

ЗМІСТ ПІДРУЧНИКІВ З МАТЕМАТИКИ У КОНТЕКСТІ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ PISA-2018

Михайло Бурда,

доктор педагогічних наук, професор,
дійсний член НАПН України,
завідувач відділу математичної та інформатичної освіти
Інституту педагогіки НАПН України,
м. Київ, Україна,
e-mail: mibur5@ukr.net
ORCID ID 0000-0003-0330-9866

У статті з'ясовано проблеми математичної освіти школярів, які потребують вирішення з огляду на результати міжнародного дослідження якості освіти PISA-2018 з математичної грамотності. Пропонується низка вимог до відбору теоретичного матеріалу, системи задач і методичного апарату підручників із математики (прикладна спрямованість змісту навчання, укрупнення навчального матеріалу, його візуалізація, інтеграція та ін.). Обґрунтовано, що врахування наведених вимог і шляхів їх реалізації під час підготовки підручників сприятиме покращанню математичної грамотності учнів.

Ключові слова: підручник; математика; методика; вимоги; прикладна спрямованість.

Постановка проблеми. Математична грамотність визначається як «здатність людини формулювати, застосовувати й інтерпретувати математику в різноманітних контекстах» [2, с. 6]. Результати PISA-2018 з математичної грамотності учнів дають змогу з'ясувати проблеми у навчанні математики, які потребують вирішення. Успішне розв'язання завдань із математики, запропонованих у міжнародному дослідженні якості освіти, передбачає вміння: моделювати проблемні ситуації, використовувати знання в нетипових контекстах, обґрунтовувати твердження та знаходити помилки у своїх міркуваннях, працювати з питаннями, що пов'язані зі змістом інших предметних галузей, а також із реальними життєвими контекстами, узагальнювати та використовувати інформацію на основі своїх досліджень, оперувати різними джерелами інформації [1—3]. Традиційний зміст математики, як правило, не виходить за межі математичної моделі (вирази, рівняння, системи рівнянь, нерівності, функції тощо), тобто увага приділяється розв'язанню задач, уже

сформульованих математичною мовою. Такий підхід не сприяв набуттю учнями математичної грамотності на належному рівні. Потрібна переорієнтація змісту навчання, яка ґрунтується на його відповідності процесу (етапам) застосування математики на практиці.

Аналіз останніх досліджень. Вітчизняні та іноземні фахівці досліджували аспект вироблення вмінь застосовувати математичні знання на практиці. Відповідні роботи стосуються таких напрямів: практикоорієнтована спрямованість окремих математичних предметів (Г. П. Бевз, Т. В. Колесник, Р. Ларсон (R. Larson), Ю. І. Мальований, Є. П. Нелін та ін.); прикладна спрямованість як засіб формування математичної і ключових компетентностей (В. Г. Бевз, М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова, В. О. Швець та ін.); навчання елементів математичного моделювання (Г. Я. Дудка, З. Усіскін (Z. Usiskin), М. Я. Ігнатенко, В. В. Фірсов та ін.); інтегративний підхід як засіб реалізації прикладної спрямованості навчання математики (О. І. Буковська, О. І. Глобін, Дж. Ла Порте (J. LaPorte), М. Сандерс (M. Sanders), Дж. Сталлворс (J. Stallworth) та ін.); окремі методи й засоби забезпечення практикоорієнтованого навчання (Д. В. Васильєва, О. П. Вашуленко, А. В. Прус, Л. О. Соколенко, Л. Г. Філон та ін.). Здобуті результати спрямовані на реалізацію окремих аспектів прикладної спрямованості змісту підручників із математики. Проте цілісні дослідження вказаної проблеми не проводилися, що є причиною недостатньої результативності навчання.

Мета статті — розкрити вимоги до відбору змісту й методичного апарату підручника з математики в контексті результатів PISA-2018 з математичної грамотності.

Виклад основного матеріалу. Нині у школах навчаються учні, котрі сприймають Інтернет як невід’ємну складову життєдіяльності, а тому їхній стиль мислення, навчальна математична діяльність мають особливості, зокрема: школярі орієнтуються на практичне використання знань (тому суто математичні задачі потребують підкріплення відповідними задачами практичного змісту); не бажають опрацьовувати громіздкі, іноді нелаконічні тексти підручників, оскільки переважають образне мислення, фрагментарний його характер (навчальну інформацію треба подавати укрупнено); не хочуть запам’ятовувати навчальний матеріал, оскільки для інформації є Інтернет (наразі є його систематизація і класифікація); краще сприймають візуальну інформацію; зосереджені на конкретних, не надто віддалених навчальних цілях, прагнуть швидко отримати результат (доцільно виокремлювати базовий зміст, подавати його структуровано, завершеними блоками); комунікують у соціальних мережах (передбачати співпрацю, зворотний зв’язок, обмін досвідом, роботу в групах). З огляду на навчальну діяльність сучасних учнів, зміст підручника повинен мати особливості, зокрема: прикладну спрямованість, укрупнення,

систематизацію і класифікацію навчального матеріалу, візуалізацію й інтеграцію змісту. Деталізуємо ці особливості.

