

The main goal of the European culture and educational process is the formation of the independent, individual person. The development of modern education requires preparing specialists able to combine study with harmonious spiritual personality education, understand the beauty of art and environment. Nowadays the prerequisite of the information society development is the research of new philosophical and pedagogical ideas. They are an intellectual basis for modern school creation. At this stage, improving of economic and social efficiency of higher education is considered as an important state problem both in countries with highly developed technical and economic level and in developing countries with transition economies. Education becomes the most important general social phenomenon in the world globalization processes and formation of information society.

Keywords: education system; instructional content; national GIS educational platform; geography teaching methods; methodological approaches; secondary school.

DOI <https://doi.org/10.32405/2411-1309-2018-21-64-72>

УДК 37.013.3

МЕТОДИЧНІ ВИМОГИ ДО ПІДРУЧНИКА З МАТЕМАТИКИ РІВНЯ СТАНДАРТУ

М. І. Бурда,

доктор педагогічних наук, професор,

дійсний член НАПН України,

завідувач відділу математичної та інформатичної освіти

Інституту педагогіки НАПН України

e-mail: mibur5@ukr.net

Пропонуються методичні вимоги до розроблення навчальних текстів, системи задач і методичного апарату підручника з математики рівня стандарту, зокрема: орієнтація на результати навчально-пізнавальної діяльності, компетентнісний, діяльнісний і диференційований підходи до навчання математики, посилення прикладної спрямованості змісту навчання, відповідність навчальних текстів етапам застосування математики на практиці, укрупнення навчального матеріалу, його систематизація та ін. Обґрунтовується, що врахування при підготовці підручників наведених вимог і деяких шляхів їх реалізації покращує набуття учнями математичних та ключових компетентностей.

Ключові слова: підручник; математика; вимоги, рівень стандарту.

Постановка проблеми. У навчальних програмах, відповідно до концепції «Нова українська школа», наведено 10 ключових компетентностей та завдання,

покладені на математику щодо їх формування. Ці компетентності виокремлено у чотири наскрізні лінії («Екологічна безпека та сталий розвиток», «Громадянська відповідальність», «Здоров'я і безпека», «Підприємливість та фінансова грамотність»). Вони спрямовані на посилення мотивації, інтересу до навчання, на вироблення в учнів здатності застосовувати знання й уміння у різних сферах діяльності, реальних практичних ситуаціях, а також на здобуття досвіду, формування цінностей та поглядів, які можуть бути впроваджені на практиці. Нові освітні цілі і завдання вивчення математики на рівні стандарту та відведена незначна кількість годин на їх реалізацію (по 1,5 тижневі години на кожен предмет) потребують суттєвої переорієнтації змісту і методичного апарату підручника з алгебри і початків аналізу та геометрії, яка передбачає дотримання певних методичних вимог до відбору змісту, а також впровадження нових ефективних підходів до навчання.

Аналіз останніх досліджень. Проблема відбору змісту математики в старшій школі, зокрема для рівня стандарту, і відображення його в підручниках досліджувалася вченими, методистами і вчителями математики (В. Бевз, Т. Колесник, R. Larson, Ю. Мальований, Є. Нелін, Н. Тарасенкова, М. Якір та ін.). Розробленню організаційних форм і засобів навчання математики присвячені дослідження Д. Васильєвої, О. Вашуленко, Z. Usiskin, Г. Гливи, С. Іванової, І. Корнейчук, Ю. Сморгевського та ін. Однак, у зв'язку з впровадженням концепції «Нова українська школа» потрібні подальші дослідження, які б сприяли переходу від знаннєвої, інформаційної освітньої парадигми до компетентнісної.

Мета статті — розкрити методичні вимоги до відбору змісту підручника рівня стандарту, дотримання яких покращить формування математичної та ключових компетентностей.

Виклад основного матеріалу. Підручник з математики рівня стандарту забезпечуватиме вироблення математичних і ключових компетентностей, якщо його зміст відповідатиме певним методичним вимогам. Одна з них — **реалізація компетентнісного підходу**, відповідно до якого кінцевим результатом навчання є сформовані математичні та ключові компетентності, як здатності учня успішно діяти в навчальних і реальних життєвих ситуаціях на основі набутих знань, умінь, досвіду, цінностей і ставлень. Основним засобом формування ключових компетентностей є задачі практичного змісту — задачі, що виникають за межами математики, але розв'язуються з використанням математичного апарату. У підручнику рівня стандарту рекомендується надавати перевагу насамперед тим задачам, які стосуються вироблення ціннісних орієнтацій, правильної поведінки стосовно енергоресурсів, свого здоров'я, своїх фінансів, навколишнього середовища, стосунків між людьми. Розв'язання таких задач сприятиме усвідомленню значення математичної освіти для успішної життєдіяльності в сучасному суспільстві, а отже, забезпечуватиме мотивацію, інтерес до набуття компетентностей.

