https://doi.org/10.32405/2411-1309-2023-31-11-21
УДК 37.016:51

КОМПЕТЕНТНІСНИЙ ПОТЕНЦІАЛ ЗМІСТУ ШКІЛЬНИХ ПІДРУЧНИКІВ З МАТЕМАТИКИ

Михайло Бурда,
доктор педагогічних наук, професор,
дійсний член НАПН України,
завідувач відділу математичної та інформатичної освіти
Інституту педагогіки НАПН України,
м. Київ, Україна,
https://orcid.org/0000-0003-0330-9866
mibur5@ukr.net

Одне із завдань навчання математики – виробити вміння вчитися, самостійно здобувати знання та застосовувати їх як під час вивчення інших предметів, так і в реальних життєвих ситуаціях. Обґрунтовується, що для вироблення цих умінь зміст підручника має забезпечувати оволодіння загальними методами, прийомами розумової діяльності (аналіз, синтез, аналіз через синтез, доведення від супротивного, наведення контрприкладів, підведення під поняття і виведення наслідків тощо), які дадуть змогу ґрунтовніше засвоїти навчальний матеріал та посилити прикладну його спрямованість. З’ясовано, що розв’язування математичних і практичних задач, дослідження проблемних ситуацій із застосуванням математичних методів і прийомів потребує оволодіння учнями відповідними орієнтовними основами діяльності або правилами-орієнтирами. Вони за своїм змістом можуть виступати у вигляді порад, вказівок, інструкцій, алгоритмічних приписів, евристичних схем та евристичних планів (розв’язування окремих задач або задач деяких видів, вивчення понять і властивостей, явищ і законів, здійснення спостережень, виконання дослідів та проєктів). Рекомендується, щоб зміст підручника передбачав самостійне складання учнями правил-орієнтирів, що передбачає такі етапи: виділення групи задач, встановлення оператора задач і тих знань, на базі яких їх можна розв’язати; осмислення способу розв’язання групи задач на кількох задачах-моделях (розв’язання яких складається з операцій, притаманних цьому способу діяльності), виділення потрібних операцій та роздільне їх закріплення і узагальнення; визначення раціональної послідовності виконання операцій та складання на їх основі правила-орієнтира; встановлення меж його застосування та відповідності програмним вимогам. Пропонуються методичні підходи до формування загальних методів і прийомів, які сприятимуть набуттю учнями математичної та інших ключових компетентностей.

Ключові слова: математика; зміст; формування; методи; прийоми.

Постановка проблеми в загальному вигляді та її зв'язок з важливими науковими та практичними завданнями. Шкільна освіта розглядається як інтегрований результат навчання, що забезпечує набуття ключових компетентностей, здатність успішно діяти в навчальних і реальних життєвих ситуаціях. У процесі вивчення шкільних предметів та застосування набутих знань учні мають використовувати загальні методи, прийоми діяльності. Тому одне з завдань освіти – створити необхідні умови для їх формування. Особлива роль у розв'язанні цього завдання належить математиці, оскільки: математична і інші ключові компетентності взаємозв'язані; вона є наукою про математичні моделі, які застосовуються в різних освітніх галузях; математика, на відміну від інших предметів, передбачає спеціальне ознайомлення із загальними методами і прийомами.

У навчанні математики має бути реалізований метапредметний підхід (мета- (грец.) – понад), який спрямований як на успішне засвоєння навчального матеріалу, так і на вироблення загальних методів, прийомів, які сприятимуть вивченню інших шкільних предметів, а також вирішенню завдань із різних галузей діяльності. Тобто в процесі навчання має забезпечуватись формування в учнів загальних методів, прийомів діяльності. Останні є важливою умовою вироблення умінь самостійно опановувати математику, розробляти стратегії, плани дій для розв'язання проблем. Якщо враховувати нову мету шкільної математичної освіти, де акцент робиться на формуванні математичної компетентності у взаємозв'язку з іншими ключовими компетентностями для успішної освітньої та подальшої професійної діяльності впродовж життя, то метапредметний підхід до відбору навчального матеріалу – важлива вимога до шкільних підручників.

