

## ОРГАНІЗАЦІЯ НАВЧАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ СТУДЕНТІВ ЗАСОБАМИ МОБІЛЬНОГО МАТЕМАТИЧНОГО СЕРЕДОВИЩА «ВИЩА МАТЕМАТИКА»

*К.І. Словак,  
канд. педагог. наук, доцент,  
Криворізький Економічний Інститут ДВНЗ  
«Криворізький національний університет»,  
м. Кривий Ріг, УКРАЇНА*

*Розглянуто проблему організації навчання математики студентів економічних спеціальностей ВНЗ на основі дослідницького підходу у навчанні. Зокрема зосереджено увагу на засобах мобільного математичного середовища «Вища математика», що надають можливість впроваджувати ідеї дослідження як на лекційних, так і на практичних заняттях.*

***Ключові слова:** дослідницький підхід у навчанні, мобільне математичне середовище «Вища математика», система динамічної геометрії GeoGebra, комп'ютерні моделі, прикладні задачі економічного змісту.*

**Постановка проблеми.** В умовах інноваційного розвитку України особливої уваги заслуговує проблема професійної підготовки конкурентоспроможних фахівців різного профілю, зокрема – економічного.

Аналіз освітньо-професійних програм підготовки бакалаврів за напрямками «Економіка підприємництва», «Міжнародна економіка», «Фінанси і кредит», «Облік і аудит» дозволяє зробити обґрунтований висновок, що якісна математична підготовка є основою формування системи фахових компетентностей майбутніх фахівців з економіки.

Разом з тим у процесі навчання вищої математики майбутніх фахівців з економіки спостерігаються певні негативні явища: результати навчання студентів, рівень їх математичної культури, пізнавальної активності і самостійності досить низький. Все це негативно відбивається на якості професійної підготовки майбутніх фахівців [15]. На думку С.А.Ракова, розв'язання проблеми вдосконалення математичної підготовки необхідно здійснювати на основі дослідницького підходу у навчанні, що реалізується через *дослідницьку діяльність і навчальні дослідження* та передбачає впровадження ідеї дослідження у всі форми організації навчання (лекції, практичні та лабораторні заняття, індивідуальна та самостійна робота тощо) [11].

**Аналіз актуальних досліджень.** Витоки навчальної дослідницької діяльності започатковані у працях Я. А. Коменського [6] та А. А. Дістервега [4]. Історія дослідницького підходу у навчанні математики розпочалася з відомих книг Дж. Пойа [8; 9; 10]. У сучасній науково-педагогічній літературі різні аспекти проблеми впровадження дослідницького підходу у навчання математики представлено у роботах К. Кіран, Е. Форман, А. Сфард [1], Н. М. Головин [3], А. Ю. Карлашук [5], В. В. Ачкана [2], С. А. Ракова [11], О. І. Скафи, О. В. Тимошенко [13] та інших науковців.

Проте систематичне застосування дослідницького підходу є достатньо трудомістким, що обмежує його використання у реальному навчальному процесі. Одним із шляхів розв'язання цієї проблеми є використання інноваційних засобів інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ), серед яких на особливу увагу заслуговують системи комп'ютерної математики (СКМ) та пакети динамічної геометрії [11]. При цьому виникає питання вибору середовища моделювання відповідно до опановуваної теми, особливостей розв'язуваної задачі тощо. Крім того, як комерційні, так і вільно поширювані програмні середовища можуть відрізнятися за функціональністю, інтерфейсом, вбудованою

мовою програмування. Все це говорить на користь інтеграції математичних систем між собою та з іншими програмами в єдиному інформаційно-комунікаційному освітньо-науковому середовищі.

Прикладом такого інформаційно-комунікаційного освітньо-наукового середовища навчання математичних дисциплін студентів ВНЗ є Web-орієнтоване математичне середовище. Принципом побудови такого середовища є використання у якості його ядра вільно поширюваних Web-орієнтованих СКМ, що інтегрують в собі послуги різних систем за допомогою клієнт-серверних технологій і таких засобів ІКТ навчання математики, як мультимедійні демонстрації, динамічні математичні моделі, тренажери та експертні системи навчального призначення. Цим вимогам відповідають мобільні математичні середовища.

