СВІТОГЛЯДНИЙ АСПЕКТ СТОХАСТИЧНОЇ СКЛАДОВОЇ ЗМІСТУ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ

Т. М. Хмара, канд. пед. наук,
Інститут педагогіки НАПН України
Т. М. Задорожня, канд. пед. наук,
Національний університет ДПС України

Постановка проблеми. Формування наукового світогляду – це одне з чільних завдань вивчення основ наук у середніх і вищих навчальних закладах освіти. Життєво важливим структурним компонентом наукового світогляду виступає сформована в процесі навчання природничо-наукова картина світу. У навчанні вона складає базис відображення у змісті освіти інтеграційних процесів, притаманних сучасній науці, сприяє розвиткові наукового мислення учнів.

У процесі вивчення основ природничих наук формуються науково-локальні картини світу: біологічна, економічна, хімічна, фізична тощо.

Математичні моделі слугують універсальним засобом наукового пізнання і водночас – інтеграційним чинником у процесі формування в учнів наукової картини світу.

У контексті порушеної проблеми стохастична складова є унікальною, оскільки статистико-ймовірнісні моделі водночас із природничими процесами описують і дають можливість досліджувати явища соціальної реальності. Методи теорії ймовірностей і математичної статистики стали потужним інструментом дослідження сучасної фізики, біології, економіки. Вони широко використовуються під час вивчення і прогнозування різноманітних явищ і процесів, пов’язаних, наприклад, в економіці, з роздержавленням власності, розгортанням процесу приватизації, вдосконаленням ринкових відносин тощо.

Недооцінювання цієї складової спричиняє викривлення єдиної наукової картини світу, оскільки світ навколо нас є стохастичним.

У методичних системах навчання математики ефективним засобом досягнення зазначених розвивальних і дидактичних цілей є прикладні задачі, розв’язування яких демонструє використання загальних законів природознавства і статистико-ймовірнісних моделей для вирішення конкретних проблем, що мають пізнавальне і практичне значення. Саме тому наповнення змісту підручників прикладними задачами залишається актуальним.

Аналіз останніх досліджень. Важлива педагогічно-методична проблема – наповнення навчального змісту, його добору знайшла своє відображення у працях вітчизняних і зарубіжних учених-педагогів: Ю. К. Бабанського, В. П. Безпалька, Н. М. Бібік, М. І. Бурди, Г. П. Бевза, В. Г. Бевз, Д. Д. Зуєва, І. Я. Лернера, М. П. Скаткіна, І. П. Підласого, О. М. Топузова та ін.

Так, на розробку технологій прикладного характеру шкільного курсу математики і стохастики були спрямовані наукові дослідження М. Я. Ігнатенка, Ю. М. Колягіна, В. В. Пікан, З. І. Слєпкань, О. І. Соколенка, Л. О. Соколенко, В. В. Фірсова та ін.

Формування цілей статті. Одним з дієвих та ефективних засобів формування в учнів умінь і навичок застосовувати здобуті в курсі математики знання і набуті вміння в нестандартних стохастичного характеру ситуаціях є прикладні задачі. Їх украй недостатньо в сучасних шкільних підручниках з математики. Пропонована стаття має на меті частково заповнити цю прогалину.

Основна частина. Шкільний курс математики і стохастики зокрема – одна з тих навчальних дисциплін, яка значною мірою сприяє розв’язанню завдання з формування в учнів узагальнених поглядів на об’єктивний світ, а також місце людини в ньому, готовність до майбутнього життя. Отже, щоб бути успішним в сучасному, достатньо складному і мінливому світі, кожен випускник середньої школи повинен оволодіти певними прийомами математичної діяльності й навичками розв’язування прикладних задач.

Нині існують різні підходи до тлумачення поняття «прикладна спрямованість». Дотримуючись сформульованої Ю. М. Колягіним і В. В. Пікан думки про те, що прикладна спрямованість навчання математики – це орієнтація змісту і методів навчання на застосування математики в техніці і суміжних науках, у професійній діяльності й побуті, розглядаємо прикладну спрямованість стохастики як орієнтацію змісту і методів навчання щодо її застосування в суміжних курсах, а також у майбутній професійній діяльності.

Погоджуючись із зазначеними дослідниками, що прикладними називаються задачі, які «виникають на практиці і вказують на необхідність математичних знань для людей найрізноманітніших професій», уточнюємо, що під прикладною задачею, наприклад, фінансово-економічного змісту, розуміємо сюжетну задачу, яка є словесною моделлю реальної економічної ситуації, що виникає на практиці, розв'язується засобами стохастики і належить до економічної спеціальності.