Прикладна спрямованість змісту навчання передбачає оволодіння учнями математичним апаратом як засобом розв'язання проблем реальної дійсності, вироблення якостей мислення, необхідних для повноцінного функціонування людини в суспільстві. Прикладна спрямованість здебільшого втілюється під час розв'язування задач практичного змісту. У навчальних програмах виокремлені види цих задач для реалізації наскрізних ліній ключових компетентностей. Проте у підручниках, особливо для 7—9-х класів, недостатньо задач, які стосуються сучасних суспільно-економічних запитів, сприяють формуванню в учнів ціннісних орієнтацій, правильної поведінки стосовно енергоресурсів, власного здоров'я, своїх фінансів, довкілля, стосунків між людьми тощо. Задачі практичного змісту складні для учнів, оскільки їх розв'язання потребує насамперед умінь розв'язувати відповідні суто математичні задачі, які в подальшому можуть бути моделями практичних ситуацій. Тому розв'язування математичних і відповідних практичних задач має бути узгодженим, оскільки предметна й ключові компетентності взаємопов'язані.

Успішна реалізація прикладної спрямованості шкільної математичної освіти не зводиться лише до розв'язування практичних задач. Потрібна цілісна переорієнтація змісту навчання. Він має враховувати етапи застосування математики на практиці (формалізацію, розв'язування задачі в межах побудованої моделі, інтерпретацію), тобто містити три складові:

- Аналіз емпіричного матеріалу (моделей, графіків, прикладів із довкілля, зі сфери майбутньої професійної діяльності, фактів з інших навчальних предметів, конкретних ситуацій, явищ, для опису яких використовується математика), спрямованого на «відкриття» учнями математичного факту, з'ясування його істотних ознак, властивостей і на підставі цього — на самостійне формулювання відповідного твердження. Якщо логічна організація навчального матеріалу підручника спирається на емпіричний досвід учня, то це дає змогу шляхом абстрагування створити мисленні образи адекватні практичному досвіду. Відбираючи зміст навчання, важливо правильно абстрагуватися від властивостей реальних предметів з тим, щоб забезпечити мисленні переходи від предметів до їхніх наочних образів, і навпаки. Наприклад, геометрія вивчає геометричні фігури та їхні властивості, що утворені шляхом абстрагування від реального змісту предметів, коли до уваги беруться лише їх форма і розміри або лише форма (поверхня, площа, лінія, точка). Складність полягає в тому, що результати абстрагування не завжди тлумачаться однозначно. Так кут визначається як фігура, що складається з двох променів зі спільним початком. Але таких кутів на

практиці та на складніших геометричних фігурах немає. Є кути, утворені двома відрізками зі спільним кінцем. Тобто мислений образ кута, який закладено в його означенні, не підкріплюється реально, не має матеріального змісту.

- З'ясування й обґрунтування суті математичного факту та розв'язування базових математичних задач, які дають змогу виокремити способи діяльності (алгоритмічні приписи, евристики, ідеї). Під час обґрунтування математичних тверджень не варто захоплюватися формально-логічною строгістю доведень та відводити багато часу громіздким перетворенням і обчисленням. Як показали результати дослідження PISA-2018, більше уваги слід приділяти розумінню змісту понять, властивостей, ідей, застосуванню їх у нестандартних математичних і практичних ситуаціях. Тому доцільно виділити базовий зміст математики, вилучивши матеріал, який не використовується ні для логічного розгортання курсу, ні під час розв'язування задач і не має прикладного спрямування. А такого навчального матеріалу чимало.

Потребує уточнення система вправ підручника, де вони переважно «правильні». Недостатньо вправ з урахуванням їх варіативності: за характером умови і вимоги (з неповною, надлишковою, ймовірнісною та суперечливою інформацією), за взаємозв'язками між компонентами умови й вимоги (прямі, обернені, протилежні та ін.), а також вправ із несформульованою умовою або вимогою, на складання задач. У підручнику мають міститися нескладні вправи на прийняття оптимальних рішень, оскільки необхідність розв'язувати оптимізаційні проблеми різного рівня складності (від побутового до проблем управління, транспорту, ефективного використання природних багатств) так чи інакше постає перед кожним членом суспільства.