**Метою статті** є обґрунтування та демонстрація можливостей використання мобільних математичних середовищ для реалізації дослідницького підходу у навчанні.

**Виклад основного матеріалу.** Мобільне математичне середовище (ММС) – відкрите модульне мережне мобільне інформаційно-обчислювальне програмне забезпечення, що надає користувачу (викладачу, студенту) можливість мобільного доступу до інформаційних ресурсів математичного і навчального призначення, створюючи умови для ефективної організації процесу навчання та інтеграції аудиторної і позааудиторної роботи [14]. Докладну характеристику основних складових, структури ММС та приклади використання спеціально розробленого ММС «Вища математика» [7], призначеного для підтримки навчання вищої математики студентів економічних спеціальностей, розглянуто в роботах [12; 14].

Одним із основних напрямів використання ММС «Вища математика» у процесі навчання вищої математики є проведення навчальних досліджень. Для реалізації цього доцільно використати створені комп'ютерні моделі з графічним інтерфейсом і напівавтоматичним режимом

управління: *лекційні демонстрації та динамічні моделі*. Розроблені моделі можуть використовувати Web-сервіси доступу до баз знань (наприклад, Wolfram|Alpha) та баз даних (зокрема, GoogleFinance). Не дивлячись на те, що моделі різняться за своїм дидактичним призначенням, більшість з них можна використати як для унаочнення абстрактних математичних понять, так і для проведення навчальних досліджень. Останнє передбачає складання відповідної системи завдань, у результаті виконання якої студенти формулюють певні висновки. Так, наприклад, під час вивчення модуля «Ряди», зокрема, теми «Розвинення елементарних функцій у ряд Маклорена» на лекційному занятті студентам пропонується модель для демонстрації відповідності між функцією та її розвиненням у ряд Маклорена (рис. 1).

Одним із можливих варіантів завдань для цієї моделі може бути наступний.

1. Для функції  $y = \sin x$  встановити бігунок параметра «Кількість частинних сум» на значення 1 і рухати його поступово, крок за кроком, до значення 6, спостерігаючи при цьому за зміною графіків частинних сум. У результаті дослідження студенти повинні відповісти на питання: Чому значення параметру «Кількість частинних сум» не відповідає порядку останньої частинної суми? Чому при значенні параметру «Кількість частинних сум» рівним 6 отримуємо п'ять частинних сум, причому деякі з них рівні між собою? Скільки доданків має п'ята частинна сума? Порівняти її з многочленом Тейлора п'ятого порядку, отриманим в результаті «ручних» розрахунків.

2. Для функції  $y = \cos x$  встановити бігунок параметра «Кількість частинних сум» на значення 1 і рухати його поступово, крок за кроком, до значення 7, спостерігаючи при цьому за зміною графіків частинних сум. В результаті дослідження студенти повинні відповісти на питання: При значенні параметра «Кількість частинних сум» рівним 5 який порядок має остання частинна сума? Як це можна пояснити? Чи є графіки зображених частинних сум періодичними функціями?

