Гриб'юк Олена Олександрівна – кандидат педагогічних наук, провідний науковий співробітник Інституту інформаційних технологій і засобів навчання НАПН України

Оліда Ірина Ярославівна – вчитель математики комунального закладу "Луцький навчально-виховний комплекс №9 Луцької міської ради"

Юнчик Валентина Леонідівна – аспірант Інституту інформаційних технологій і засобів навчання НАПН України

ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМИ ДИНАМІЧНОЇ МАТЕМАТИКИ GEOGEBRA В ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН

Актуальними завданнями загальноосвітнього навчального закладу є пошук оптимальних шляхів зацікавлення учнів процесом навчанням, підвищення їх розумової активності, спонукування до творчості, виховання школяра в контексті формування життєво й соціально компетентної особистості та розвитку дослідницької діяльності учнів. В процесі навчання математичних дисциплін з метою вирішення поставлених завдань рекомендується впроваджувати теорію розв'язування дослідницьких задач з використанням інформаційно-комунікаційних технологій [2].

Безперечно, в процесі навчання математичних дисциплін доцільно використовувати окремі компоненти комп'ютерно-орієнтовані системи навчання для розвитку проектно-дослідницької діяльності учнів. Система динамічної математики GeoGebra є універсальним програмним засобом, що використовується для підтримки навчання геометрії, алгебри, математичного аналізу, теорії ймовірності, математичної статистики та інших розділів математики. Вагомим аргументом щодо упровадження системи динамічної математики в процес навчання математики є вільнопоширюваність програмного продукту, над яким працює інтернаціональна команда програмістів та користувачів програми, серед яких є вчителі та їх учні, студенти та викладачі, науковці та дослідники.

Метою дослідження є використання системи комп'ютерної математики GeoGebra як засобу активізації проектно-дослідницької діяльності учнівської молоді в процесі навчання математичних дисциплін.

Використання інформаційно-комунікаційних технологій у процесі навчальної діяльності сприяє активізації одержаних раніше знань, вмінь та навичок, розвитку логічного мислення, інтелектуальних здібностей, посилення інтересу до навчання та способу одержання знань. У процесі навчання математичних дисциплін система GeoGebra використовується як засіб для візуалізації досліджуваних математичних об'єктів, виразів, ілюстрації методів побудови; як середовище для моделювання та емпіричного дослідження властивостей досліджуваних об'єктів; як інструментально-вимірювальний комплекс, що надає користувачеві набір спеціалізованих інструментів для створення і перетворення об'єкта, а також вимірювання його заданих параметрів. Використання системи GeoGebra сприяє візуалізації об’єкта дослідження, демонстрації його властивостей, уникненню рутинних дій, пов'язаних із створенням допоміжних зображень [4]; представлення навчального матеріалу ілюстраціями (статичними і динамічними зображеннями, графіками, схемами, таблицями), в тому числі різного педагогічного призначення (для формування інтересу учнів щодо теми пропонованого заняття, візуального супроводу або пояснення виконуваних виразів, демонстрації прикладів застосування здобутих знань у житті) [5]. Залучення учнів на практичних заняттях до виконання завдань з використанням середовища GeoGebra сприяє розширенню кола навчальних завдань, включаючи в нього нестандартні завдання дослідницького характеру, оптимізаційних задач [6].

Розглянемо приклади розв’язування задач з використанням системи динамічної математики GeoGebra.

Приклад 1. Знайти такі значення параметра a, що множиною розв’язків нерівності $\sqrt{1-(x+2a)^2} \geq \frac{4}{3}x$ буде відрізок довжиною $\frac{9}{5}$?