Аналіз останніх досліджень і публікацій з проблеми. У роботі Л. А. Благодир (Благодир, 2018) висвітлюється зміст прийомів навчальної діяльності та вироблення вмінь їх використовувати в процесі розв'язування задач і доведення теорем. Аналітичні методи пошуку розв'язання планіметричних задач та практичні ситуації, де доцільно використовувати ці методи, розкрито у дослідженні Ю. А. Скрипченко (Скрипченко, 2004). Обґрунтована (Бурда, 2022) необхідність збільшення в навчальному матеріалі підручника питомої ваги прикладного компонента, який сприятиме виробленню в учнів не лише суто геометричних умінь, а й умінь застосовувати знання в реальних практичних ситуаціях, під час вивчення інших шкільних предметів. Д. В. Васильєва (Васильєва, 2018) рекомендує у підручниках поряд з абстрактними задачами на формування обчислювальних та інших навичок більше уваги приділяти практико-орієнтованим задачам, спрямованим на формування ключових компетентностей. Досліджено (Волошена, 2022) принципи конструювання змістових лінії практико-орієнтованого навчання геометрії у школі, зокрема доступності, достовірності, відкритості змісту завдань та показані можливості досягнення метапредметних освітніх результатів засобами практико-орієнтованого навчання геометрії. З'ясовано основні психолого-дидактичні засади використання методу аналогії у шкільній практиці навчання математики і фізики та вплив цього методу на активізацію навчально-пізнавальної діяльності учнів (Гордієнко, 2015).

Заслуговують на увагу результати досліджень, присвячених формуванню прийомів розумової діяльності в учнів початкової школи, зокрема: обґрунтована ефективність використання науково-дослідних проєктів у формуванні універсальних способів дій учня, які забезпечують самостійне засвоєння нових знань, здатність суб'єкта до саморозвитку, самовдосконалення (Заболотний та ін., 2018); розкрито зміст розумових операцій, які лежать в основі прийомів аналізу і синтезу, порівняння, узагальнення та класифікації (Лобова та ін., 2020); з'ясовано зміст основних етапів формування прийомів розумової діяльності та рівні і критерії їх сформованості (Парфілова та ін., 2022); обґрунтовано, що сформованість математичної компетентності майбутнього вчителя початкової школи залежить від рівня розвитку в нього розумових операцій (Шикиринська та ін., 2019).

Мета і завдання статті – розкрити зміст методів, прийомів розумової діяльності, методику вироблення вмінь їх застосовувати та особливості відображення методики у підручнику з математики.

Основні методи дослідження. Аналіз досліджень з теорії і методики діяльнісного підходу до навчання математики, опитування учнів та вчителів, апробація підручників з математики для 7–9 класів.

Виклад основного матеріалу дослідження. Виробленню вмінь учитися, самостійно здобувати знання та застосовувати їх при вивченні інших предметів, у реальних життєвих ситуаціях сприяє діяльнісний підхід до навчання математики, який передбачає засвоєння як формально-логічних знань, так і оперативних – методів і прийомів, які є інструментами пізнання. Останні уможливлюють оволодіння учнями орієнтовними основами діяльності, які в тексті підручника подаються як правила-орієнтири. За своїм змістом вони можуть виступати у вигляді порад, вказівок, інструкцій, алгоритмічних приписів, евристичних схем та евристичних планів (розв'язування окремих задач або задач деяких видів, вивчення понять і властивостей, явищ і законів, здійснення спостережень, виконання дослідів та проєктів). У процесі навчання правила-орієнтири учень складає самостійно або з допомогою вчителя. Рекомендуються такі етапи складання учнями правил-орієнтирів: 1) виділення групи задач, встановлення оператора задач і тих знань, на базі яких їх можна розв'язати; 2) осмислення способу розв'язання групи задач на кількох задачах-моделях (розв'язання яких складається з операцій, притаманних цьому правилу-орієнтиру), 3) виділення потрібних операцій та роздільне їх закріплення і узагальнення; 4) визначення раціональної послідовності виконання операцій та складання на їх основі правила-орієнтира; 5) встановлення повноти і меж його застосування та відповідності програмним вимогам.

Учні 7–9 класів знайомляться з такими загальними методами доведення теорем і розв'язування задач: аналітичним, синтетичним, аналітико-синтетичним, доведенням від супротивного, методами геометричних перетворень, алгебраїчним, векторним і координатним методами, а також прийомами підведення під поняття та виведення наслідків та ін. Розглянемо деякі з них.

