мотивів у студентів І. В. Жадан, О. Р. Малхазова) у десяти студенток IV курсу гуманітарного напрямку освіти (середній вік — 20,4 р.) за показником коефіцієнта кореляції Спірмена існує тісний кореляційний зв'язок на рівні Р < 0,05.

Таким чином, ступінь сформованості професійних мотивів (визначених згідно з методикою діагностики навчальної мотивації студентів А А. Реан, В. А. Якушин, модифікації Н. Ц. Бодмаєвої) істотно не впливає на ступінь сформованості навчальної мотивації, спрямованої на оволодіння узагальненими способами діяльності (за методикою виявлення рівня сформованості пізнавальних мотивів у студентів І. В. Жадан, О. Р. Малхазова). Можливо, якщо збільшити кількість досліджуваних та конкретизувати, про які саме професійні мотиви йдеться, експериментатор отримає зовсім інші результати.

***

Дайте визначення поняттям:

Критерії узгодження...

χ^2 (Пірсона)...

Асиметрія...

Ексцес...

Закон великих чисел Чебишева...

Генеральна сукупність...

Вибіркова сукупність...

Надійність...

Рівень значущості...

Стандартна похибка рівняння регресії...

Проста нелінійна кореляція та регресія...

Рівняння параболи 1-го порядку...

Рівняння параболи 2-го порядку...

Рівняння параболи 3-го порядку...

Індекс детермінації...

Рангова кореляція Спірмена...

Кореляція Кендалла (τ) — тау...

Контрольні питання

1. Статистичний аналіз. Закон нормального розподілу та основні властивості кривої Гауса.
2. Критерії узгодження закон нормального розподілу.
3. Асиметрія, ексцес.
4. Вибірковий метод. Параметричні критерії розрізнення.
5. Непараметричні критерії розрізнення.
6. Міри зв'язку: коваріація, кореляція, регресія.

Творче завдання

Проведіть дослідження, будь-якого психологічного явища, властивості, механізму. Зробіть повний статистичний аналіз. Напишіть звіт.

Конспект першоджерел

Ананьев Б. Г. Развитие психо-физиологических функций взрослых людей / Б. Г. Ананьев. — М. : Педагогика, 1972. — 248 с.

Список використаних джерел

1. *Анастази А.* Психологическое тестирование / А. Анастази, С. Урбина. — [7-е изд.]. — СПб. : Питер, 2003. — 688 с.

2. *Артемьева Е. Ю.* Вероятностные методы в психологии / Артемьева Е. Ю., Мартынов Е. М. — М. : Изд-во Московского ун-та, 1975. — 207 с.

3. *Ашмарин Б. А.* Теория и методика педагогических исследований в физическом воспитании / Б. А. Ашмарин. — М. : ФИС, 1978. — 224 с.

4. *Готтсданкер Р.* Основы психологического эксперимента / Р. Готтсданкер. — М. : МГУ, 1982. — 464 с.

5. *Дюк В. А.* Компьютерная психодиагностика / В. А. Дюк. — СПб. : Братство, 1994. — 664 с.

6. *Карасев А. И.* Теория вероятностей и математическая статистики : учеб. [для эконом. специальностей вузов] / А. И. Карасев. — [3-е изд., перераб. и доп.]. — М. : Статистика, 1977.– 279 с.

7. *Крылов А. А.* Практикум по общей и экспериментальной психологии / А. А. Крылов. –Л. : ЛГУ, 1987. — 255 с.

8. *Масальгин Н. А.* Математико-статистические методы в спорте / Н. А. Масальгин. — М. : Физкультура и спорт, 1974. — 151 с.

9. *Наследов А. Д.* Математические методы психологического исследования. Анализ и интерпретация данных : [учебное пособие] / А. Д. Наследов. — СПб. : Речь, 2004. — 392 с.

10. *Нейман Ю.* Вводный курс теории вероятностей и математической статистики / Ю. Нейман [перевод с англ. Н. М. Митрофановой и П. Хусу]. — М. : Наука, 1968, — 448 с.

11. *Плохинский Н. А.* Биометрия / Н. А. Плохинский. — [2-е изд.]. — М. : МГУ, 1970. — 368 с.

12. *Сидоренко Е. В.* Методы математической обработки в психологии / Е. В. Сидоренко. –СПб. : Речь, 2004. — 350 с.

13. Статистические методы в педагогике и психологии : [перевод с англ. Л. И. Хайрусовой]. — М. : Прогресс, 1976. — 496 с.

14. *Червинская К. Р.* Компьютерная психодиагностика / К. Р. Червинская. — СПб. : Речь, 2003. — 336 с.

2.4. Основи психологічної інтерпретації та оформлення результатів експерименту

2.4.1. Загальні вимоги до оформлення наукового звіту, статті, тез, курсової та дипломної робіт (Бюлетень ВАК України. — 2007. — № 6. — С. 9–17)

Наукові звіти, статті, тези, курсові та дипломні роботи необхідно оформлювати відповідно до державного стандарту України. Таким стандартом є ДСТУ 3008-95 «Документація. Звіти у сфері науки і техніки. Структура і правила оформлення». З огляду на високі вимоги нормативних документів необхідно неухильно дотримуватися порядку подання окремих видів текстового матеріалу, таблиць, формул та ілюстрацій, а також правил оформлення бібліографічних посилань.

Назва звіту, статті, тез, курсової та дипломної робіт повинна бути, по можливості, лаконічною, відповідати обраній темі та суті розв'язаної наукової проблеми (задачі), означувати мету дослідження і його завершеність. Іноді для конкретизації до назви слід додати невеликий (4-6 слів) підзаголовок. У назві бажано не використовувати ускладнену термінологію псевдонаукового характеру. Треба уникати назв, що починаються зі слів «Дослідження питання...», «Дослідження деяких шляхів...», «Деякі питання...», «Матеріали до вивчення..., «До питання...» тощо, в яких не відбито достатньою мірою суть проблеми.

Здійснюючи підготовку звіту, статті, тез, курсової та дипломної робіт виконавець обов'язково повинен посилатися на авторів і джерела, з яких запозичив матеріали або окремі результати. У разі використання запозиченого матеріалу без посилання на автора та джерело розгляд наукового звіту статті, тез, курсової та дипломної робіт припиняється робота та повертається автору незалежно від стадії рецензування без права повторного її розгляду.

У звіті, статті, тезах, курсовій та дипломній роботах необхідно стисло, логічно й аргументовано викладати зміст і результати досліджень, уникати загальних слів, бездоказових тверджень, тавтології. Результати досліджень подають у вигляді спеціально підготовленого рукопису. Звіти, статті, тези представляють у роздрукованому на папері формату А 4 вигляді або на електронних носіях, а курсові та дипломні роботи — у твердому переплетенні та на електронних носіях. Звіти, статті тези оформлюються відповідно до вимог закладів вищої освіти або редакційної колегії журналу, матеріалів конференції, з'їзду тощо.

2.4.2. Структура звіту, статті, тез, курсової та дипломної робіт, дисертації

Звіт, стаття, тези, курсова та дипломна робота повинні мати таку структуру:

- титульний аркуш;
- зміст;
- перелік умовних позначень (за необхідності);
- вступ;
- основну частину;
- висновки;
- додатки (за необхідності);
- список бібліографічних посилань.

2.4.3. Композиція основних (змістових) частин звіту, статті, тез, курсової та дипломної робіт

Титульний аркуш звіту, статті, тез, курсової та дипломної роботи містить:

– найменування вищого навчального закладу, де виконано роботу;

– прізвище, ім'я, по батькові автора;

– індекс УДК; назву роботи;

– науковий ступінь, вчене звання, прізвище, ім'я, по батькові наукового керівника (для дипломних та курсових робіт);

– місто і рік виконання роботи.

Зміст подають на початку курсової та дипломної робіт. Він містить заголовки та номери початкових сторінок усіх розділів, підрозділів і пунктів (якщо вони мають заголовок), а також вступу чи передмови, висновків до розділів, загальних висновків, післямови, додатків, списку бібліографічних посилань.

Якщо у статті, тезах, курсовій та дипломній роботах вжито ***специфічну термінологію***, а також маловідомі скорочення, нові символи, позначення і т. ін., то їх може бути подано окремим списком, який розміщують перед вступом чи передумовою. Перелік треба друкувати двома колонками, в яких зліва, за абеткою, наводять, наприклад скорочення, слів чи термінів, справа — їх детальне розшифрування.

Якщо в роботі спеціальні терміни, скорочення, символи, позначення і т. ін. повторюються менше трьох разів, перелік не складають, а їх розшифрування наводять у тексті після першого згадування.

Вступ та його складові

У вступі дослідник розкриває сутність і стан наукової проблеми (задачі) її значущість, підстави і вихідні дані для розроблення теми, обґрунтування необхідності проведення дослідження.

Далі подають загальну характеристику роботи у рекомендованій нижче послідовності.

Актуальність теми

Шляхом критичного аналізу та порівняння з відомими розв’язаннями проблеми (наукової задачі) автор обґрунтовує актуальність і доцільність роботи для розвитку відповідної галузі науки чи виробництва, передусім на користь України.

Висвітлення актуальності не повинно бути розлогим. Достатньо кількома реченнями висловити головне — сутність проблеми або наукового завдання.

За необхідності можна зазначити про зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Стисло викладається інформація про зв'язок обраного напряму досліджень з планами закладу, де виконана робота, а також з галузевими та (або) державними планами і програмами.

Мета і завдання дослідження

Дослідник формулює мету роботи і завдання, які необхідно вирішити для її досягнення. Не слід формулювати мету як «Дослідження...», «Вивчення...», тому що ці слова означують не власне мету, а лише спосіб її досягнення.

Об'єкт та предмет дослідження

Об'єкт дослідження — це процес або явище, що породжує проблемну ситуацію та обране для вивчення.

Предмет дослідження міститься у межах об'єкта.

Треба пам'ятати, що об'єкт і предмет дослідження як категорії наукового процесу співвідносяться між собою як загальне і часткове. В об'єкті виокремлюється та його частина, яка є предметом дослідження. Саме на нього спрямована основна увага виконавця, оскільки предмет дослідження визначає тему роботи, що зазначається на титульному аркуші як її назва.

Методи дослідження

Автор подає перелік використаних методів дослідження для досягнення поставленої в роботі мети. При цьому перелік здійснюється у тісному зв'язку із змістом роботи, із зазначеним, що саме досліджувалося тим чи тим методом. Це дасть змогу пересвідчитися в логічності та прийнятності вибору саме цих методів.

Наукова новизна отриманих результатів

Дослідник подає коротку анотацію нових наукових положень (рішень), запропонованих ним особисто. Необхідно зауважити відмінність одержаних результатів від відомих раніше, описати ступінь новизни (вперше одержано, удосконалено, набуло подальшого розвитку).

Кожне наукове положення чітко формулюють, виокремлюючи його основну сутність і зосереджуючи особливу увагу на рівні досягнутої при цьому новизни. Сформульоване наукове положення повинно читатися і сприйматися легко й однозначно (без нагромадження дрібних і таких, що приховують його сутність, деталей та уточнень). У жодному разі не можна вдаватися до викладу наукового положення у вигляді анотації, коли лише констатують, що в роботі зроблено те і те, а сутності й новизни із написаного виявити неможливо. Подання наукових положень у вигляді анотацій є найбільш поширеною помилкою виконавця, який викладає загальну характеристику роботи.

До цього пункту не можна включати опис нових прикладних (практичних) результатів, отриманих у вигляді способів, пристроїв, методик, схем, алгоритмів і т. ін. Слід завжди розмежовувати одержані наукові положення і нові прикладні результати, що випливають з теоретичного доробку виконавця.

Усі наукові положення з урахуванням досягнутого ними рівня новизни є теоретичною основою (фундаментом) вирішеного в роботі наукового задвдання або розв’язання наукової проблеми.

Практичне значення одержаних результатів

У праці, що має теоретичне значення, експериментатору треба подати відомості про наукове використання результатів досліджень або рекомендації щодо їх використання, а в роботі, що має прикладне значення, — відомості про практичне застосування одержаних результатів або рекомендації, як їх використати. Відзначаючи практичну цінність здобутих результатів, досліднику необхідно подати інформацію про ступінь їх готовності до використання або щодо масштабів їх використання.

Основна частина

Основна частина роботи складається з розділів, підрозділів, пунктів, підпунктів. Кожний розділ починають з нової сторінки. Основному тексту розділу може передувати передмова з лаконічним описом вибраного напряму та обґрунтуванням застосованих методів досліджень. Наприкінці кожного розділу автор формулює висновки із стислим викладенням наведених у розділі наукових і практичних результатів, що дає змогу вивільнити загальні висновки від другорядних.

У розділах основної частини подають:

- огляд тематичної літератури та інформацію про вибір напрямів досліджень;
- виклад загальної методики й основних методів досліджень;
- експериментальну частину і методику досліджень;
- відомості щодо проведення теоретичних та (або) експериментальних досліджень;
- аналіз й узагальнення результатів досліджень.

В огляді літератури виконавець окреслює основні етапи розвитку наукової думки з обраної проблеми. Стисло і критично висвітлюючи роботи попередників, дослідник повинен означити питання, що залишилися невирішеними, а отже, визначити своє місце у розв'язанні проблеми. Бажано завершити цей розділ коротким резюме стосовно необхідності проведення досліджень у даній галузі. Обсяг огляду літератури не повинен перевищувати 20% загального обсягу основної частини роботи.

Другий розділ

У другому розділі, як правило, виконавець обґрунтовує вибір напряму досліджень, наводить методи вирішення завдань і їх порівняльні оцінки, розробляє загальну методику проведення досліджень. У теоретичних працях виконавець розкриває методи розрахунків, гіпотези, що розглядаються, в експериментальних — принципи дії і характеристики розробленої апаратури, оцінки похибок вимірювання тощо.

Наступні розділи

У наступних розділах з вичерпною повнотою автор викладає результати власних досліджень з висвітленням того нового, що він вносить у розроблення проблеми. Виконавець повинен давати оцінку повноти вирішення поставлених завдань, оцінку достовірності одержаних результатів (характеристик, параметрів), їх порівняння з аналогічними результатами вітчизняних і зарубіжних доробків, обґрунтування потреби додаткових досліджень, інформувати про негативні результати, які зумовлюють необхідність припинення подальших досліджень.

Виклад матеріалу автор підпорядковує одній чітко ним визначеній провідній ідеї.

Висновки

У висновках виконавець викладає одержані найважливіші наукові та практичні результати роботи, які повинні містити формулювання розв'язаної наукової проблеми (завдання), її значення для науки і практики. Далі він формулює висновки й рекомендації щодо наукового та практичного використання здобутих результатів.

У першому пункті висновків стисло оцінюють стан вивчення питання. Далі у висновках розкривають методи розв'язання поставленої в роботі наукової проблеми (задачі), подають їх практичний аналіз, порівняння з відомими результатами розв'язання.

У висновках необхідно наголосити на якісних і кількісних показниках здобутих результатів, обґрунтувати достовірність результатів, викласти рекомендації щодо їх використання.

2.4.3.1. Додатки

До додатків за необхідності доцільно включати допоміжний матеріал:

– проміжні математичні доведення, формули та розрахунки;

– таблиці допоміжних цифрових даних;

– протоколи й акти випробувань, упровадження, розрахунки економічного ефекту;

– інструкції та методики, опис алгоритмів і програм вирішення задач на ЕОМ, розроблених автором і представлених у роботі; допоміжні ілюстрації тощо.

2.4.3.2. Список бібліографічних посилань

Список бібліографічних посилань слід розміщувати одним із таких способів:

– у порядку посилань у тексті (найзручніший для користування і рекомендований для підготовки наукових робіт),

– в алфавітному порядку прізвищ перших авторів або заголовків, за хронологією.

Бібліографічний опис джерел складають відповідно до чинних стандартів з інформації, бібліотечної та видавничої справи. Потрібну інформацію можна одержати, зокрема, із таких міждержавних і державних стандартів: ДСТУ 8302: 2015. «Інформація та документація. Бібліографічне посилання. Загальні положення та правила складання». ГОСТ 7.12-93 «СИБИД. Библиографическое описание документа. Общие требования и правила составления»; ДСТУ 3582-97 «Інформація та документація. Скорочення слів в українській мові у бібліографічному описі. Загальні вимоги та правила». СИБИД. Библиографическое запись. Сокращение слов на русском языке. Общие требования и правила», ГОСТ 7.11-78 «СИБИД. Сокращение слов и словосочетаний на иностранных европейских языках в библиогафическом описании».

2.4.4. Оформлення таблиць, малюнків, фотодокументів, графіків, бібліографії

Загальні вимоги

Звіти, статті, тези оформлюються відповідно до вимог, чинних державних стандартів, що висувають викладачі навчальної установи, організатори конференцій, редактори журналів і ін. Роботу друкують машинописним способом або за допомогою принтера на одному боці аркуша білого паперу формату А4 (210x297 мм) через два міжрядкових інтервали до тридцяти рядків на сторінці. Мінімальна висота шрифту 1,8 мм. Можна також використати папір форматів у межах від 203x288 до 210x297 мм, таблиці та ілюстрації подати на аркушах формату А3.

Усі примірники роботи повинні бути ідентичними. Обсяг основного тексту звіту, статті, тез визначається викладачем дисципліни, з якої пишеться робота, або вимогами організаторів конференцій, редакторів журналів тощо.

Для курсових та дипломних робіт обсяг основного тексту 4-5 друкованих аркушів. Такий обсяг робіт розрахований на використання під час їх оформлення звичайних (не портативних) друкарських машин для друкування через два міжрядкових інтервали на папері формату А4 або комп’ютерів з застосуванням шрифтів текстового редактора Word розміру 14 з полуторним міжрядковим інтервалом.

Текст наукової роботи необхідно друкувати, залишаючи поля таких розмірів: ліве — не менше 20 мм, праве — не менше 10 мм, верхнє — не менше 20 мм, нижнє — не менше 20 мм.

Шрифт друку має бути чітким, стрічка друкарської машини чорного кольору середньої жирності. Щільність тексту наукової роботи повинна бути однаковою.

Вписувати у текст роботи окремі іншомовні слова, формули, умовні знаки можна чорнилом, тушшю, пастою тільки чорного кольору, при цьому щільність вписаного тексту має бути наближеною до щільності основного тексту.

Виявлені друкарські помилки, описки й орфографічні неточності можна виправляти підчищенням або зафарбовуванням білою фарбою і нанесенням на тому ж місці або між рядками виправленого тексту (фрагмента малюнка) машинописним способом. Допускається не більше двох виправлень на одній сторінці.

Роздруковані на ЕОМ програмні документи повинні відповідати формату А4, їх включають до загальної нумерації сторінок роботи і розміщують, як правило, у додатках.