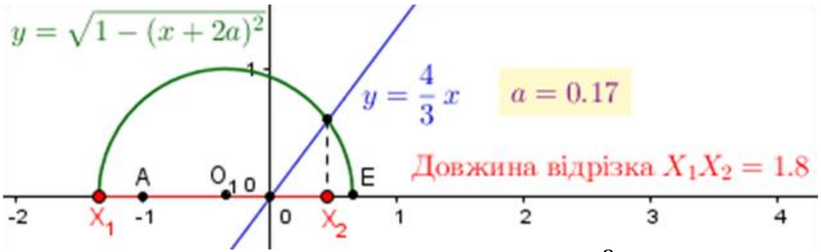


Рис. 1. Довжина відрізка $x_1x_2 = \frac{9}{5} = 1.8$

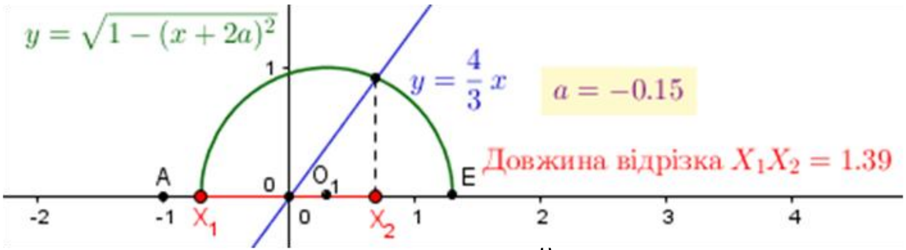
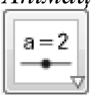
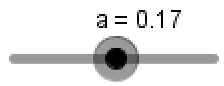
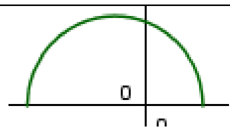
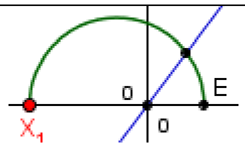
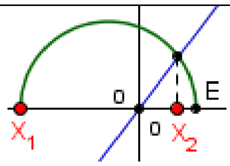
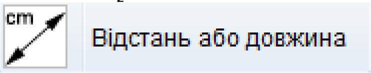
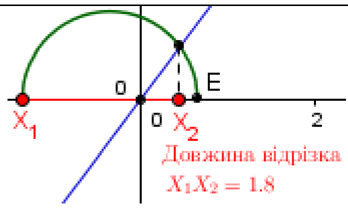


Рис. 2. Довжина відрізка $x_1x_2 \neq \frac{9}{5} = 1.8$

Вказівка. Графіком $y = \sqrt{1-(x+2a)^2}$ є півколо з радіусом, рівним 1, що рухається своїм центром по осі абсцис. Дана нерівність матиме розв’язок тоді, коли точки півкола будуть вище відповідних точок прямої $y = \frac{4}{3}x$. На рис. 1 показано одне з можливих положень півкола. Для цього випадку розв’язком початкової нерівності буде відрізок $[x_1;\ x_2]$. В умові вказано, щоб $x_1 - x_2 = \frac{9}{5}$

Правило-орієнтир розв’язування задачі

Створити повзунок для параметра *a*	*Повзунок[<Min>, <Max>, <Крок>, <Швидкість>, <Ширина>, <Кут>, <Горизонтальний>, <Анімація>, <Випадкове число>]* 	
Побудувати півколо $y = \sqrt{1-(x+2a)^2}$	*y= sqrt(1 - (x + 2a)²)*	

Побудувати графік прямої $y = \frac{4}{3}x$ Знайти точку перетину двох функцій та перетин функцій з віссю *OX*	*y = 4/3x* *Перетин[<Об'єкт>, <Об'єкт>]*	
Провести перпендикуляр до осі *OX* з точки перетину двох функцій Побудувати відрізок x_1x_2	*ПерпендикулярнаПряма[<Point>, <Line>]* *Відрізок[<Точка>, <Точка>]*	
Знайти довжину відрізка x_1x_2	*Відстань[<Точка>, <Об'єкт>]* 	

Приклад 2. Знайти значення параметра a, якщо рівняння $ax - 1 = \sqrt{8x - x^2 - 15}$ має єдиний розв'язок.

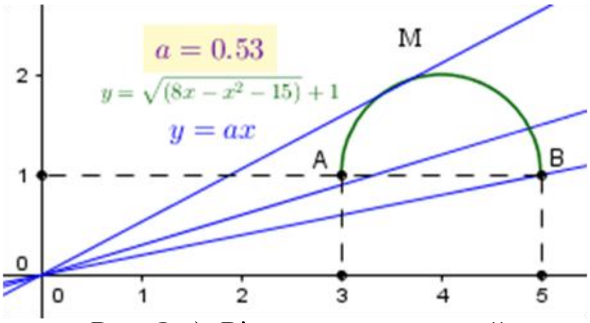


Рис. 3 а). Рівняння має єдиний розв'язок

Графіком другого рівняння є півколо з центром (4; 1) і радіусом 1. На рис. 3 це дуга *AB*.

