

Гриб'юк О.О.,  
кандидат педагогічних наук, провідний науковий співробітник  
Інституту інформаційних технологій і засобів навчання НАПН України

Юнчик В.Л.,  
аспірант  
Інституту інформаційних технологій і засобів навчання НАПН України

## **ПРОЕКТНО-ДОСЛІДНИЦЬКА ДІЯЛЬНІСТЬ В ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ З ВИКОРИСТАННЯМ СИСТЕМИ ДИНАМІЧНОЇ МАТЕМАТИКИ GEOGEBRA**

З огляду на професії, що будуть затребувані в майбутньому, доцільно удосконалювати процес підготовки майбутніх фахівців. Уже в процесі навчання учнів в школі доцільно застосовувати нові способи навчання, відповідні педагогічні технології, використання яких сприятиме розвитку особистості школярів, їх творчих здібностей, умінь самостійно діяти в інформаційному просторі. Важливо педагогічно виражено формувати в учнів універсальні навички моделювання і розв'язування прикладних завдань для усунення численних проблемних ситуацій в професійній діяльності.

Навчання шкільних предметів з використанням теорії розв'язування дослідницьких задач дозволяє учням прослідковувати зв'язок науки з життям, аналізувати відповідні закономірності, формує в них стиль відповідний мислення, що допомагає отримати нові знання не лише на уроках, але й під час самостійного навчання учнів.

Проблемам розвитку творчого мислення школярів присвячено дослідження Г. Альтшуллера, В. Арнольда, Д. Богоявленської, О. Клепікова, М. Меєровича, Я. Пономарьова та інші. Проблематикою використання системи динамічної математики GeoGebra займаються Маркус Хохенвартер, Майкл Борчердс, Андреас Лінднер, Герріт Столс, Р. Зіатдінов, О. Гриб'юк, В. Пікалова, В. Ракута, в тому числі в контексті професійної підготовки майбутніх фахівців. Однак недостатньо висвітлено питання щодо створення методичного та дидактичного забезпечення в контексті теорії розв'язування дослідницьких задач з використанням системи динамічної математики GeoGebra, в тому числі у процесі навчання математики в шкільному курсі.

Метою дослідження є проектування середовища навчання математики з використанням інформаційно-комунікаційних технологій, в тому числі системи динамічної математики GeoGebra в контексті теорії розв'язування дослідницьких задач.

Виховання творчої особистості школярів можливе лише за умови цілеспрямованої діяльності учнів в процесі розв'язування дослідницьких задач. Під час розв'язування таких задач доцільно користуватись алгоритмом розв'язування дослідницьких задач, що включає наступні етапи: аналіз задачі; аналіз математичної моделі; формулювання ідеального кінцевого результату та фізичного протиріччя; використання речовинно-польових ресурсів; використання інформаційного фонду; зміна або заміна задачі; аналіз способу усунення фізичного протиріччя; використання отриманої відповіді; аналіз послідовності розв'язку.

Розв'язування математичних задач передбачає досягнення дидактичних цілей. В залежності від змісту задач та дидактичних цілей виокремлюються навчальна, розвивальна та виховна ролі. Відносно навчальної ролі виокремлюють задачі для засвоєння математичних понять, для оволодіння математичною символікою, для навчання доведення, для формування математичних вмінь і навичок. Відносно розвивальної ролі виокремлюють задачі на розвиток мислення, розумових вмінь, сприйняття та пам'яті. Виховну роль мають проблемні ситуації, ситуаційні задачі, що формують інтерес до математики [3].

Математичні задачі і вправи, що активізують розумову діяльність школярів розраховані на відтворення, розв'язування яких призводить до вирішення нових життєвих ситуацій. Розв'язування задач і вправ на доведення з використанням логічних схем сприяє розвитку мислення учнів, розвиває їх пам'ять та увагу, в результаті чого виникає потреба в обґрунтуванні математичних фактів та понять.