Текст основної частини роботи поділяють на розділи, підрозділи, пункти та підпункти.

Заголовки структурних частин роботи «ЗМІСТ», «ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ», «ВСТУП», «РОЗДІЛ», «ВИСНОВКИ», «ДОДАТКИ», «СПИСОК БІБЛІОГРАФІЧНИХ ПОСИЛАНЬ», друкують великими літерами симетрично до набору. Заголовки підрозділів друкують маленькими літерами (крім першої великої) з абзацного відступу. Крапку наприкінці заголовка не ставлять. Якщо заголовок складається з двох або більше речень, їх розділяють крапкою. Заголовки пунктів друкують маленькими літерами (крім першої великої) з абзацного відступу в розрядці упідбір до тексту. Наприкінці заголовка, надрукованого впідбір до тексту, ставиться крапка.

Відстань між заголовком (за винятком заголовка пункту) та текстом повинна дорівнювати 3–4 інтервалам.

Кожну структурну частину роботи треба починати з нової сторінки.

До загального обсягу роботи не входять додатки, список бібліографічних посилань, таблиці та рисунки, які повністю займають площу сторінки. Але всі сторінки зазначених елементів роботи підлягають суцільній нумерації.

Нумерація

Нумерацію сторінок, розділів, підрозділів, пунктів, підпунктів, рисунків (малюнків), таблиць, формул подають арабськими цифрами без знака №.

Першою сторінкою роботи є титульний аркуш, який включають до загальної нумерації сторінок роботи. На титульному аркуші номер сторінки не ставлять, на наступних сторінках номер проставляють у правому верхньому куті сторінки без крапки.

Такі структурні частини роботи, як зміст, перелік умовних позначень, вступ, висновки, список бібліографічних посилань не мають порядкового номера. Всі аркуші, на яких розміщені згадані структурні частини роботи, нумерують звичайним чином. Не нумерують лише їх заголовки, тобто не можна друкувати: «1. ВСТУП» або «Розділ 6. ВИСНОВКИ». Номер розділу ставлять після слова «РОЗДІЛ», після номера крапку не ставлять, потім з нового рядка друкують заголовок розділу.

Підрозділи нумерують у межах кожного розділу. Номер підрозділу складається з номера розділу і порядкового номера підрозділу, між якими ставлять крапку. Наприкінці номера підрозділу повинна стояти крапка, наприклад: «2.3.» (третій підрозділ другого розділу). Потім у тому ж рядку зазначають заголовок підрозділу.

Пункти нумерують у межах кожного підрозділу. Номер пункту складається з порядкових номерів розділу, підрозділу, пункту, між якими ставлять крапку. Наприкінці номера повинна стояти крапка, наприклад: 1.3.2. (другий пункт третього підрозділу першого розділу). Потім у тому ж рядку пишуть заголовок пункту. Пункт може не мати заголовка.

Підпункти нумерують у межах кожного пункту за такими ж правилами, як пункти.

Ілюстрації

Ілюстрації (фотографії, креслення, схеми, графіки, карти) і таблиці необхідно подавати в роботі безпосередньо після тексту, де вони згадані вперше, або на наступній сторінці. Ілюстрації і таблиці, розміщені на окремих сторінках роботи, включають до загальної нумерації сторінок. Таблицю, малюнок або креслення, розміри яких більше формату А4, враховують як одну сторінку і розміщують у відповідних місцях після згадування у тексті або в додатках.

Ілюстрації позначають словом «Рис.» «Мал.» і нумерують послідовно в межах розділу, за винятком ілюстрацій, поданих у додатках.

Номер ілюстрації повинен складатися з номера розділу і порядкового номера ілюстрації, між якими ставиться крапка.

Наприклад: «*Рис.1.2*» (другий рисунок першого розділу).

Номер ілюстрації, її назва і пояснювальні підписи розміщують послідовно під ілюстрацією. Якщо в розділі роботи подано одну ілюстрацію, то її нумерують за загальними правилами.

Таблиці нумерують послідовно (за винятком таблиць, поданих у додатках) у межах розділу. У правому верхньому куті над відповідним заголовком таблиці розміщують напис «Таблиця» із зазначеннями номера. Номер таблиці повинен складатися з номера розділу і порядкового номера таблиці, між якими ставиться крапка, наприклад: *«Таблиця 1.2»* (друга таблиця першого розділу).

Якщо в розділі дисертації одна таблиця, її нумерують за загальними правилами.

У разі перенесення частини таблиці на інший аркуш (сторінку) слово «Таблиця» і номер її позначають один раз справа над першою частиною таблиці, над іншими частинами пишуть слова *«Продовж, табл.»* і зазначають номер таблиці, наприклад: *«Продовж, табл.1.2».*

Формули в роботі (якщо їх більше однієї) нумерують у межах розділу. Номер формули складається з номера розділу і порядкового номера формули в розділі, між якими ставлять крапку. Номери формул пишуть біля правого поля аркуша на рівні відповідної формули в круглих дужках, наприклад: (3.1) (перша формула третього розділу).

Примітки до тексту і таблиць, в яких наводять довідкові і пояснювальні дані, нумерують послідовно в межах однієї сторінки. Якщо приміток на одному аркуші кілька, то після слова «Примітки» ставлять двокрапку, наприклад:

Примітки:

1. ...
2. ...

Якщо є одна примітка, то її не нумерують, і після слова «Примітка» ставлять крапку.

Ілюструють роботу, виходячи із певного загального задуму, за ретельно продуманим тематичним планом, що допомагає уникнути випадкових ілюстрацій, пов'язаних із другорядними матеріалами тексту, і запобігти невиправданим пропускам ілюстрацій до найважливіших тем. Кожна ілюстрація має відповідати змісту тексту, а зміст тексту — ілюстрації.

Назви ілюстрацій розміщують після їхніх номерів. За необхідності ілюстрації доповнюють пояснювальними даними (підрисунковий підпис).

Підпис під ілюстрацією зазвичай має чотири основних елементи:

– найменування графічного сюжету, що позначається скороченим словом «Рис.» («Мал.»);

– порядковий номер ілюстрації (без знака номера);

– тематичний заголовок ілюстрації, що містить текст із якомога стислою характеристикою зображеного;

– експлікацію, яка будується так: деталі сюжету позначають цифрами, які виносять у підпис, супроводжуючи їх текстом. Треба зазначити, що експлікація не замінює загального найменування сюжету, а лише пояснює його. Приклад:

Рис. 1.2.8. Загальний вигляд комплексу «ДИК-01.01»

Умовні позначення: 1 — блок реєстрації критичної частоти миготінь (КЧМ); 2 — блок фотодатчика; 3 — монітор досліджуваного; 4 — монітор експериментатора; 5 — блок реєстрації та обробки сигналів шкірогальванічних реакцій (ШГР) та голосового повідомлення досліджуваного; 6 — датчики шкірогальванічних реакцій; 7 — мікрофон досліджуваного; 8 — блок реєстрації хронометрії; 9 — датчики реєстрації показників теппінг-тесту; 10 — ергономічні подушечки для долонь досліджуваного; 11 — обмежувальна планка; 12 — блок інтерфейсу; 13 — блок живлення; 14 — клавіатура ПК експериментатора; 15 — «Мишка».

Основними видами ілюстративного матеріалу в роботах є: креслення, технічний рисунок, схема, фотографія, діаграма і графік.

Не варто оформлювати посилання на ілюстрації як самостійні фрази, в яких лише повторюється те, що міститься у підписі. У тому місці, де викладається тема, пов'язана з ілюстрацією, щоб звернути увагу читача на неї, розміщують посилання у вигляді виразу в круглих дужках «(рис.3.1)» або зворот на зразок: «...як бачимо, на рис. 3.1» або «... як це зображено на рис. 3.1».

Якість ілюстрацій повинна забезпечувати їх чітке відтворення (електрографічне копіювання, мікрофільмування). Ілюстрації виконують чорнилом, тушшю або пастою чорного кольору на білому непрозорому папері. У науковій роботі слід застосовувати лише штрихові ілюстрації й оригінали фотознімків. Фотознімки розміром, меншим за формат А4, наклеюють на стандартні аркуші білого паперу формату А4.

Таблиці

Цифровий матеріал зазвичай оформлюють у вигляді таблиць.

Приклад побудови таблиці

Таблиця(номер)

Назва таблиці

Головка	Заголовки граф
	Підзаголовки граф
Рядки	
Боковик (заголовки рядків)	Графи (колонки)

Кожна таблиця повинна мати назву, яку розміщують над таблицею і друкують симетрично до тексту. Назву і слово «Таблиця» починають з великої літери. Назву подають жирним шрифтом.

За логікою побудови таблиці її логічний суб’єкт, або підмет (позначення тих предметів, які в ній характеризуються), розміщують у боковику, головці чи в них обох, а не у прографці; логічний предикат, або присудок, таблиці (тобто дані, якими характеризується підмет) — у прографці, а не в головці чи боковику. Кожен заголовок над графою стосується всіх даних цієї графи, кожен заголовок рядка в боковику — всіх даних цього рядка.

Заголовок кожної графи в головці таблиці має бути по можливості коротким. Слід уникати повторів тематичного заголовка у заголовках граф, одиниці виміру зазначати у тематичному заголовку, виносити до узагальнюючих заголовків слова, що повторюються.

Боковик, як і головка, потребує лаконічності. Повторювані тут слова також розміщують в об'єднувальних рубриках; загальні для всіх заголовків боковика слова вносять у заголовок над ним.

У прографці повторювані елементи, які стосуються всієї таблиці, вносять у тематичний заголовок або в заголовок графи; однорідні числові дані розміщують так, щоб їх класи збігалися; неоднорідні — посередині графи; лапки використовують тільки замість однакових слів, які стоять одне під одним.

Заголовки граф повинні починатися з великих літер, підзаголовки — з маленьких, якщо вони складають одне речення із заголовком, і з великих, якщо вони є самостійними. Висота рядків повинна бути не меншою 8 мм. Графу з порядковими номерами рядків до таблиці включати не треба.

Таблицю розміщують після першого згадування про неї у тексті так, щоб її можна було читати без повороту переплетеного блоку роботи або з поворотом за стрілкою годинника. Таблицю з великою кількістю рядків можна переносити на наступну сторінку. При перенесенні таблиці на наступну сторінку назву вміщують тільки над її першою частиною. Таблицю з великою кількістю граф можна ділити на частини і розміщувати одну частину під іншою в межах однієї сторінки. Якщо рядки або графи таблиці виходять за формат сторінки, то в першому випадку в кожній частині таблиці повторюють її головку, в другому — боковик.

Якщо текст, який повторюється в графі таблиці, складається з одного слова, його можна замінювати лапками; якщо з двох або більше слів, то при першому повторенні його замінюють словами «Те саме», а далі лапками. Ставити лапки замість цифр, марок, знаків, математичних і хімічних символів, які повторюються, не можна. Якщо цифрові або інші дані в якомусь рядку таблиці не подають, то в ньому ставлять прочерк.

Формули

Використання формул потребує дотримання певних правил.

Найбільші та громіздкі формули, котрі мають у складі знаки суми, добутку, диференціювання, інтегрування, розміщують на окремих рядках. Це стосується також усіх нумерованих формул. Для економії місця кілька коротких однотипних формул, відокремлених від тексту, можна подати в одному рядку, а не одну під одною. Невеликі і нескладні формули, що не мають самостійного значення, вписують всередині рядків тексту.

Пояснення значень символів і числових коефіцієнтів треба подавати безпосередньо під формулою в тій послідовності, в якій вони розміщені у формулі. Значення кожного символу і числового коефіцієнта треба подавати з нового рядка. Перший рядок пояснення починають зі слова «де» без двокрапки.

Рівняння і формули треба виділяти з тексту вільними рядками. Вище і нижче кожної формули потрібно залишити не менше одного вільного рядка. Якщо рівняння не вміщується в один рядок, його слід перенести після знака рівності (=), або після знаків плюс (+), мінус (–), множення $(*)$.

Нумерувати слід лише ті формули, на які є посилання в наступному тексті, інші нумерувати не рекомендується.

Порядкові номери позначають арабськими цифрами в круглих дужках біля правого поля сторінки без крапок. Номер, який не вміщується у рядку з формулою, переносять у наступний нижче формули. Номер формули у разі її перенесення вміщують на рівні останнього рядка. Якщо формулу взято в рамку, то номер такої формули записують зовні рамки з правого боку навпроти основного рядка формули. Номер формули-дробу подають на рівні основної горизонтальної риски формули.

Номер групи формул, розміщених на окремих рядках і об’єднаних фігурною дужкою (парантезом), ставиться справа від вістря парантеза, яке міститься в середині групи формул і спрямоване в бік номера.

Загальне правило пунктуації у тексті з формулами таке: формула входить до речення як його рівноправний елемент. Тому наприкінці формул і в тексті перед ними розділові знаки ставлять відповідно до правил пунктуації.

Двокрапку перед формулою ставлять лише у випадках, передбачених правилами пунктуації, а) у тексті перед формулою є узагальнююче слово; б) цього потребує побудова тексту, що передує формулі.

Розділовими знаками між формулами, котрі розміщуються одна під одною і не відокремлені текстом, можуть бути кома або крапка з комою безпосередньо за формулою до її номера.

Розділові знаки між формулами за наявності парантеза ставлять всередині парантеза. Після таких громіздких математичних виразів, як визначники і матриці, можна розділові знаки не ставити.

Загальні правила цитування та посилання на використані джерела

У науковій роботі автор повинен посилатися на джерела, матеріали або окремі результати, ідеї та висновки інших авторів, що досліджували аналогічні проблеми, та вивченню яких присвячена його робота. Це дає змогу відшукати документи і перевірити достовірність відомостей про цитування документа, надає необхідну інформацію щодо нього, допомагає з’ясувати його зміст, мову тексту, обсяг. Посилатися слід на останні видання публікацій. На більш ранні видання можна посилатися лише за умови, якщо наявний у них матеріал, не включений до останнього видання.

Використовуючи відомості, матеріали з монографій, оглядових статей, інших джерел з великою кількістю сторінок, автору в посиланні необхідно точно зазначити номери сторінок, ілюстрацій, таблиць, формул з джерела, на яке він посилається в науковій роботі.

Посилання на джерела в тексті наукової роботи слід зазначати порядковим номером за переліком посилань у квадратних дужках, наприклад, «... у працях [1–7]...».

Коли в тексті роботи необхідно зробити посилання на складову частину чи конкретні сторінки відповідного джерела, можна наводити посилання у виносках, при цьому номер посилання має відповідати його бібліографічному опису за переліком посилань.

Приклад:

Цитата в тексті: «... незважаючи на пріоритетне значення мовних каналів зв’язку між діловими партнерами, ні в якому разі не можна ігнорувати найбільші канали передачі інформації /6/1)».

Відповідний опис у переліку посилань:

6. Дороніна М.С. Культура спілкування ділових людей: навч. посіб. — К. : КМ Асааетіа, 1998. — 192 с.

Відповідне подання виноски:

/6/ 1) розд. 1. Ділове спілкування, с. 29.

Посилаючись на ілюстрації, вміщені у власній науковій роботі, зазначають порядковий номер ілюстрації, наприклад, «рис.1.2».

Посилаючись на формули, наведені у власній науковій робот, зазначають порядковий номер формули в дужках, наприклад «... у формулі (2.1)».

На всі таблиці власної наукової роботи повинні бути посилання у тексті, при цьому слово «таблиця» в тексті пишуть скорочено, наприклад: «...у табл.1.2».

У повторних посиланнях на таблиці та ілюстрації треба вживати скорочено слово «дивись», наприклад: «див. табл. 1.3».

Для підтвердження власних аргументів посиланням на авторитетне джерело або для критичного аналізу того чи іншого друкованого твору слід наводити цитати. Науковий етикет потребує точно відтворювати цитований текст, бо найменше його скорочення може спотворити, закладений автором зміст.

Загальні вимоги до цитування:

а) текст цитати починається і закінчується лапками; він наводиться в тій граматичній формі, в якій поданий у джерелі, із збереженням особливостей авторського написання. Наукові терміни, запропоновані іншими авторами, не виділяються лапками, за винятком тих, що викликали загальну полеміку. У цих випадках використовується словосполучення «так званий»;

б) цитування повинно бути повним, без довільного скорочення авторського тексту та без перекручень думок автора.

Пропуск слів, речень, абзаців під час цитування допускається без перекручення авторського тексту і позначається трьома крапками. Вони ставляться у будь-якому місці цитати (на початку, всередині, наприкінці). Якщо перед пропущеним текстом або за ним стояв розділовий знак, то він не зберігається;

в) кожна цитата обов’язково супроводжується посиланням на джерело;

г) за непрямого цитування (переказу, викладу думок інших авторів своїми словами), що дає значну економію тексту, слід бути гранично точним у викладенні думок автора, коректним щодо оцінювання його результатів і давати відповідні посилання на джерело;

д) якщо необхідно виявити ставлення автора наукової праці до окремих слів або думок з цитованого тексту, то після них у круглих дужках ставлять знак оклику або знак питання;

є) коли автор наукової роботи, наводячи цитату, виділяє в ній деякі слова, то робиться спеціальне застереження, тобто після тексту, який пояснює виділення, ставиться крапка, потім тире і зазначаються ініціали автора наукової праці, а текст застереження вміщується у круглі дужки. Варіантами таких застережень є: (курсив наш. — М. Х.), (підкреслено мною. — М. Х.), (розбивка моя. — М. Х.).

Оформлення списку використаних джерел

Список використаних джерел — елемент бібліографічного апарату, який містить бібліографічні описи використаних джерел і розміщується після висновків.

Бібліографічний опис складають безпосередньо за друкованим твором або виписують з каталогів і бібліографічних покажчиків повністю без пропусків будь-яких елементів, скорочення назв т. ін. (при цьому враховують відповідність бібліографічного опису вимогам чинного міжнародного стандарту ГОСТ 731-8.4 за винятком вимог «Изм. № 4» (ІПС № 2 2001)). Завдяки цьому можна уникнути повторних перевірок, вставок пропущених відомостей.

Джерела можна розміщувати одним із таких способів: у порядку посилань у тексті (найзручніший для користування і рекомендований для написання наукових робіт), в алфавітному порядку прізвищ перших авторів або заголовків, за хронологією.

Відомості про джерела, включені до списку, необхідно давати відповідно до вимог чинних міжнародних і державних стандартів з обов'язковим зазначенням назв праць. Зокрема потрібну інформацію щодо згаданих вимог можна отримати з таких стандартів: ДСТУ 8302: 2015 «Інформація та документація. Бібліографічні посилання. Загальні положення та правила складання». ДСТУ 3582-97 «Інформація та документація. Скорочення слів в українській мові у бібліографічному описі. Загальні вимоги та правила», ГОСТ 7.12-93 «СИБИД. Библиографическое запись. Сокращение слов на русском языке. Общие требования и правила». ГОСТ 7.1-84 «СИБИД. Библиографическое описание документа. Общие требования и правила составления».

