

(Інститут інформаційних технологій і засобів навчання НАПН України)

СИСТЕМА ДИНАМІЧНОЇ МАТЕМАТИКИ GEOGEBRA ЯК ЗАСІБ АКТИВІЗАЦІЇ ДОСЛІДНИЦЬКОЇ ДІЯЛЬНОСТІ УЧНІВ

У дослідженні продемонстровано ефективність використання системи GeoGebra в процесі розв'язування математичних задач з метою активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів, а також основні функції системи динамічної математики GeoGebra. Особлива увага приділяється можливостям формування дослідницької компетентності учнів в процесі розв'язування математичних задач. Наведено приклади використання комп'ютерних моделей, створених з використанням системи GeoGebra у процесі навчання учнів шкільному курсу математики.

Ключові слова: система динамічної математики, GeoGebra, інформаційно-комунікаційні технології, системи комп'ютерної математики, комп'ютерна модель, дослідницька компетентність, правило-орієнтир.

Research demonstrates effectiveness using the system GeoGebra in process solving mathematical problems for the purpose of enhance teaching and learning of students, basic functions Dynamic Mathematics system GeoGebra. Special give attention to the possibility of forming research competence of students In process solving mathematical problems. Provide examples using computer models, created using the system GeoGebra In process teaching students school of Mathematics.

Keywords: dynamic Mathematics system, GeoGebra, information and communication technologies, computer Mathematics systems, computer model, research competence, rule-orientation.

В исследовании продемонстрирована эффективность использования системы GeoGebra в процессе решения математических задач с целью активизации учебно-познавательной деятельности учащихся, основные функции системы динамической математики GeoGebra. Особое внимание уделяется возможностям формирования исследовательской компетентности учащихся в процессе решения математических задач. Приведены примеры использования компьютерных моделей, созданных с использованием системы GeoGebra в процессе обучения учащихся школьному курсу математики.

Ключевые слова: система динамической математики, GeoGebra, информационно-коммуникационные технологии, системы компьютерной математики, компьютерная модель, исследовательская компетентность, правило-ориентир.

Постановка проблеми. Актуальними завданнями сучасного загальноосвітнього навчального закладу є пошук оптимальних шляхів зацікавлення учнів процесом навчанням, підвищення їх розумової активності, спонукання до творчості, виховання школяра в контексті формування життєвої соціально компетентної особистості та розвитку дослідницької компетентності учнів. В процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу з метою вирішення поставлених завдань рекомендується впроваджувати евристичні методи навчання, творчі завдання та дослідницькі задачі з використанням інформаційно-комунікаційних технологій. Особливо актуальними проблемами сьогодення є проблеми інформатизації освіти, що відображають досягнутий рівень розвитку суспільства і залежать від нього.

Разом з тим, в процесі навчання природничо-математичних дисциплін доцільно використовувати комп'ютерно-орієнтовані системи навчання для розвитку дослідницької діяльності учнів.

Система динамічної математики GeoGebra є універсальним програмним засобом, що використовується для підтримки вивчення геометрії, алгебри, математичного аналізу, статистики та інших розділів математики. Вагомим аргументом упровадження системи динамічної математики в процес навчання математики є вільно поширюваність програмного продукту, над яким працює інтернаціональна команда програмістів та користувачів програми, серед яких є вчителі та їх учні, студенти та викладачі, науковці та дослідники.

Аналіз актуальних досліджень. Проблеми створення і впровадження комп'ютерно-орієнтованих методичних систем навчання досліджували О.М. Гончарова, Ю.В. Горошко, М.І. Жалдак, О.Б. Жильцов, В.І. Клочко, Т.Г. Крамаренко, Ю.Г. Лотюк, І.В. Лупан, А.С. Монако., Н.В. Морзе, С.А. Раков, Ю.С. Рамський, С.О. Семеріков, З.С. Сейдаметова, та інші.

Проектуванням методичної системи навчання з використанням комп'ютерно орієнтованих технологій займаються російські вчені Т.Ю. Китаєвська, І.В. Клещева, В.І. Омельченко, В.І. Снегурова, Л.А. Усольцева, питаннями дидактичного проектування комп'ютерних технологій навчання – Ю.В. Кожевніков, С.Н. Медведєва, Д.Є. Прокудін. Серед зарубіжних науковців педагогічне проектування як ефективний засіб вирішення освітніх задач розглядають Д. Джонс, Я. Дітріх, У. Кілпатрік, К. Моріс, проектування навчальних систем досліджують Роберт Уорд, Христина Майєр Дагган.