- Застосування математичного факту на практиці. Школярі мають усвідомити, що застосування математики для розв'язання будь-яких задач прикладного змісту охоплює такі етапи: перехід від ситуації, описаної в задачі, до математичної моделі цієї ситуації, і від неї — до сформульованої математичної задачі; розв'язування задачі в межах побудованої моделі; застосування отриманого розв'язку до вихідної ситуації. Зміст підручника має забезпечувати оволодіння учнями математичною культурою такого рівня, коли освоюються всі етапи застосування математики до розв'язування задач, які виникають у людській практиці. Важливо виокрелювати ті практичні ситуації, для розв'язання яких найчастіше використовується ця математична модель. Так, вивчаючи показникову функцію, учні ознайомлюються з певними реальними процесами, які описуються за допомогою цієї функції: радіоактивний розпад; розмноження бактерій; зміна температури, атмосферного тиску; збільшення

кількості деревини під час росту дерева; зростання народонаселення; діагностика захворювань.

Застосування математичних знань до розв'язування задач, зокрема практичного змісту, покращується, якщо укрупнювати навчальний матеріал: не віддаляти в навчальному часі вивчення аналогічних, схожих понять, взаємно обернених тверджень, операцій, що сприятиме цілісності знань (похідна — інтеграл, паралельність — перпендикулярність, призма — циліндр, піраміда — конус тощо); вирізняти типові конфігурації малюнків, які використовуються під час розв'язування задач у міру вивчення матеріалу; систематизувати і класифікувати поняття, властивості, способи розв'язування задач (інфографіка, таблиці, графіки, діаграми, гістограми, схеми), групувати задачі за спільними способами розв'язання (ідеями, планами). Наприклад, розв'язування задач практичного змісту нерідко потребує вмінь відшукувати відомості, безпосередньо не наведені в умові (статистичні, довідникові дані). Вироблення таких умінь передбачає розв'язування суто математичних задач, де потрібно використовувати допоміжні елементи (безпосередньо не дані в умові задачі).

Інтеграція змісту — важлива вимога до шкільних підручників. Мають бути посилені зв'язки між алгеброю і геометрією, планіметрією і стереометрією. Ідеться про взаємопроникнення геометричних методів і образів у алгебру, і навпаки; про геометричну інтерпретацію алгебраїчних залежностей та аналітичне тлумачення геометричних фактів), що сприятиме цілісності знань та формуванню вмінь застосовувати їх до розв'язування задач практичного змісту. Дієвими інтеграційними чинниками є відомості про математичні методи, зокрема метод координат. Застосування цього методу дає змогу розглядати фігури і числа як взаємопов'язані моделі знань і встановлювати попарну відповідність між базисними поняттями геометрії (точка, вектор, лінія, перетин ліній, поверхня тощо) і алгебри (число, набір чисел (координат), рівняння, система рівнянь тощо). Числова характеристика фігур (поряд з евклідовим підходом до їх вивчення) повинна використовуватись із перших кроків вивчення геометрії. Розв'язання окремих завдань PISA-2018 («Гараж», «Про будівлю») передбачає вміння застосовувати ознаки та властивості просторових фігур на практиці, а отже, потребує включення наочно інтуїтивній основі в курс планіметрії елементів стереометрії, що також сприятиме розвитку просторової уяви й мислення учнів. Наразі актуальним є створення та експериментальна апробація інтегрованого курсу математики (без поділу на алгебру і геометрію) шляхом введення окремих узагальнюючих понять сучасної математики, які дають змогу з єдиних наукових позицій трактувати основні алгебраїчні й геометричні поняття.

Розв'язування задач практичного змісту потребує знань з інших предметів, із різних галузей діяльності (медицина, техніка, технології, наука тощо),

де використовуються відповідні математичні моделі. Тому це можуть бути або синхронне використання математичного факту на уроках природничих дисциплін, або інтегровані уроки із залученням учителів інших предметів. Наприклад, логарифмічна функція — залучаються вчителі фізики, хімії та біології. Учителі фізики та хімії ознайомлюють із формулами, де використовуються логарифми, а вчитель біології зупиняється на різних природних формах, розташованих по логарифмічній спіралі. Вивчення тригонометричних функцій пов'язується з коливаннями: механічними, акустичними, електромагнітними (вчитель фізики), коливаннями у біологічних процесах (вчитель біології).

Висновки. У змісті навчання мають ураховуватись особливості навчальної діяльності сучасних учнів (краще засвоюють укрупнений, структурований навчальний матеріал, а не громіздкі тексти підручників; краще сприймають візуальну інформацію; орієнтуються на практичне використання знань; зосереджені на конкретних, не надто віддалених навчальних цілях; комунікують у соціальних мережах, а тому потребують зворотного зв'язку, роботи у групах, обміну досвідом тощо). З урахуванням навчальної діяльності учнів зміст підручника повинен характеризуватися особливостями, зокрема такими: прикладна спрямованість, укрупнення, систематизація і класифікація навчального матеріалу, візуалізація й інтеграція змісту, використання допоміжних елементів. Дотримання наведених вимог до відбору змісту і конкретних шляхів їх реалізації під час підготовки підручників сприятиме підвищенню математичної грамотності учнів.