Аналітичні, синтетичні та аналітико-синтетичні методи. У синтетичному методі доведення міркування спрямовані від умови або від уже відомого твердження до вимоги, а в аналітичному, навпаки,– від вимоги до умови. Відомі два види аналітичних міркувань: низхідний і висхідний аналіз. Перший вид аналізу разом із синтетичним методом описав давньогрецький учений Евклід, а другий – увів давньогрецький математик Папп. При пошуках планів доведення або розв'язання задач зручно використовувати низхідний вид аналітичних міркувань. Але такі міркування не можна вважати строгими доведеннями. Тому, якщо пошук завершено, то використовуємо синтетичні міркування. Аналітико-синтетичний метод полягає в поперемінному напрямі мислення – від умови до вимоги і, навпаки: пошук доведення починають аналітичним методом, але на певному кроці міркують у зворотному напрямку, з розгортання умови, тобто застосовують синтетичний метод. Використання аналітичних і синтетичних методів доведення теорем і розв'язування задач покращується, якщо на прикладі розв'язання 1–2 задач-моделей учні з'ясовують суть методу і конструюють відповідне правило-орієнтир.

Розглянемо складання правила-орієнтира на прикладі доведення рівностей, що містять добутки двох пар відрізків (8 клас, тема «Середні пропорційні у прямокутному трикутнику»).

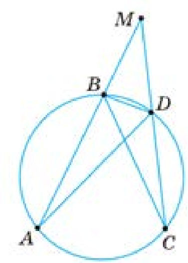
Пропонується задача-модель. З точки ***M*** поза колом проведено дві січні, що перетинають коло відповідно в точках ***A***, ***B***, ***C*** *і* ***D*** (мал. 1). Доведіть, що ***AM BM* = *CM DM***.

Пошук доведення (аналітичний метод міркувань):

1) припустимо, що рівність ***AM BM* = *CM DM*** (1) справджується; Мал. 1

2) звідси випливає, що **AM** : ***CM*** = **DM** : ***BM*** (2). Щоб довести рівність (1), достатньо довести рівність (2);

3) з рівності (2) випливає, що трикутники зі сторонами ***AM***, ***DM***, ***BM***, ***CM*** мають бути подібні. На малюнку таких трикутників немає, тому їх утворюємо, сполучивши точки ***A*** і ***D***, ***B*** і ***C***. Дістанемо Δ***ADM*** і Δ***CBM***.



Мал. 1

4) спробуємо встановити їх подібність. Δ***ADM*** і **Δ*CBM*** подібні за двома кутами (∠***M*** – спільний, ∠***DAM*** = ∠***BCM***, як вписані, що спираються на одну й ту саму дугу).

Доведення (синтетичний метод міркувань) дістанемо рухаючись у зворотному напрямі (від п.4 до п.1):

1) виділяємо на малюнку трикутники ***ADM*** і ***CBM***;

2) Δ***ADM*** ~ Δ***CBM*** (∠***M*** – спільний, ∠***DAM*** = ∠***BCM***);

3) з подібності цих трикутників випливає: ***AM*** : ***CM*** = ***DM*** : ***BM***;

4) дістанемо ***AM BM* = *CM DM***, що й потрібно довести.

Виділяються операції правила-орієнтира пошуку доведення: 1) припустити правильність рівності, яку потрібно довести; 2) записати її у вигляді пропорції; 2) відшукати на малюнку або побудувати трикутники, сторонами яких є члени утвореної пропорції; 3) обґрунтувати подібність цих трикутників.

Операції закріплюються вправами.

1. Записати дані пропорції у вигляді рівностей, що містять добуток довжин двох пар відрізків: $a : b = m : n$, $h : c = a : b$, $a : x = x : b$; записати рівності у вигляді пропорцій: $h^2 = a \cdot b$, $h \cdot c = a \cdot b$. $a \cdot x = b \cdot m$.

2. Виконайте необхідні побудови: а) у паралелограмі; б) у трапеції; в) у колі, щоб утворилися подібні трикутники. Складіть відповідні пропорції.

3. Висота прямокутного трикутника, опущена з вершини прямого кута, розбиває його на два трикутники. Обґрунтуйте подібність цих трикутників.

4. У гострокутному трикутнику проведено три висоти. Основи висот сполучено відрізками. Знайдіть подібні трикутники.