Проблематикою використання системи динамічної математики GeoGebra займаються Герріт Столс, Р. Зіатдінов, В. Ракута, В. Пікалова в тому числі в контексті професійної підготовки майбутніх фахівців. Однак недостатньо висвітлено питання щодо створення методичного та дидактичного забезпечення системи динамічної математики GeoGebra у процесі навчання природничо-

математичних дисциплін, створенню варіативних моделей та використанню пропонованої системи для розвитку дослідницької компетентності учнів.

Метою дослідження є використання системи комп'ютерної математики GeoGebra як засобу активізації дослідницької компетентності учнівської молоді в процесі навчання природничо-математичних дисциплін.

Виклад основного матеріалу. Використання інформаційно-комунікаційних технологій у процесі навчальної діяльності сприяє активізації одержаних раніше знань, вмінь та навичок, розвитку логічного мислення, інтелектуальних здібностей, посилення інтересу до навчання та способу одержання знань.

У процесі навчання математичних дисциплін система GeoGebra використовується як засіб для візуалізації досліджуваних математичних об'єктів, виразів, ілюстрації методів побудови; як середовище для моделювання та емпіричного дослідження властивостей досліджуваних об'єктів; як інструментально-вимірювальний комплекс, що надає користувачеві набір спеціалізованих інструментів для створення і перетворення об'єкта, а також вимірювання його заданих параметрів.

Використання системи GeoGebra сприяє візуалізації об'єкта дослідження, демонстрації його властивостей, уникненню рутинних дій, пов'язаних із створенням допоміжних зображень; представлення навчального матеріалу ілюстраціями (статичними і динамічними зображеннями, графіками, схемами, таблицями), в тому числі різного педагогічного призначення (для формування інтересу учнів щодо теми пропонованого заняття, візуального супроводу або пояснення виконуваних виразів, демонстрації прикладів застосування здобутих знань у житті).

Залучення студентів на практичних заняттях до виконання завдань з використанням середовища GeoGebra сприяє розширенню кола навчальних завдань, включаючи в нього нестандартні завдання дослідницького характеру, оптимізаційних задач.

Нижче пропонуються приклади використання фігур обертання, паралельного перенесення та можливостей гомотетії щодо розв'язування задач на доведення.

Приклад. На прямій відкладено два відрізки AB та BC . З однієї сторони від прямої побудовано два правильні трикутники ABE та BCF . Точка M середина AF , N середина CE . Довести, що трикутник BMN – рівносторонній.

Розв'язання. В процесі здійснення повороту навколо точки B на кут 60° (Рис. 1) точка A перейде в точку E , точка F – в точку C . Відрізок AF перейде у відрізок EC , точка M – у точку N . Таким чином $BM=BN$ і кут $MBN=60^\circ$, тому рівнобедрений трикутник MBC є рівностороннім.