Проектування змісту освіти в контексті задачного підходу можливе завдяки використанню в навчально-виховному процесі варіативних курсів, спрямованих на вирішення проблем комплексного характеру: дослідження, проектування та організація системи навчальних ситуацій, що сприятимуть розвитку базових здібностей людини в навчально-виховному процесі. В залежності від рівня комплексності виокремлюються: цільові програми – програми, орієнтовані на пріоритетні цінності освіти та реалізуються зусиллями усього педагогічного колективу. Наприклад, ідея проектування цільових програм пов'язана з роботою над методичною темою навчального закладу; міжпредметні програми – програми, спрямовані на вирішення локальних та глобальних міжпредметних завдань в межах однієї предметної області, наприклад, математичних дисциплін; мета предметні програми – програми, спрямовані на вирішення локальних та глобальних метапредметних проблем, наприклад, природничо-математичних дисциплін. Надпредметні програми можуть реалізовуватися за умов поглиблення знань учнів в одному чи декількох напрямках; орієнтації на «вихід» за рамки навчальної програми та відсутність міжпредметних зв'язків в процесі навчання конкретної дисципліни; реалізація програми педагогічним колективом навчального закладу.

Основними ідеями щодо проектування навчальних планів є збереження та розвиток варіативної системи загальноосвітнього навчального закладу на різних рівнях – від регіонального, шкільного до індивідуального. Рекомендується профілізація навчання у старшій школі, диференціація навчально-виховного процесу на всіх ступенях шляхом скорочення інваріантної частини змісту освіти та використання модульного підходу щодо конструювання різних навчальних курсів; диференціація норм навантаження учнів залежно від типів діяльності на різних заняттях із врахуванням «питомої ваги» навчальної дисципліни, а не кількості уроків упродовж дня; посилення інтегративного підходу в організації навчально-виховного процесу; інтеграцію змісту освіти пропонується здійснювати шляхом введення в навчальний процес інтегрованих навчальних курсів; розвантаження учнів шляхом скорочення інваріантної складової аудиторного навантаження учнів; посилення практичної спрямованості навчально-виховного процесу шляхом введення в навчальні плани практикумів, інтерактивних та колективних форм роботи; збільшення самостійної роботи школярів (проектування, дослідницька та експериментальна діяльність, реферування); посилення інформаційно-комунікаційної компетентності учнів, тобто не менше 20 % навчальних занять рекомендується проводити вчителями та учнями з використанням інформаційних технологій [2].

Важливим в шкільному курсі математики є орієнтація цілей, змісту та засобів навчання в напрямку набуття учнями в процесі математичного моделювання знань, вмінь і навичок, що використовуватимуться ними у різних сферах діяльності. Розв'язування задач прикладного спрямування передбачає функціональні компоненти пов'язані з мотивацією і постановкою цілей навчання курсу, з'ясуванням учнями важливості прикладної складової та прикладного потенціалу абстрактної складової навчального курсу. Пропонується ряд навчальних дій, пов'язаних із внесенням до навчання компонентів, характерних для прикладної діяльності: використання евристичних міркувань, застосування математичного моделювання як основи навчання курсу математики та методу розв'язування прикладних задач, розвиток математичних вмінь та навичок, потрібних для розв'язування прикладних задач; дії, що притаманні професійно-навчальній діяльності (навички планування та коригування діяльності, самостійної роботи, творчої діяльності, роботи із комп'ютерними програмами); дії, пов'язані з моделюванням геометричних ситуацій [10]. Сутність прикладної спрямованості шкільного курсу математики полягає в здійсненні міжпредметних

зв'язків. Основним методом реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу математики є метод математичного моделювання, а найбільш ефективним засобом – прикладні (ситуаційні) задачі, розв'язування яких потребує глибоких знань як з математики, так і з інших дисциплін. Про концептуальну модель та функціональні компоненти реалізації прикладного спрямування шкільного курсу математики йдеться в [9].

Розглянемо приклад розв'язування задач з використанням системи динамічної математики GeoGebra.

