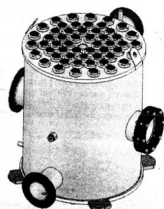


випромінюванням. Подрібніше з ним можна ознайомитися у статті А. А. Тареліна та ін. «Обеззараживание воды ультрафиолетовым излучением», см. «Вісник інженерної академії України», № 3 — 4, 2007, С. 278 — 284.

Переваги нового методу:

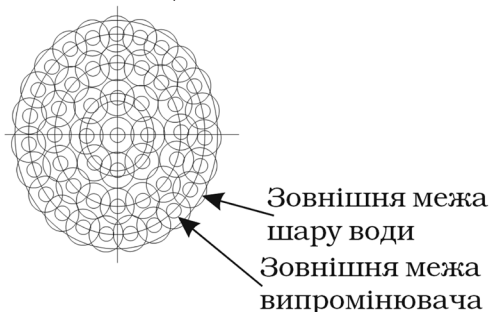
- він ефективніший;
- у воді не залишається токсичних, мутагенних з'єднань після обробки ультрафіолетовим випромінюванням;
- у випадку передозування відсутні негативні ефекти;
- час знезаражування 1 — 100 с, тому можна виконувати у проточному режимі;
- низькі експлуатаційні витрати;
- ультрафіолетове обладнання компактно, потребує мінімум площ.

На малюнку показано зовнішній вигляд установки.



Щоб площа опромінювання води була найбільшою, пропонується використовувати ци-

ліндричні опромінювачі. Щоб зменшити час перебування води в установці, використовують набір опромінювачів, розміщення яких показано на малюнку 22.



Мал. 22

Проаналізувавши установку, яка пропонується, треба запропонувати параметри розміщення опромінювачів з метою збільшення швидкості проходження води у пропонованому знезаражувачі. Цим ми збільшимо витрати води установки і зменшимо її розміри.

ЛІТЕРАТУРА

1. Рижков М. ?. Практичні задачі і ситуації у навчанні математики // Математика в рідній школі, 2014. — № 1. — С. ?
2. Рижков М. ?. Практичні задачі і ситуації під час вивчення алгебри у 9 класі // Математика в рідній школі, 2014. — № 3. — С. ?

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В ПРОЦЕСІ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ФІЗИЧНИХ ЗАДАЧ

Вікторія ВОЛОШЕНА — науковий співробітник відділу математичної та інформативної освіти Інституту педагогіки НАПН України

Анотація: У статті розглянуто проблему формування в учнів умінь математичного моделювання у процесі розв'язування фізичних задач. Наводяться принципи побудови циклів задач для формування в старшокласників умінь математичного моделювання.

Ключові слова: модель, математичне моделювання, фізичний процес, міжпредметні зв'язки, розв'язування задач.

Вікторія ВОЛОШЕНА. Математическое моделирование в процессе решения физических задач

Аннотация: В статье рассмотрена проблема формирования у учащихся умений математического моделирования в процессе решения физических задач. Приводятся принципы построения циклов задач для формирования у старшеклассников умений математического моделирования.

Ключевые слова: модель, математическое моделирование, физический процесс, межпредметные связи, решения задач.

Viktoriya VOLOSHENA. Mathematical modeling in the process of solving physical problems

Abstract: The problem of development of students' skills in mathematical modeling of the process of solving physical problems. Principles of the cycles are given tasks to form a senior mathematical modeling skills.

Keywords: model, mathematical modeling, physical process, interdisciplinary communication, solving problems.

Сучасна наука характеризується чітким усвідомленням модельного характеру знань про природу. Це означає, що поява, наприклад, нового фізичного знання безпосередньо пов'язана

© Волошена В. В., 2015

з дослідженням не самих реальних об'єктів, процесів або явищ, а їхніх моделей, насамперед, математичних. Усвідомлення цього факту змушує в рамках сучасної освітньої парадигми звертатися до різних аспектів використання методо-

логії та елементів математичного моделювання в різних компонентах природознавства [1].

Аналіз чинних навчальних програм з математики та фізики, шкільних підручників і навчальних посібників, методичної літератури для вчителів, а також практики шкільного навчання дає підстави для висновку про те, що проблема послідовного і систематичного формування в учнів умінь математичного моделювання в процесі розв'язування задач залишається недостатньо розробленою. Необхідність формування в учнів умінь математичного моделювання при розв'язуванні задач, з одного боку, і недостатній рівень висвітлення цього питання в методичній літературі, з іншого боку, визначають актуальність пропонованої статті.

