

РЯДИ ФУР'Є В ЗАДАЧАХ ВІДНОВЛЕННЯ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ У КУРСІ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ В ТЕХНІЧНОМУ ВНЗ

С. О. Семеріков, І. О. Теплицький, О. П. Поліщук
м. Кривий Ріг, Криворізький національний університет

Розглядом перетворення Фур'є (та його частинного випадку – рядів Фур'є) традиційно завершується курс вищої математики у технічних ВНЗ. Зважаючи на високу практичну значущість цієї теми для подальшої професійної діяльності майбутніх інженерів за будь-яким напрямом підготовки, доцільним є пропедевтика деяких із задач опрацювання сигналів, автоматичного управління тощо на практичних заняттях з вищої математики. Розглянемо просту модель відновлення невідомої залежності за набором вимірювань, що може бути за 20 хвилин заняття реалізована у мобільному математичному середовищі «Вища математика» [1].

У якості вимірюваних даних (вектору вимірювань) візьмемо, наприклад, курс акції деякої фірми за проміжок часу l . Математичну модель відновлюваної залежності задамо у вигляді косинус-розвинення невідомої функції $f(x)$ на проміжку $[0; l]$:

$$f(x) = \sum_{n=0}^N a_n \cos \frac{\pi n x}{l},$$

де n – номер гармоніки, N – кількість гармонік, a_i – шукані коефіцієнти розвинення.

Розмістимо вектор вимірювань у стовпчастій матриці Y розмірністю $l \times 1$. Відшукування стовпчастої матриці A коефіцієнтів розвинення розмірністю $(N+1) \times 1$ виконаємо за МНК [2]:

$$A = (X^T X)^{-1} X^T Y,$$

де -1 і T – операція обернення та транспонування матриць відповідно, X – матриця розмірністю $l \times (N+1)$, що містить косинус-складову гармоніки: $X_{ij} = \cos(\pi i j / l)$.

Для відновлення вигляду функції $f(x)$ задамо рядкову матрицю $C(x)$ розмірністю $1 \times (N+1)$, елементами якої будуть косинус-складові гармоніки: $C_{1n}(x) = \cos(\pi n x / l)$. Тоді $F(x) = C(x)A$ – одноелементна матриця, що міститиме шукану функцію $f(x)$.

Реалізація моделі у ММС виконується у природній математичній нотації з використанням об'єктів матричного класу. Дані (курс акцій) отримуються за біржовим кодом, що обирається користувачем, за допомогою методу `close` (ціна закриття торгів) класу `Stock` пакету `finance` [3]. Користувачеві надається можливість експериментально визначити, яку кількість членів розвинення функції у ряд Фур'є необхідно обрати (рис. 1).

```

@interact
def fourier_on_stock(firm=selector(["MSFT", "AAPL", "ORCL",
"INTC", "AMZN", "BIDU"], label="Біржовий код", buttons=False),
N=slider(vmin=0, vmax=50, step_size=1, default=17,
label="Кількість гармонік")):
    izmeren=list(finance.Stock(firm).close())
    l=len(izmeren)-1
    Y=matrix(1+1,1,izmeren)
    X=matrix(RR,1+1,N+1)
    for i in range(0,l+1,1):
        for j in range(0,N+1,1):
            X[i,j]=cos(pi*j*i/l)
    A=(X.transpose()*X)^(-1)*X.transpose()*Y
    var('n')
    C=matrix(1,N+1,[cos(pi*n*x/l) for n in range(0,N+1,1)])
    F(x)=(C*A)[0,0]
    html("$f(x)=$%s$" % latex(F(x)))
    show(bar_chart(izmeren,width=0.1)+
        plot(F(x),x,0,l,thickness=2))

```

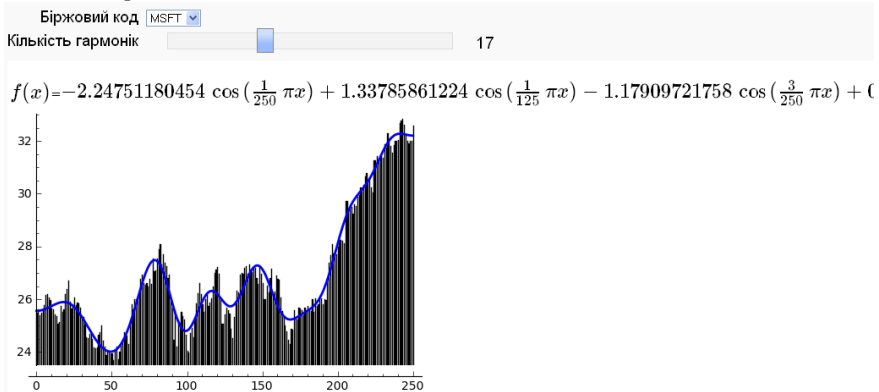


Рис. 1. Курс акцій Microsoft за останні 250 днів, апроксимований 17 гармоніками

Література

1. Мобільне математичне середовище «Вища математика» [Електронний ресурс] / [К. І. Словак]. – 2011. – Режим доступу : <http://korpus21.dyndns.org:8000/>
2. Полищук А. П. Методы вычислений в классах языка C++ : учебное пособие / Полищук А. П., Семериков С. А. – Кривой Рог : Издательский отдел КГПИ, 1999. – 350 с.
3. Соловйов В. М. Моделювання складних економічних систем : навчальний посібник / В. М. Соловйов, В. В. Соловйова, Н. А. Хараджян. – Кривий Ріг : Видавничий відділ НМетАУ, 2010. – 119 с.