Всі прямі $y = ax$, що проходять між променями *OA* та *OB* перетинають дугу в одній точці. Одну точку з дугою мають пряма *OB* та дотична *OM* (Рис.3 а)).

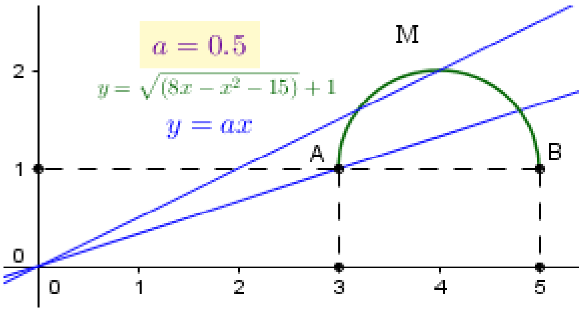


Рис. 3 б). Рівняння має два розв'язки

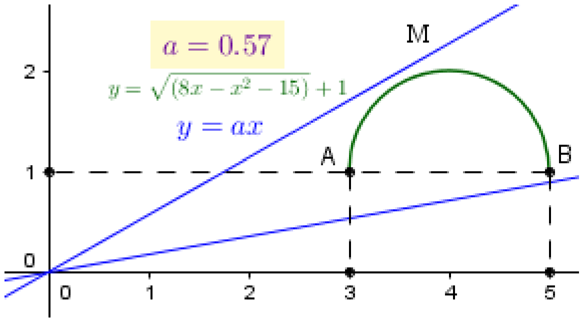


Рис. 3 с). Рівняння немає розв'язків

Приклад 3. Дано трикутник *CBA*. Вписати в нього квадрат так, щоб дві вершини лежали на бічних сторонах трикутника, а інші дві вершини – на основі.

Розв'язання. Побудовано допоміжний квадрат *GHIJ* та промінь *CH*. В процесі виконання гомотетії квадрата відносно точки *C*, коефіцієнт гомотетії $k = \frac{CH'}{CH} = 1.52$, отримано потрібний квадрат (Рис. 4.).

Приклад 4. У коло радіуса $R = 2$ вписано трапецію, одна з основ якої є діаметром кола. Знайти довжину верхньої основи трапеції найбільшої площі.

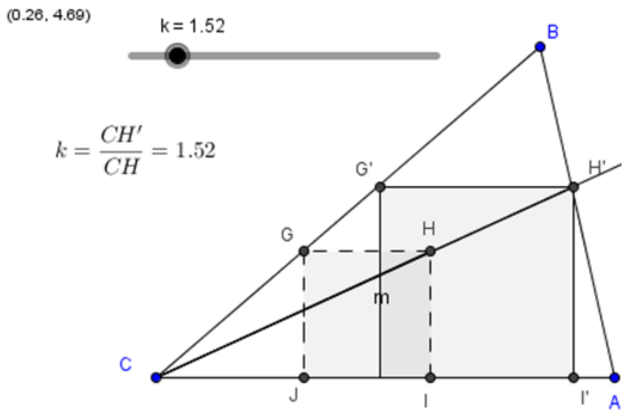


Рис. 4. Гомотетія чотирикутника CHIJ

Процес розв’язування даного завдання з використанням системи динамічної математики GeoGebra показано на рис. 5.

За допомогою повзунка можна коригувати висоту трапеції, при цьому змінюватиметься довжина верхньої основи та площа. Проекспериментувавши можна побачити (рис. 5.), що найбільша площа трапеції 5,2 см^2 з довжиною верхньої основи 2,01 см.

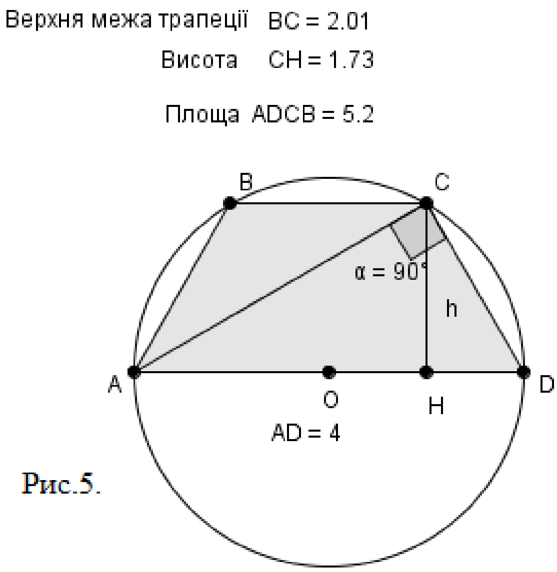


Рис.5.