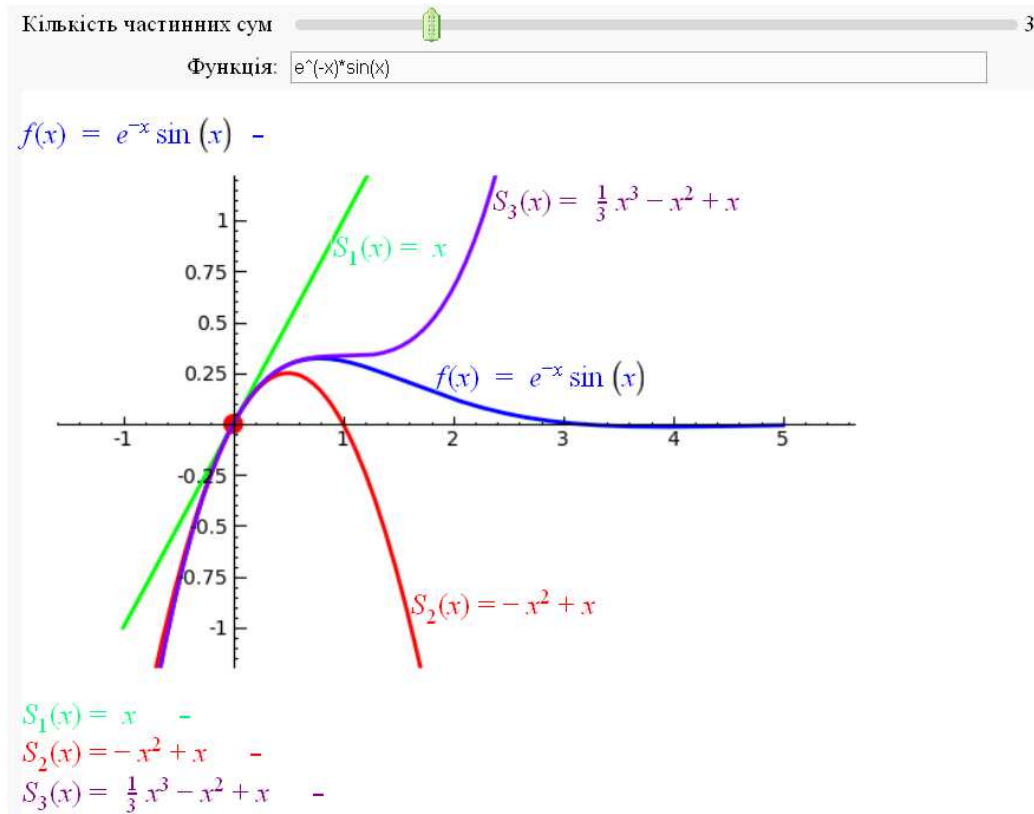


Рис. 1. Інтерфейс користувача моделі «Розвинення функції в ряд Маклорена»

3. Для функції  $y = e^{-x} \sin x$  встановити бігунок параметра «Кількість частинних сум» на значення 1 і рухати його поступово, крок за кроком, до значення 9, спостерігаючи при цьому за зміною графіків частинних сум. В результаті дослідження студенти повинні відповісти на питання: Яким чином значення параметру «Кількість частинних сум» впливає на графіки відповідних частинних сум? В околі якої точки всі графіки частинних сум співпадають? Чому?

За результатами проведеного обчислювального експерименту студенти роблять такі загальні висновки:

1) від обраної кількості членів ряду залежить, наскільки співпадають графіки відповідної частинної суми та заданої функції в околі вказаної точки (у даному випадку точки нуля);

2) чим більше значення  $x$  (чим далі хвід точки 0), тим істотніше відрізняються графіки досліджуваної функції і відповідного розвинення в ряд Маклорена (поведінка ряду не має нічого спільного з поведінкою функції, що розкладають);

3) при розвиненні непарної функції

графік будь-якої парної частинної суми співпадає з передуючим йому графіком непарної частинної суми, при розвиненні парної функції – навпаки.

Слід зазначити, що всі моделі ММС «Вища математика» створені за допомогою власних засобів ядра ММС –Web-CKMSage. Проте для розв’язання та дослідження задач з аналітичної геометрії цих засобів буває недостатньо, а тому доцільним є створення моделей за допомогою пакету динамічної геометрії GeoGebra, який можна інтегрувати у ММС за допомогою Java-аплетів. Моделі, розроблені у GeoGebra, можна використати для демонстрацій відповідних теоретичних відомостей, постановки задач та висування гіпотез, пошуку закономірностей та побудови контрприкладів, тобто всього того, що складає основу математичних досліджень (і відповідно дослідницького підходу у навчанні).

Так, під час вивчення змістового модуля «Елементи аналітичної геометрії», зокрема теми «Лінії другого порядку», доцільно використати динамічні моделі, що надають можливість проілюструвати означення кривих другого порядку. Сту-

дентам пропонується використати розроблені моделі для проведення навчальних досліджень. Наприклад, для моделі «Рівняння еліпса» (рис. 2) потрібно виконати наступні дослідження: експериментально перевірити, що побудована крива є еліп-

сом, дослідити, як впливає величина великої і малої півосей на форму еліпса; дослідити вплив значення ексцентриситету на форму еліпса тощо.