Знайти найменше значення параметра  $c$ , для якого система

$$\begin{cases} (x - c\sqrt{3})^2 + y^2 - 2y = 0, \\ \sqrt{3}|x| - y = 4 \end{cases}$$

має один розв'язок.

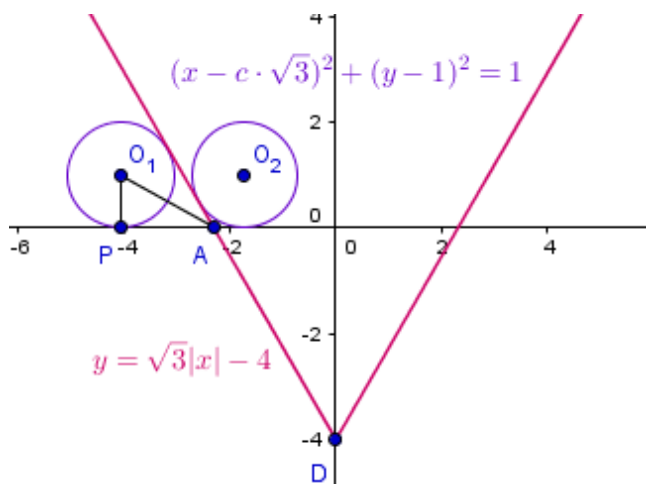
Розв'язання. Перше рівняння системи зручно записати у вигляді  $(x - c\sqrt{3})^2 + (y - 1)^2 = 1$ . Дане рівняння задає множини кіл з радіусами 1, причому центри цих кіл лежать на прямій  $y = 1$ .

Побудуємо графік функції  $y = \sqrt{3}|x| - 4$ . На цьому ж рисунку показано два положення кіл, для яких початкова система має єдиний розв'язок. Кожному з відмічених кіл відповідає певне значення параметра  $c$ .


Оскільки в умові задачі зазначено, щоб  $c$  було найменшим, тоді з двох кіл потрібно вибрати те, абсциса центру якого має найменше значення. Очевидно це буде коло з центром в точці  $O_1$ .

Маємо  $c\sqrt{3} = AP + AO = AP + \frac{4}{\sqrt{3}}$ . З трикутника  $AOD$ ,  $tg\angle OAD = \sqrt{3}$ . Звідси.  $\angle O_1AP = \frac{1}{2}\angle DAO = 30^\circ$ . Тоді з  $O_1PA$ ,  $PA = O_1Pctg30^\circ = \sqrt{3}$ . Отож,  $c\sqrt{3} = \sqrt{3} + \frac{4}{\sqrt{3}}$ . Оскільки положенню центра  $O_1$  відповідає  $c < 0$ , то отримаємо відповідь.

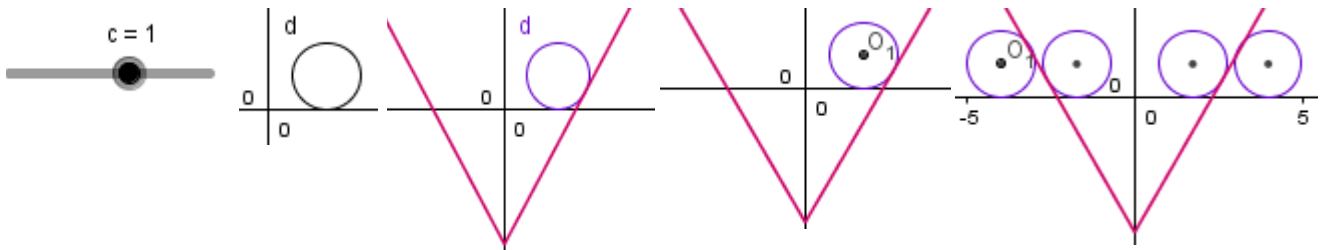
Відповідь.  $c = -\frac{7}{3}$ .