Розв'язування задачі людиною розглядається психологами як процес її послідовного переформулювання (перетворення), під час якого відбувається безперервний аналіз умов і вимог задачі через синтетичний акт їх співвіднесення один з одним [2]. При цьому всі переформульовані задачі будуть моделями задачі вихідної. Тому переформулювання задачі є способом її моделювання [4]. Під поняттям «модель» ми розуміємо матеріальний чи уявний об'єкт, який у процесі дослідження замінює оригінал так, що його вивчення може дати нові знання про об'єкт-оригінал.

Уміння математичного моделювання формуються в учнів у процесі розв'язування задач на уроках усіх предметів природничо-математичного циклу, зокрема на уроках математики під час розв'язування фізичних задач. Модельний підхід до розв'язування фізичної задачі полягає в тому, що її умова розглядається як вербальний опис певного фізичного процесу. За результатами аналізу умови визначаються особливості цього процесу, його параметри, накладаються відповідні обмеження, тобто створюється фізична модель задачі. Далі обирається необхідний для дослідження фізичної моделі, в контексті вимоги вихідної задачі, адекватний математичний апарат і будується її математична модель.

З метою ефективного формування в старшокласників умінь математичного моделювання, як свідчать результати проведеного нами педагогічного експерименту, виявилось доцільним розроблення і використання циклів задач, умови яких побудовані на засадах підходу «від математичних образів до фізичного змісту», що полягає у наступному: спираючись на відомі учням математичні факти, пов'язати їх із конкретними фізичними образами і сформулювати відповідну фізичну задачу. Це дозволить з нової точки зору поглянути як на фізичні явища, що вивчаються, так і на мож-

ливості широкого використання математичного апарату для досліджень у різноманітних наукових галузях.

Під «циклом задач» ми розуміємо сукупність задач, основна мета розв'язування яких полягає у вивченні учнями відмінних особливостей (властивостей) моделей та/або у формуванні в них окремих компонентів (складових) загальнонавчального уміння математичного моделювання.

Наприклад, цикли задач:

- орієнтованих на пошук екстремальних значень фізичних величин, заданих в умові задачі (пошук абсолютних та локальних \max і \min , визначення обмежень, що накладаються на числові значення отриманого математичного виразу);

- для розв'язання яких використовують відповідність між фізичними характеристиками об'єктів, описаних в умові задачі, що визначаються законами протікання фізичних процесів, та їхніми математичними властивостями (характеристиками), заданими графіками відповідних функцій;

- орієнтованих на розпізнавання фізичного процесу, описаного його математичною моделлю;

- для розв'язання яких використовують геометричні образи векторних рівнянь, схожість і відмінності математичних та фізичних векторних уявлень.

Побудова названих циклів задач спирається на наступні принципи:

Універсальності (можливість застосування вищезазначеного підходу до складання задач із різних розділів фізики).

Доступності учням математичного апарату, який залучається для побудови математичних моделей фізичних задач (більшість використовуваних фізичних величин, понять і законів можуть бути описані в термінах і символах шкільного курсу математики).

Використання математичних моделей шкільного курсу математики, таких як:

- функції (починаючи з лінійної до найпростіших тригонометричних і показникових функцій), що задані аналітично, таблицею, графіком;

- рівняння і нерівності та їхні системи;

- математичні образи векторних рівнянь.

Наприклад, лінійна функція $y = kx + b$ може бути використана для моделювання основних фізичних законів, що встановлюють пряму пропорційну залежність величин у різних розділах шкільного курсу фізики (другий закон Ньютона, газові закони, закон Ома, закон Фарадея для електролізу та ін.), встановлення фізичного змісту коефіцієнтів у записі фізичних законів і формул, порівняння однорідних процесів, опи-

саних у задачі за різними параметрами і характеристиками тощо.

Розглянемо приклади розв'язування фізичних задач.

Задача 1. Обчислити роботу сили F при стисненні пружини на 0,08 м, якщо для її стиснення на 0,01 м потрібно сила 10 Н.

Розв'язання (традиційний підхід).

Дано: $\Delta x_1 = 0,08$ м $\Delta x_2 = 0,01$ м $F_2 = 10$ Н $k_1 = k_2$	$A = \frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}$ $F = k \Delta x$ $A = \frac{F \Delta x_1^2}{2} = \frac{F \Delta x_2^2}{2}$	Розв'язання: 1) Знаходимо коефіцієнт пружності даної пружини: $k = \frac{F}{\Delta x_2}$
$A = ?$	Обчислення: $[A] = \frac{\text{Нм}^2}{\text{м}} = \text{Дж}$, $\{A\} = \frac{10 \cdot 0,08^2}{2 \cdot 0,01} = 3,2$	2) Враховуючи, що робота виконувалася з початкового стану, то: $A = \frac{k \Delta x_1^2}{2}$

Відповідь. $A = 3,2$ Дж.