Складається правило-орієнтир доведення рівностей, що містять добутки двох пар відрізків (табл. 1).

Таблиця 1

Правило-орієнтир доведення рівностей

Пошук доведення	Доведення
1. Припустіть правильність доводжуваної рівності.	1. Виділіть на малюнку потрібні трикутники.
2. Запишіть її у вигляді пропорції.	2. Обґрунтуйте їх подібність
3. Відшукайте на малюнку (або побудуйте) трикутники, сторонами яких є члени утвореної пропорції.	3.Складіть пропорції з відповідних сторін цих трикутників.
4. Обґрунтуйте подібність цих трикутників.	4. Дістаньте з пропорції рівність, яку треба довести.

Надалі це правило-орієнтир застосовується при доведенні відповідних теорем і розв'язуванні задач. Наприклад.

1. У прямокутному трикутнику висота, проведена до гіпотенузи, є середнім пропорційним між проекціями катетів на гіпотенузу. Доведіть.

2. Доведіть, що у прямокутному трикутнику катет є середнім пропорційним між гіпотенузою та його проекцією на гіпотенузу.

3. З точки M проведено січну, що перетинає коло в точках A і B, і дотичну з точкою дотику C. Доведіть, що $MC^2 = MA \cdot MB$.

4. Доведіть, що перпендикуляр, проведений із будь-якої точки кола до діаметра, є середнім пропорційним між відрізками діаметра, на які його ділить основа перпендикуляра.

5. Сума кутів при одній з основ трапеції дорівнює 90^0. Доведіть, що висота трапеції є середнім пропорційним між проєкціями її бічних сторін на основу.

Доведення від супротивного. Основою методу є закон виключення третього: із двох суперечливих тверджень одне завжди істинне, а друге хибне, третього не може бути. Семикласників знайомимо із змістом методу і відповідним правилом-орієнтиром під час вивчення теми «Перпендикулярні прямі».

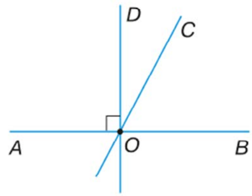
Теорема (про єдиність перпендикулярної прямої).

Дано: пряма AB (мал. 2), $O \in AB$, $OD \perp AB$.

Довести: пряма OD тільки одна. Мал. 2

Доведення. За умовою, прямі AB і OD перпендикулярні, тому $\angle BOD = 90°$.

Припустимо, що існує інша пряма, наприклад ***OC***, яка проходить через точку ***O*** і перпендикулярна до ***AB***. Тоді дістанемо два кути ***BOD*** і ***BOC***, кожний із яких дорівнює 90°. Але за аксіомою про відкладання кутів від променя ***OB*** в один бік від нього можна відкласти тільки один кут, що дорівнює 90°. Тому не може бути іншої прямої, крім ***OD***, яка проходить через точку ***O*** і перпендикулярна до прямої ***AB***.



Мал. 2

Рекомендується (Бурда та Тарасенкова, 2015, с. 46–47) звернути увагу учнів на те, що у доведенні теореми застосували особливий хід міркувань. Його називають доведенням від супротивного. У такому доведенні є три етапи. На першому етапі формулюємо припущення, протилежне висновку теореми (нехай існує інша пряма, наприклад ***OC***, яка проходить через точку ***O*** і перпендикулярна до ***AB***). На другому етапі доходимо висновку, що суперечить або умові теореми, або одній з аксіом, або доведеній раніше теоремі (отримали суперечність з аксіомою: «Від променя в один бік від нього можна відкласти тільки один кут даної градусної міри»). На третьому етапі доведення робимо висновок, що зроблене припущення неправильне, а правильним є твердження теореми (пряма ***OD*** тільки одна). Тобто, зміст методу в тому, що замість доведення даного твердження доводимо, що суперечливе йому твердження не виконується. Пропонується учням скласти правило – орієнтир.

Щоб довести твердження методом від супротивного:

1) зробіть припущення протилежне тому, що треба довести;

2) міркуванням дійдіть до висновку, що суперечить або умові твердження, яке доводиться, або одній з аксіом, або доведеній раніше теоремі;

3) зробіть висновок: наше припущення неправильне, тому правильним є те, що треба довести.

Надалі правило-орієнтир використовується при доведенні теорем і розв’язанні задач. На перших порах учням надається необхідна допомога.