Навчальні тексти, система задач і методичний апарат підручника орієнтовані на *очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності*, які містяться в програмі і є об'єктами контролю і оцінювання. Ці результати мають відповідати цілям навчання, віковим особливостям учнів та навчальному часу, відведеному на вивчення математики. Більшу увагу доцільно звертати на діяльнісний і ціннісний компоненти компетентностей.

Так, очікувані результати навчання містять вимогу: учень демонструє на об'єктах навколишнього середовища розміщення прямих; прямої та площини; двох площин. Тому випадки взаємного розміщення прямих у просторі спочатку ілюструємо на прикладі з довкілля (мал. 1): пішохідний перехід (пряма a), що перетинає дві паралельні смуги руху транспорту (прямі b і c), які проходять під естакадою (пряма d).



Мал.1

Одна з важливих методичних проблем — фіксація очікуваних результатів навчально-пізнавальної діяльності. В програмах з математики ці результати упорядковані за знаннєвим, діяльнісним і ціннісним компонентами компетентностей і конкретизовані їх складниками. Проте складники допускають досить широке тлумачення. Засобом їх конкретизації можуть бути набори в підручнику спеціальних задач, які розробляються для кожного рівня навчання. Кількість їх мінімальна. Якщо учень після вивчення курсу вміє розв'язувати відповідні задачі, це означає, що він досяг певного рівня навчання. Такий підхід дає змогу школяру вибрати певний рівень засвоєння математичного матеріалу і варіювати своє навчальне навантаження.

Методична проблема, яка потребує обговорення, пов'язана із вимогами до математичної підготовки. Специфіка шкільної математики полягає в тому, що в ній посилені внутрішньопредметні зв'язки, логічна організація матеріалу, зокрема в геометрії використовується аксіоматичний метод. Тому, якщо учень недостатньо засвоїв попередній навчальний матеріал, то він не в змозі засвоїти наступний, що ускладнює подальше вивчення математики, а отже, і вироблення математичної і ключових компетентностей. Вирішенню цієї проблеми сприятиме виділення рівня математичної підготовки, який обов'язковий для кожного учня. Досягнувши обов'язкових результатів навчання, учень зможе опанувати і більш високі освітні результати. Тому нагальним є порушення питання щодо доцільності впровадження обов'язкових результатів навчання, яких повинен досягти кожен учень, щоб опанувати математику та застосовувати її на наступних етапах навчання.

Доступність учням навчальних текстів, можливість самостійно їх опрацювати — одна з особливостей підручника. Він має бути розрахованим на дифе-

ренційоване навчання математики — на навчання учнів з різними навчальними досягненнями. Важливо, щоб навчальний матеріал спирався на наочність, інтуїцію учнів, їхній життєвий досвід, що робитиме його доступним. Цьому сприятимуть також зразки розв'язання типових задач, проблемні запитання, задачний матеріал різної складності тощо. Підручник має містити поради щодо того, як діяти у тій чи іншій навчальній ситуації, сформульовані у вигляді алгоритмів, правил або вказівок. Поради спрямовані на розпізнавання математичних залежностей, на застосування понять, теорем або способів розв'язування задач. Для тих, хто цікавиться математикою, має бути спеціальна рубрика, де школярі отримують можливість розширити та поглибити свої знання стосовно основного навчального матеріалу.

Особливого значення набуває **створення під час навчання математики ситуацій успіху** — суб'єктивних психічних станів задоволення учнем наслідками навчально-пізнавальної діяльності. Успіх, який досягнув учень, активізує приховані його можливості, сприяє емоційно-ціннісному ставленню до об'єктів пізнання. А це можливо, якщо учень працюватиме на рівні своїх можливостей, які дозволяють йому справлятися з тими вимогами, які до нього ставляться. Важливим тут є дотримання наступності при переході від одного рівня вимог до іншого. В процесі навчання не слід пред'являти більш високі вимоги тим учням, які не досягли обов'язкових результатів навчання.