Застосуємо тепер до розв'язування задачі метод математичного моделювання.

Розв'язання (модельний підхід).

За законом Гука сила F пропорційна подовженню або стисненню пружини, тобто $F = kx$, де x — величина подовження або стиснення (в м), k — стала. З умови задачі знаходимо k . При $x = 0,01$ м і $F = 10$ Н коефіцієнт

$$k = \frac{F}{x} = \frac{10}{0,01} = 1000.$$

Отже, $F(x) = kx = 1000x$.

Робота сили $F(x)$ при переміщенні тіла з точки a в точку b дорівнює.

$$A = \int_a^b F(x) dx.$$

Використовуючи дані задачі, отримуємо

$$A = \int_0^{0,08} 1000x dx = 1000 \frac{x^2}{2} \Big|_0^{0,08} = 3,2 \text{ (Дж)}.$$

Задача 2. Обчисліть силу тиску води на вертикальну прямокутну заслінку шлюзу з основою 18 м і висотою 6 м.

Розв'язання.

Сила тиску води залежить від глибини x занурення заслінки:

$P(x) = ax$, де a — площа заслінки. Отримуємо

$$P = 18 \int_0^6 x dx = 18 \frac{x^2}{2} \Big|_0^6 = 324 \text{ (Т)}.$$

Задача 3. Тіло масою 1 рухається з прискоренням, що змінюється лінійно за законом $a(t) = 2t - 1$. Який шлях пройде тіло за 4 одиниці часу від початку руху $t = 0$, якщо в початковий момент його швидкість дорівнювала 2?

Розв'язання.

Швидкість тіла в будь-який момент часу t обчислюється за формулою: $v = v_0 + at$.

Використовуючи дані задачі, отримуємо:

$$\begin{aligned} s &= \int_0^4 (2 + (2t - 1)t) dt = \int_0^4 2 dt + \int_0^4 2t^2 dt + \int_0^4 -t dt = \\ &= 2 \int_0^4 dt + 2 \int_0^4 t^2 dt - \int_0^4 t dt = \\ &= 2t \Big|_0^4 + 2 \frac{t^3}{3} \Big|_0^4 - \frac{t^2}{2} \Big|_0^4 = \frac{128}{3}. \end{aligned}$$

Задача 4. Тіло кинуте з поверхні Землі вертикально вгору з початковою швидкістю v_0 . Якої найбільшої висоти може досягти тіло?

Розв'язання.

Швидкість тіла в будь-який момент часу t руху дорівнює різниці початкової швидкості і швидкості gt , спричиненої прискоренням, обумовленою силою тяжіння: $v = v_0 - gt$. Рух угору відбуватиметься за умови $v = v_0 - gt > 0$, тобто при $0 < t < \frac{v_0}{g}$. Враховуючи наведені умови, отримуємо, що максимальна висота тіла дорівнюватиме:

$$h = \int_0^{\frac{v_0}{g}} (v_0 - gt) dt = \left(v_0 t - \frac{gt^2}{2} \right) \Big|_0^{\frac{v_0}{g}} = \frac{v_0^2}{2g}.$$

Формування вмінь математичного моделювання через цикли прикладних задач може відбуватись у процесі навчання не тільки математики, а й кожного з природничо-математичних предметів. Це сприяє міжпредметному узагальненню набутих учнями знань і вмінь, формуванню в них уявлень про універсальний характер математичних методів дослідження, зокрема методу математичного моделювання, можливості їхнього ефективного застосовування для вивчення різних за своєю природою об'єктів, явищ і процесів.

Ефективному формуванню в учнів умінь математичного моделювання сприяє також виконання старшокласниками творчих завдань на складання фізичних (біологічних, економічних тощо) задач із різним змістом за заданою математичною моделлю.

ЛІТЕРАТУРА

1. Давыдов В. В., Варданян А. Ч. Учебная деятельность и моделирование. — Ереван: Луйс, 1981. — 220 с.
2. Рубинштейн С. Л. О мышлении и путях его исследования /С. Л. Рубинштейн. — М.: Педагогика, 1989. — 488 с.
3. Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры. — М.: физ.-мат. лит., 2001. — 320 с.
4. Фридман Л. М. Наглядность и моделирование в обучении. — М.: Знание, 1984. — 80 с.