Приклади оформлення бібліографічного опису у списку джерел, який подається у дисертації, і списку опублікованих праць, представленого в авторефераті (Бюлетень ВАК України. — 2008. — № 3. — С. 9–13).

Характеристика джерела	Приклад оформлення
Книги: Один автор	1. Василій Великий. Гомілії / Василій Великий; [пер. з давньогрец. Л. Звонська]. — Львів: Свічадо, 2006. — 307 с. — (Джерела християнського Сходу. Золотий вік патристики IV−V ст.; № 14). 2. Коренівський Д. Г. Дестабілізуючий ефект параметричного білого шуму в неперервних та дискретних динамічних системах / Д. Г. Коренівський. — К.: Ін-т математики, 2006. — 111 с. — (Математика та її застосування) (Праці / Ін-т математики НАН України; т. 59). 3. Матюх Н. Д. Що дорожче срібла-золота / Наталія Дмитрівна Матюх. — К. : Асамблея діл. Кіл : Ін-т соц. іміджмейкінгу, 2006. — 311 с. — (Ювеліри України; т. 1). 4. Шкляр В. Елементал: [роман] / Василь Шкляр. — Львів : Кальварія, 2005. — 196, [1] с. — (Першотвір).

Два автори	1. Матяш І. Б. Діяльність Надзвичайної дипломатичної місії УНР в Угорщині : історія, спогади, арх. док. / І. Матяш, Ю. Мушка. — К. : Києво-Могилян. акад., 2005. — 397, [1] с. — (Бібліотека наукового щорічника «Україна дипломатична»; вип. 1). 2. Ромовська З. В. Сімейне законодавство України / З. В. Ромовська, Ю. В. Черняк. — К. : Прецедент, 2006. — 93 с. — (Юридична бібліотека. Бібліотека адвоката) (Матеріали до складання кваліфікаційних іспитів для отримання Свідоцтва про право на заняття адвокатською діяльністю; вип. 11). 3. Суберляк О. В. Технологія переробки полімерних та композиційних матеріалів: підруч. [для студ. вищ. навч. закл.] / О. В. Суберляк, П. І. Баштанник. — Львів : Растр-7, 2007. — 375 с.
Три автори	1. Акофф Р.-Л. Идеализированное проектирование: как предотвратить завтрашний кризис сегодня. Создание будущего организации / Акофф Р. Л., Магидсон Д., Эддисон Г. Д.; пер. с англ. Ф. П. Тарасенко. — Днепропетровск: Баланс Бизнес Букс, 2007. — XLIII, 265 с.
Чотири автори	1. Методика нормування ресурсів для виробництва продукції рослинництва / [Вітвіцький В. В., Кисляченко М. Ф., Лобастов І. В., Нечипорук А.-А.]. — К. : НДІ «Украгропромпродуктивність», 2006. — 106 с. — (Бібліотека спеціаліста АПК. Економічні нормативи). 2. Механізація переробної галузі агропромислового комплексу : [підруч. для учнів проф.-техн. навч. закл.] / О. В. Гвоздєв, Ф. Ю. Ялпачик, Ю. П. Рогач, М. М. Сердюк. — К. : Вища освіта, 2006. — 478, [1] с. — (ПТО: Професійно-технічна освіта).
П’ять і більше авторів	1. Психология менеджмента / [Власов П. К., Липницкий А. В., Лущихина И. М. и др.]; под ред. Г. С. Никифорова. — [3-е изд.]. — Х. : Гуманитар. центр, 2007. — 510 с. 2. Формування здорового способу життя молоді : навч.-метод. посіб. для працівників соц. служб для сім’ї, дітей та молоді / [Т. В. Бондар, О. Г. Карпенко, Д. М. Дикова-Фаворська та

	ін.]. — К. : Укр. ін-т соц. дослідж., 2005. — 115 с. — (Серія «Формування здорового способу життя молоді» : у 14 кн., кн. 13).
Без автора	1. Історія Свято-Михайлівського Золотоверхого монастиря / [авт. тексту В. Клос]. — К. : Грані-Т, 2007. — 119 с. — (Грані світу). 2. Воскресіння мертвих: українська барокова драма: антологія / [упорядкув., ст., пер. і прим. В. О. Шевчук]. — К. : Грамота, 2007. — 638, [1] с. 3. Тіло чи особистість? Жіноча тілесність у вибраній малій українській прозі та графіці кінця XIX — початку XX століття: [антологія / упоряд.: Л. Таран, О. Лагутенко]. — К.: Грані-Т, 2007. — 190, [1] с. 4. Проблеми типологічної та квантитативної лексикології : [зб.наук.праць / наук. ред. Каліущенко В. та ін.]. — Чернівці : Рута, 2007. — 310 с.
Багатотомний документ	1. Історія Національної академії наук України, 1941–1945 / [упоряд. Л. М. Яременко та ін.]. — К. : Нац. б-ка України ім. В. І. Вернадського, 2007. — (Джерела з історії науки в Україні). Ч. 2 : Додатки. — 2007. — 573, [1] с. 2. Межгосударственные стандарты : каталог в 6 т. / [сост. Ковалева И. В., Рубцова Е. Ю. ; ред. Иванов В. Л.]. — Львов : НТЦ «Леонорм-Стандарт», 2005 — (Серия «Нормативная база предприятия»). — Т. 1. — 2005. — 277 с. 3. Дарова А. Т. Неисповедимы пути Господни... : (Дочь врага народа) : трилогия / Алисма Дарова. — Одесса : Астропринт, 2006. — 369 с. (Сочинения : в 8 кн. / Алиса Дарова ; кн. 4). 4. Кучерявенко Н. П. Курс налогового права : Особенная часть : в 6 т. / Н. П. Кучерявенко. — Х. Право, 2002. — Т. 4 : Косвенные налоги. — 2007. — 534 с.
	5. Реабілітовані історією. Житомирська область : [у 7 т.]. — Житомир : Полісся, 2006. — (Науково-документальна серія книг «Реабілітовані історією» : у 27 т. / голов. редкол.: Тронько П. Т.

	(голова) та ін.). Кн. 1 / [обл. редкол.: Синявська І. М. (голова) та ін. — 2006. — 721, [2] с. 6. Бондаренко В. Г. Теорія ймовірностей і математична статистика. Ч.1 / В. Г. Бондаренко, І. Ю. Канівська, С. М. Парамонова. — К. : НТУУ «КПІ», 2006. — 125 с.
Матеріали конференцій, з'їздів	1. Економіка, менеджмент, освіта в системі реформування агропромислового комплексу : матеріали Всеукр. конф. молодих учених-аграрників [«Молодь України і аграрна реформа»], (Харків, 11–13 жовт. 2000 р.) / М-во аграр. політики, Харків. держ. аграр. ун-т ім. В. В. Докучаєва. — Х. : Харків. держ. аграр. ун-т ім. В. В. Докучаєва, 2000. — 167 с. 2. Кібернетика в сучасних економічних процесах : зб. текстів виступів на республік. міжвуз. наук.-практ. конф. / Держкомстат України, Ін-т статистики, обліку та аудиту. — К. : ІСОА, 2002. — 147 с. 3. Матеріали IX з'їзду Асоціації українських банків, 30 червня 2000 р.: інформ. бюл. — К. : Асоц. укр. банків, 2000. — 117 с. — (Спецвип.: 10 років АУБ). 4. Оцінка й обґрунтування продовження ресурсу елементів конструкцій : праці конф., 6–9 черв. 2000 р., Київ. Т. 2 / відп. ред. В. Т. Трощенко. — К. : НАН України, Ін-т пробл. міцності, 2000. — С. 559–956, XIII, [2] с. — (Ресурс 2000). 5. Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій : зб. наук. праць / наук. ред. В. І. Моссаковський. — Дніпропетровськ : Навч. кн., 1999. — 215 с. 6. Ризикологія в економіці та підприємництві : зб. наук. праць за матеріалами міжнар. наук.-практ. конф., 27–28 берез. 2001 р. / М-во освіти і науки України, Держ податк. адмін. України [та ін.]. — К. : КНЕУ : Акад. ДПС України, 2001. — 452 с.
Препринти	1. Шиляев Б. А. Расчеты параметров радиационного повреждения материалов нейтронами источника ННЦ ХФТИ/ANL USA с подкритической сборкой, управляемой ускорителем электронов /

	Шиляев Б. А., Воеводин В. Н. — Х. : ННЦ ХФТИ, 2006. — 19 с. — (Препринт / НАН Украины, Нац. науч. центр «Харьков. физ.-техн. ин-т»; ХФТИ 2006-4).
	2. Панасюк М. І. Про точність визначення активності твердих радіоактивних відходів гамма-методами / Панасюк М. І., Скорбун А. Д., Сплошной Б. М. — Чорнобиль : Ін-т пробл. безпеки АЕС НАН України, 2006. — 7, [1] с. — (Препринт / НАН України, Ін-т пробл. безпеки АЕС; 06-1).
Депоновані наукові праці	1. Социологическое исследование малых групп населения / В. И. Иванов [и др.]; М-во образования Рос. Федерации, Финансовая академия. — М., 2002. — 110 с. — Деп. в ВИНИТИ 13.06.02, № 145432. 2. Разумовский В. А. Управление маркетинговыми исследованиями в регионе / В. А. Разумовский, Д. А. Андреев. — М., 2002. — 210 с. — Деп. в ИНИОН Рос. акад. наук 15.02.02, № 139876.
Словники	1. Географія: словник-довідник / [авт.-уклад. Ципін В. Л.]. — Х. : Халімон, 2006. — 175, [1] с. 2. Тимошенко З. І. Болонський процес в дії : словник-довідник основ. термінів і понять з орг. навч. процесу у вищ. навч. закл. / З. І. Тимошенко, О. І. Тимошенко. — К. : Європ. ун-т, 2007. — 57 с. 3. Українсько-німецький тематичний словник [уклад. Н. Яцко та ін.]. — К. : Карпенко, 2007. — 219 с. 4. Європейський Союз: словник-довідник / [ред.-упоряд. М. Марченко]. — 2-ге вид., оновл. — К. : К.І.С., 2006. — 138 с.
Атласи	1. Україна: екол.-геогр. атлас: присвяч. всесвіт. дню науки в ім’я миру та розвитку згідно з рішенням 31 сесії ген. конф. ЮНЕСКО / [наук. редкол.: С. С. Куруленко та ін.]; Рада по вивч. продукт. сил України НАН України [та ін.]. — / [наук. редкол.: С. С. Куруленко та ін.]. — К. : Варта, 2006. — 217, [1] с. 2. Анатомія пам’яті: атлас схем і рисунків провідних шляхів

	і структур нервової системи, що беруть участь у процесах пам'яті: посіб. для студ. та лікарів / О. Л. Дроздов, Л. А. Дзяк, В. О. Козлов, В. Д. Маковецький. — 2-ге вид., розшир. та доповн. — Дніпропетровськ : Пороги, 2005. — 218 с. 3. Куерда Х. Атлас ботаніки / Хосе Куерда; [пер. з ісп. В. Й. Шовкун]. — Х. : Ранок, 2005. — 96 с.
Законодавчі та нормативні документи	1. Кримінально-процесуальний кодекс України: за станом на 1 груд. 2005 р. / Верховна Рада України. — Офіц. вид. — К.: Парлам. вид-во, 2006. — 207 с. — (Бібліотека офіційних видань). 2. Медична статистика: зб. нормат. док. / упоряд. та голов. ред. В. М. Заболотько. — К. : МНІАЦ мед. статистики: Мединформ, 2006. — 459 с. — (Нормативні директивні правові документи).
	3. Експлуатація, порядок і терміни перевірки запобіжних пристроїв посудин, апаратів і трубопроводів теплових електростанцій: СОУ-Н ЕЕ 39.501:2007. — Офіц. вид. — К. : ГРІФРЕ: М-во палива та енергетики України, 2007. — VI, 74 с. — (Нормативний документ Мінпаливенерго України. Інструкція).
Стандарти	1. Графічні символи, що їх використовують на устаткуванні. Покажчик та огляд (ISO 7000:2004, IDT): ДСТУ ISO 7000:2004. — [Чинний від 2006-01-01]. — К.: Держспоживстандарт України 2006. — IV, 231 с. — (Національний стандарт України). 2. Якість води. Словник термінів: ДСТУ ISO 6107-1:2004 — ДСТУ ISO 6107-9:2004. — [Чинний від 2005-04-01]. — К. : Держспоживстандарт України, 2006. — 181 с. — (Національні стандарти України). 3. Вимоги щодо безпечності контрольно-вимірювального та лабораторного електричного устаткування. Частина 2-020. Додаткові вимоги до лабораторних центрифуг (EN 61010-2-020:1994, IDT): ДСТУ EN 61010-2-020:2005. — [Чинний від 2007-01-01]. — К. : Держспоживстандарт України, 2007. — IV, 18 с. — (Національний стандарт України).

Каталоги	1. Межгосударственные стандарты: каталог: в 6 т. / [сост. Ковалева И. В., Павлюкова В. А.; ред. Иванов В. Л.]. — Львов : НТЦ «Леонорм-стандарт», 2006. — (Серия «Нормативная база предприятия»).Т. 5. — 2007. — 264 с. Т. 6. — 2007. — 277 с. 2. Пам'ятки історії та мистецтва Львівської області: каталог-довідник / [авт.-упоряд. М. Зобків та ін.]. — Львів: Новий час, 2003. — 160 с. 3. Університетська книга: осінь, 2003: [каталог]. — [Суми : Унів. кн., 2003]. — 11 с. 4. Горницкая И. П. Каталог растений для работ по фитодизайну / Горницкая И. П., Ткачук Л. П. — Донецк : Лебедь, 2005. — 228 с.
Бібліографічні показчики	1. Куц О. С. Бібліографічний покажчик та анотації кандидатських дисертацій, захищених у спеціалізованій вченій раді Львівського державного університету фізичної культури у 2006 році / О. Куц, О. Вацеба. — Львів : Укр. технології, 2007. — 74 с. 2. Систематизований покажчик матеріалів з кримінального права, опублікованих у Віснику Конституційного Суду України за 1997–2005 роки / [уклад. Кирись Б. О., Потлань О. С.]. — Львів : Львів. держ. ун-т внутр. справ, 2006. — 11 с. — (Серія : Бібліографічні довідники; вип. 2).
Дисертації	1. Петров П. П. Активність молодих зірок сонячної маси: дис. ... доктора фіз.-мат. наук: 01.03.02 / Петров Петро Петрович. — К., 2005. — 276 с.
Автореферати дисертацій	1. Новосад І. Я. Технологічне забезпечення виготовлення секцій робочих органів гнучких гвинтових конвеєрів : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук : спец. 05.02.08 «Технологія машинобудування»/ І. Я. Новосад. — Тернопіль, 2007. — 20, [1] с. 2. Нгуен Ші Данг. Моделювання і прогнозування макроекономічних показників в системі підтримки прийняття рішень

	управління державними фінансами: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук : спец. 05.13.06 «Автоматиз. системи упр. та прогрес. інформ. технології» / Нгуен Ші Данг. — К., 2007. — 20 с.
Авторські свідоцтва	1. А. с. 1007970 СССР, МКИ[3] В 25 J 15/00. Устройство для захвата неориентированных деталей типа валов / В. С. Ваулин, В. Г. Кемайкин (СССР). — № 3360585/25-08; заявл. 23.11.81; опубл. 30.03.83, Бюл. № 12.
Патенти	1. Пат. 2187888 Российская Федерация, МПК[7] Н 04 В 1/38, Н 04 J 13/00. Приемопередающее устройство / Чугаева В. И.; заявитель и патентообладатель Воронеж. науч.-исслед. ин-т связи. — № 2000131736/09; заявл. 18.12.00; опубл. 20.08.02, Бюл. № 23 (II ч.).
Частина книги, періодичного, продовжуваного видання	1. Козіна Ж. Л. Теоретичні основи і результати практичного застосування системного аналізу в наукових дослідженнях в області спортивних ігор / Ж. Л. Козіна // Теорія та методика фізичного виховання. — 2007. — № 6. — С. 15–18, 35–38. 2. Гранчак Т. Інформаційно-аналітичні структури бібліотек в умовах демократичних перетворень / Тетяна Гранчак, Валерій Горовий // Бібліотечний вісник. — 2006. — № 6. — С. 14–17. 3. Валькман Ю. Р. Моделирование НЕ-факторов — основа интеллектуализации компьютерных технологий / Ю. Р. Валькман, В. С. Быков, А. Ю. Рыхальский // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2007. — № 1. — С. 39−61. 4. Ма Шуін. Проблеми психологічної підготовки в системі фізкультурної освіти / Ма Шуін // Теорія та методика фізичного виховання. — 2007. — № 5. — С. 12−14. 5. Регіональні особливості смертності населення України / Л. А. Чепелевська, Р. О. Моісеєнко, Г. І. Баторшина [та ін.] // Вісник соціальної гігієни та організації охорони здоров’я України. — 2007. — № 1. — С. 25−29. 6. Валова І. Нові принципи угоди Базель II / І. Валова; пер.

	з англ. Н. М. Середи // Банки та банківські системи. — 2007. — Т. 2, № 2. — С. 13–20.
	7. Зеров М. Поетична діяльність Куліша // Українське письменство XIX ст. Від Куліша до Винниченка : (нариси з новітнього укр., письменства): статті / Микола Зеров. — Дрогобич, 2007. — С. 245−291. 8. Третьяк В. В. Возможности использования баз знаний для проектирования технологии взрывной штамповки / В. В. Третьяк, С. А. Стадник, Н. В. Калайтан // Современное состояние использования импульсных источников энергии в промышленности : междунар. науч.-техн. конф., 3–5 окт. 2007 г. : тезисы докл. — Х., 2007. — С. 33. 9. Чорний Д. Міське самоврядування: тягарі проблем, принади цивілізації / Д. М. Чорний // По лівий бік Дніпра: проблеми модернізації міст України: (кінець XIX — початок XX ст. / Д. М. Чорний. — Х., 2007. — Розд. 3. — С. 137–202.
Електронні ресурси	1. Богомольний Б. Р. Медицина екстремальних ситуацій [Електронний ресурс] : [навч. посіб. для студ. мед. вузів III–IV рівнів акредитації / Б. Р. Богомольний, В. В. Кононенко, П. М. Чуєв. — 80 Min / 700 MB. — Одеса: Одес. мед. ун-т, 2003. — (Бібліотека студента-медика). — 1 електрон. опт. диск (CD-ROM); 12 см. — Систем. вимоги: Pentium; 32 Mb RAM; Windows 95, 98, 2000, XP; MS Word 97-2000. — Назва з контейнера. 2. Розподіл населення найбільш численних національностей за статтю та віком, шлюбним станом, мовними ознаками та рівнем освіти [Електронний ресурс]: за даними Всеукр. перепису населення 2001 р. / Держ. ком. статистики України; ред. О. Г. Осауленко. — К. : Інфодиск, 2004. — 1 електрон. опт. диск (CD-ROM) : кольор. ; 12 см. — (Всеукр. перепис населення, 2001). — Систем. вимоги: Pentium-266; 32 Mb RAM; CD-ROM Windows 98/2000/NT/XP. — Назва з титул. екрана. 3. Бібліотека і доступність інформації у сучасному світі: елект-

	ронні ресурси в науці, культурі та освіті : (підсумки 10-ї Міжнар. конф. «Крим-2003») [Електронний ресурс] / Л. Й. Костенко, А. О. Чекмарьов, А. Г. Бровкін, І. А. Павлуша // Бібліотечний вісник. — 2003. — № 4. — С. 43. — Режим доступу до журн.: http://www.nbuv.gov.ua/articles/2003/03klinko.htm.