Використані джерела

1. Національний звіт за результатами міжнародного дослідження якості освіти PISA-2018 / кол. авт. : М. Мазорчук (осн. автор), Т. Вакуленко, В. Терещенко, Г. Бичко, К. Шумова, С. Раков, В. Горох та ін. ; Український центр оцінювання якості освіти. Київ : УЦОЯО, 2019. 439 с.
2. PISA: математична грамотність / уклад. Т. С. Вакуленко, В. П. Горох, С. В. Ломакович, В. М. Терещенко; перекл. К. Є. Шумова. — К. : УЦОЯО, 2018. — 60 с.
3. PISA-2018. Результати. (Том I). Що учні знають та вміють робити: Міжнародний звіт за результатами міжнародного дослідження якості освіти PISA-2018 (переклад українською мовою) / переклад. : Ларіна Т. В. ; Український центр оцінювання якості освіти. Київ : УЦОЯО, 2019. 324 с.

References

1. Natsionalnyi zvit za rezultatamy mizhnarodnoho doslidzhennia yakosti osvity PISA-2018 / kol. avt. : M. Mazorchuk (osn. avtor), T. Vakulenko, V. Tereshchenko, H. Bychko, K. Shumova, S. Rakov, V. Horokh ta in. ; Ukrainskyi tsentr otsiniuvannia yakosti osvity. Kyiv : UTsOlao, 2019. 439 s.

2. PISA: matematychna hramotnist / uklad. T. S. Vakulenko, V. P. Horokh, S. V. Lomakovych, V. M. Tereshchenko; perekl. K. Ye. Shumova. — К. : UTsOlaO, 2018. — 60 s.
3. PISA-2018. Rezultaty. (Tom I). Shcho uchni znaiut ta vmiut robyty: Mizhnarodnyi zvit za rezultaty mizhnarodnoho doslidzhennia yakosti osvity PISA-2018 (pereklad ukrainskoiu movoiu) / pereklad. : Larina T. V. ; Ukrainnyi tsentr otsiniuvannia yakosti osvity. Kyiv : UTsOlaO, 2019. 324 s.

Михаил Бурда, доктор педагогических наук, профессор, действительный член НАПН Украины, заведующий отдела математического и информационного образования Института педагогики НАПН Украины, г. Киев, Украина

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ В КОНТЕКСТЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЯ PISA—2018

В статье выяснены проблемы математического образования школьников, требующие решения, учитывая результаты международного исследования качества образования PISA-2018 по математической грамотности. Предлагается ряд требований к отбору теоретического материала, системы задач и методического аппарата учебников по математике (прикладная направленность содержания обучения, укрупнение учебного материала, его визуализация, интеграция и др.). Обосновано, что учет указанных требований и путей их реализации при подготовке учебников будет способствовать улучшению математической грамотности учащихся

Ключевые слова: учебник; математика; методика; требования; прикладная направленность.

Muhajlo Burda, Full Member of the NAES of Ukraine, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Head of the Mathematical and Informative Education Department of the Institute of Pedagogy of the NAES of Ukraine, Kyiv, Ukraine

CONTENTS OF MATHEMATICAL TUTORIALS IN THE CONTEXT OF PISA RESULTS — 2018

Problems of mathematical education of students need to be solved in view of the results of mathematical literacy in the international monitoring PISA-2018. The educational activity of modern students (better learn large, structured educational material rather than bulky textbooks; better perceive visual information; focus on the practical use of knowledge; focus on specific, not too dedicated; need feedback, work in groups, share experiences, etc.) should be taken into account in the content of teaching.

The content of the textbook should have the following features: applied orientation (the training material should correspond to the stages of application of mathematics in practice; the study of mathematical fact begins with the analysis of the relevant example from the environment, practical situation or problems of practical content; then —

its essence is explained and substantiated mathematical problems are solved, finally — it is applied in practice), consolidation of educational material (not to remove in the study time the study of similar and similar concepts, mutually reversed statements, operations; selection of typical configurations of drawings used in solving problems as the study of material; grouping problems in common ways; ideas concepts, properties, ways of solving problems); visualization of educational texts (support of educational material with new information technologies makes it possible to arouse interest in mathematics, activate educational and cognitive, research, project activities of students), integration of content (strengthening the connections between algebra and geometry, planimetry and stereometry, the interpenetration of geometric methods and images in algebra and, conversely, geometric interpretation of algebraic dependencies and analytic particularities; coordinate method, which allows to consider figures and numbers as interconnected models of knowledge and to establish pairwise correspondence between basic concepts of geometry and algebra), etc.

Taking into account the above requirements and some ways of their implementation in the preparation of textbooks will help to improve the mathematical literacy of students.

Keywords: textbook; mathematics; method; requirements; applied orientation.