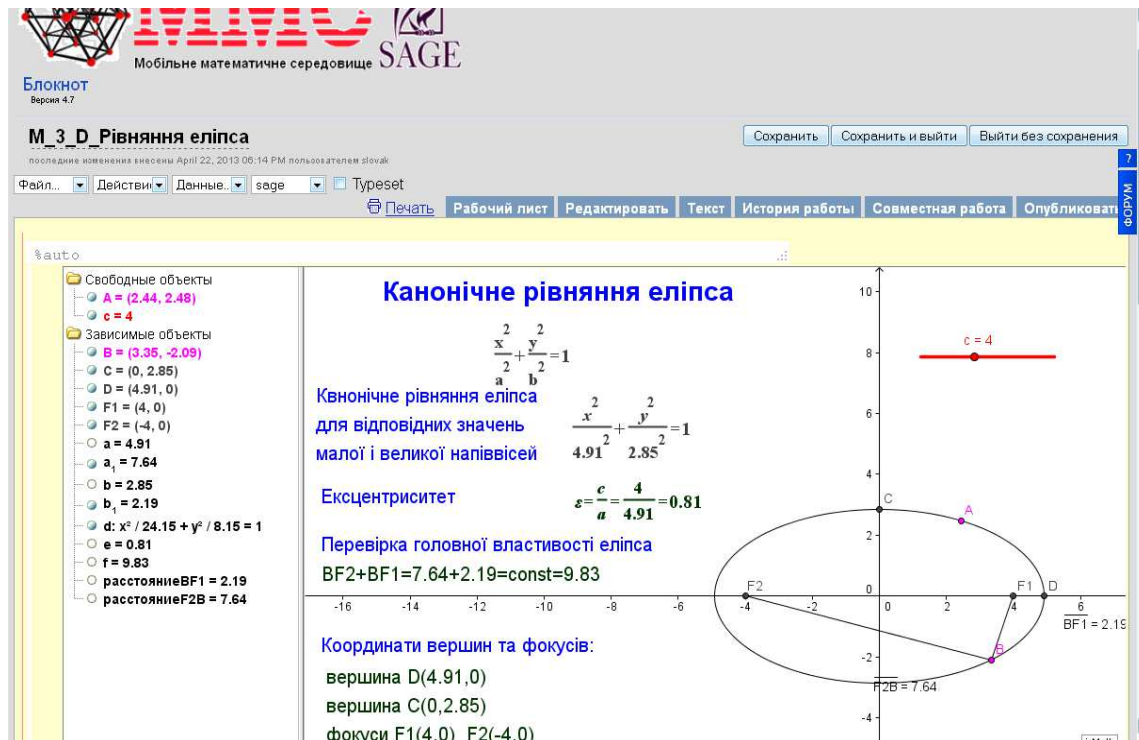


Рис. 2. Інтерфейс користувача моделі «Рівняння еліпса»

На практичних та лабораторних заняттях проведення навчальних досліджень передбачає застосування методу математичного моделювання, який є інструментом наукових досліджень у різних галузях знань та провідним засобом навчання математики.

Навчання математичного моделювання майбутніх фахівців з економіки вимагає використання прикладних задач економічного змісту, що часто характеризуються громіздкими одноманітними розрахунками, виконання яких у процесі обчислювального експерименту є необхідним для перевірки моделі на адекватність. З метою економії навчального часу розв'язання таких задач доцільно здійснювати за допомогою засобів ІКТ, зосередившись при цьому на побудові моделі та інтерпретації результатів обчислювального експерименту. Для проведення необхідних обчислень у ММС «Вища математика» використо-

вують команди ядра ММС та вбудовані засоби мови Python.

Так, під час вивчення теми модуля «Елементи лінійної алгебри» пропонуємо студентам розв'язати наступну задачу.

*Задача.* Для відгодівлі тварин на фермі в щоденний раціон кожної тварини потрібно включити п'ять видів поживних речовин, що задані матрицею  $C$ . При цьому використовують шість видів кормів, вартість однієї вагової одиниці для яких задано матрицею  $P$  у грошових одиницях. Задано матрицю  $A$  норм вмісту поживних речовин в кормах, в якій на позиції  $(i, k)$  знаходиться число одиниць  $k$ -го виду поживних речовин, що містяться в одиниці ваги  $i$ -го виду корму. Визначити склад щоденного раціону для відгодівлі тварин на фермі, щоб його загальна вартість (в грошових одиницях) була мінімальною.