Наприклад, задача. Якщо пряма перетинає одну з двох паралельних прямих, то вона перетинає і другу пряму. Довести.

Дано: ***a*** || ***b***, ***c*** × ***a*** = ***O***.

Довести: прямі ***b*** і ***c*** перетинаються.

Ставляться завдання, орієнтуючись на пункти правила-орієнтира:

1. Зробіть припущення, що протилежне висновку теореми (нехай ***c*** || ***b***).

2. Міркуванням отримайте, що припущення суперечить або умові теореми, або одній з аксіом, або доведеній раніше теоремі (дістанемо, що через точку ***O*** проходили б дві прямі (***a*** і ***c***), паралельні прямій ***b***. Це суперечить аксіомі паралельних прямих).

3. Зробіть висновок (зроблене припущення неправильне, правильним є висновок теореми – прямі ***b*** і ***c*** перетинаються).

Контрприклади. Учням потрібно знати, щоб спростувати деяке твердження, достатньо навести приклад, який задовольняє умову твердження, але суперечить його вимозі. Для вироблення відповідних умінь навчальний матеріал підручника повинен містити достатньо вправ, для розв'язання яких потрібно навести приклади, які ілюструють хибність даних тверджень.

Методи доведення, де використовується певна математична теорія. Це метод геометричних перетворень (використовуються властивості геометричних перетворень), алгебраїчний метод (використовуються властивості рівнянь, нерівностей, тотожних перетворень), векторний метод (використовується векторна алгебра); координатний (використовується координатна площина). Застосування цих методів передбачає виконання аналогічних операції (кроків), які потрібно враховувати при складанні правил-орієнтирів та виробленні відповідних умінь. Складені правила-орієнтири можна узагальнити і розширити межі їх застосування, врахувавши, що розв'язання будь-яких практичних задач засобами математики включають також аналогічні кроки: формалізація, розв'язування задачі у межах побудованої моделі, інтерпретація одержаного розв'язання задачі та застосування його до вихідної ситуації.

Прийоми оперування поняттями. Застосування методів доведення і розв'язання задач передбачає вміння виконувати взаємообернені дії: підведення під поняття (розпізнавання) і виведення наслідків.

При підведенні об'єкта під поняття встановлюється, чи належить він до даного поняття. Перевіряється наявність у об'єкта певних властивостей і, враховуючи їх логічну структуру (кон'юнктивна, диз'юнктивна, змішана), робиться висновок про належність (чи неналежність) об'єкта до даного поняття. Дія позначається: $\boldsymbol{O}_{\text{B}} \to \boldsymbol{O} \subset \boldsymbol{\Pi}$ (***ОВ*** – властивості об'єкта, $\boldsymbol{O} \subset \boldsymbol{\Pi}$ – математичний об'єкт належить обсягу поняття).

При виведенні наслідків, навпаки, відомо, що предмет належить до даного поняття. Потрібно вказати ті властивості об'єкта, які є наслідками належності його до даного поняття. Дія позначається: $\boldsymbol{O} \subset \boldsymbol{\Pi} \to \boldsymbol{O}_{\text{B}}$.

Важливо виробити вміння оцінювати належність математичного об'єкта обсягу даного поняття. Обґрунтовуючи твердження, учні нерідко припускаються помилки при оцінювання належності об'єкта обсягу цього поняття внаслідок неврахування логічної структури ознак поняття. Наприклад, коли необхідно обґрунтувати, що даний трикутник рівнобічний, учні часто, переконавшись у рівності бічних сторін, не зупиняються на цьому, а намагаються встановити ще й рівність протилежних кутів. Доцільно пояснити, що характер оцінювання залежить від логічної структури ознак поняття. Якщо істотні ознаки поняття сполучені сполучником «і» (кон'юнктивна структура), то для висновку про те, що математичний об'єкт належить обсягу даного поняття треба знайти всі необхідні і достатні його ознаки. Навпаки, якщо істотні ознаки з'єднані сполучником «або» (диз'юнктивна структура), то операція оцінювання обмежується вказівкою на наявність хоча б однієї з ознак. При цьому можуть бути використані не лише поняття, але й теореми, які виражають властивості, ознаки понять. Наприклад, щоб установити, що чотирикутник – паралелограм, доведіть, що в ньому: або протилежні сторони попарно паралельні (означення паралелограма); або протилежні сторони попарно рівні (ознака паралелограма); або дві протилежні сторони рівні й паралельні (ознака паралелограма); або діагоналі точкою їх перетину діляться навпіл (ознака паралелограма). При диз'юнктивній структурі ознак форма роботи аналогічна.