Правило-орієнтир розв'язування задачі

Створити повзунок для параметра $c$	<i>Повзунок</i> [ <Min>, <Max>, <Крок>, <Швидкість>, <Ширина>, <Кут>, <Горизонтальний>, <Анімація>, <Випадкове число> ] 
Побудувати коло $(x - c\sqrt{3})^2 + (y - 1)^2 = 1$	$(x - c \text{ sqrt}(3))^2 + (y - 1)^2 = 1$
Побудувати графік функції $y = \sqrt{3} x  - 4$	$f(x) = \text{sqrt}(3) \text{ abs}(x) - 4$
Задати колір та тип ліній	<i>ВибратиКолір</i> [ <Об'єкт>, <Колір> ], <i>ОбратиТипЛінії</i> [ <Пряма>, <Число> ],

	<i>Обрати Товщину Лінії [ &lt;Пряма&gt;, &lt;Число&gt; ]</i>
Визначити центр кола	<i>Центр</i> $[(x - c \sqrt{3})^2 + (y - 1)^2 = 1]$
Знайти різні положення кіл в залежності від значення параметра $c$	Змінюючи значення параметра $c$ положення кола буде змінюватись. <input type="button" value="Залишати слід"/>



У процесі навчання математичних дисциплін система GeoGebra використовується як засіб для візуалізації досліджуваних математичних об'єктів, виразів, ілюстрації методів побудови; як середовище для моделювання та емпіричного дослідження властивостей досліджуваних об'єктів; як інструментально-вимірювальний комплекс, що надає користувачеві набір спеціалізованих інструментів для створення і перетворення об'єкта, а також вимірювання його заданих параметрів [9].

Використання системи GeoGebra сприяє візуалізації об'єкта дослідження, демонстрації його властивостей, уникненню рутинних дій, пов'язаних із створенням допоміжних зображень; оформлення навчального матеріалу ілюстраціями (статичними і динамічними зображеннями, графіками, схемами, таблицями), в тому числі різного педагогічного призначення (для формування інтересу учнів щодо теми пропонованого заняття, візуального супроводу або пояснення виконуваних виразів, демонстрації прикладів застосування здобутих знань у житті). Залучення учнів на практичних заняттях до виконання завдань з використанням середовища GeoGebra сприяє розширенню кола навчальних завдань, включаючи в нього нестандартні завдання дослідницького характеру, оптимізаційних задач [8].

Методична система задач з використанням системи GeoGebra розглядається в дослідженні, де висвітлено доцільність даного програмного продукту. Розв'язування задач з використанням інформаційно-комунікаційних технологій сприяє формуванню в учнів рефлексії щодо своєї діяльності, чого важко досягти в «безмашинному» навчанні. Насамперед учні мають можливість наочно показати результати навчальної діяльності, свідомо реалізувати свої думки та дії, аналізувати й оцінювати успіхи і невдачі. Продуктивність та ефективність проведених навчальних занять суттєво зростає з використанням інформаційно-комунікаційних технологій, зокрема системи динамічної математики GeoGebra, та значно посилюється інтерес учнів до навчання математики; розвивається абстрактне, творче мислення учнів; покращується якість знань з математики; сприяє організації роботи в групі, формуванню вмінь самостійно здобувати знання. Безперечно, потребує ґрунтовного вирішення проблема щодо створення навчально-методичного забезпечення в контексті використання інформаційно-комунікаційних технологій на уроках математики із врахуванням міжпредметного підходу у шкільній освіті й відповідної підготовки вчителів [7].

Процес дослідницької діяльності учнів включає п'ять рівнів задач та складається з шести етапів: добір задачі, добір пошукової концепції, збирання даних, відшукання ідей розв'язування, розвиток ідеї в конструкцію та впровадження (таблиця 1) [1].

Таблиця 1.