Примітки:

1. Бібліографічний опис оформлюється згідно з ДСТУ ГОСТ 7.1:2006 «Система стандартів з інформації, бібліотечної та видавничої справи. Бібліографічний запис. Бібліографічний опис. Загальні вимоги та правила складання».

2. Опис складається з елементів, які поділяються на обов’язкові та факультативні. У бібліографічному описі можуть бути тільки обов’язкові чи обов’язкові та факультативні елементи. Обов’язкові елементи містять бібліографічні відомості, які забезпечують ідентифікацію документа. Їх наводять у будь-якому описі.

Проміжки між знаками та елементами опису є обов’язковими і використовуються для розрізнення знаків граматичної і прописаної пунктуації.

3. У списку опублікованих праць науковця, який подають в авторефераті, необхідно зазначити прізвища та ініціали всіх його співавторів незалежно від виду публікації.

2.4.6. Вимоги до публікацій
(за мотивами Л. Ф. Бурлачука, С. М. Морозова, 1989)

2.4.6.1. Наукові повідомлення

Наукові повідомлення повинні висвітлювати теоретичні засади, на яких побудовані методики, способи розробки проблеми та емпіричного обґрунтування, дослідницькі дані про репрезентативність, надійність, валідність шкал, тестових показників (коефіцієнти кореляцій, детермінацій, регресійну та факторну вагу тощо).

У науковому повідомленні можуть бути представлені зразки окремих прийомів тестових завдань, які ілюструють принципи побудови методики.

У наукових повідомленнях сотосовно методик із професійними обмеженнями (П — методик) не повинні висвітлюватися: повний текст завдань, ключі, тестові норми, детальні інструкції щодо процедури проведення та інтерпретації отриманих даних. Стосовно всієї цієї інформації автор має висловлюватися обережно, посилаючись на інструктивну літературу із грифом «ДСК».

У науковому повідомленні можна наводити вичерпну інформацію лише щодо так званих відкритих методик (В — методик), використання яких непрофесіоналами не може зашкодити конкретним особам або психодіагностичному потенціалу самої методики.

Автор наукового повідомлення має право самостійно визначати статус розробленої ним методики як відкритої, але будь-яка модифікація або адаптація цієї методики з метою її використання як П — методики, повинна висвітлюватися відповідно до викладених вище вимог до такого роду методик. Задля уникнення небезпеки випадкового розголошення професійної таємниці автор В — методики повинен у відповідній експертній раді отримати санкцію на її опублікування.

Наведемо приклад вимог до оформлення рукописів наукових статей (див., наприклад: http://ispp.org.ua)

2.4.6.2. Довідково-методичні видання

У довідково-методичних виданнях можуть міститися інструктивні матеріали, включаючи тексти завдань (питання), ключі, норми, але за однієї принципової умови — виданню надається статус «для наукових бібліотек». Це забезпечує можливість користуватися таким виданням тільки читачам, які мають необхідну психологічну підготовку. Авторський колектив несе особисту відповідальність за розповсюдження накладу такого видання за призначенням. На жаль, нині ця вимога не дотримується.

2.4.6.3. Інструктивні документи

Інструктивні документи містять опис методики, що забезпечує її адекватне використання у точній відповідності до стандартів: предмет діагностики, сфера використання, контингент досліджуваних, процедура проведення.

Опис обов’язково забезпечується докладними відомостями стосовно процедури розробки методики, отриманих даних про її валідність та надійність. Наведені тестові норми обов’язково повинні супроводжуватись математичним підтвердженням та інструктивними матеріалами.

Інструктивні матеріали мають пройти об’єктивні випробування на однозначність приписів до них. Копії протоколів тестування та результатів пробної групи досліджуваних (вибірка), користувачів тесту (методики) повинні бути надіслані автору означеної методики.

Спираючись на отримані дані, автор перевіряє ідентичність стандартів авторського варіанта методики з характеристиками, які виявив користувач. Остання вимога має принципове значення для методик із використанням експертної оцінки (інструкції до контент-аналізу, інтерпретації результатів проективної техніки, напівстандартизованого інтерв’ю тощо).

Також повинні бути чітко описані процедури підрахунків тестових балів, що дасть можливість отримати ідентичні результати під час обробки однакових протоколів різними користувачами інструктивних документів.

2.4.6.4. Науково-популярні публікації

У цих виданнях автори-психологи не мають права розголошувати професійну таємницю: описувати зміст та смисл діагностичних прийомів, оскільки обізнаність досліджуваних до моменту тестування завдає значної шкоди надійності і валідності отриманих даних та самій методиці. На жаль, нині ця вимога не дотримується.

Контрольні питання

1. Назвіть основні складові структури звіту, статті, тез, курсової та дипломної робіт.

2. Вступ та його складові.

3. Основні вимоги до першого розділу.

4. Основні вимоги до другого розділу.

5. Основні вимоги до наступних розділів.

6. Висновки та вимоги щодо їх формулювання.

7. Додатки та вимоги щодо їх оформлення.

8. Правила оформлення списку використаних джерел.

9. Оформлення таблиць, малюнків, фотодокументів, графіків, цитат.

10. Вимоги до публікацій.

Творче завдання

Проведіть дослідження, будь-якого психологічного явища, властивості, механізму. Зробіть повний статистичний аналіз. Напишіть та оформіть відповідно вимог звіт, наукову статтю.

Конспект першоджерел

1. Основні вимоги до дисертацій та авторефератів дисертацій // Бюлетень ВАК України. — 2007. — № 6. — С. 9–17.

Список використаних джерел

1. *Ашмарин Б. А.* Теория и методика педагогических исследований в физическом воспитании. — Москва : ФИС, 1978. — 224 с.

2. Нормативные предписания к разработчикам и пользователям психодиагностических методик // Вопр. психологии. — № 5. — С. 176–181.

3. Словарь-справочник по психологической диагностике / Бурлачук Л.Ф., Морозов С.М.; отв. ред. Крымский С.Б. — К. : Наук. думка, 1989. — 200 с.

4. Основні вимоги до дисертацій та авторефератів дисертацій // Бюлетень ВАК України. — 2007. — № 6. — С. 9–17.

ДОДАТКИ

ОСНОВНІ СТАТИСТИЧНІ ТАБЛИЦІ

2.5.1. Таблиця 1

Таблиця Лапласа для знаходження функції *(X)* від *f (x)*.

Значення функції $f_{(t)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} * e^{\left(-\frac{t^2}{2}\right)}$.

Цілі та десяті частки x	Соті частки x									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	0,3989	0,3989	0,3988	0,3986	0,3984	0,3982	0,3980	0,3977	0,3973
0,1	0,3970	0,3965	0,3961	0,3956	0,3951	0,3945	0,3939	,03932	0,3925	0,3918
0,2	0,3910	0,3902	0,3894	0,3885	0,3876	0,3867	0,3857	0,38747	0,3836	0,3825
0,3	0,3814	0,3802	0,3790	0,3778	0,3765	0,3752	0,3739	0,3726	0,3712	0,3697
0,4	0,3683	0,3668	0,3653	0,3637	0,3621	0,3605	0,3589	0,3572	0,3555	03538
0,5	0,3521	0,3503	0,3485	0,3467	0,3448	0,3429	0,3410	0,3391	0,3372	0,3352
0,6	0,3332	0,3312	0,3292	0,3271	0,3251	0,3230	0,3209	03187	0,3166	0,3144
0,7	0,3123	0,3101	0,3079	0,3056	0,3034	0,3011	0,2989	0,2966	0,2943	0,2920
0,8	0,2897	0,2874	002850	0,2827	0,2803	0,2880	0,2756	0,2732	0,2709	0,2685
0,9	0,2661	0,2637	0,2613	0,2589	0,2565	0,2541	0,2516	0,2492	0,2468	0,2444
1,0	0,2420	0,2396	0,2371	0,2347	0,2323	0,2299	0,2275	0,2251	0,2227	0,2203
1,1	0,2179	0,2155	0,2131	0,2107	0,2083	0,2059	0,2036	0,2012	0,1989	0,1965
1,2	0,1942	0,1919	0,1895	0,1872	0,1849	0,1826	0,1804	0,1781	0,1758	0,1736
1, 3	0,1714	0,1691	0,1669	0,1647	0,1626	0,1604	0,1582	0,1561	0,1539	0,1518
1,4	0,1497	0,1476	0,1456	0,1435	0,1415	0,1394	0,1374	0,1354	0,1334	0,1315
1,5	0,1295	0,1276	0,1257	0,1238	0,1219	0,1200	0,1182	0,1163	0,1145	0,1127
1,6	0,1109	0,1092	0,1074	0,1057	0,1040	0,1023	0,1006	0,0989	0,0973	0,0857
1,7	0,0940	0,0925	0,0909	0,0893	0,0878	0,0863	0,0848	0,0833	0,0818	0,0804
1,8	0,0790	0,0775	0,0761	0,0748	0,0734	0,0721	0,0707	0,0694	0,0681	0,0669
1,9	0,0656	0,0644	0,0632	0,0620	0,0608	0,0596	0,584	0,0573	0,0562	0,0551
2,0	0,0540	0,0529	0,0519	0,0508	0,0498	0,0488	0,0478	0,0468	0,0459	0,0449
2,1	0,0440	0,0431	0,0422	0,0413	0,0404	0,0396	0,0387	0,0379	0,0371	0,0363
2,2	0,0355	0,0347	0,0339	0,0332	0,0325	0,0317	0,0310	0,0303	0,02797	0,0290
2,3	0,0283	0,0277	0,0270	0,0264	0,0258	0,0252	0,0246	0,0241	0,0235	0,029
2,4	0,0224	0,0219	0,0213	0,0208	0,0203	0,0198	0,0194	0,0189	0,0184	0,0180
2,5	0,0175	0,0171	0,0167	0,0163	0,0158	0,0154	0,0151	0,147	0,0143	0,0139
2,6	0,0136	0,0132	0,0129	0,0126	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110	0,0107
2,7	0,0104	0,0101	0,0099	0,0096	0,0093	0,0091	0,0088	0,0086	0,0084	0,0081
2,8	0,0079	0,0077	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0067	0,0065	0,0063	0,0061
2,9	0,0060	0,0058	0,0056	0,0055	0,0053	0,0051	0,0050	0,0048	0,0047	0,0046
3,0	0,0044	0,0043	0,0042	0,0041	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036	0,0035	0,0034
3,1	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026	0,0025	0,0025
3,2	0,0024	0,0023	0,0022	0,0022	0,0021	0,0020	0,0020	0,0019	0,0018	0,0018
3,3	0,0017	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014	0,0013	0,0013
3,4	0,0012	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010	0,0010	0,0009	0,0009
3,5	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007	0,0007	0,0007	0,0006
3,6	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004
3,7	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003
3,8	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
3,9	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001
4,0	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
4,1	0,0001338									
4,5	0,0000160									
5,0	0,0000015									

Примітка. Таблицею Лапласа скористаємося за нормованим відхиленням *(t)* та знайдемо показники функції *(X)* від *f (x)* (за: Карасьов А. І., 1977),

2.5.2. Таблиця 2

Критичні значення критерію χ^2 Пірсона для рівнів статистичної значущості $P < 0,05$ та $P < 0,01$ за різною кількістю ступенів свободи V.

V або	*P*		*V* або	*P*		*V* або	*P*	
n	0,05	0,01	*n*	0,05	0,01	*n*	0,05	0,01
1	3,841	6,635	35	49,802	57,342	69	89,391	99,227
2	5,991	9,210	36	50,998	28,619	70	90,631	100,425
3	7,815	11,345	37	52,192	59,892	71	91,670	101,621
4	9,488	13,277	38	53,384	61,162	72	92,808	102,816
5	11,070	15,086	39	54,572	62,428	73	93,945	104,010
6	12,592	16,812	40	55,758	63,691	74	95,081	105,202
7	14,067	18,475	41	56,942	64,950	75	96,217	106,393
8	15,507	20,090	42	58,124	66,206	76	97,351	107,582
9	16,919	21,666	43	59,304	67,459	77	98,484	108,771
10	18,307	23,209	44	60,481	68,709	78	99,617	109,958
11	19,675	24,725	45	61,656	69,957	79	100,749	111,144
12	21,026	26,217	46	62,830	71,201	80	101,879	112,329
13	22,362	27,688	47	64,001	72,443	81	103,010	113,512
14	23,685	29,141	48	65,171	73,683	82	104,139	114,695
15	24,996	30,578	49	66,339	74,919	83	105,267	115,876
16	26,296	32,000	50	67,505	76,154	84	106,395	117,057
17	27,587	33,409	51	68,669	77,386	85	107,522	118,236
18	28,869	34,805	52	69,832	78,616	86	108,648	119,414
19	30,144	36,191	53	70,993	79,843	87	109,773	120,591
20	31,410	37,566	54	72,153	81,069	88	110,898	121,767
21	32,671	38,932	55	73,311	82,292	89	112,022	122,942
22	33,924	40,268	56	74,468	83,513	90	113,145	124,116
23	35,172	41,638	57	75,624	84,733	91	114,268	125,289
24	36,415	42,980	58	76,778	85,950	92	115,390	126,462
25	37,652	44,314	59	77,931	87,166	93	116,511	127,633
V або	*P*		*V* або	*P*		*V* або	*P*	
n	0,05	0,01	*n*	0,05	0,01	*n*	0,05	0,01
26	38,885	45,642	60	79,082	88,379	94	117,632	128,803
27	40,113	46,963	61	80,232	89,591	95	118,752	129,973
28	41,337	48,278	62	81,381	90,802	96	119,871	131,141
29	42,557	49,588	63	82,529	92,010	97	120,990	132,309
30	43,773	50,892	64	83,675	93,217	98	122,108	133,476
31	44,985	52,191	65	84,821	94,422	99	123,225	134,642
32	46,194	53,486	66	85,965	95,626	100	124,342	135,807
33	47,400	54,776	67	87,108	96,828			
34	48,602	56,061	68	88,250	98,028			

Примітка. Розбіжності між двома розподіленнями можна вважати достовірними, якщо $\chi^2_{емпіричне}$ досягає або перевищує $\chi^2_{0,05\ граничне}$, та тим більш достовірними, якщо $\chi^2_{емпіричне}$ досягає або перевищує $\chi^2_{0,01\ граничне}$ (за: Большев Л. Н., Смирнов Н. В., 1983)

2.5.3. Таблиця 3

Граничні значення *t*-критерію Стmюдента для 5-, 1- та 0,1-відсоткових рівнів значущості залежно від числа ступенів свободи (за: Масальгін Н. А., 1974)

f	$t_{0,05}$	$t_{0,01}$	$t_{0,001}$	f	$t_{0,05}$	$t_{0,01}$	$t_{0,001}$
1	12,71	63,60	-	21	2,08	2,83	3,82
2	4,30	9,93	31,60	22	2,07	2,82	3,79
3	3,18	5,84	12,94	23	2,07	2,81	3,77
4	2,78	4,60	8,61	24	2,06	2,80	3,75
5	2,57	4,03	6,86	25	2,06	2,79	3,73
6	2,45	3,71	5,96	26	2,06	2,78	3,71
7	2,37	3,50	5,41	27	2,05	2,77	3,69
8	2,31	3,36	5,04	28	2,05	2,76	3,67
9	2,26	3,25	4,78	29	2,04	2,76	3,66
10	2,23	3,17	4,59	30	2,04	2,75	3,65
11	2,20	3,11	4,44	40	2,02	2,70	3,55
12	2,18	3,06	4,32	50	2,01	2,68	3,50
13	2,16	3,01	4,22	60	2,00	2,66	3,46
14	2,15	2,98	4,14	80	1,99	2,64	3,42
15	2,13	2,95	4,07	100	1,98	2,63	3,39
16	2,12	2,92	4,02	120	1,98	2,62	3,37
17	2,11	2,90	3,97	200	1,97	2,60	3,34
18	2,10	2,88	3,92	500	1,96	2,59	3,31
19	2,09	2,86	3,88	∞	1,96	2,58	3,29
20	2,09	2,85	3,85				

2.5.4. Таблиця 4

Значення *q=q(y,n)* критерію Стьюдента для 5-,1- та 0,1-відсоткових рівнів значущості залежно від числа ступенів свободи

n	V			n	V		
	0,95	0,99	0,999		0,95	0,99	0,999
5	1,37	2,67	5,64	20	0,37	0,58	0,88
6	1,09	2,01	3,88	25	0,32	0,49	0,73
7	0,92	1,62	2,98	30	0,28	0,43	0,63
8	0,80	1,38	2,42	35	0,26	0,38	0,56
9	0,71	1,20	2,06	40	0,24	0,35	0,50
10	0,65	1,08	1,80	45	0,22	0,32	0,46
11	0,59	0,98	1,60	50	0,21	0,30	0,43
12	0,55	0,90	1,45	60	0,188	0,269	0,38
13	0,52	0,83	1,33	70	0,174	0,245	0,34
14	0,48	0,78	1,23	80	0,161	0,226	0,31
15	0,46	0,73	1,15	90	0,151	0,211	0,29
16	0,44	0,70	1,07	100	0,143	0,198	0,27
17	0,42	0,66	1,01	150	0,115	0,160	0,211
18	0,40	0,63	0,96	200	0,099	0,136	0,185
19	0,39	0,06	0,92	250	0,089	0,120	0,162