Обґрунтовано (Слєпкань, 1983, с. 76), що правило-орієнтир дії підведення під поняття доцільно подати у такому вигляді:

Щоб встановити, чи належить ***Х*** поняттю ***У***:

1. З’ясуйте ознаки ***У***.
2. Перевірте, яким логічним сполучником вони зв’язані.
3. Якщо:

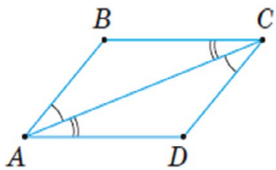
1) сполучником «і», то перевірте, чи є у ***Х*** всі ознаки ***У***. Якщо так, то ***Х*** належить поняттю ***У***. Якщо ні, то ***Х*** не належить ***У***.

2) сполучником «або», то перевірте, чи є у ***Х*** хоча б одна ознака ***У***. Якщо так, то ***Х*** належить поняттю ***У***. Якщо ні, то ***Х*** не належить ***У***. Якщо означення поняття ***У*** має змішану структуру ознак (включає і сполучник «і», і сполучник «або»), то до правила-орієнтира потрібно добавити додаткові вказівки.

Дії підведення під поняття і виведення наслідків використовуються у доведенні тверджень і розв’язанні задач.

Наприклад. Довести, що у паралелограма протилежні сторони попарно рівні (мал. 3).

Кожен крок доведення є виконанням однієї з двох взаємообернених дій: підведення під поняття або виведення наслідків (табл. 2).



Мал. 3

Таблиця 2

Структура доведення

Кроки доведення	Розумові дії
(Чотирикутник $ABCD$ – паралелограм) $\to$ ($BC \parallel AD$, $AB \parallel DC$)	$O \subset П \to O_В$
($BC \parallel AD$, $\angle DAC = \angle BCA$; $AB \parallel DC$, $\angle BAC = \angle DCA$) $\to$ ($\Delta ABC = \Delta ADC$)	$O_В \to O \subset П$
($\Delta ABC = \Delta ADC$) $\to$ ($AB = CD$, $BC = AD$)	$O \subset П \to O^В$

Обґрунтування математичних тверджень і розв’язування задач покращується, якщо учні розуміють будову взаємообернених дій $O \subset П \leftrightarrow O_В$ та вміють їх виконувати.

Висновки та перспективи подальших досліджень. Виробленню вмінь вчитися, самостійно здобувати знання та застосовувати їх при вивченні інших предметів, вирішенні завдань з різних галузях діяльності, у реальних життєвих ситуаціях сприяє діяльнісний підхід до навчання математики, який уможливлює засвоєння як формально-логічних знань, так і оперативних – насамперед методів і прийомів розумової діяльності. Це аналіз, синтез, аналіз через синтез, доведення від супротивного, наведення контрприкладів, підведення під поняття і виведення наслідків тощо. Застосування методів і прийомів до розв’язування математичних і практичних задач, розроблення стратегій, планів дій для дослідження проблемних ситуацій потребує оволодіння учнями відповідними орієнтовними основами діяльності або правилами-орієнтирами (поради, вказівки, плани, інструкції, алгоритмічні приписи, евристичні схеми тощо). Рекомендується поетапне навчання учнів складати відповідні правила-орієнтири, яке передбачає виділення операції, притаманних даному правилу-орієнтиру, роздільне їх закріплення і узагальнення, визначення раціональної послідовності виконання операцій та складання на їх основі правила-орієнтира. Компетентнісний потенціал підручника передбачає, щоб його навчальний матеріал був спрямований на ознайомлення учнів із загальними методами і прийомами діяльності, як інструментами пізнання, та вироблення вмінь їх використовувати.

Найважливіша проблема подальших досліджень стосується інтегративного підходу на міжпредметному рівні до методики формування в учнів як загальних, так і окремих методів, прийомів і способів діяльності та відображення її у змісті шкільних підручників.