$$P = (15 \ 3 \ 8 \ 1 \ 20.5 \ 13.5), C = (76 \ 360 \ 155 \ 294 \ 231), A = \begin{pmatrix} 1 & 12 & 2.5 & 13 & 6 \\ 2 & 10 & 4 & 11.5 & 7 \\ 1 & 14 & 8 & 5.5 & 7 \\ 3 & 9 & 3.5 & 8 & 7 \\ 1 & 12 & 5.5 & 8 & 7 \\ 2 & 12 & 6.5 & 8.5 & 6.5 \end{pmatrix}$$

*Розв'язання.* Задані умовою задачі матриці є математичними моделями, тому розв'язання вказаної задачі зводиться до виконання операцій над матрицями та розв'язання матричного рівняння (рис. 3). Отже, спочатку необхідно ввести початкові дані та сформуванати матрицю  $B$ , що містить матрицю  $A$  і матрицю вартості однієї

вагової одиниці кожного корму  $P$  у якості останнього стовпця  $B$ . Далі розв'язуємо матричне рівняння  $B \cdot X = C$  до тих пір, поки всі координати знайденого вектора  $X$  не стануть невід'ємними. При цьому у матрицю  $C$  додаємо ще один стовпчик  $i$ , що відповідає витратам на раціон.

```
a=matrix([[1,12,2.5,13,6],[2,10,4,11.5,7],[1,14,8,5.5,7],[3,9,3.5,8,7],[2,12,5.5,8,7],[2,12,6.5,8.5,6.5]])# матриця А
p=vector([15,3,8,1,20.5,13.5])# матриця Р
b=a.augment(p.transpose())# матриця В, що містить А і Р
i=1
while i<900:# розв'язуємо матричне рівняння
    c=vector([76,360,155,294,231,i])
    x=b.solve_left(c)
    if min(x)>0:
        print"МАТРИЦЯ РАЦІОНУ"
        print x.transpose()
        break;
    i=i+1
```

```
МАТРИЦЯ РАЦІОНУ
[ 3.55590033919008]
[ 3.75272961352137]
[ 4.50147312475757]
[ 16.2046364229065]
[0.0542704112369918]
[ 5.85735860890809]
```

Рис. 3 Розв'язання задачі з економічним змістом у середовищі ММС

**Висновки.** Отже, основними засобами для проведення навчальних досліджень у ММС «Вища математика» є: *лекційні демонстрації та динамічні моделі* (розроблені засобами ядра ММС та за допомогою динамічної геометрії GeoGebra); *прикладні задачі економічного змісту* (розв'язання яких виконують за допомогою команд ядра ММС та мови Python). Таким чином, ММС «Вища математика» надає викладачу можливість впроваджувати навчальні дослідження як на лекційних, так і на практичних заняттях.

1. Kieran C. *Bridging the Individual and the Social: Discursive Approach to Research in*

*Mathematics Education : a PMESpecialIssue / Carolyn Kieran, Ellice A. Forman, Anna Sfarid. – Kluwer Academic Publishers, 2001. – 306 p.*

2. Ачкан В. В. *Організація дослідницької діяльності у процесі вивчення рівнянь та нерівностей як засіб формування математичних компетентностей старшокласників / В. В. Ачкан // Збірник наукових праць Бердянського державного педагогічного університету (Педагогічні науки) – №2. – Бердянськ : БДПУ, 2008. – С. 126–131.*

3. Головин Н. М. *Формування дослідницьких умінь з дисциплін природничо-математичного циклу в студентів агротехнічного інституту в процесі фахової підготовки : автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук : 13.00.04 – теорія і методика професійної освіти / Головин Н. М. ; Терно-*

пільський нац.пед. університет ім. Володимира Гнатюка. – Тернопіль, 2007. – 20 с.

4. Дистервег А. Руководство к образованию немецких учителей [Электронный ресурс] / Дистервег Адольф. – Режим доступа: [http://jorigami.narod.ru/PP\\_corner/Classics/Diesterweg/Diesterweg\\_Rukov\\_k\\_obraz\\_nem\\_uchitel.htm](http://jorigami.narod.ru/PP_corner/Classics/Diesterweg/Diesterweg_Rukov_k_obraz_nem_uchitel.htm)

5. Карлаиук А. Ю. Формування дослідницьких умінь школярів у процесі розв'язування математичних задач з параметрами: автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук: 13.00.02 – теорія та методика навчання математики / А.Ю. Карлаиук; Нац. пед. ун-т ім. М.П. Драгоманова. – К., 2001. – 19 с.