У підручнику має бути реалізований **діяльнісний підхід до навчання математики**, який передбачає: постійне залучення учнів до різних видів навчально-пізнавальної діяльності; засвоєння не лише формально-логічних знань, але і оперативних (як треба діяти в конкретних математичних і прикладних ситуаціях, щоб досягти поставленої мети); засвоєння способів міркувань, застосовуваних у математиці; створення методичних ситуацій, які стимулюють самостійні відкриття учнями математичних фактів; перенесення акцентів із збільшення обсягу інформації, призначеної для засвоєння учнями, на вироблення вмінь її використовувати.

Успішне **формування компетентностей передбачає прикладну спрямованість змісту** підручника. Прикладну спрямованість неможливо в повній мірі забезпечити лише розв'язуючи практичні задачі. Зміст навчального матеріалу підручника має відповідати етапам застосування математики на практиці:

Перший етап. Вивчення математичного факту, по можливості, розпочинається з аналізу емпіричного матеріалу (прикладів із довкілля, моделей, графіків, малюнків, прикладів зі сфери майбутньої професійної діяльності, фактів з інших навчальних предметів тощо), або з опису практичних дій. Це дає змогу з'ясувати істотні ознаки понять, властивості математичних об'єктів і, на основі цього, самостійно формулювати відповідні твердження.

Другий етап. З'ясовується і обґрунтовується суть математичного факту та розв'язуються суто математичні задачі. При обґрунтуванні математичних тверджень не варто захоплюватися формально-логічною строгістю доведень та відво-

дити багато часу громіздким перетворенням і обчисленням. Це не передбачено очікуваними результатами навчально-пізнавальної діяльності. Більше уваги слід приділяти розумінню змісту понять, властивостей, ідей.

Третій етап. Застосування на практиці. Школярі мають усвідомити, що процес застосування математики до розв'язання будь-яких практичних задач включає: формалізацію (перехід від ситуації, описаної у задачі, до формальної математичної моделі цієї ситуації, і від неї, до чітко сформульованої математичної задачі); розв'язування задачі у межах побудованої моделі; інтерпретацію (застосування одержаного розв'язання до вихідної ситуації).

Ці етапи мають бути притаманні навчальній діяльності, оскільки впливають на розвиток творчості учня, його активність, ініціативу.

Наприклад, тема «Похідна та її застосування». Границя функції в точці не вивчається. Тому поняття буде простими і зрозумілим для учнів, якщо вводити його на тому інтуїтивному рівні, на якому воно виникло історично, як узагальнення результатів розв'язання практичних задач. Доцільна така послідовність вивчення цієї теми:

1. Спочатку виділяється спільний підхід до розв'язання задач про миттєву швидкість та дотичну до кривої. Потім виражається його суть математичною мовою. У точці x_1 функція $y = f(x)$ набуває значення $y_1 = f(x_1)$, а в точці x_2 — значення $y_2 = f(x_2)$. При переході від точки x_1 до точки x_2 значення функції змінилося на величину $y_2 - y_1 = f(x_2) - f(x_1)$.

Відношення $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ означає середню швидкість зміни функції на проміжку $[x_1; x_2]$. Якщо треба знайти швидкість зміни функції у певній точці цього проміжку, наприклад, x_1 (миттєву швидкість), слід відшукати число, до якого прямує значення відношення $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ за умови, що $x_2 \rightarrow x_1$, або $x_2 - x_1 \rightarrow 0$.

Означується поняття похідної функції у даній точці (як швидкість зміни функції в цій точці) та інтерпретується дане означення до розглянутих задач практичного змісту.

2. Встановлюється алгоритм дій для знаходження похідної функції у даній точці та знаходиться похідна функції $f(x) = x^2$ у точці a : $f'(a) = 2a$.

Узагальнюється похідна функції у даній точці і вводиться нова функція — похідна функції. Наголошується, що здобута формула обчислення похідної функції $f(x) = x^2$ кожному значенню x з області визначення функції ставить у відповідність конкретне значення похідної функції у точці x . Отже, маємо нову функцію, яку називають похідною функції $f(x) = x^2$ і позначають $f'(x)$.

Учні знайомляться з правилами знаходження похідних.

3. Застосування: досліджуються функції; розв'язуються задачі практичного змісту, де функцію, як правило, необхідно утворити за умовою задачі.

Укрупнення навчального матеріалу — важлива особливість підручника рівня стандарту. По-можливості вивчення аналогічних, схожих, взаємозв'язаних понять, взаємно обернених тверджень, операції бажано не віддаляти в навчальному часі. Це сприятиме цілісності знань та покращуватиме їх застосування. Наприклад.

1. Диференціювання та інтегрування — взаємно обернені операції (табл. 1).