Використані джерела

Благодир, Л.А. (2018). Методика навчання математики в поняттях, схемах і таблицях: навчально-методичний посібник, Умань, Візаві. https://dspace.udpu.edu.ua/handle/123456789/14229

Бурда, М.І. (2022). Особливості застосування геометричних фігур на практиці. *Проблеми сучасного підручника*, (28), 18–25. https://doi.org/10.32405/2411-1309-2022-28-18-25

Бурда, М. І., & Тарасенкова, Н.А. (2015). Геометрія: підручник для 7 класу закладів загальної середньої освіти, Київ, Освіта.

Васильєва, Д. В. (2018). Математичні задачі як засіб формування ключових компетентностей учнів. *Проблеми сучасного підручника*, (21), 83–91. https://doi.org/10.32405/2411–1309–2018–21–83–91.

Волошена, В.В. (2022). Практико орієнтоване навчання геометрії в гімназії. *Проблеми сучасного підручника*, (29), 32–42. https://doi.org/10.32405/2411-1309-2022-29-32-42

Гордієнко, І.В. (2015). Активізація навчально пізнавальної діяльності учнів на основі методу аналогії у навчанні математики та фізики. *Науковий вісник Ужгородського університету*, (37), 31–34.

https://dspace.uzhnu.edu.ua/jspui/handle/lib/10380

Заболотний, В.Ф., Осика, А.С., & Левченко І.В. (2018). Формування універсальних навчальних дій в учнів початкових класів під час виконання навчально-дослідницьких проектів. *Інноваційна педагогіка*, (5), 41–44. http://innovpedagogy.od.ua/archives/2018/5/11.pdf

Лобова, О.В., Парфілова, С.Л., & Пушкар, Л.В. (2020). Загальна характеристика прийомів розумової діяльності молодших школярів. *Інноваційна педагогіка*, 2 (29), 169–173. http://www.innovpedagogy.od.ua/archives/2020/29/part_2/35.pdf

Парфілова, С.Л., Шаповалова, О.В., & Забара, Л.О. (2022). Послідовність та етапи процесу формування прийомів розумової діяльності молодших школярів. *Інноваційна педагогіка*, 2 (50), 162–165. http://www.innovpedagogy.od.ua/archives/2022/50/part_2/32.pdf

Скрипченко, Ю.А. (2004). Зміст аналітичних методів пошуку розв'язання планіметричних задач. *Дидактика математики: проблеми і дослідження*, (2), 81–84. http://dm.inf.ua/_21/81-84%2021_2004.pdf

Слєпкань, З.І. (1983) Психолого-педагогічні основи навчання математиці: методичний посібник, Київ. https://www.mathedu.ru/text/slepkan_psihologo-pedagogicheskie_osnovy_obucheniya_matematike_1983/p78/

Шикиринська, О.В., Вишківська, В.Б., & Родюк, Н.Ю. (2019). Проблемний підхід у формуванні математичної компетентності майбутніх вчителів початкової школи. *Наукові записки НПУ імені М.П. Драгованова*, 17 (1), 204–209. http://enpuir.npu.edu.ua/handle/123456789/31977

References

Blahodyr, L.A. (2018). Metodyka navchannia matematyky v poniattiakh, skhemakh i tablytsiakh: navchalno-metodychnyi posibnyk, Uman, Vizavi. https://dspace.udpu.edu.ua/handle/123456789/14229 (in Ukrainian).

Burda, M.I. (2022). Osoblyvosti zastosuvannia heometrychnykh fihur na praktytsi. Problemy suchasnoho pidruchnyka, (28), 18–25. https://doi.org/10.32405/2411-1309-2022-28-18-25 (in Ukrainian).

Burda, M. I., & Tarasenkova, N.A. (2015). Heometriia: pidruchnyk dlia 7 klasu zakladiv zahalnoi serednoi osvity, Kyiv, Osvita. (in Ukrainian).

Vasylieva, D. V. (2018). Matematychni zadachi yak zasib formuvannia kliuchovykh kompetentnostei uchniv. Problemy suchasnoho pidruchnyka, (21), 83–91. https://doi.org/10.32405/2411-1309-2018-21-83-91. (in Ukrainian).

Voloshena, V.V. (2022). Praktyko oriientovane navchannia heometrii v himnazii. Problemy suchasnoho pidruchnyka, (29), 32–42. https://doi.org/10.32405/2411-1309-2022-29-32-42 (in Ukrainian).