## Процес дослідницької діяльності учнів

Рівні	А	Б	В	Г	Д	Е
5-й	Знаходження нової проблеми	Знаходження нового методу	Отримання нових даних стосовно задачі	Знаходження нового принципу	Створення нових конструктивних принципів	Зміна всієї системи, де впроваджено нову конструкцію
4-й	Знаходження нової задачі	Знаходження нової пошукової концепції	Отримання нових даних стосовно задачі	Знаходження нового розв'язку	Створення нової конструкції	Застосування конструкції по новому
3-й	Зміна початкової задачі	Зміна пошукової концепції стосовно умови задачі	Зміна зібраних даних стосовно умови задачі	Зміна відомих розв'язків	Зміна початкової конструкції	Впровадження нової конструкції
2-й	Добір однієї із кількох задач	Добір однієї пошукової концепції з кількох	Збирання відомостей з кількох джерел	Добір одного розв'язку з кількох	Добір однієї конструкції із кількох	Впровадження модифікації готової конструкції
1-й	Використання існуючої задачі	Використання існуючої пошукової концепції	Використання існуючих даних	Використання існуючих розв'язків	Використання існуючої конструкції	Впровадження існуючої конструкції
Етапи	Добір задачі	Добір пошукової концепції	Збирання даних	Відшукування ідей розв'язування	Розвиток ідей в конструкцію	Впровадження

В процесі розв'язування прикладних задач доцільно залучати роботу в парах, особистісно орієнтований підхід, що включає метод проектів, навчання в співпраці, контекстне навчання, інтенсивне навчання й різнорівневе навчання. Детальніше розглянемо метод проектів. В основі визначення методу проектів як комплексного методу навчання покладено розуміння його як сукупності методичних прийомів переважно пошукового характеру, спрямованих на досягнення певної навчальної мети. Це спосіб організації педагогічного процесу, заснований на взаємодії педагога й вихованця між собою та навколишнім світом у процесі реалізації проекту – поетапної практичної діяльності, пов'язаної із досягненням поставленої навчально-виховної мети заняття [11].

Основними підходами в процесі реалізації методу проектів є: системний, культурологічний, аксіологічний, діяльнісний, особистісно орієнтований, дослідницький та технологічний. Проектна діяльність у педагогіці розглядається у двох аспектах: 1) як процес розробки окремими педагогами або колективами вчителів теоретичних моделей – освітніх програм і методик їх реалізації, цілей і конструктивних схем досягнення; 2) як проектна діяльність студентів – складова навчальної діяльності, підпорядкована певним організаційним засадам [2].

Навчальний проект є дидактичним засобом, за допомогою якого студенти долучаються до перетворювальної творчої діяльності на основі планування. Усвідомлення особистої значущості справи, задоволення індивідуальних здібностей і потреб у поєднанні з набуттям нових знань у ситуації інтелектуального напруження й самостійності сприяє формуванню й розвитку мотивів навчання – почуття обов'язку, бажання вчитися, потреба в самоосвіті та пізнавальних інтересах.

У практичній діяльності розробляються різноманітні проекти, що розрізняються за сферою застосування, масштабом, ступенем складності, впливом результатів тощо. Отже,

система класифікації проектів містить такі складові: тип проекту (за провідними сферами діяльності, в яких здійснюється проект); клас проекту (за складом і структурою проекту); масштаб проекту (за розміром самого проекту, кількістю учасників і мірою впливу на навколишній світ); тривалість проекту (за терміном здійснення); складність проекту; вид проекту (за характером предметної галузі). Типологію навчальних дослідницьких проектів, що залежить від цілей і завдань навчання та задається кількома параметрами класифікаторами, а також модель курсу «Математичні основи інформатики» показано в [7].

Отже, інтелект є найбільшим важливим чинником успішності в професійній діяльності молодого покоління, відображає здатність учнів до пізнання як специфічного різновиду духовної діяльності, процес осягнення навколишнього світу, отримання й нагромадження знань учнів.