Таблиця 1

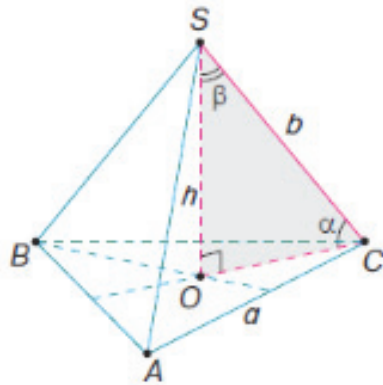
Диференціювання	Інтегрування
Дано: функцію $F(x)$.	Дано: $f(x) = F'(x)$.
Знайти: $f(x) = F'(x)$.	Знайти: функцію $F(x)$.

Операція, обернена до диференціювання, полягає у знаходженні функції за її похідною. Таку операцію називають інтегруванням.

2. Паралельність і перпендикулярність прямих та площину простору можна не розподіляти у два розділи, а вивчати в такій послідовності: прямі у просторі (прямі, що перетинаються; паралельні прямі; мимобіжні прямі); пряма і площина у просторі (паралельність прямої і площини; перпендикулярність прямої і площини; перпендикуляр і похила; теорема про три перпендикуляри; кут прямої з площиною); площини в просторі (паралельні площини; площини, що перетинаються; двогранний кут; перпендикулярні площини; залежність між паралельністю і перпендикулярністю прямих та площин; практичне значення паралельності і перпендикулярності прямих та площин).

Нарешті в підручнику увага приділяється **систематизації понять, властивостей, способів розв'язування задач** (таблиці, схеми, задачі за даними таблиць, класифікації). З одного боку, це покращує застосування матеріалу до розв'язування задач, а з другого — посилює зорове його сприймання.

Наприклад, найпростіші задачі на знаходження елементів правильної трикутної піраміди $SABC$ (бічного ребра b , висоти h , ребра основи a , кута β між висотою і бічним ребром, кута нахилу бічного ребра до площини основи α тощо) зводяться до розв'язування прямокутного трикутника SOC (мал. 2). У таблиці 2 вміщені деякі такі задачі та їх розв'язання.



Мал. 2

Дано	Знайти	Розв'язання
1) a і h	b, α, β	$OC = \frac{a\sqrt{3}}{3}; \operatorname{tg}\alpha = \frac{h}{OC} = \frac{h\sqrt{3}}{a}; b = \frac{h}{\sin\alpha}; \beta = 90^\circ - \alpha$
2) a і b	h, α, β	$OC = \frac{a\sqrt{3}}{3}; \cos\alpha = \frac{a\sqrt{3}}{3}; h = b \sin\alpha; \beta = 90^\circ - \alpha$
3) a і α	h, b, β	$OC = \frac{a\sqrt{3}}{3}; h = OC \cdot \operatorname{tg}\alpha = \frac{a \operatorname{tg}\alpha \sqrt{3}}{3}; b = \frac{h}{\sin\alpha}; \beta = 90^\circ - \alpha$
4) b і α	h, a, β	$h = b \sin\alpha; OC = b \cos\alpha; a = OC\sqrt{3} = b\sqrt{3} \cos\alpha; \beta = 90^\circ - \alpha$

Висновки та перспективи подальших досліджень. Зміст підручника рівня стандарту має забезпечувати оволодіння учнями математичними та ключовими компетентностями. Їх формування покращується, якщо дотримуватись таких загальних вимог до розроблення навчальних текстів, системи задач і методичного апарату підручника: орієнтація на результати навчально-пізнавальної діяльності, забезпечення мотивації, інтересу до набуття компетентностей, реалізація компетентнісного, діяльнісного та диференційованого підходів до навчання, доступність навчальних текстів, організація навчання на основі врахування досвіду взаємодії учня з навколишнім світом, посилення прикладної спрямованості змісту навчання, відповідність навчальних текстів етапам застосування математики на практиці, укрупнення навчального матеріалу, його систематизація, різномірнева складність навчального матеріалу та ін.

Пріоритетні напрями досліджень: вирішення проблеми співвідношення пізнавальних і ціннісних компонентів у змісті математичної освіти; визначення принципів і критеріїв відбору практико — орієнтованого базового змісту на основі його фундаменталізації та інтеграції; розроблення нових технологій навчання математики, зокрема інформаційних, які спрямовані на моделювання освітніх середовищ, їх організаційних, змістових і методичних компонентів.

Використані джерела

1. Геометрія: підручник для 11кл. загальноосвітніх навчальних закладів (академічний та профільний рівні) / [М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова, І. М. Богатириьова, О. М. Коломієць, З. О. Сердюк]. — К.: Видавничий дім «Освіта», 2013. —304 с.