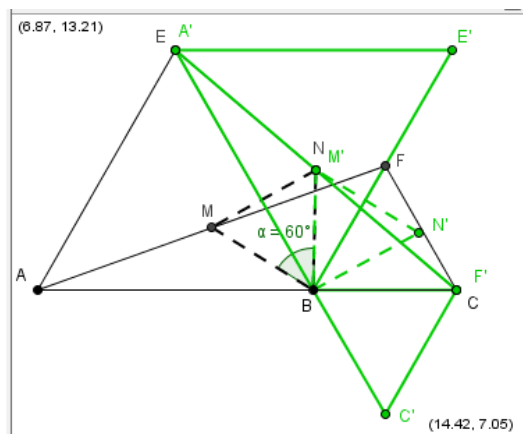


Рис.1. Поворот трикутника

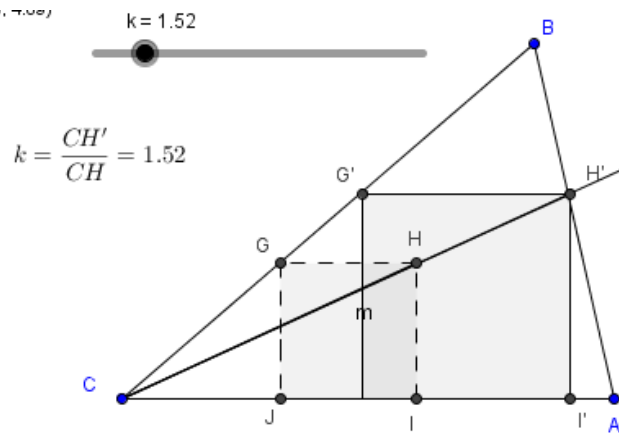


Рис. 2. Гомотетія чотирикутника $CHIJ$

Приклад. Дано трикутник CBA . Вписати в нього квадрат так, щоб дві вершини лежали на бічних сторонах трикутника, а інші дві вершини – на основі.

Розв'язання. Побудовано допоміжний квадрат $GHIJ$ та промінь CH . В процесі виконання гомотетії квадрата відносно точки C , коефіцієнт гомотетії

$k = \frac{CH'}{CH} = 1.52$, отримано потрібний квадрат (Рис. 2.).

Нижче показано приклад використання системи GeoGebra для розв'язування системи рівнянь з параметрами, так як розв'язування рівнянь та нерівностей з параметрами відкриває перед учнями значну кількість евристичних прийомів загального характеру, цінних для математичного розвитку особистості, що

використовуються в дослідження та в процесі навчання наступних тем математичного матеріалу.

Приклад. При яких значеннях параметра a система

$$\begin{cases} y^2 + 2(x - 2)y + (x^2 - 4)(2x - x^2) = 0, \\ y = a(x - 4) \end{cases}$$



має три різні корені?

Розв'язання. Розглянувши перше рівняння системи як квадратне відносно y , можна розкласти його ліву частину на множники. Тобто $(y - x^2 + 2x)(y + x^2 - 4) = 0$. Графік цього рівняння – об'єднання двох парабол (Рис. 3.) Через точку $A(4; 0)$ проходить множина прямих $y = a(x - 4)$. Виокремимо ті, що мають з графіком першого рівняння три спільні точки. На рисунку це прямі AB , AC , AD , AF . Отож, шуканих значень параметра чотири. Однак потрібно мати хорошу інтуїцію, щоб побачити ще дві прямі, що задовольняють умову задачі. З точки A до параболи $y = x^2 - 2x$ можна провести дві дотичні (На рисунку показано одну - AB). Друга дотична, не вертикальна пряма, тому вона «наздожене» параболу $y = 4 - x^2$ ще в двох точках. Аналогічний результат дасть друга, відмінна від AF , дотична до параболи $y = 4 - x^2$.

Аналітична модель задачі покаже всі шість розв'язків. Якщо рівняння $a(x - 4) = x^2 - 2x$ і $a(x - 4) = 4 - x^2$ будуть мати один корінь, то отримаємо кутові коефіцієнти дотичних відповідно до кривих $y = x^2 - 2x$ та $y = 4 - x^2$. Маємо $a = 6 \mp 4\sqrt{2}$, $a = -8 \mp 4\sqrt{3}$. Абсциса точки M дорівнює від'ємному кореню рівняння $x^2 - 2x = 4 - x^2$, тобто $x = -1$. Тоді кутовий коефіцієнт прямої AD дорівнює $-\frac{3}{5}$. Кутовий коефіцієнт прямої AC дорівнює 0. Тоді відповідь $a = 6 \mp 4\sqrt{2}$, $a = -8 \mp 4\sqrt{3}$, $a = -\frac{3}{5}$, $a = 0$.

Правило-орієнтир побудови графіку

1. Побудувати графік функції $y = x^2 - 2x$. В рядок формул записати функцію: $y = x^2 - 2x$.
2. Побудувати графік функції $y = 4 - x^2$. В рядок формул записати функцію: $y = 4 - x^2$.

- Створити повзунок для параметра a  з інтервалом від -5 до 5 та приростом 0.01.
- Побудувати пряму $y = a(x - 4)$.
- Змінюючи значення параметра буде змінюватись положення прямої (AB , AC , AD , AF), тим самим можна дослідити кількість розв'язків.
- Щоб зберегти положення всіх чотирьох прямих на графіку одночасно треба скористатися функцією «Залишити слід»  Залишити слід.

У шкільному курсі геометрії пропонується багато задач на побудову. Процес розв'язування таких задач є творчим і потребує розвиненої уяви. Нижче показано побудову перетину піраміди площиною (Рис. 4).