6. Коменский Я. А. Великая дидактика [Электронный ресурс] / Коменский Ян Амос. – Режим доступа: <http://dlib.rsl.ru/viewer/01004424522#?page=1>.

7. Мобільне математичне середовище «Вища математика» [Електронний ресурс] / [К. І. Словак]. – 2011. – Режим доступу: <http://korpus21.dyn dns.org:8000>.

8. Пойа Д. Как решать задачу / Д.Пойа; Всесоюз. ассоц. учителей математики, [Науч.-метод. журн. «Квантор»]. – Львов: Квантор, 1991. – 214 с.

9. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. – М.: Наука, 1975. – 463 с.

10. Пойа Д. Математическое открытие. – М.: Наука, 1976. – 448 с.

11. Раков С.А. Формування математичних компетентностей учителя математики на основі дослідницького підходу у навчанні з використанням інформаційних технологій : дис. ... док-

тора пед. наук : 13.00.02 – теорія і методика навчання інформатики / Сергій Анатолійович Раков; Харківський нац. пед. ун-т ім. Г.С.Сковороди. – Харків, 2005. – 516 с.

12. Семеріков С.О. Теорія та методика застосування мобільних математичних середовищ у процесі навчання вищої математики студентів економічних спеціальностей [Електронний ресурс] / Семеріков Сергій Олександрович, Словак Катерина Іванівна // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2011. – №1(21). – Режим доступу до журналу: <http://journal.iitta.gov.ua>.

13. Скафа О. І. Психолого-педагогічні передумови управління дослідницькою діяльністю студентів-біологів у курсі математики / О.І.Скафа, О.В.Тимошенко // Дидактика математики : проблеми і дослідження : міжнародний збірник наукових робіт. – Вип. 37. – Донецьк: ДонНУ, 2012. – С. 82–88.

14. Словак К.І. Мобільні математичні середовища: сучасний стан та перспективи розвитку / К.І.Словак, С.О.Семеріков, Ю.В.Триус // Науковий часопис Національного педагогічного університету імені М.П.Драгоманова. Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: зб. наукових праць / Редада. – К.: НПУ імені М.П.Драгоманова, 2012. – №12 (19). – С. 102–109.

15. Триус Ю.В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математичних дисциплін у вищих навчальних закладах: дис. ... доктора пед. наук: 13.00.02 – теорія і методика навчання інформатики / Ю.В. Триус; Черкаський нац. ун-т ім. Б. Хмельницького. – Черкаси, 2005. – 649 с.

### **Резюме. Словак Е.І. ОРГАНІЗАЦІЯ УЧЕБНИХ ІССЛЕДОВАНИЙ СТУДЕНТОВ СРЕДСТВАМИ МОБИЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СРЕДЫ «ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА».**

В статье рассмотрена проблема организации обучения математике студентов экономических специальностей вузов на основе исследовательского подхода в обучении. В частности, сосредоточено внимание на средствах мобильной математической среды «Высшая математика», которые предоставляют возможность внедрять идеи исследования как на лекционных, так и на практических занятиях.

**Ключевые слова:** исследовательский подход в обучении, мобильная математическая среда «Высшая математика», система динамической геометрии GeoGebra, компьютерные модели, прикладные задачи с экономическим содержанием.

**Abstract. Slovak K. ORGANIZATION OF EDUCATIONAL RESEARCH STUDENTS OF MOBILE MATHEMATICAL ENVIRONMENT «HIGHER MATHEMATICS».** The article deals to the problem of learning mathematics students of economic specialties on the basis of research approach in education. Particular focus concentrated on means of the mobile mathematical environments «Higher Mathematics», providing an opportunity to introduce the idea of as research as a lecture and the practice.

**Key words:** research approach in education, mobile mathematical environment «Higher mathematics», dynamic geometry system GeoGebra, computer models, applied problems of economic content.

**Стаття представлена професором С.О.Семеріковим.  
Надійшла до редакції 30.03.2013р.**