У шкільному курсі геометрії є багато задач на побудову. Процес розв’язання таких задач є творчим і потребує розвиненої уяви. Нижче показано побудову перетину піраміди площиною (Рис. 6).

Приклад 5. На ребрах AB, BC та CD піраміди $ABCD$ відмічені точки M, N та P. Побудувати перетин піраміди площиною MNP.

Наступний модуль системи GeoGebra це обчислення похідної, інтегралу функції та площі фігур обмежених кривими.

Приклад 6. Знайти наближене значення площі фігури обмеженої функцією $y = x^3 + 7x^2 + 5x - 1$ та прямих x=-6, x=-1.

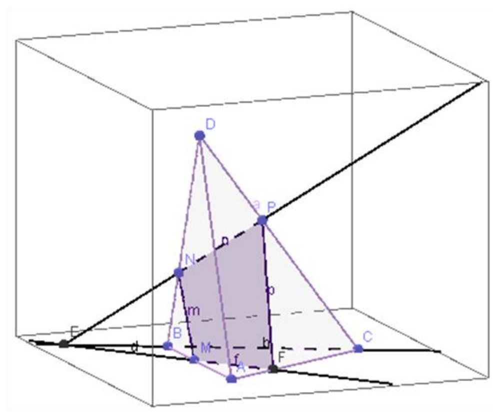


Рис. 6. Побудова перетину піраміди

I спосіб. Для знаходження площі використано суму Рімана (Рис. 7.).

II спосіб. Площу знайдено за допомогою визначеного інтегралу

$$\int_{-6}^{-1} x^3 + 7x^2 + 5x - 1\, dx \text{ (Рис. 8.)}$$

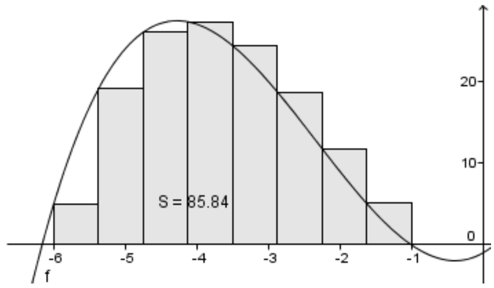


Рис. 7. Сума Рімана

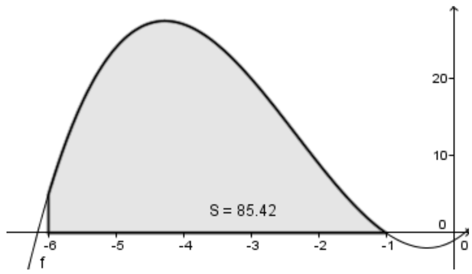


Рис. 8. Площа за визначеним інтегралом

Приклад 7. На прямій відкладено два відрізки *AB* та *BC*. З однієї сторони від прямої побудовано два правильні трикутники *ABE* та *BCF*. Точка *M* середина *AF*, *N* середина *CE*. Довести, що трикутник *BMN* – рівносторонній.

Розв’язання. В процесі здійснення повороту навколо точки *B* на кут *60*° (Рис. 9) точка *A* перейде в точку *E*, точка *F* – в точку *C*. Відрізок *AF* перейде у відрізок *EC*, точка *M* – у точку *N*. Таким чином *BM=BN* і кут *MBN=60*°. Тому рівнобедрений трикутник *MBC* є рівностороннім.