Приклад. На ребрах AB , BC та CD піраміди $ABCD$ відмічені точки M , N та P . Побудувати перетин піраміди площиною MNP .

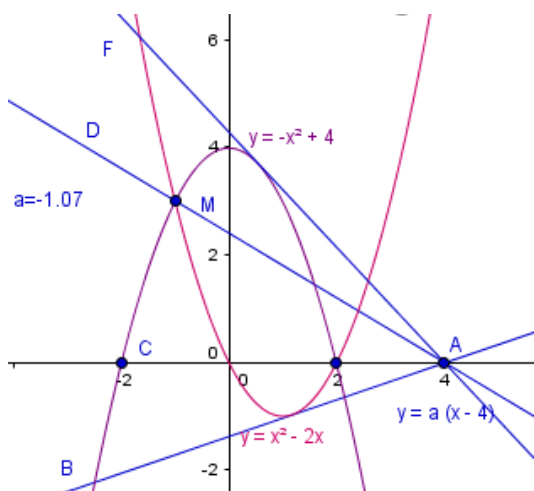


Рис.3. Використання параметрів

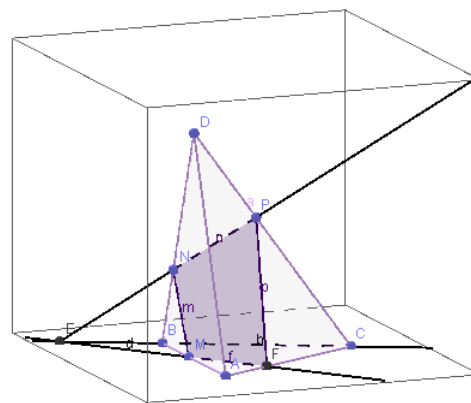


Рис. 4. Побудова перетину піраміди

Приклад задачі на оптимізацію. У коло радіуса $R=2$ вписано трапецію, одна з основ діаметру. Знайти довжину верхньої основи трапеції найбільшої площі.

Розв'язання. Нехай $BC=2x$, кут $ACD=90^\circ$, $OH = x$. З властивості висоти опущеної з вершини прямого кута на гіпотенузу, маємо:

$$CH = \sqrt{(2+x)(R-x)} = \sqrt{(2+x)(2-x)} = \sqrt{4-x^2}$$

Площа трапеції визначається за формулою

$$S = \frac{AD+DC}{2} \times CH = \frac{4+2x}{2} \sqrt{4-x^2} = (2+x)\sqrt{4-x^2}, \text{ оскільки}$$

$$\frac{R+x}{3} + \frac{R+x}{3} + \frac{R+x}{3} + R - x = 2R, \text{ то вираз } u = \frac{1}{27}(R+x)^3(R-x), \text{ а тому}$$

функція $S = (2+x)\sqrt{4-x^2}$ набуває найбільшого значення тоді і тільки тоді, коли $\frac{R+x}{3} = R-x$, тобто при $x = \frac{R}{2}$

$$S = \left(2 + \frac{R}{2}\right) \sqrt{4^2 - \frac{R^2}{4}} = \frac{3R}{2} \sqrt{\frac{3R^2}{4}} = \frac{3R^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3 * 2^2\sqrt{3}}{4} = 5,2$$

Процес розв'язування даного завдання з використанням системи динамічної математики GeoGebra показано на рис. 5.

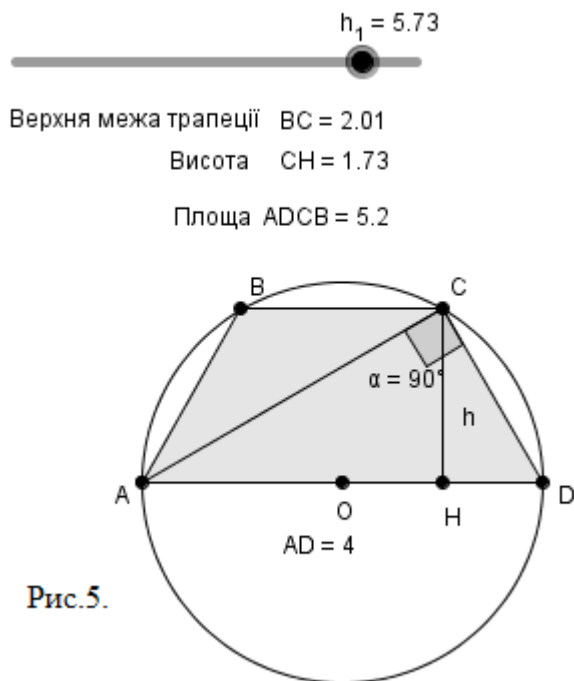


Рис. 5.