Важливо дотримуватись основних загальних вимог до прикладних задач, які використовуватимуться під час вивчення теорії ймовірностей і математичної статистики:

• задачі мають бути реального практичного змісту, який забезпечує ілюстрацію практичної цінності і значущості для спеціалістів з певних професій здобутих стохастичних знань;

• задачі мають відповідати програмі і чинним підручникам щодо методів і теоретичних відомостей, які використовуватимуться в процесі їх розв'язування;

• прикладні задачі мають демонструвати практичне застосування стохастичних ідей і методів у суміжних галузях наук, виробництві та життєвій практиці;

• бажано, щоб у змісті задачі відображався особистий досвід учнів (бюджет сім'ї, сторінки журналу класу тощо); місцевий матеріал, який дає змогу ефективно продемонструвати використання стохастичних знань і викликати в учнів пізнавальний інтерес;

• поняття і терміни в умові задач мають бути відомі або інтуїтивно зрозумілі учням (або завчасно підготовлені з використанням словника);

• числові дані прикладних задач мають відповідати наявним у сучасній практиці, тобто бути реальними (використання статистичних збірників, економічної інформації, зібраної учнями, тощо);

• при розв'язуванні прикладних задач у профільних класах або групах коледжів певного напряму освіти їх формулювання може бути розширене.

Окрім загальних вимог, прикладні задачі мають задовольняти і дидактичні вимоги:

• відбір задач має відповідати змісту курсу теорії ймовірностей і статистики, на якому доцільно реалізувати прикладну спрямованість;

• в основу добору системи прикладних задач мають бути покладені види математичних, стохастичних моделей, які створюються при їх розв'язанні або містяться в умовах задач;

• задачі мають відповідати їх функціям у процесі навчання стохастики;

• можливість одержувати розв'язок задач системи не тільки незалежно від інших задач, але й на основі розв'язання попередніх;

• уміння розв'язувати задачі одного типу має полегшувати розв'язування задач іншого типу;

• диференційований добір системи задач для різних типологічних груп учнів;

• задачі системи мають сприяти міжпредметному узагальненню здобутих знань і набутих умінь;

• сучасність і актуальність тематики прикладних задач;

• до системи прикладних задач слід включати різні за змістом задачі, розв'язування яких зводиться до побудови однієї і тієї самої моделі;

• розв'язування деяких задач різними способами;

• система задач має сприяти оволодінню учнями прийомами як алгоритмічної, так і евристичної діяльності.

Більшість прикладних задач розв'язується за створення математичної моделі або з використанням моделі, що міститься в задачі. Саме тому важливо продовжувати формувати ті розумові і практичні дії, які сприяють розвиткові умінь математичного моделювання, а саме: виокремлення з умови задачі математичних, стохастичних співвідношень, які дають змогу скласти математичну модель прикладної задачі; вибір методів дослідження побудованої моделі; створення на основі теоретичних положень алгоритму розв'язування формалізованої задачі; аналіз та інтерпретація здобутих результатів.

Важливо, щоб в умовах таких задач розглядалися факти з різних природничих наук: фізики, генетики, медицини, економіки, страхування, соціології тощо.

Прикладами можуть слугувати задачі певного типу.

1. Фізика. Причиною розриву електричного кола є вихід з ладу елемента К1 або одночасний вихід з ладу двох елементів – К2 і К3. Елементи можуть вийти з ладу незалежно один від одного з ймовірностями, що дорівнюють 0,1; 0,2; 0,3. Чому дорівнює ймовірність розриву електричного кола? [Відповідь: 0,154].

2. Страхування. Страхова компанія розподіляє застрахованих за класами ризику: I-й клас – малий ризик, II-й клас – середній, III-й клас – великий ризик. Серед клієнтів 50% – першого класу ризику, 30% – другого і 20% – третього. Ймовірність необхідності виплати страхової винагороди для ризику першого класу дорівнює 0,01, другого – 0,03, третього – 0,08. Яка ймовірність того, що: а) застрахований отримає грошову винагороду за період страхування; б) людина, яка отримала грошову винагороду, належить до першої групи ризику [Відповідь: а) 0,03; б) 0,1667].

3. Медицина. Ймовірність кожної людини захворіти на грип під час епідемії становить 0,2. Яка ймовірність того, що серед 400 навмання перевірених осіб хворими на грип виявляться від 70-ти до 100 осіб? [Відповідь: 0,8882].

4. Соціологія. У результаті соціологічного опитування тисячі осіб було встановлено, що за кандидата А проголосують 428 виборців, за кандидата В – 501 виборець, а решта електорату не визначилася. Знайти ймовірність того, що виборець проголосує за кандидата В, і визначити орієнтовну кількість виборців, які проголосують за нього, якщо весь електорат – 70 млн осіб, з них візьмуть участь у виборах 70%. [Відповідь: 0,501; 24,5 (млн)].

5. Економіка. Підприємець має акції двох компаній. Ймовірність отримання дивідендів від акцій тільки однієї з двох компаній дорівнює 0,36, причому для першої компанії вона дорівнює 0,8. Знайти ймовірність отримання дивідендів від акцій другої компанії. Розглянемо розв'язування останньої задачі. Як і будь-яка з прикладних задач, вона складається з трьох етапів: формалізація, розв'язування задачі всередині побудованої моделі, інтерпретація.