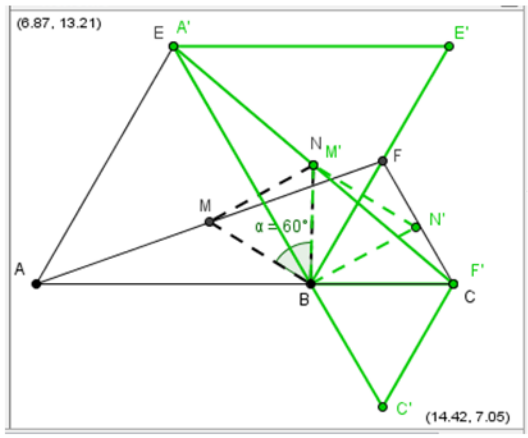


Рис.9. Поворот трикутника *BMN* навколо точки *B*

Доцільно зазначити на основі наших досліджень, що використання системи динамічної математики GeoGebra сприяє формуванню алгоритмічного стилю мислення, наочно демонструючи формальний, алгоритмічний характер щодо розв’язування прикладних задач, опановуванню сучасних інформаційно-комунікаційні технології. Процес вирішення прикладних завдань з використанням окремих компонентів комп’ютерно-орієнтованої системи навчання стимулює учнів до розумової активності та сприяє розвитку проектно-дослідницької діяльності. Перспективною та своєчасною вважається подальша робота у напрямку продовження створення та удосконалення наявного методичного забезпечення системи динамічної математики GeoGebra з метою покращення ефективності процесу навчання природничо-математичних дисциплін, відповідно – створенню варіативних моделей з метою забезпечення ефективності навчального процесу в загальноосвітньому навчальному закладі в контексті теорії розв’язування дослідницьких задач. Особливості щодо використання теорії розв’язування дослідницьких задач ґрунтуються на формулюваннях структури проблем, редукуванні їх щодо продуманих та спрощених форм у вигляді бінарних протиріч, що зумовлюється діагностикою проблем, виявленням їх дійсної сутності; формулюванні ідеальних цілей, моделюванням необхідних функцій, яким відповідатиме шуканий розв’язок, що стимулює відсторонення від стереотипного впливу звичних рішень в об'єктах навколишнього середовища; використанні досвіду створення ефективних досліджень для знаходження розв’язків ситуаційних задач; застосуванні законів розвитку пропонованих систем задля стратегічного добору напрямку відшуковування доцільних ідей розв’язування, послуговуючись окремими компонентами комп’ютерно орієнтованої системи навчання та методики покрокового аналізу прикладних проблеми і синтезу ідеї розв’язування з використанням пропонованих алгоритмів розв'язування проектно-дослідницьких завдань.

Список використаних джерел:

1. Grybyuk O.O. Mathematical modelling as a means and method of problem solving in teaching subjects of branches of mathematics, biology and chemistry // Proceedings of the First International conference on Eurasian scientific development. «East West» Association for Advanced Studies and Higher Education GmbH. Vienna. 2014. P. 46-53.

2. Гриб’юк О.О. Психолого-педагогічні вимоги до комп’ютерно-орієнтованих систем навчання математики в контексті підвищення якості освіти// Гуманітарний вісник ДВНЗ «Переяслав-Хмельницький державний педагогічний університет імені Григорія Сковороди» - Додаток 1 до Вип.31, Том IV (46): Тематичний випуск «Вища освіта України у контексті інтеграції до європейського освітнього простору». – Київ: Гнозис, 2013. – С. 110-123.

3. Гриб’юк О. Математичне моделювання при навчанні дисциплін математичного та хіміко-біологічного циклів: навчально-методичний посібник для учителів / О.О. Гриб’юк. – Рівне: РДГУ, 2010. – 207 с.

4. Гриб’юк О. Розв’язування евристичних задач в контексті STEM-освіти з використанням системи динамічної математики GeoGebra / О. Гриб’юк, В. Юнчик // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми // Зб. наук. пр. – Випуск 43 / Редкол. – Київ-Вінниця: ТОВ фірма «Планер», 2015. – С. 206 - 218.

5. Гриб’юк О. Система динамічної математики GeoGebra як засіб активізації дослідницької діяльності учнів / О. Гриб'юк, В. Юнчик // Інформаційно-комунікаційні технологіїї в сучасній освіті: досвід, проблеми,перспективи : зб. наук. пр. - К.-Л., 2015. - Вип.4. - Ч.1. - С. 163-167.

6. Гриб’юк О. Формування дослідницьких компетентностей учнів в процесі навчання математики з використанням системи динамічної математики GeoGebra / О. Гриб’юк, В. Юнчик // Інноваційні технології навчання обдарованої молоді: матеріали VI-ї Міжнародної науково-практичної конференції, 3-4 грудня 2015 року, м. Київ. – Київ: Інститут обдарованої дитини, 2015 – С. 420–428.