За допомогою повзунка можна коригувати висоту трапеції, при цьому змінюватиметься довжина верхньої основи та площа. Проекспериментувавши можна побачити (рис. 5.), що найбільша площа трапеції $5,2 \text{ см}^2$ з довжиною верхньої основи $2,01 \text{ см}$.

В процесі розв'язування аналогічних математичних задач, в

тому числі прикладного спрямування, учні займаються проектною та дослідницькою діяльністю, що спонукає їх до математичної творчості, стимулює їх ініціативність, самостійність в навчально-пізнавальній діяльності з використанням систем комп'ютерної математики у майбутній професійній діяльності.

З використанням системи динамічної геометрії GeoGebra, як зручного середовища для організації та підтримки навчально-пізнавальної діяльності учнів, у тому числі і навчальних досліджень, забезпечується реалізація діяльнісного підходу щодо навчального процесу в загальноосвітньому навчальному закладі.

Для зберігання, перегляду, використання та обміну дидактичними матеріалами, створеними з використанням GeoGebra, створено платформу GeoGebraTube [2] із чітко налагодженим зворотнім зв'язком.

Висновки. Важливо зазначити, що використання системи комп'ютерної математики дає змогу учням сформулювати алгоритмічний стиль мислення, наочно демонструючи формальний, алгоритмічний характер щодо розв'язування прикладних задач, опанувати сучасні інформаційно-комунікаційні технології і отримати потужний інструмент для розв'язування прикладних задач. Процес розв'язування таких задач стимулює учнів до розумової активності та сприяє розвитку дослідницької діяльності.

Одним із ефективних засобів підвищення результативності навчання математики є педагогічно виважене використання комп'ютерно-орієнтованих систем навчання, систем комп'ютерної математики за умов їх систематичного використання, добре осмисленого добору навчальних завдань, розв'язування яких проблематичне без використання комп'ютера. Необхідними і достатніми умовами є досягнення високої мотивації навчання, забезпечення індивідуалізації процесу навчання і формування позитивного ставлення учнів до навчання. Перспективною та необхідною планується подальша робота у напрямку продовження створення методичного та дидактичного забезпечення системи динамічної математики GeoGebra з метою покращення ефективності процесу навчання природничо-математичних дисциплін, створенню варіативних моделей для забезпечення ефективності навчального процесу в загальноосвітньому навчальному закладі.

Література

1. Гончаренко С. У. Український педагогічний словник / С. У. Гончаренко. – К.: Либідь, 1997. – 376 с.
2. GeoGebra [online]. — Режим доступу: <https://tube.geogebra.org/>
3. Гриб'юк О.О. Використання систем комп'ютерної математики у контексті моделі змішаного навчання / О.О.Гриб'юк, В.Л.Юнчик // Математика. Інформаційні технології. Освіта: [зб. статей] / СНУ імені Лесі Українки. – Луцьк – Світязь, 2015. – С. 52 - 71.
4. Гриб'юк О. О. Моделювання з використанням інформаційно-комунікаційних технологій в контексті навчання математики / О.О.Гриб'юк, В.Л.Юнчик // Моделювання в навчальному процесі : матеріали Всеукраїнської науково-практичної інтернет-конференції (23-27 лютого 2015 р.) / укладач Н.А.Головіна. - Луцьк : Вежа-Друк, 2015. - С.154-157.

5. Гриб'юк О. О. Використання системи GeoGebra в контексті проектування комп'ютерно орієнтованого середовища навчання / О. О. Гриб'юк, В. Л. Юнчик. // П'ята Міжнародна науково-практична конференція FOSS Lviv-2015. – 23-26 квітня 2015 р. – С. 15–17.

6. Горнштейн П. И. Задачи с параметрами. / П.И. Горнштейн, В.Б. Полонский, М.С. Якир. – К.: РИА «Текст»; МП «ОКО», 1992. – 290 с.