2.5.5. Таблиця 5

Граничне значення F_α двостороннього F - критерію, який використовується для порівняння двох дисперсій, $\alpha = 0,05$ (за: Масальгін Н. А., 1974)

f_2 \ f_1	5	6	7	8	9	10	15	20	30	60	120	∞
5	7,15	6,98	6,85	6,76	6,68	6,62	6,43,	6,33	6,23	6,12	6,07	6,02
6	5,99	5,82	5,70	5,60	5,52	5,46	5,27	5,17	5,07	4,96	4,90	4,85
7	5,29	5,12	4,99	4,90	4,82	4,76	4,57	4,47	4,36	4,25	4,20	4,14
8	4,82	4,65	4,53	4,43	4,36	4,30	4,10	4,00	3,89	3,78	3,73	3,67
9	4,48	4,32	4,20	4,10	4,03	3,96	3,77	3,67	3,56	3,45	3,39	3,33
10	4,24	4,07	3,95	3,85	3,78	3,72	3,52	3,42	3,31	3,20	3,14	3,08
11	4,04	3,88	3,76	3,66	3,59	3,53	3,33	3,23	3,12	3,00	2,94	2,88
12	3,89	3,73	3,61	3,51	3,41	3,37	3,18	3,07	2,96	2,85	2,78	2,72
13	3,77	3,60	3,48	3,39	3,31	3,25	3,05	2,95	2,84	2,72	2,66	2,60
14	3,66	3,50	3,38	3,29	3,21	3,15	2,95	2,84	2,73	2,61	2,55	2,49
15	3,58	3,41	3,29	3,20	3,12	3,06	2,86	2,76	2,64	2,52	2,46	2,40
16	3,50	3,34	3,22	3,12	3,05	2,99	2,79	2,68	2,57	2,45	2,38	2,32
17	3,44	3,28	3,16	3,06	2,98	2,92	2,72	2,62	2,50	2,38	2,32	2,25
18	3,38	3,22	3,10	3,01	2,93	2,87	2,67	2,56	2,44	2,32	2,26	2,19
19	3,33	3,17	3,05	2,96	2,88	2,82	2,62	2,51	2,39	2,27	2,20	2,13
20	3,29	3,13	3,01	2,91	2,84	2,77	2,57	2,46	2,35	2,22	2,16	2,09
21	3,25	3,09	2,97	2,87	2,80	2,73	2,53	2,42	2,31	2,18	2,11	2,04
22	3,22	3,05	2,93	2,84	2,76	2,70	2,50	2,39	2,27	2,14	2,08	2,00
23	3,18	3,02	2,09	2,81	2,73	2,67	2,47	2,36	2,24	2,1	2,04	1,97
24	3,15	2,99	2,87	2,78	2,70	2,64	2,44	2,33	2,21	2,08	2,01	1,94
25	3,13	2,97	2,85	2,75	2,68	2,61	2,41	2,30	2,18	2,05	1,98	1,91
26	3,10	2,94	2,82	2,73	2,65	2,59	2,39	2,28	2,16	2,03	1,95	1,88
27	3,08	2,92	2,80	2,71	2,63	2,57	2,36	2,25	2,13	2,00	1,93	1,85
28	3,06	2,90	2,78	2,69	2,61	2,55	2,34	2,23	2,11	1,98	1,91	1,83
29	3,04	2,88	2,76	2,67	2,59	2,53	2,32	2,21	2,09	1,96	1,89	1,91
30	3,03	2,87	2,75	2,65	2,57	2,51	2,31	2,20	2,07	1,94	1,87	1,79
40	2,90	2,74	2,62	2,53	2,45	2,39	2,18	2,07	1,94	1,80	1,72	1,64
60	2,79	2,63	2,51	2,41	2,33	2,27	2,06	1,94	1,82	1,67	1,58	1,48
120	2,67	2,52	2,39	2,30	2,22	2,16	1,94	1,82	1,69	1,53	1,43	1,31
∞	2,57	2,41	2,29	2,19	2,11	2,05	1,83	1,71	1,57	1,39	1,27	1,00

$$\alpha = 0,01$$

f_2 \ f_1	5	6	7	8	9	10	15	20	30	60	120	∞
5	14,9	14,5	14,2	14,0	13,8	13,6	13,1	12,9	12,7	12,4	12,3	12,1
6	11,5	11,1	10,8	10,6	10,4	10,3	9,81	9,59	9,36	9,12	9,00	8,88
7	9,52	9,16	8,89	8,68	8,51	8,38	7,97	7,75	7,53	7,31	7,19	7,08
8	8,30	7,95	7,69	7,50	7,34	7,21	6,81	6,61	6,40	6,18	6,06	5,95
9	7,47	7,13	6,88	6,69	6,54	6,42	6,03	5,83	5,62	5,41	5,30	5,19
10	6,87	6,54	6,30	6,12	5,97	5,85	5,47	5,27	5,07	4,86	4,75	4,64
11	6,42	6,10	5,86	5,68	5,54	5,42	5,05	4,86	4,65	4,44	4,34	4,23
12	6,07	5,76	5,52	5,35	5,20	5,09	4,72	4,53	4,33	4,12	4,01	3,90
13	5,79	5,48	5,25	5,08	4,94	4,82	4,46	4,27	4,07	3,87	3,76	3,65
14	5,56	5,26	5,03	4,89	4,72	4,60	4,25	4,06	3,86	3,66	3,55	3,44
15	5,31	5,07	4,85	4,67	4,54	4,12	4,07	3,88	3,69	3,48	3,37	3,26
16	5,21	4,91	4,69	4,52	4,38	4,27	3,92	3,73	3,54	3,33	3,22	3,11
17	5,07	4,78	4,56	4,39	4,25	4,14	3,79	3,61	3,41	3,21	3,10	2,98
18	4,96	4,66	4,44	4,28	4,14	4,03	3,68	3,50	3,30	3,10	2,99	2,87

19	4,85	4,56	4,34	4,18	4,04	3,93	3,59	3,40	3,21	3,00	2,89	2,78
20	4,76	4,49	4,26	4,09	3,96	3,85	3,50	3,32	3,12	2,92	2,81	2,69
21	4,68	4,39	4,18	4,01	3,88	3,77	3,43	3,24	3,05	2,84	2,73	2,61
22	4,61	4,32	4,11	3,94	3,81	3,70	3,36	3,18	2,98	2,77	2,66	2,55
23	4,54	4,26	4,05	3,88	3,75	3,64	3,30	3,12	2,92	2,71	2,60	2,48
24	4,49	4,20	3,99	3,83	3,69	3,59	3,25	3,06	2,87	2,66	2,55	2,43
25	4,43	4,15	3,94	3,78	3,64	3,54	3,19	3,01	2,82	2,61	2,49	2,38
26	4,38	4,10	3,89	3,73	3,60	3,49	3,15	2,97	2,77	2,56	2,45	2,33
27	4,34	4,06	3,85	3,69	3,56	3,45	3,11	2,93	2,73	2,52	2,41	2,29
28	4,30	4,02	3,81	3,56	3,52	3,41	3,07	2,89	2,69	2,48	2,37	2,25
29	4,26	3,98	3,77	3,61	3,48	3,38	3,04	2,86	2,66	2,45	2,33	2,21
30	4,23	3,95	3,74	3,58	3,45	3,34	3,01	2,82	2,63	2,42	2,30	2,18
40	3,99	3,71	3,51	3,35	3,22	3,12	2,78	2,60	2,40	2,18	2,06	1,93
60	3,76	3,49	3,29	3,13	3,01	2,90	2,57	2,39	2,19	2,06	1,83	1,69
120	3,55	3,28	3,09	2,93	2,81	2,71	2,37	2,19	1,98	1,75	1,61	1,43
∞	3,35	3,09	2,90	2,74	2,62	2,52	2,19	2,00	1,79	1,53	1,36	1,00

Продовження табл.5

f_1 / f_2	5	6	7	8	9	10	15	20	30	60	120	∞
5	39,7	38,5	37,6	36,9	36,4	35,9	34,6	33,9	33,1	32,5	32,1	31,6
6	26,6	25,6	24,9	24,3	23,9	23,5	22,4	21,9	21,4	20,9	20,5	20,1
7	20,2	19,3	18,7	18,2	17,8	17,5	16,5	16,0	15,5	15,1	14,7	14,4
8	16,4	15,7	15,1	14,6	14,3	14,0	13,1	12,7	12,2	11,8	11,6	11,3
9	14,1	13,3	12,8	12,4	12,1	11,8	11,0	10,6	10,2	9,80	9,53	9,26
10	12,4	11,8	11,3	10,9	10,6	10,3	9,56	9,16	8,75	8,42	8,16	7,90
11	11,2	10,6	10,1	9,76	9,48	9,24	8,52	8,14	7,75	7,43	7,18	6,93
12	10,4	9,74	9,28	8,94	8,66	8,43	7,74	7,38	7,00	6,68	6,45	6,20
13	9,66	9,07	8,63	8,29	8,03	7,81	7,13	6,78	6,42	6,11	5,88	5,64
14	9,11	8,53	8,11	7,78	7,52	7,31	6,65	6,31	5,95	5,66	5,43	5,19
15	8,66	8,10	7,68	7,36	7,11	6,91	6,27	5,93	5,58	5,29	5,06	4,83
16	8,29	7,74	7,33	7,02	6,77	6,57	5,94	5,61	5,27	4,98	4,76	4,52
17	7,98	7,44	7,04	6,73	6,49	6,29	5,67	5,34	5,01	4,72	4,50	4,27
18	7,71	7,18	6,78	6,48	6,24	6,05	5,44	5,12	4,78	4,50	4,28	4,06
19	7,48	6,95	6,57	6,27	6,03	5,84	5,25	4,92	4,59	4,31	4,09	3,87
20	7,28	6,76	6,38	6,08	5,85	5,66	5,07	4,75	4,42	4,15	3,93	3,70
22	6,94	6,44	6,07	5,78	5,55	5,36	4,79	4,47	4,15	3,88	3,66	3,44
24	6,68	6,18	5,82	5,54	5,31	5,13	4,55	4,25	3,93	3,66	3,44	3,22
26	6,46	5,98	5,62	5,34	5,12	4,94	4,37	4,07	3,75	3,48	3,27	3,04
28	6,25	5,80	5,45	5,18	4,96	4,78	4,22	3,92	3,61	3,34	3,13	2,90
30	6,14	5,66	5,31	5,04	4,82	4,65	4,10	3,80	3,48	3,22	3,00	2,78
40	5,64	5,19	4,85	4,59	4,38	4,21	3,68	3,39	3,08	2,82	2,60	2,37
50	5,37	4,93	4,60	4,34	4,14	3,98	3,45	3,16	2,86	2,59	2,37	2,13
60	5,28	4,76	4,44	4,18	3,98	3,82	3,30	3,02	2,71	2,45	2,23	1,98
80	4,99	4,56	4,24	4,00	3,80	3,65	3,13	2,85	2,54	2,27	2,05	1,79
100	4,87	4,44	4,13	3,89	3,70	3,54	3,03	2,75	2,44	2,18	1,95	1,67
200	4,64	4,23	3,92	3,68	3,49	3,34	2,83	2,56	2,25	1,98	1,74	1,42
500	4,51	4,10	3,80	3,56	3,36	3,21	2,72	2,45	2,14	1,87	1,61	1,24
∞	4,42	4,02	3,72	3,48	3,30	3,14	2,65	2,37	2,07	1,79	1,53	1,00

2.5.6. Таблиця 6

Коефіцієнти α_{nk}, які використовуються для розрахунків критерію W для перевірки гіпотези про нормальність розподілу (за: Масальгін Н. А., 1974)

k \ n	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,7071	0,6872	0,6646	0,6431	0,6233	0,60052	0,5888	0,5739
2		0,1677	0,2413	0,2806	0,3031	0,3164	0,3244	0,3291
3				0,0875	0,1401	0,1743	0,1976	0,2141
4						0,0561	0,0947	0,1224
5								0,0399
1	0,5601	0,5475	0,5359	0,5251	0,5150	0,5056	0,4968	0,4886
2	0,3315	0,3325	0,3325	0,3318	0,3306	0,3290	0,3273	0,3253
3	0,2260	0,2347	0,2412	0,2460	0,2495	0,2521	0,2540	0,2553
4	0,1429	0,1585	0,1707	0,1802	0,1878	0,1939	0,1988	0,2027
5	0,0695	0,0922	0,1099	0,1240	0,1353	0,1447	0,1524	0,1587
6		0,0303	0,0539	0,0727	0,0880	0,1005	0,1109	0,1197
7				0,0240	0,0433	0,0593	0,0725	0,0837
8						0,0196	0,0359	0,0496
9								0,0163
k \ n	19	20	21	22	23	24	25	26
1	0,4808	0,4734	0,4643	0,4590	0,4542	0,4493	0,4450	0,4407
2	0,3232	0,3211	0,3185	0,3156	0,3126	0,3098	0,3069	0,3043
3	0,2561	0,2565	0,2578	0,2571	0,2563	0,2554	0,2543	0,2533
4	0,2059	0,2085	0,2119	0,2131	0,2139	0,2145	0,2148	0,2151
5	0,1641	0,1686	0,1736	0,1764	0,1787	0,1807	0,1822	0,1836
6	0,1271	0,1334	0,1399	0,1443	0,1480	0,1512	0,1539	0,1563
7	0,0932	0,1013	0,1092	0,1150	0,1201	0,1245	0,1283	0,1316
8	0,0612	0,0711	0,0804	0,0878	0,0941	0,0997	0,1046	0,1089
9	0,0303	0,0422	0,0530	0,0618	0,0696	0,0764	0,0823	0,0876
10		0,0140	0,0263	0,0368	0,0459	0,0539	0,0610	0,0672
11				0,0122	0,0228	0,0321	0,0403	0,0476
12						0,0107	0,0200	0,0284
13								0,0094
k \ n	27	28	29	30	31	32	33	34
1	0,4366	0,4328	0,4291	0,4254	0,4220	0,4188	0,4156	0,4127
2	0,3018	0,2992	0,2968	0,2944	0,2921	0,2898	0,2876	0,2854
3	0,2522	0,2510	0,2499	0,2487	0,2475	0,2463	0,2451	0,2439
4	0,2152	0,2151	0,2150	0,2148	0,2145	0,2141	0,2137	0,2132
5	0,1848	0,1857	0,1864	0,1870	0,1874	0,1878	0,1880	0,1882
6	0,1584	0,1601	0,1616	0,1630	0,1641	0,1651	0,1660	0,1667
7	0,1346	0,1372	0,1395	0,1415	0,1433	0,1449	0,1463	0,1475
8	0,1128	0,1162	0,1192	0,1219	0,1243	0,1265	0,1284	0,1301
9	0,0923	0,0965	0,1002	0,1036	0,1066	0,1093	0,1118	0,1140
10	0,0728	0,0778	0,0822	0,0862	0,0899	0,0931	0,0961	0,0988
11	0,0540	0,598	0,0650	0,0697	0,0739	0,0777	0,0812	0,0844
12	0,0358	0,0424	0,0483	0,0537	0,0585	0,0629	0,0669	0,0706
13	0,0178	0,0253	0,0320	0,0381	0,0435	0,0485	0,0530	0,0572
14		0,0084	0,0159	0,0227	0,0289	0,0344	0,0395	0,041
15				0,076	0,0144	0,0206	0,0262	0,0314
16						0,0068	0,0131	0,0187
17								0,0062
k \ n	35	36	37	38	39	40	41	42
1	0,4096	0,4068	0,4040	0,4015	0,3989	0,3964	0,3940	0,3917
2	0,2834	0,2813	0,2794	0,2774	0,2755	0,2737	0,2719	0,2701

3	0,2427	0,2415	0,2403	0,2391	0,2380	0,2368	0,2357	0,23450
4	0,2127	0,2121	0,2116	0,2110	0,2104	0,2098	0,2091	0,2085
5	0,1883	0,1883	0,1883	0,1881	0,1880	0,1878	0,1876	0,1874
6	0,1673	0,1678	0,1683	0,1686	0,1689	0,1691	0,1693	0,1694
7	0,1487	0,1496	0,1505	0,1513	0,1520	0,1526	0,1531	0,1535
8	0,1317	0,1331	0,1344	0,1356	0,1366	0,1376	0,1384	0,1392
9	0,1160	0,1179	0,1196	0,1211	0,01225	0,1237	0,1249	0,1259
10	0,1013	0,1036	0,1056	0,1075	0,1092	0,1108	0,1123	0,1136

k \ n	35	36	37	38	39	40	41	42
11	0,0873	0,0900	0,0924	0,0947	0,0967	0,0986	0,1004	0,1020
12	0,0739	0,0770	0,0798	0,0824	0,0848	0,0870	0,0891	0,0909
13	0,0610	0,0645	0,0677	0,0706	0,0733	0,0759	0,0782	0,0804
14	0,0484	0,0523	0,0559	0,0592	0,0622	0,0651	0,0677	0,0701
15	0,0361	0,0404	0,0444	0,0481	0,0515	0,0546	0,0575	0,0602
16	0,0239	0,0287	0,0331	0,0372	0,0409	0,0444	0,0476	0,0506
17	0,0119	0,0172	0,0220	0,0264	0,0305	0,0343	0,0379	0,0411
18		0,057	0,0110	0,0158	0,0203	0,0244	0,0283	0,0318
19				0,053	0,0101	0,0146	0,0188	0,0227
20						0,0049	0,0094	0,0136
21								0,0045

k \ n	43	44	45	46	47	48	49	50
1	0,3894	0,3872	0,3850	0,3830	0,3808	0,3789	0,3770	0,3751
2	0,2684	0,2667	0,2651	0,2635	0,2620	0,2604	0,2589	0,2574
3	0,2334	0,2323	0,2313	0,2302	0,2291	0,2281	0,2271	0,2260
4	0,2078	0,2072	0,2065	0,2058	0,2052	0,2045	0,2038	0,2032
5	0,1871	0,1868	0,1865	0,1862	0,1859	0,1855	0,1851	0,1847
6	0,1695	0,1695	0,1695	0,1695	0,1695	0,1693	0,1692	0,1691
7	0,1539	0,1542	0,1545	0,1548	0,1550	0,1551	0,1553	0,1554
8	0,1398	0,1405	0,1410	0,1415	0,1420	0,1423	0,1427	0,1430
9	0,1269	0,1278	0,1286	0,1293	0,1300	0,1306	0,1312	0,1317
10	0,1149	0,1160	0,1170	0,1180	0,1189	0,1197	0,1205	0,1212
11	0,1035	0,1049	0,1062	0,1073	0,1085	0,1095	0,1105	0,1113
12	0,0927	0,0943	0,0959	0,0972	0,0986	0,0998	0,1010	0,1020
13	0,0824	0,0842	0,0860	0,0876	0,0892	0,0906	0,0919	0,0932
14	0,0724	0,0745	0,0765	0,0783	0,0801	0,0817	0,0832	0,0846
15	0,0628	0,0651	0,0673	0,0694	00713	0,0731	0,0748	0,0764
16	0,0534	0,0560	0,0584	0,0607	0,0628	0,0648	0,0667	0,0685
17	0,0442	0,0471	0,0497	0,0522	0,0546	0,0568	0,0588	0,0608
18	0,0352	0,0383	0,0412	0,039	0,0465	0,0489	0,0511	0,0532
19	0,0263	0,0296	0,0328	0,0357	0,0385	0,0411	0,0436	0,0459
20	0,0175	0,0211	0,0245	0,0277	0,0307	0,0335	0,0361	0,0386
21	0,0087	0,0126	0,0163	0,0197	0,0229	0,0259	0,0288	0,0314
22		0,0042	0,0081	0,0118	0,0153	0,0185	0,0215	0,0244
23				0,0039	0,0076	0,0111	0,0143	0,0174
24						0,0037	0,0071	0,0104
25								0,0035