2. Локшина О. І. Зміст шкільної освіти в країнах Європейського Союзу: монографія / О. І. Локшина. — К.: Богданова А. М., 2009. — 404 с.
3. Профільне навчання: Теорія і практика: зб. наук. праць за матеріалами методолог. семінару НАПН України. — К.: Пед. преса, 2006. — 200 с.
4. Ray C. Jurgensen, Richard G. Brown, John W. Jurgensen. GEOMETRY / Ray C. Jurgensen, Richard G. Brown, John W. Jurgensen: Mc Douglas Littell. A Houghton Mifflin Company. — Boston. Dallas. USA, 2004. — 740 P.

References

1. Heometriia: pidruch. dlia 11 kl. zahalnosvit. navch. zakladiv (akademichniy ta profilnyi rivni) / [M. I. Burda, N. A. Tarasenkova, I. M. Bohatyrova, O. M. Kolomiets, Z. O. Serdiuk]. — K.: Vydavnychiy dim «Osvita», 2013. — 304 s.
2. Lokshyna O. I. Zmistshkilnoioisvity v krainakh Yevropeiskoho Soiuzu: monohrafiia. — K.: Bohdanova A. M., 2009. — 404 s.
3. Profiline navchannia: Teoriia i praktyka: zb. nauk. Prats za materialamy metodoloh. seminaru NAPN Ukrainy. — K.: Ped. presa, 2006. — 200 s.
4. Ray C. Jurgensen, Richard G. Brown, John W. Jurgensen. GEOMETRY / Ray C. Jurgensen, Richard G. Brown, John W. Jurgensen: Mc Douglas Littell. A Houghton Mifflin Company. — Boston. Dallas. USA, 2004. — 740 P.

Бурда М. И.,

**доктор педагогических наук, профессор,
действительный член НАПН Украины,
заведующий отдела математического и информационного
образования Института педагогики НАПН Украины**

МЕТОДИЧЕСКИЕ ТРЕБОВАНИЯ К УЧЕБНИКУ ПО МАТЕМАТИКЕ УРОВНЯ СТАНДАРТА

Предлагаются методические требования к разработке учебных текстов, системы задач и методического аппарата учебника по математике уровня стандарта, в частности: ориентация на результаты учебно-познавательной деятельности, реализация компетентностного, деятельностного и дифференцированного подходов к обучению математике, организация обучения на основании учета опыта взаимодействия обучения учащегося с окружающей средой, усиление прикладной направленности содержания обучения, соответствие учебных текстов этапам применения математики на практике, укрупнение учебного материала, его систематизация и др. Обосновывается, что реализация предлагаемых требований способствует формированию математической и ключевых компетентностей. Эти требования также могут быть использованы при создании учебных программ по математике.

Ключевые слова: учебник; математика; требования; уровень стандарта.

Burda M.,

**Full Member of the NAES of Ukraine,
Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
Head of the Mathematical and Informative Education Department
of the Institute of Pedagogy of the NAES of Ukraine**

METHODOLOGICAL REQUIREMENTS FOR MATHEMATICS TEXTBOOKS OF THE LEVEL OF STANDARD

One of the priority tasks of the methodology of mathematics is the transition from the knowledge- and information-centred educational paradigm to the competence-oriented one. Content of a textbook of the level of standard should ensure the development of mathematical and key competencies of pupils. The formation of these competencies can be stimulated by following general requirements for the construction of textbooks, system of tasks and methodical apparatus of a textbook: orientation to the expected results of educational and cognitive activity, ensuring motivation, interest in acquiring competences, realization of competence-oriented, activity and differentiated approaches to learning, intelligibility of educational texts, organization of the learning process based on the experience of pupil's interaction with the outside world, relevance of educational texts to the stages of application of mathematics in practice, consolidation of educational material, its systematization, multilevel complexity of the content etc. The formation of key competencies requires the strengthening of the applied orientation of the content of a textbook, which will provide sufficient knowledge, skills and abilities for their successful use both in studying theoretical material, solving mathematical problems and problems of practical content and for mastering other subjects in the learning process. While studying mathematics pupils must realize that the process of its application to solving any practical problems includes: formalization (the transition from the situation described in the problem, to the mathematical model of this situation, and from it, to a clearly formulated mathematical problem), solving the task within the constructed model, interpretation (application of the result obtained to the original situation). These requirements can also be taken into account when constructing mathematics curricula for high school.

Keywords: textbook; mathematics; requirements; level of standard.