Задачі прикладного спрямування коректно доповнюють систему задач шкільного курсу математики і використовуються нами на різних етапах навчально-виховного процесу з різною метою. Залучення учнів до розв'язування таких задач на уроках математики сприяє розвитку творчого мислення та свідомому, якісному засвоєнню навчального матеріалу, активізує навчально-пізнавальну діяльність школярів, дозволяє здійснювати перенесення отриманих знань і умінь в прикладному напрямку, що у свою чергу, активізує інтерес до завдань пропонованого типу та, відповідно, підвищує ефективність навчання учнями математики.

### Список використаних джерел

1. Альтшуллер Г. С. Алгоритм изобретения. / Г. С. Альтшуллер – М.: Московский рабочий. – 1969 (1-е изд.); 1973 (2-е изд.). – 296 с.
2. Гриб'юк О.О. Педагогічне проектування комп'ютерно орієнтованого середовища навчання дисциплін природничо-математичного циклу. / О. О. Гриб'юк // Наукові записки. – Випуск 7. – Серія: Проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти. Частина 3. – Кіровоград.: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2015. – С. 38 – 50.
3. Гриб'юк О.О. Евристичні задачі з використанням системи динамічної математики GeoGebra в контексті STEM-освіти / О. О. Гриб'юк, В. Л. Юнчик // Проблеми та перспективи фахової підготовки вчителя математики: зб.наук. праць за матеріалами Міжнар. наук-практ. конф., 26-27 листопада 2015 р. / М-во освіти і науки України, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського [та ін.]. – Вінниця: Планер, 2015. – С. 148 – 152.
4. Grybyuk O. Mathematical modelling as a means and method of problem solving in teaching subjects of branches of mathematics, biology and chemistry // Proceedings of the First International conference on Eurasian scientific development. «East West» Association for Advanced Studies and Higher Education GmbH. Vienna. 2014. P. 46-53.
5. Гриб'юк О.О. Математичне моделювання при навчанні дисциплін математичного та хіміко-біологічного циклів: навчально-методичний посібник для учителів / О. О. Гриб'юк. – Рівне: РДГУ, 2010. – 207 с.
6. Гриб'юк О.О. Методика викладання планіметрії в 7-9 класах. Курс лекцій, практичні заняття: навчально-методичний посібник для студентів / О. О. Гриб'юк, В. В. Коваль, Г. Я. Клекоць.– Рівне: РДГУ, 2005. – 71 с.
7. Гриб'юк О.О. Розв'язування евристичних задач в контексті STEM-освіти з використанням системи динамічної математики GeoGebra / О. О. Гриб'юк, В. Л. Юнчик // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми // Зб. наук. пр. – Випуск 43 / Редкол. – Київ-Вінниця: ТОВ фірма «Планер», 2015. – С. 206 - 218.

8. Гриб'юк О.О. Система динамічної математики GeoGebra як засіб активізації дослідницької діяльності учнів / О. О. Гриб'юк, В. Л. Юнчик // Інформаційно-комунікаційні технології в сучасній освіті: досвід, проблеми, перспективи : зб. наук. пр. - К.-Л., 2015. - Вип.4. - Ч.1. - С. 163-167.

9. Гриб'юк О.О. Формування дослідницьких компетентностей учнів в процесі навчання математики з використанням системи динамічної математики GeoGebra / О. О. Гриб'юк, В. Л. Юнчик // Інноваційні технології навчання обдарованої молоді: матеріали VI-ї Міжнародної науково-практичної конференції, 3-4 грудня 2015 року, м. Київ. – Київ: Інститут обдарованої дитини, 2015 – С. 420–428.

10. Раков С.А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ.– Харків: “Факт”, 2005.– 360 с.

11. Юнчик В. Л. Модель змішаного навчання математики з використанням системи GeoGebra / В.Л.Юнчик // Гуманітарний відділ ДВНЗ «Переяслав-Хмельницький державний педагогічний університет імені Григорія Сковороди» - Додаток 1 до Вип. 36, Том IV (64) : Тематичний випуск «Вища освіта України у контексті інтеграції до європейського освітнього простору». – К.: Гнозис, 2015. – С. 559-568.