2.5.7. Таблиця 7

Граничні значення критерію W, який використовується для перевірки гіпотези нормальності розподілу (за: Масальгін Н. А., 1974)

n	0,05	0,01	*n*	0,05	0,01
3	0,767	0,753	27	0,923	0,894
4	0,748	0,687	28	0,924	0,896
5	0,762	0,686	29	0,926	0,898
6	0,788	0,713	30	0,927	0,900
7	0,803	0,730	31	0,929	0,902
8	0,818	0,749	32	0,930	0,904
9	0,829	0,764	33	0,931	0,906
10	0,842	0,781	34	0,933	0,908
11	0,850	0,792	35	00934	0,910
12	0,859	0,805	36	0,935	0,912
13	0,866	0,814	37	0,936	0,914
14	0,874	0,825	38	0,938	0,916
15	0,881	0,835	39	0,939	0,917
16	0,887	0,844	40	0,940	0,919
17	0,892	0,851	41	0,941	0,920
18	0,897	0,858	42	0,942	0,922
19	0,901	0,863	43	0,943	0,923
20	0,905	0,868	44	0,944	0,924
21	0,908	0,873	45	0,945	0,926
22	0,911	0,878	46	0,945	0,927
23	0,914	0,881	47	0,946	0,928
24	0,916	0,884	48	0,947	0,929
25	0,918	0,888	49	0,947	0,929
26	0,920	0,891	50	0,947	0,930

2.5.8. Таблиця 8

Значення функції $\varphi\left(\dfrac{i}{n+1}\right)$, яка використовується

для розрахунків χ – критерію ван дер Вардена (за: Масальгін Н. А., 1974)

$\left(\dfrac{i}{n+1}\right)$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,00	$-\infty$	– 3,09	–2,88	–2,75	–2,65	–2,58	–2,51	–2,46	–2,41	–2,37
0,01	–2,33	–2,29	–2,26	–2,23	–2,20	–2,17	–2,14	–2,12	–2,10	–2,07
0,02	–2,05	–2,03	–2,01	–2,00	–1,98	–1,96	–1,94	–1,93	–1,91	–1,90
0,03	–1,88	–1,87	–1,85	–1,84	–1,83	–1,81	–1,80	–1,79	–1,77	–1,76
0,04	–1,75	–1,74	–1,73	–1,72	–1,71	–1,70	–1,68	–1,67	–1,66	–1,65
0,05	–1,64	–1,64	–1,63	–1,62	–1,61	–1,60	–1,59	–1,58	–1,57	–1,57
0,06	–1,55	–1,55	–1,54	–1,53	–1,52	–1,51	–1,51	–1,50	–1,49	–1,48
0,07	–1,48	–1,47	–1,46	–1,45	–1,45	–1,44	–1,43	–1,43	–1,42	–1,41
0,08	–1,41	–1,40	–1,39	–1,39	–1,38	–1,37	–1,37	–1,36	–1,35	–1,35
0,09	–1,34	–1,33	–1,33	–1,32	–1,32	–1,31	–1,30	–1,30	–1,29	–1,29
0,10	–1,28	–1,28	–1,27	–1,26	–1,26	–1,25	–1,25	–1,24	–1,24	–1,23
0,11	–1,23	–1,22	–1,22	–1,21	–1,21	–1,20	–1,20	–1,19	–1,19	–1,18
0,12	–1,18	–1,17	–1,17	–1,16	–1,16	–1,15	–1,15	–1,14	–1,14	–1,13
0,13	–1,13	–1,12	–1,12	–1,11	–1,11	–1,10	–1,10	–1,09	–1,09	–1,09
0,14	–1,08	–1,08	–1,07	–1,07	–1,06	–1,06	–1,05	–1,05	–1,05	–1,04
0,15	–1,04	–1,03	–1,03	–1,02	–1,02	–1,02	–1,01	–1,01	–1,00	–1,00
0,16	–0,99	–0,99	–0,99	–0,98	–0,98	–0,97	–0,97	–0,97	–0,96	–0,96
0,17	–0,95	–0,95	–0,95	–0,94	–0,94	–0,93	–0,93	–0,93	–0,92	–0,92
0,18	–0,92	–0,91	–0,91	–0,90	–0,90	–0,90	–0,89	–0,89	–0,89	–0,88
0,19	–0,88	–0,87	–0,87	–0,87	–0,86	–0,86	–0,86	–0,85	–0,85	–0,85
0,20	–0,84	–0,84	–0,83	–0,83	–0,83	–0,82	–0,82	–0,82	–0,81	–0,81
0,21	–0,81	–0,80	–0,80	–0,80	–0,79	–0,79	–0,79	–0,78	–0,78	–0,78
0,22	–0,77	–0,77	–0,77	–0,76	–0,76	–0,76	–0,75	–0,75	–0,75	–0,74
0,23	–0,74	–0,74	–0,73	–0,73	–0,73	–0,72	–0,72	–0,72	–0,71	–0,71
0,24	–0,71	–0,70	–0,70	–0,70	–0,69	–0,69	–0,69	–0,68	–0,68	–0,68
0,25	–0,67	–0,67	–0,67	–0,67	–0,66	–0,66	–0,66	–0,65	–0,65	–0,65
0,26	–0,64	–0,64	–0,64	–0,63	–0,63	–0,63	–0,63	–0,62	–0,62	–0,62
0,27	–0,61	–0,61	–0,61	–0,60	–0,60	–0,60	–0,60	–0,59	–0,59	–0,59
0,28	–0,58	–0,58	–0,58	–0,57	–0,57	–0,57	–0,57	–0,56	–0,56	–0,56
0,29	–0,55	–0,55	–0,55	–0,54	–0,54	–0,54	–0,54	–0,53	–0,53	–0,53
0,30	–0,53	–0,52	–0,52	–0,52	–0,51	–0,51	–0,51	–0,50	–0,50	–0,50
0,31	–0,50	–0,49	–0,49	–0,49	–0,48	–0,48	–0,48	–0,48	–0,47	–0,47
0,32	–0,47	–0,46	–0,46	–0,46	–0,46	–0,45	–0,45	–0,45	–0,45	–0,44
0,33	–0,44	–0,44	–0,43	–0,43	–0,43	–0,43	–0,43	–0,42	–0,42	–0,42
0,34	–0,41	–0,41	–0,41	–0,40	–0,40	–0,40	–0,40	–0,39	–0,39	–0,39
0,35	–0,39	–0,38	–0,38	–0,38	–0,37	–0,37	–0,37	–0,37	–0,36	–0,36
0,36	–0,36	–0,36	–0,35	–0,35	–0,35	–0,35	–0,34	–0,34	–0,34	–0,33
0,37	–0,33	–0,33	–0,33	–0,32	–0,32	–0,32	–0,32	–0,31	–0,31	–0,31
0,38	–0,31	–0,30	–0,30	–0,30	–0,30	–0,29	–0,29	–0,29	–0,28	–0,28
0,39	–0,28	–0,28	–0,27	–0,27	–0,27	–0,27	–0,26	–0,26	–0,26	–0,26
0,40	–0,25	–0,25	–0,25	–0,25	–0,24	–0,24	–0,24	–0,24	–0,23	–0,23
0,41	–0,23	–0,23	–0,22	–0,22	–0,22	–0,21	–0,21	–0,21	–0,21	–0,20
0,42	–0,20	–0,20	–0,20	–0,19	–0,19	–0,19	–0,19	–0,18	–0,18	–0,18
0,43	–0,18	–0,17	–0,17	–0,17	–0,17	–0,16	–0,16	–0,16	–0,16	–0,15
0,44	–0,15	–0,15	–0,15	–0,14	–0,14	–0,14	–0,14	–0,13	–0,13	–0,13
0,45	–0,13	–0,12	–0,12	–0,12	–0,12	–0,11	–0,11	–0,11	–0,11	–0,10
0,46	–0,10	–0,10	–0,10	–0,09	–0,09	–0,09	–0,09	–0,08	–0,08	–0,08
0,47	–0,08	–0,07	–0,07	–0,07	–0,07	–0,06	–0,06	–0,06	–0,06	–0,05
0,48	–0,05	–0,05	–0,05	–0,04	–0,04	–0,04	–0,04	–0,03	–0,03	–0,03
0,49	–0,03	–0,02	–0,02	–0,02	–0,02	–0,01	–0,01	–0,01	–0,01	–0,00

0,50	0,00	0,00	0,01	0,01	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,02
0,51	0,03	0,03	0,03	0,03	0,04	0,04	0,04	0,04	0,05	0,05
0,52	0,05	0,05	0,06	0,06	0,06	0,06	0,07	0,07	0,07	0,07
0,53	0,08	0,08	0,08	0,08	0,09	0,09	0,09	0,09	0,10	0,10
0,54	0,10	0,10	0,11	0,11	0,11	0,11	0,12	0,12	0,12	0,12
0,55	0,13	0,13	0,13	0,13	0,14	0,14	0,14	0,14	0,15	0,15
0,56	0,15	0,15	0,16	0,16	0,16	0,16	0,17	0,17	0,17	0,17
0,57	0,18	0,18	0,18	0,18	0,19	0,19	0,19	0,19	0,20	0,20
0,58	0,20	0,20	0,21	0,21	0,21	0,21	0,22	0,22	0,22	0,23
0,59	0,23	0,23	0,23	0,24	0,24	0,24	0,24	0,25	0,25	0,25
0,60	0,25	0,26	0,26	0,26	0,26	0,27	0,27	0,27	0,27	0,28
0,61	0,28	0,28	0,28	0,29	0,29	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30
0,62	0,31	0,31	0,31	0,31	0,32	0,32	0,32	0,32	0,33	0,33
0,63	0,33	0,33	0,34	0,34	0,34	0,35	0,35	0,35	0,35	0,36
0,64	0,36	0,36	0,36	0,37	0,37	0,37	0,37	0,38	0,38	0,38
0,65	0,39	0,39	0,39	0,39	0,40	0,40	0,40	0,40	0,41	0,41
0,66	0,41	0,42	0,42	0,42	0,42	0,43	0,43	0,43	0,43	0,44
0,67	0,44	0,44	0,45	0,45	0,45	0,45	0,46	0,46	0,46	0,46
0,68	0,47	0,47	0,47	0,48	0,48	0,48	0,48	0,49	0,49	0,49
0,69	0,50	0,50	0,50	0,50	0,51	0,51	0,51	0,52	0,52	0,52
0,70	0,52	0,53	0,53	0,53	0,54	0,54	0,54	0,54	0,55	0,55
0,71	0,55	0,56	0,56	0,56	0,57	0,57	0,57	0,57	0,58	0,58
0,72	0,58	0,59	0,59	0,59	0,59	0,60	0,60	0,60	0,61	0,61
0,73	0,61	0,62	0,62	0,62	0,63	0,63	0,63	0,63	0,64	0,64
0,74	0,64	0,65	0,65	0,65	0,66	0,66	0,66	0,67	0,67	0,67
0,75	0,67	0,68	0,68	0,68	0,69	0,69	0,69	0,70	0,70	0,70
0,76	0,71	0,71	0,71	0,72	0,72	0,72	0,73	0,73	0,73	0,74
0, 77	0,74	0,74	0,75	0,75	0,75	0,76	0,76	0,76	0,77	0,77
0,78	0,77	0,78	0,78	0,78	0,79	0,79	0,79	0,80	0,80	0,80
0,79	0,81	0,81	0,81	0,82	0,82	0,82	0,83	0,83	0,83	0,84
0,80	0,84	0,85	0,85	0,85	0,86	0,86	0,86	0,87	0,87	0,87
0,81	0,88	0,88	0,89	0,89	0,89	0,90	0,90	0,90	0,91	0,91
0,82	0,92	0,92	0,92	0,93	0,93	0,93	0,94	0,94	0,95	0,95
0,83	0,95	0,96	0,96	0,97	0,97	0,97	0,98	0,98	0,99	0,99
0,84	0,99	1,00	1,00	1,01	1,01	1,02	1,02	1,02	1,03	1,03
0,85	1,04	1,04	1,05	1,05	1,05	1,06	1,06	1,07	1,07	1,08
0,86	1,08	1,09	1,09	1,09	1,10	1,10	1,11	1,11	1,12	1,12
0,87	1,13	1,13	1,14	1,14	1,15	1,15	1,16	1,16	1,17	1,17
0,88	1,18	1,18	1,19	1,19	1,20	1,20	1,21	1,21	1,22	1,22
0,89	1,23	1,23	1,24	1,24	1,25	1,25	1,26	1,26	1,27	1,28
0,90	1,28	1,29	1,29	1,30	1,30	1,31	1,32	1,32	1,33	1,33
0,91	1,34	1,35	1,35	1,36	1,37	1,37	1,38	1,39	1,39	1,40
0,92	1,41	1,41	1,42	1,43	1,43	1,44	1,45	1,45	1,46	1,47
0,93	1,48	1,48	1,49	1,50	1,51	1,51	1,52	1,53	1,54	1,55
0,94	1,55	1,56	1,57	1,58	1,59	1,60	1,61	1,62	1,63	1,64
0,95	1,64	1,65	1,66	1,67	1,68	1,70	1,71	1,72	1,73	1,74
0,96	1,75	1,76	1,77	1,79	1,80	1,81	1,83	1,84	1,85	1,87
0,97	1,88	1,90	1,91	1,93	1,94	1,96	1,98	2,00	2,01	2,03
0,98	2,05	2,07	2,10	2,12	2,14	2,17	2,20	2,23	2,26	2,29
0,99	2,33	2,37	2,41	2,46	2,51	2,58	2,65	2,75	2,88	3,09

2.5.9. Таблиця 9

Граничні значення X_a критерію ван дер Вардена, які використовуються для перевірки гіпотези про рівність двох генеральних середніх (a = 0,05 та a= 0,01 (за: Масальгін Н. А., 1974)

n	$n_1 - n_2 = 0$ *або* 1		$n_1 - n_2 = 2$ *або* 3		$n_1 - n_2 = 4$ *або* 5		n	$n_1 - n_2 = 0$ *або* 1		$n_1 - n_2 = 2$ *або* 3		$n_1 - n_2 = 4$ *або* 5	
	0,05	0,01	0,05	0,01	0,05	0,01		0,05	0,01	0,05	0,01	0,05	0,01
8	0,24	–	2,30	–	–	–	30	4,88	3,35	4,87	6,34	4,84	6,30
9	2,38	–	2,20	–	–	–	31	4,97	6,47	4,95	6,44	4,91	6,39
10	2,60	3,20	2,49	3,10	2,30	–	32	5,07	6,60	5,06	6,58	5,03	6,55
11	2,27	3,40	2,58	3,40	2,40	–	33	5,15	6,71	5,13	6,69	5,10	6,64
12	2,86	3,60	2,79	3,58	2,68	3,40	34	5,25	6,84	5,24	6,82	5,21	6,79
13	2,96	3,71	2,91	3,64	2,78	3,50	35	5,33	6,95	5,31	6,92	5,28	6,88
14	3,11	3,94	3,06	3,88	3,00	3,76	36	5,42	7,06	5,41	7,05	5,38	7,02
15	3,24	4,07	3,19	4,05	3,06	3,88	37	5,50	7,17	5,48	7,15	5,45	7,11
16	3,39	4,26	3,36	4,25	3,28	4,12	38	5,59	7,28	5,58	7,27	5,55	7,25
17	3,49	4,44	3,44	4,37	3,36	4,23	39	5,67	7,39	5,65	7,37	5,62	7,33
18	3,63	4,60	3,60	4,58	3,53	4,50	40	5,75	7,50	5,74	7,49	5,72	7,47
19	3,73	4,77	3,69	4,71	3,61	4,62	41	5,83	7,62	5,81	7,60	5,79	7,56
20	3,86	4,94	3,84	4,92	3,78	4,85	42	5,91	7,72	5,90	7,71	5,88	7,69
21	3,96	5,10	3,92	5,05	3,85	4,96	43	5,99	7,82	5,97	7,81	5,95	7,77
22	4,08	5,26	4,06	5,24	4,01	5,17	44	6,04	7,93	6,06	7,92	6,04	7,90
23	4,18	5,40	4,15	5,36	4,08	5,27	45	6,14	8,02	6,12	8,01	6,10	7,98
24	4,29	5,55	4,27	5,53	4,23	5,48	46	6,21	8,13	6,21	8,12	6,19	8,10
25	4,39	5,68	4,36	5,65	4,30	5,58	47	6,29	8,22	6,27	8,21	6,25	8,18
26	4,50	5,83	4,48	5,81	4,44	5,76	48	6,36	8,32	6,35	8,31	6,34	8,29
27	4,59	5,95	4,56	5,92	4,51	5,85	49	6,43	8,41	6,42	8,40	6,39	8,37
28	4,68	6,09	4,68	6,07	4,64	6,03	50	6,50	8,51	6,51	8,50	6,48	8,48
29	4,78	6,22	4,76	6,19	4,72	6,13							

2.5.10. Таблиця 10

Величини Q, які використовуються для розрахунків граничних значень критерію X ван дер Вардена (за: Масальгін Н. А., 1974)

n	*Q*	*n*	*Q*	*n*	*Q*	*n*	*Q*
21	0,763	54	0,877	87	0,914	120	0,933
22	0,770	55	0,879	88	0,915	121	0,933
23	0,777	56	0,880	89	0,916	122	0,934
24	0,783	57	0,882	90	0,916	123	0,934
25	0,789	58	0,884	91	0,917	124	0,935
26	0,794	59	0,885	92	0,918	125	0,935
27	0,799	60	0,887	93	0,918	126	0,935
28	0,804	61	0,888	94	0,919	127	0,936
29	0,809	62	0,889	95	0,920	128	0,936
30	0,813	63	0,891	96	0,920	129	0,937
31	0,817	64	0,892	97	0,921	130	0,937
32	0,821	65	0,893	98	0,922	131	0,937
33	0,825	66	0,894	99	0,922	132	0,938
34	0,829	67	0,895	100	0,923	133	0,930
35	0,833	68	0,897	101	0,923	134	0,938
36	0,836	69	0,898	102	0,924	135	0,939
37	0,839	70	0,899	103	0,924	136	0,939
38	0,842	71	0,900	104	0,925	137	0,939
39	0,845	72	0,901	105	0,926	138	0,940
40	0,848	73	0,902	106	0,926	139	0,940
41	0,850	74	0,903	107	0,927	140	0,940
42	0,853	75	0,904	108	0,927	141	0,941
43	0,855	76	0,905	109	0,928	142	0,941
44	0,858	77	0,906	110	0,928	143	0,941
45	0,860	78	0,907	111	0,929	144	0,942
46	0,862	79	0,908	112	0,929	145	0,942
47	0,864	80	0,908	113	0,930	146	0,942
48	0,866	81	0,909	114	0,930	147	0,943
49	0,898	82	0,910	115	0,931	148	0,943
50	0,870	83	0,911	116	0,931	149	0,943
51	0,872	84	0,912	117	0,932	150	0,944
52	0,874	85	0,913	118	0,932		
53	0,876	86	0,913	119	0,932		