Hordiienko, I.V. (2015). Aktyvizatsiia navchalno piznavalnoi diialnosti uchniv na osnovi metodu analohii u navchanni matematyky ta fizyky. Naukovyi visnyk Uzhhorodskoho universytetu, (37), 31–34. https://dspace.uzhnu.edu.ua/jspui/handle/lib/10380 (in Ukrainian).

Zabolotnyi, V.F., Osyka, A.S., & Levchenko I.V. (2018). Formuvannia universalnykh navchalnykh dii v uchniv pochatkovykh klasiv pid chas vykonannia navchalno-doslidnytskykh proektiv. Innovatsiina pedahohika, (5), 41–44. http://innovpedagogy.od.ua/archives/2018/5/11.pdf (in Ukrainian).

Lobova, O.V., Parfilova, S.L., & Pushkar, L.V. (2020). Zahalna kharakterystyka pryiomiv rozumovoi diialnosti molodshykh shkoliariv. Innovatsiina pedahohika, 2 (29), 169–173. http://www.innovpedagogy.od.ua/archives/2020/29/part_2/35.pdf (in Ukrainian).

Parfilova, S.L., Shapovalova, O.V., & Zabara, L.O. (2022). Poslidovnist ta etapy protsesu formuvannia pryiomiv rozumovoi diialnosti molodshykh shkoliariv. Innovatsiina pedahohika, 2 (50), 162–165. http://www.innovpedagogy.od.ua/archives/2022/50/part_2/32.pdf (in Ukrainian).

Skrypchenko, Yu.A. (2004). Zmist analitychnykh metodiv poshuku rozviazannia planimetrychnykh zadach. Dydaktyka matematyky: problemy i doslidzhennia, (2), 81–84. http://dm.inf.ua/_21/81-84%2021_2004.pdf (in Ukrainian).

Sliepkan, Z.I. (1983) Psykholoho-pedahohichni osnovy navchannia matematytsi: metodychnyi posibnyk, Kyiv. https://www.mathedu.ru/text/slepkan_psihologo-pedagogicheskie_osnovy_obucheniya_matematike_1983/p78/ (in Ukrainian).

Shykyrynska, O.V., Vyshkivska, V.B., & Rodiuk, N. Iu. (2019). Problemnyi pidkhid u formuvanni matematychnoi kompetentnosti maibutnikh vchyteliv pochatkovoi shkoly. Naukovi zapysky NPU imeni M.P. Drahovanova, 17 (1), 204–209. http://enpuir.npu.edu.ua/handle/123456789/31977 (in Ukrainian).

Mykhailo Burda, *Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Full Member of the NAES of Ukraine, Head of the Department of Mathematical and Information Education of the Institute of Pedagogy of the NAES of Ukraine, Kyiv, Ukraine*

COMPETENCE POTENTIAL OF THE CONTENT OF SCHOOL MATHEMATICS TEXTBOOKS

One of the tasks of teaching mathematics is to develop the ability to learn, to acquire knowledge independently, to apply mathematics both in the study of other subjects and in real life situations. It is substantiated that in order to develop these skills, the content of a textbook should ensure that students master not only mathematical knowledge, but also general methods and techniques of mental activity (analysis, synthesis, analysis through synthesis, proof from the opposite, giving counterexamples, analogy, summarizing and deriving consequences, etc.), which will allow them to master the educational material more thoroughly and strengthen its applied orientation. It has been found that solving mathematical and practical problems, studying problem situations using mathematical methods and techniques requires students to master the relevant indicative foundations of activity or guidelines. They can be in the form of: advice, guidelines, instructions, algorithmic prescriptions, heuristic schemes, and heuristic plans (solving individual tasks or tasks of certain types, studying concepts and properties, phenomena and laws, making observations, performing experiments and projects). It is recommended that the content of the textbook provide for students' independent compilation of guideline rules, which includes the following steps: selecting a group of tasks, establishing the task operator and the knowledge on which they can be solved; understanding how to solve a group of tasks using several task models (the solution of which includes operations inherent in this method of activity), selecting the necessary operations and their separate consolidation and generalization; determining the rational sequence of operations and compiling a guideline rule based on them; establishing methodological approaches to the formation of general methods and techniques that will contribute to the acquisition of mathematical and other key competencies are proposed.

Keywords: mathematics; content; formation; methods; techniques.