Формалізуємо умову цієї задачі. Тобто, перейдемо від змальованої реальної ситуації до формальної імовірнісної моделі. Це включає розпізнання даних економічних понять, розкриття структури задачі, виокремлення умови і вимоги, з'ясування основних і допоміжних величин, що характеризують економічні поняття задачі. На цьому етапі встановлюються способи задання значень основних і допоміжних величин, види співвідношень між значеннями величин. Усе це дає змогу замінити ці економічні поняття і зв'язки між ними ймовірнісними еквівалентами.

Цей етап завершується перекладом умови задачі адекватною математичною мовою, яка, на жаль, досить погано розвинена у студентів. Наразі – це мова алгебраїчних виразів, рівнянь, сформульованих із залученням імовірнісної термінології. Введемо позначення.

Нехай подія А1 полягає в отриманні дивідендів від акцій першої компанії, А2 – від другої. Тоді мають місце такі співвідношення:

P(A1) = 0,8; P(A2) = x.

Подія В – «отримано дивіденди від акцій тільки однієї з двох компаній»:

$$B = A_1\overline{A}_2 + \overline{A}_1 A_2$$

де $\overline{A}_1$ – подія протилежна до A_1, $\overline{A}_2$ – подія протилежна до А2.

Оскільки події $A_1\overline{A}_2$ і $\overline{A}_1A_2$ несумісні, то $P(B)=P(A_1\overline{A}_2)+P(\overline{A}_1A_2)$,

Якщо отримання дивідендів від акцій однієї з компаній не впливає на їх отримання від іншої компанії, то доцільно вважати, що події А1 і А2 незалежні. Використовуючи теорему добутку двох незалежних подій, дістанемо:

$$P(B)=P(A_1)P(\overline{A}_2)+P(\overline{A}_1)P(A_2).$$

Підставивши числові характеристики кожної з подій, маємо рівняння:

0,8 (1 – x) + x (1 – 0,8) = 0,36.

Розв'язавши лінійне рівняння, отримуємо результат всередині побудованої моделі: x = 0,7.

Наступний етап – інтерпретація отриманої відповіді. Тобто, у нашому випадку 0,7 – це ймовірність отримання дивідендів від акцій другої компанії.

Успішне виконання цих етапів залежить від правильно обраного способу розв'язування і залучення імовірнісного апарату. Головну увагу при виборі способів розв'язування звертаємо не на зміст задачі, а на структуру одержаної моделі.

Чітке виокремлення основних етапів розв'язання, продемонстроване для цієї задачі, на практиці не виконується, а розв'язання подається як цілісний процес.

Введення прикладних задач у навчальний процес вносить елемент зацікавленості і готує учнів до майбутньої діяльності, за якої властиве прийняття рішень в умовах ризику або невизначеності щодо стану навколишнього світу.

Висновки. Вивчення теорії ймовірності і математичної статистики має загальноосвітнє і загальнокультурне значення. Наповнення розділу стохастики прикладними задачами, що задовольняють основні дидактичні вимоги, сприятиме формуванню високого рівня практичних компетентностей учня, орієнтованих на всебічний розвиток його особистості.

Література

1. Гончаренко С. У. Методологические и теоретические проблемы формирования у учащихся средней школы естественнонаучной картины мира [Текст] / С. У. Гончаренко // Проблемы совершенствования методов обучения и воспитания учащихся и студентов. – К. : Укрвузполиграф, 1989. – С. 1–12.

2. Державний стандарт базової і повної середньої освіти [Текст] // Дивослово. – 2004. № 3. – С. 76–80.

3. Соколенко Л.О. Прикладна спрямованість шкільного курсу алгебри і початків аналізу : навч. посіб. [Текст] / Л. О. Соколенко. – Чернігів : Сіверська думка, 2002. – 128 с.

4. Типові навчальні плани для основної та старшої школи загальноосвітніх навчальних закладів у структурі 12-річної школи [Текст] // Інформаційний збірник Міністерства освіти і науки України – 2009. – № 8. – С. 3–30.

5. Швець В. О. Математичне моделювання як змістова лінія шкільного курсу математики [Текст] / В. О. Швець // Дидактика математики: проблеми і дослідження : міжнар. зб. наук. праць. – Вип. 32. – Донецьк : Вид-во ДонНУ, 2009. – С. 16–23.

UA У статті розглядається прикладна спрямованість елементів теорії ймовірностей в курсі математики і метод математичного моделювання як засіб її реалізації. Використання прикладних задач дає змогу продемонструвати загальні закони природознавства і статистико-ймовірнісні моделі, а також сприяє формуванню наукового світогляду.

Ключові слова: прикладна спрямованість стохастики, прикладні задачі, математична модель.

RU В статье рассматриваются прикладная направленность элементов теории вероятностей в курсе математики и метод математического моделирования как средство ее реализации. Использование прикладных задач разрешает продемонстрировать общие законы естествознания, статистико-вероятностные модели, а также способствует формированию научного мировоззрения.
Ключевые слова: прикладная направленность стохастики, прикладные задачи, математическая модель.

EN This article deals with the applied direction of probability theory in the course of mathematics and the mathematic modeling method as a mean of its implementation. The use of applied tasks helped to showcase general laws of natural science and statistic-probability models and also promotes formation the scientific outlook.
Keywords: applied direction of stochasticity, applied tasks, mathematical model.