2.5.11. Таблиця 11

Граничні значення Z_a - критерію знаків, які використовуються для порівняння сукупностей із попарно пов'язаними спостереженнями ($\alpha = 0{,}05$ та а =0,01) (за: Масальгін Н. А., 1974)

n \ α	0,05	0,01	n \ α	0,05	0,01	n \ α	0,05	0,01
6	6	–	38	26	28	70	44	47
7	7	–	39	27	28	71	45	47
8	8	8	40	27	29	72	45	48
9	8	9	41	28	30	73	46	48
10	9	10	42	28	30	74	46	49
11	10	11	43	29	31	75	47	50
12	10	11	44	29	31	76	48	50
13	11	12	45	30	32	77	48	51
14	12	13	46	31	33	78	49	51
15	12	13	47	31	33	79	49	52
16	13	14	48	32	34	80	50	52
17	13	15	49	32	34	81	50	53
18	14	15	50	33	35	82	51	54
19	15	16	51	33	36	83	51	54
20	15	17	52	34	36	84	52	55
21	16	17	53	35	37	85	53	55
22	17	18	54	35	37	86	53	56
23	17	19	55	36	38	87	54	56
24	18	19	56	36	39	88	54	57
25	18	20	57	37	39	89	55	58
26	19	20	58	37	40	90	55	58
27	20	21	59	38	40	91	56	59
28	20	22	60	39	41	92	56	59
29	21	22	61	39	41	93	57	60
30	21	23	62	40	42	94	57	60
31	22	24	63	40	43	95	58	61
32	23	24	64	41	43	96	59	62
33	23	25	65	41	44	97	59	62
34	24	25	66	42	44	98	60	63
35	24	26	67	42	45	99	60	63
36	25	27	68	43	46	100	61	64
37	25	27	69	44	46			

2.5.12. Таблиця 12

Граничні значення T_a - критерію Уілкоксона, які використовуються для порівняння сукупностей із попарно пов'язаними спостереженнями ($\alpha = 0{,}05$ та а= 0,01) (за: Масальгін Н. А., 1974)

n \ α	0,05	0,01	n \ α	0,05	0,01
6	1	–	16	31	21
7	3	–	17	36	24
8	5	1	18	41	29
9	7	3	19	47	33
10	9	4	20	53	39
11	12	6	21	60	44
12	15	8	22	67	50
13	18	11	23	74	56
14	22	14	24	82	68
15	26	17	25	90	69

2.5.13. Таблиця 13

Значення T — критерію Уайта за Р = 0,95 (за: Сепетлієв Д., 1968)

Більше число спостережень	Менше число спостережень													
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
4			11											
5		6	11	17										
6		7	12	18	26									
7		7	13	20	27	36								
8	3	8	14	21	29	38	49							
9	3	8	15	22	31	40	51	63						
10	3	9	15	23	32	42	53	65	78					
11	4	9	16	24	34	55	68	81	96					
12	4	10	17	26	35	46	58	71	85	99	115			
13	4	10	18	27	37	48	60	73	88	103	119	137		
14	4	11	19	28	38	50	63	76	91	106	123	141	160	
15	4	11	20	29	40	52	65	79	94	110	127	145	164	185
16	4	12	21	31	42	54	67	82	97	114	131	150	169	
17	5	12	21	32	43	56	70	84	100	117	135	154		
18	5	13	22	33	45	58	72	87	103	121	139			
19	5	13	23	34	46	60	74	90	107	124				
20	5	14	24	35	48	62	77	93	110					
21	6	14	25	37	50	64	79	95						
22	6	15	26	38	51	66	82							
23	6	15	27	39	53	68								
24	6	16	28	40	55									
25	6	16	28	42										
26	7	17	29											
27	7	17												

2.5.14. Таблиця 14

Критичні значення *U* – критерію Манна –Уітні для рівнів статистичної значущості P < 0,05 та 0,01 (за: Гублер Є. В., Генктним А. А., 1973)

n_1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n_2	$P = 0,05$																		
3	–	0																	
4	–	0	1																
5	0	1	2	4															
6	0	2	3	5	7														
7	0	2	4	6	8	11													
8	1	3	5	8	10	13	15												

n_1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n_2	$P = 0,05$																		
9	1	4	6	9	12	15	18	21											
10	1	4	7	11	14	17	20	24	27										
11	1	5	8	12	16	19	23	27	31	34									
12	2	5	9	13	17	21	26	30	34	38	42								
13	2	6	10	15	19	24	28	33	37	42	47	51							
14	3	7	11	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61						
15	3	7	12	18	23	28	33	39	44	50	55	61	66	72					
16	3	8	14	19	25	30	36	42	48	54	60	65	71	77	83				
17	3	9	15	20	26	33	39	45	51	57	64	70	77	83	89	96			
18	4	9	16	22	28	35	41	48	55	61	68	75	82	88	95	102	109		
19	4	10	17	23	30	37	44	51	58	65	72	80	87	94	101	109	116	123	
20	4	11	18	25	32	39	47	54	62	69	77	84	92	100	107	115	123	130	138
$P = 0,01$																			
5	–	–	0	1															
6	–	–	1	2	3														
7	–	0	1	2	4	6													
8	–	0	2	4	6	7	9												
9	–	1	3	5	7	9	11	14											
10	–	1	3	6	8	11	13	16	19										
11	–	1	4	7	9	12	15	18	22	25									
12	–	2	5	8	11	14	17	21	24	28	31								
13	0	2	5	9	12	116	20	23	27	31	35	39							
14	0	2	6	10	13	17	22	26	30	34	38	43	47						
15	0	3	7	11	15	19	24	28	33	37	42	47	51	56					
16	0	3	7	12	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61	66				
17	0	4	8	13	18	23	28	33	38	44	49	55	60	66	71	77			
18	0	4	9	14	19	24	30	36	41	47	53	59	65	70	76	82	88		
19	1	4	9	15	20	26	32	38	44	50	56	63	69	75	82	88	94	101	
20	1	5	10	16	22	28	34	40	47	53	60	67	73	80	87	93	100	107	114

n_1	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
n_2	$P = 0,05$																	
21	19	26	34	41	49	57	65	73	81	89	97	105	113	121	130	138	146	154
22	20	28	36	44	52	60	69	77	85	94	102	111	119	128	136	145	154	162
23	21	29	37	46	55	63	72	81	90	99	107	116	125	134	143	152	161	170
24	22	31	39	48	57	66	75	85	94	103	113	122	131	141	150	160	169	179
25	23,	32	41	50	60	69	79	89	98	108	118	128	137	147	157	167	177	187
26	24	33	43	53	62	72	82	93	103	113	123	133	143	154	164	174	185	195
27	25	35	45	55	65	75	86	96	107	118	128	139	150	160	171	182	193	203
28	26	36	47	57	68	79	89	100	111	122	133	144	156	167	178	189	200	212
29	27	38	48	59	70	82	93	104	116	127	139	150	162	173	185	196	208	220

30	28	39	50	62	73	85	96	108	120	132	144	156	168	180	192	204	216	228
31	29	41	52	64	76	88	100	112	124	137	149	161	174	186	199	211	224	236
32	30	42	54	66	78	91	103	116	129	141	154	167	180	193	206	219	232	245

n_1	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
n_2	$P = 0{,}05$																	
33	31	43	56	68	81	94	107	120	133	146	159	173	186	199	213	226	239	253
34	32	45	58	71	84	97	110	124	137	151	164	178	192	206	219	233	247	261
35	33	46	59	73	86	100	114	128	142	156	170	184	198	212	226	241	255	269
36	35	48	61	75	89	103	117	132	146	160	175	189	204	219	233	248	263	278
37	36	49	63	77	92	106	121	135	150	165	180	195	210	225	240	255	271	286
38	37	51	65	79	94	109	124	139	155	170	185	201	216	232	247	263	278	294
39	38	52	67	82	97	112	128	143	159	175	190	206	222	238	254	270	286	302
40	39	53	69	84	100	115	131	147	163	179	196	212	228	245	261	278	294	311
$P = 0{,}01$																		
21	10	16	22	29	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105	113	120	127
22	10	17	23	30	37	45	52	59	66	74	81	89	96	104	111	119	127	134
23	11	18	25	32	39	47	55	62	70	78	86	94	102	109	117	125	133	14)
24	12	19	26	34	42	49	57	66	74	82	90	98	107	115	123	132	140	149
25	12	20	27	35	44	52	60	69	77	86	95	103	112	121	130	138	147	156
26	13	21	29	37	46	54	63	72	81	90	99	108	117	126	136	145	154	163
27	14	22	30	39	48	57	66	75	85	94	103	113	122	132	142	151	161	171
28	14	23	32	41	50	59	69	78	88	98	108	118	128	138	148	158	168	178
29	15	24	33	42	52	62	72	82	92	102	112	123	133	143	154	164	175	185
30	15	25	34	44	54	64	75	85	95	106	117	127	138	149	160	171	182	192
31	16	26	36	46	56	67	77	88	99	110	121	132	143	155	166	177	188	200
32	17	27	37	47	58	69	80	91	103	114	126	137	149	160	172	184	195	207
33	17	28	38	49	60	72	83	95	106	118	130	142	154	166	178	190	202	214
34	18	29	40	51	62	74	86	98	110	122	134	147	159	172	184	197	209	222
35	19	30	41	53	64	77	89	101	114	126	139	152	164	177	190	203	216	229
36	19	31	42	54	67	79	92	104	117	130	143	156	170	183	196	210	223	236
37	20	32	44	56	69	81	95	108	121	134	148	161	175	189	202	216	230	244
38	21	33	45	58	71	84	97	111	125	138	152	166	180	194	208	223	237	251
39	21	34	46	59	73	86	100	114	128	142	157	171	185	200	214	229	244	258
40	22	35	48	61	75	89	103	117	132	146	161	176	191	206	221	236	251	266

n_1	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
n_2	$P = 0{,}05$																		
21																			
22	171																		
23	180	189																	
24	188	198	207																
25	197	207	217	227															
26	206	216	226	237	247														
27	214	225	236	247	258	268													
28	223	234	245	257	268	279	291												
29	232	243	255	267	278	290	302	314											
30	240	252	265	277	289	301	313	326	338										
31	249	261	274	287	299	312	325	337	350	363									
32	258	271	284	297	310	323	336	349	362	375	389								

n_1	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
n_2	$P = 0,05$																		
33	266	280	293	307	320	334	347	361	374	388	402	415							
34	275	289	303	317	331	345	359	373	387	401	415	429	443						
35	284	298	312	327	341	356	370	385	399	413	428	442	457	471					
36	292	307	322	337	352	367	381	396	411	426	441	456	471	486	501				
37	301	316	332	347	362	378	393	408	424	439	454	470	485	501	516	531			
38	310	325	341	357	373	388	404	420	436	452	467	483	499	515	531	547	563		
39	318	335	351	367	383	399	416	432	448	464	481	497	513	530	546	562	579	595	
40	327	344	360	377	394	410	427	444	460	477	494	511	527	544	561	578	594	611	628
$P = 0,01$																			
21																			
22	142																		
23	150	158																	
24	154	166	174																
25	165	174	183	192															
26	173	182	191	201	210														
27	180	190	200	209	219	229													
28	188	198	208	218	229	239	249												
29	196	206	217	227	238	249	259	270											
30	203	214	225	236	247	258	270	281	292										
31	211	223	234	245	257	268	280	291	303	314									
32	219	231	242	254	266	278	290	302	314	326	338								
33	227	239	251	263	276	288	300	313	325	337	350	362							
34	234	247	260	272	285	298	311	323	336	349	362	375	387						
35	242	255	268	281	294	308	321	334	347	360	374	387	400	413					
36	250	263	277	290	304	318	331	345	358	372	386	399	413	427	440				
37	258	271	285	299	313	327	341	355	370	384	398	412	426	440	454	468			
38	265	280	294	308	323	337	352	366	381	395	410	424	439	453	468	482	497		
39	273	288	303	317	332	347	362	377	392	407	422	437	452	467	482	497	512	527	
40	281	296	311	326	342	357	372	388	403	418	434	449	465	480	495	511	526	542	557

n_1	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
n_2	$P = 0,05$																	
41	40	55	70	86	102	118	135	151	168	184	201	218	234	251	268	285	302	319
42	41	56	72	88	105	121	138	155	172	189	206	223	240	258	275	292	310	327
43	42	58	74	91	107	124	142	159	176	194	211	229	247	264	282	300	318	335
44	43	59	76	93	110	128	145	163	181	199	216	235	253	271	289	307	325	344
45	44	61	78	95	113	131	149	167	185	203	222	240	259	277	296	315	333	352
46	45	62	80	97	115	134	152	171	189	208	227	246	265	284	303	322	341	360
47	46	64	81	100	118	137	156	175	194	213	232	251	271	290	310	329	349	369
48	47	65	83	102	121	140	159	178	198	218	237	257	277	297	317	337	357	377

n_1	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
n_2	$P = 0,05$																	
49	48	66	85	104	123	143	163	182	202	222	243	263	283	303	324	344	365	385
50	49	68	87	106	126	146	166	186	207	227	248	268	289	310	331	352	372	393
51	50	69	89	109	129	149	170	190	211	232	253	274	295	316	338	359	380	402
52	51	71	91	111	131	152	173	194	215	237	258	280	301	323	345	366	388	410
53	52	72	92	113	134	155	177	198	220	241	263	285	307	329	352	374	396	418
54	53	74	94	115	137	158	180	202	224	246	269	291	313	336	359	381	404	427
55	54	75	96	118	139	161	184	206	228	251	274	297	319	342	365	389	412	435
56	55	76	98	120	142	164	187	210	233	256	279	302	326	349	372	396	420	443
57	57	78	100	122	145	167	191	214	237	261	284	308	332	355	379	403	427	451
58	58	79	102	124	147	171	194	218	241	265	289	314	338	362	386	411	435	460
59	59	81	103	127	150	174	198	222	246	270	295	319	344	369	393	418	443	468
60	60	82	105	129	153	177	201	225	250	275	300	325	350	375	400	426	451	476

	$P = 0{,}01$																	
41	23	36	49	63	77	91	106	121	136	151	166	181	196	211	227	242	258	273
42	23	37	50	65	79	94	109	124	139	155	170	186	201	217	233	249	265	280
43	24	38	52	66	81	96	112	127	143	159	175	190	207	223	239	255	271	288
44	25	39	53	68	83	99	115	130	146	163	179	195	212	228	245	262	278	295
45	25	40	54	70	85	101	117	134	150	167	183	200	217	234	251	268	285	303
46	26	41	56	71	87	104	120	137	154	171	188	205	222	240	257	275	292	310
47	27	42	57	73	90	106	123	140	157	175	192	210	228	245	263	281	299	317
48	27	43	58	75	92	109	126	143	161	179	197	215	233	251	269	288	306	325
49	28	44	60	77	94	111	129	147	165	183	201	220	238	257	276	294	313	332
50	29	45	61	78	96	114	132	150	168	187	206	225	244	263	282	301	320	339
51	29	46	63	80	98	116	135	153	172	191	210	229	249	268	288	307	327	347
52	30	47	64	82	100	119	137	157	176	195	215	234	254	274	294	314	334	354
53	31	48	65	83	102	121	140	160	179	199	219	239	259	280	300	320	341	361
54	31	49	67	85	104	114	143	163	183	203	224	244	265	285	306	327	348	369
55	32	50	68	87	106	126	146	166	187	207	228	249	270	291	312	333	355	376
56	33	51	69	89	108	129	149	177	190	211	233	254	275	297	318	340	362	384
57	33	52	71	90	111	131	152	173	194	215	237	259	281	302	324	347	369	391
58	34	53	72	92	113	133	155	176	198	220	242	264	286	308	331	353	376	398
59	34	54	73	94	115	136	158	179	201	224	246	268	291	314	337	360	383	406
60	35	55	75	96	117	138	160	183	205	228	250	273	296	320	343	366	390	413

n_1	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
n_2	$P = 0{,}05$																		
41	336	353	370	387	404	421	438	456	473	490	507	524	541	559	576	593	610	628	645
42	345	362	380	397	415	432	450	467	485	503	520	538	556	573	591	609	626	644	662
43	353	371	389	407	425	443	461	479	497	515	533	552	570	588	606	624	642	660	679
44	362	380	399	417	436	454	473	491	510	528	547	565	584	602	621	640	658	677	695
45	371	390	408	427	446	465	484	503	522	541	560	579	598	617	636	655	674	693	712
46	380	399	418	437	457	476	495	515	534	554	573	593	612	631	651	670	690	709	729
47	388	408	428	447	467	487	507	527	547	566	586	606	626	646	666	686	706	726	746
48	397	417	437	458	478	498	518	539	559	579	600	620	640	661	681	701	722	742	763
49	406	426	447	468	488	509	530	550	571	592	613	634	654	675	696	717	738	759	780
50	414	435	457	478	499	520	541	562	583	605	626	647	669	690	711	732	754	775	796
51	423	445	466	488	509	531	553	574	596	618	639	661	683	704	726	748	770	791	813
52	432	454	476	408	520	542	564	586	608	630	652	675	697	719	741	763	786	808	830
53	441	463	485	508	530	553	575	598	620	643	666	688	711	734	756	779	802	824	847
54	449	472	495	518	541	564	587	610	633	656	679	702	725	748	771	794	818	841	864
55	458	481	505	528	551	575	598	622	645	669	692	716	739	763	786	810	834	857	881
56	467	491	514	538	562	586	610	634	657	681	705	729	753	777	801	825	850	874	898
57	476	500	524	548	572	597	621	645	670	694	719	743	768	792	816	841	865	89(1	915
58	484	509	534	558	583	608	633	657	682	707	732	757	782	807	832	856	881	906	931
59	493	518	543	568	594	619	644	669	694	720	745	770	796	821	847	872	897	923	948
60	502	527	553	578	604	630	655	681	707	733	758	784	810	836	862	888	913	939	965
	$P = 0{,}01$																		
41	289	304	320	336	351	367	383	398	414	430	446	462	477	493	509	525	541	557	573
42	296	312	328	345	361	377	393	409	425	442	458	474	490	507	523	539	556	572	588
43	304	321	337	354	370	387	403	420	437	453	470	487	503	520	537	553	570	587	604
44	312	329	346	363	380	397	414	431	448	465	482	499	516	533	550	563	585	602	619
45	320	337	354	372	389	407	424	441	459	476	494	511	529	547	564	582	599	617	635
46	328	345	363	381	399	416	434	452	470	,488	506	524	542	560	578	596	614	632	650
47	335	353	372	390	408	426	445	463	481	500	518	536	555	573	592	610	629	647	666
48	343	362	380	399	418	436	455	474	492	511	530	549	568	587	606	625	643	662	681
49	351	370	389	408	427	446	465	484	504	523	542	561	581	600	619	639	658	678	697
50	359	378	398	417	437	456	476	495	515	535	554	574	594	613	633	653	673	693	713
51	366	386	406	526	446	466	486	506	526	546	566	587	607	627	647	667	688	708	728
52	374	395	415	435	456	476	496	517	537	558	578	599	620	640	661	682	702	723	744

53	382	403	423	444	465	486	507	528	549	570	591	612	633	654	675	696	717	738	759
54	390	411	432	453	475	496	517	538	560	581	603	624	646	667	639	710	732	753	775
55	398	419	441	462	484	506	527	549	571	593	615	637	659	680	702	724	746	768	790
56	405	427	449	471	494	516	538	560	582	605	627	649	671	694	716	738	76!	784	806
57	413	436	458	581	503	526	548	571	593	616	639	662	684	707	730	753	776	799	822
58	421	444	467	490	513	536	559	582	605	628	651	674	697	721	744	767	790	814	837
59	429	452	475	499	522	545	569	592	616	640	663	687	710	734	758	781	805	829	853
60	437	460	484	508	532	555	579	603	627	651	675	699	723	747	772	796	820	844	868

n_1	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
n_2	$P = 0{,}05$																			
41	662																			
42	679	697																		
43	697	715	733																	
44	714	733	751	770																
45	731	750	769	789	808															
46	749	768	788	807	827	846														
47	766	786	806	826	846	866	886													
48	783	804	824	845	865	886	906	927												
49	800	821	842	863	884	905	926	947	968											
50	818	839	861	882	903	925	946	968	989	1010										
51	835	857	879	901	922	944	966	988	1010	1032	1054									
52	852	875	897	919	942	964	986	100’	1031	1053	1076	1098								
53	870	893	915	938	961	934	1006	1029	1052	1075	1098	1120	1143							
54	887	910	934	957	980	1003	1026	1050	1073	1096	1119	1143	1166	1189						
55	901	928	952	975	999	1023	1046	1070	1094	1113	1141	1165	1189	1213	1236					
56	922	946	970	994	1018	1042	1067	1091	1115	1139	1163	1187	1212	1236	1260	1284				
57	939	964	988	1013	1037	1062	1087	1111	1136	1161	1185	1210	1235 1	1259	1284	1309	1333			
58	956	981	1007	1032	1057	1085	1107	1132	1157	1182	1207	1232	1257	1283	1308	1333	1358	1383		
59	974	999	1025	1050	1076	1101	1127	1152	1178	1204	1229	1255	1280	1306	1331	1357	1383	1404	1434	
60	991	1017	1043	1069	1095	1121	1147	1173	1199	1225	1251	1277	1303	1329	1355	1381	1407	1433	1460	1486
$P = 0{,}01$																				
41	589																			
42	605	6I1																		
43	621	637	654																	
44	636	654	671	688																
45	652	670	688	706	723															
46	668	687	705	723	741	759														
47	684	703	722	740	759	777	796													
48	700	719	738	757	776	795	814	834												
49	716	736	755	775	794	814	833	853	872											
50	732	752	772	792	812	832	852	872	892	912										
51	748	769	789	809	830	850	870	891	911	932	952									
52	764	785	806	827	847	868	889	910	931	951	972	993								
53	780	802	823	844	865	886	908	929	950	971	993	1014I	1035							
54	796	818	840	861	883	905	926	948	970	991	1013	1035	1057	1078						
55	812	834	857	879	901	923	945	967	989	1011	1034	1056	1078	1100	1122					
56	828	851	873	896	919	941	964	986	1009	1031	1054	1077I	1099	1122	1145	1167				
57	844	867	890	913	936	959	982	1005	1028	1051	1074	1098	1121	1141	1167	1190	1213			
58	861	884	907	931	954	978	1001	1024	1048	1071	109!	1118	1142	1165	1185	1213	1236	1260		
59	877	900	924	948	972	996	1020	1044	1068	1091	1115	1139	1163	1187	1211	1235	1255	1283	1307	
60	893	917	941	965	990	1014	1036	1063	1087	1111	1136	1160	1185	1209	1234	1258	1282	1307	1331	1356

2.5.15. Таблиця 15

Граничні значення коефіцієнта кореляції r Пірсона ($r_\alpha = 0{,}05$ та a= 0,01)

(за: Масальгін Н. А., 1974)

n	0,05	0,01	n	0,05	0,01
4	0,950	0,990	26	0,388	0,496
5	0,878	0,959	27	0,381	0,487
6	0,811	0,917	28	0,374	0,478
7	0,754	0,874	29	0,367	0,470
8	0,707	0,834	30	0,361	0,463
9	0,666	0,798	35	0,322	0,435
10	0,632	0,765	40	0,310	0,407
11	0,602	0,735	45	0,292	0,384
12	0,576	0,708	50	0,277	0,364
13	0,553	0,684	60	0,253	0,333
14	0,532	0,661	70	0,234	0,308
15	0,514	0,641	80	0,219	0,288
16	0,497	0,623	90	0,206	0,272
17	0,482	0,606	100	0,196	0,258
18	0,468	0,590	125	0,175	0,230
19	0,456	0,575	150	0,160	0,210
20	0,444	0,561	200	0,138	0,182
21	0,433	0,549	250	0,124	0,163
22	0,423	0,537	300	0,113	0,148
23	0,413	0,526	400	0,098	0,128
24	0,404	0,515	500	0,088	0,115
25	0,396	0,505	1000	0,062	0,081

2.5.16. Таблиця 16

Допоміжна таблиця величин, які використовуються
для розрахунків рівняння регресії (за: Масальгін Н. А., 1974)

k	$\sum x^2$	$\sum x^4$	$\sum x^6$	D_2	D_3
2	0,5	0,125	0,03125	0	0
3	2	2	2	2	0
4	5	10,250	22,81250	16	9
5	10	34	130	70	144
1	17,5	88,375	511,09375	224	1134
7	28	196	1588	588	6048
1	42	388,500	4187,62500	1344	24948
9	60	708	9780	2772	85536
10	82,5	1208,625	20795,15625	5280	254826
11	110	1958	41030	9438	679536
12	143	3038,750	76156,43750	16016	1656369
13	182	4550	134342	26026	3747744
14	227,5	6608,875	226994,21875	40768	7963956
15	280	9352	369640	61880	16039296
16	340	12937	582951,25000	91392	30837456
17	408	17544	893928	131784	56930688
18	484,5	23377,125	1337250,28125	186048	101407788
19	570	30666	1956810	257754	174978144
20	665	39667,250	2807434,06250	351120	293452929
21	770	50666	3956810	471085	479700144
22	885,5	63977,375	5487625,34375	623392	766187730
23	1012	79948	7499932	814660	1198248480
24	1150	98957,500	10113746,36500	1052480	1838222100
25	1300	121420	13471900	1345500	2770653600

2.5.17. Таблиця 17

Критичні значення коефіцієнтів кореляції рангів Спірмена ($\rho = 0,05$ та р = 0,01 (за: Урбах В. Ю., 1964)

Число пар (n), які корелюють	Рівень значущості, P	
	0,05	0,01
4	1,000	–
5	0,900	1,000
6	0,829	0,943
7	0,714	0,893
8	0,643	0,833
9	0,600	0,783
10	0,564	0,746
12	0,506	0,712
14	0,456	0,645
16	0,425	0,601
18	0,399	0,564
20	0,377	0,534
22	0,359	0,508
24	0,343	0,485
26	0,329	0,465
28	0,317	0,448
30	0,306	0,432

2.5.18. Таблиця 18

Критичні значення коефіцієнтів кореляції тау Кендалла ($\tau = 0,05$ та 0,01)

n	Рівень значущості, P		n	Рівень значущості, P		n	Рівень значущості, P		n	Рівень значущості, P	
	0,05	0,01		0,05	0,01		0,05	0,01		0,05	0,01
4	1,000	–	19	0,287	0,392	34	0,201	0,280	49	0,163	0,230
5	0,800	1,000	20	0,274	0,379	35	0,197	0,277	50	0,162	0,228
6	0,733	0,867	21	0,267	0,371	36	0,194	0,273	51	0,161	0,225
7	0,619	0,810	22	0,264	0,359	37	0,192	0,267	52	0,158	0,223
8	0,571	0,714	23	0,257	0,352	38	0,189	0,263	53	0,157	0,221
9	0,500	0,667	24	0,246	0,341	39	0,188	0,260	54	0,156	0,219
10	0,467	0,600	25	0,240	0,333	40	0,185	0,256	55	0,154	0,216
11	0,418	0,564	26	0,237	0,329	41	0,180	0,254	56	0,152	0,214
12	0,394	0,545	27	0,231	0,322	42	0,178	0,250	57	0,152	0,212
13	0,359	0,513	28	0,228	0,312	43	0,176	0,247	58	0,149	0,210
14	0,363	0,473	29	0,222	0,310	44	0,173	0,243	59	0,148	0,209
15	0,333	0,467	30	0,218	0,301	45	0,172	0,240	60	0,147	0,207
16	0,317	0,433	31	0,213	0,295	46	0,169	0,239			
17	0,309	0,426	32	0,210	0,290	47	0,167	0,236			
18	0,294	0,412	33	0,205	0,288	48	0,167	0,232			

2.5.19. Таблиця 19

Граничні значення F_α одностороннього $F-$критерію, який використовується для перевірки гіпотез у кореляційному та регресійному аналізі $(\alpha = 0,05; \quad \alpha = 0,01)$ (за: Масальгін Н. А., 1974)

f_2 \ f_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	24
2	18,5	19,0	19,2	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5
3	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,74	8,64
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,91	5,77
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,68	4,53
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,00	3,84
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,57	3,41
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,28	3,12
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,07	2,90
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,91	2,74
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,79	2,61
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,69	2,51
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,60	2,42
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,53	2,35
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,48	2,29
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,42	2,24
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,38	2,19
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,34	2,15
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,31	2,11
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,28	2,08
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,36	2,32	2,25	2,05
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30	2,23	2,03
23	4,28	3,42	3,03	2,79	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,20	2,01
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25	2,18	1,98
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24	2,16	1,96
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,15	1,95
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,45	2,37	2,30	2,25	2,20	2,13	1,93
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19	2,12	1,91
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18	2,10	1,90
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,3	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,09	1,89
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	2,00	1,79
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,92	1,70
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,17	2,09	2,02	1,96	1,93	1,83	1,61
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88	1,83	1,75	1,52

$\alpha = 0,01$												
f_2 \ f_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	24
2	98,5	99,0	99,2	99,2	99,3	99,3	99,4	99,4	99,4	99,4	99,4	99,5
3	34,1	30,8	29,5	28,7	28,2	27,9	27,7	27,5	27,3	27,2	27,1	26,6
4	21,2	18,0	16,7	16,0	15,5	15,2	15,0	14,8	14,7	14,5	14,4	13,9
5	16,3	13,3	2,1	11,4	11,0	10,7	10,5	10,3	10,2	10,1	9,89	9,47
6	13,7	10,9	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,72	7,31
7	12,2	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	9,99	6,84	6,72	6,62	6,47	6,07
8	11,3	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,18	6,03	5,91	5,81	5,67	5,28
9	10,6	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,61	5,47	5,35	5,26	5,11	4,73
10	10,0	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,20	5,06	4,94	4,85	4,71	4,33
11	9,65	7,21	6,22	5,67	5,32	5,07	4,89	4,74	4,63	4,54	4,40	4,02
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,64	4,50	4,39	4,30	4,16	3,78

13	9,08	6,70	5,74	5,21	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	3,96	3,59
14	8,83	6,51	5,56	5,04	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,80	3,43
15	8,67	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,67	3,29
16	8,58	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69	3,55	3,18
17	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59	3,46	3,00
18	8,29	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,84	3,71	3,60	3,51	3,37	3,08
19	8,18	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	3,77	3,63	3,52	3,43	3,30	2,92
20	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,70	3,56	3,46	3,37	3,23	2,86
21	8,02	5,78	4,87	4,37	4,04	3,81	3,64	3,51	3,40	3,31	3,17	2,80
22	7,95	5,72	4,82	4,31	3,99	3,76	3,59	3,45	3,35	3,26	3,12	2,75
23	7,88	5,66	4,76	4,26	3,93	3,71	3,54	2,41	3,30	3,21	3,07	2,70
24	7,82	5,61	4,72	4,22	3,90	3,67	3,50	3,36	3,26	3,17	3,03	2,66
25	7,77	5,57	4,68	4,18	3,86	3,63	3,46	3,33	3,22	3,13	2,99	2,62
26	7,72	5,53	4,64	4,14	3,82	3,59	3,42	3,29	3,18	3,09	2,96	2,58
27	7,68	5,49	4,60	4,11	3,78	3,56	3,39	3,26	3,15	3,06	2,93	2,55
28	7,64	5,45	4,57	4,07	3,75	3,53	3,36	3,23	3,12	3,03	2,90	2,52
29	7,60	5,42	4,54	4,05	3,73	3,50	3,33	3,20	3,09	3,00	2,87	2,49
30	7,56	5,39	4,51	4,02	3,70	3,47	3,30	3,17	3,07	2,98	2,84	2,47
40	7,31	5,18	4,31	3,83	3,51	3,29	3,12	2,99	2,89	2,80	2,66	2,29
60	7,08	4,98	4,13	3,65	3,34	3,12	2,95	2,82	1,72	2,63	2,50	2,19
120	6,85	4,79	3,95	3,48	3,17	2,96	2,79	2,66	2,56	2,47	2,34	1,92
∞	6,63	4,61	3,78	3,32	3,02	2,80	2,64	2,51	2,41	2,32	2,18	1,75

f_2 \ f_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20
4	74,1	61,2	56,2	53,4	51,7	50,5	49,7	49,0	48,5	48,0	46,8	46,1
5	47,0	36,6	33,2	31,1	29,8	28,8	28,2	27,6	27,2	26,9	25,9	25,4
6	35,5	27,0	23,7	21,9	20,8	20,0	19,5	19,0	18,7	18,4	17,6	17,1
7	29,2	21,7	18,8	17,2	16,2	15,5	15,0	14,6	14,3	14,1	13,3	12,9
8	25,4	18,5	15,8	14,4	13,5	12,9	12,4	12,0	11,8	11,5	10,8	10,5
9	22,9	16,4	13,9	12,6	11,7	11,1	10,7	10,4	10,1	9,89	9,24	8,90
10	21,0	14,9	12,6	11,3	10,5	9,92	9,52	9,20	8,96	8,75	8,13	7,80
11	19,7	13,8	11,6	10,4	9,58	9,05	8,66	8,35	8,12	7,92	7,32	7,01
12	18,6	13,0	10,8	9,63	8,89	8,38	8,00	7,71	7,48	7,29	6,71	6,40
13	17,8	12,3	10,2	9,07	8,35	7,86	7,49	7,21	6,98	6,80	6,23	5,93
14	17,1	11,8	9,73	8,62	7,92	7,43	7,08	6,80	6,58	6,40	5,85	5,56
15	16,6	11,3	9,34	8,25	7,57	7,09	6,74	6,47	6,26	6,08	5,53	5,25
16	16,1	11,0	9,00	7,94	7,27	6,81	6,46	6,19	5,98	5,81	5,27	4,99
17	15,7	10,7	8,73	7,68	7,02	6,56	6,22	5,96	5,75	5,58	5,05	4,78
18	15,4	10,4	8,49	7,46	6,81	6,35	6,02	5,76	5,56	5,39	4,87	4,59
19	15,1	10,2	8,28	7,26	6,61	6,18	5,84	5,59	5,39	5,22	4,70	4,43
20	14,8	9,95	8,10	7,10	6,46	6,02	5,69	5,44	5,24	5,08	4,56	4,29
22	14,4	9,61	7,80	6,81	6,19	5,76	5,44	5,19	4,99	4,83	4,32	4,06
24	14,0	9,34	7,55	6,59	5,98	5,55	5,23	5,09	4,80	4,64	4,14	3,87
26	13,7	9,12	7,36	6,41	5,80	5,38	5,07	4,83	4,64	4,48	3,99	3,72
28	13,5	8,93	7,19	6,25	5,66	5,24	4,93	4,69	4,50	4,35	3,86	3,60
30	13,3	8,77	7,05	6,12	5,53	5,12	4,82	4,58	4,39	4,24	3,75	3,49
40	12,6	8,25	6,60	5,70	5,13	4,73	4,43	4,21	4,02	3,87	3,40	3,15
50	12,2	7,95	6,34	5,46	4,90	4,51	4,22	4,00	3,82	3,67	3,20	2,95
60	12,0	7,76	6,17	5,31	4,76	4,37	4,09	3,87	3,69	3,54	3,08	2,83
80	11,7	7,54	5,97	5,13	4,58	4,21	3,92	3,70	3,53	3,39	2,93	2,68
100	11,5	7,41	5,85	5,0	4,48	4,11	3,83	3,61	3,44	3,30	2,84	2,59
200	11,2	7,15	5,64	4,81	4,29	3,92	3,65	3,43	3,26	3,12	2,67	2,42
500	1,0	7,01	5,51	4,69	4,18	3,82	3,54	3,33	3,16	3,02	2,58	2,33
∞	10,8	6,91	5,42	4,62	4,10	3,74	3,47	3,27	3,10	2,96	2,51	2,27

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

Малхазов Олександр Ромуальдович

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА ПСИХОЛОГІЯ

ПРАКТИЧНИЙ ПОСІБНИК

Літературне редагування *В. О. Коваленко*

Адреса Інституту: 04070, м. Київ, вул. Андріївська, 15

Підписано до друку 17.10.2019 р. Гарнітура Times New Roman. Ум. друк. арк. 18,7.
Електронне видання. Замовлення № 2203-21

Видавець і виготовлювач ТОВ «Талком»
93115, м. Київ, вул. Львівська, 23, тел./факс (044)424-40-69, 424-56-26
E-mail: ukraina.vdk@email.ua
Свідоцтво суб’єкта видавничої справи ДК № 4538 від 17.05.2013 р.